

## РАЗНОЕ

330.322.01:519.854

## ПРИМЕНЕНИЕ ГЕНЕТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ В ПОРТФЕЛЬНОМ АНАЛИЗЕ РЕАЛЬНЫХ ИНВЕСТИЦИЙ\*

*Д-р техн. наук, проф. А.В. АНДРЕЙЧИКОВ, асп. Н.В. БЕЛОБРОВ*

*Для поиска оптимального сочетания инвестиционных проектов рассматривается генетический алгоритм, состоящий в последовательном многократном применении операторов кроссинговера и мутации с заданными параметрами. На основе предложенной технологии находится решение задачи определения оптимального набора инвестиционных проектов.*

*Genetic algorithm as consequent multiple using of crossingover and mutation operators with given options is considered for searching of an optimum combination of investment projects. A task of finding an optimum combination of investment projects is solved by using offered technology.*

То внимание, которое уделяется портфельным инвестициям, вполне соответствует радикальным изменениям, произошедшим во второй половине двадцатого столетия в экономике промышленно развитых стран. В отличие от финансовых инвестиций реальные инвестиции всегда относительно долгосрочные проекты. Этим объясняется отличие методов анализа эффективности реализации того или иного проекта. К настоящему времени разработано много методов оценки единичных инвестиционных проектов. При выборе портфеля реальных инвестиций задача сводится к многомерной дискретной оптимизации. В случае большого количества исходных проектов и слабой взаимосвязи между их атрибутами данная задача является NP-полной задачей, а с помощью различных методов оптимизации либо невозможно найти приемлемый локальный оптимум, либо время поиска неприемлемо велико.

В классических методах портфельного анализа (модели Марковица и Шарпа) используются оценки эффективности и доходности того или иного актива. На основе стохастических величин или экспертных оценок эти методы сводятся к задачам квадратичной или линейной оптимизации. Данный подход помогает при составлении портфеля финансовых инвестиций, оценки риска и эффективности портфеля. Вероятно, возможно частичное использование данного метода для поддержки принятия решения о единовременном составе портфеля реальных инвестиций, однако, как было указано, реальные инвестиции являются долгосрочными и одномоментное начало всего портфеля инвестиций затруднительно ввиду высокой стоимости проектов и постепенного расходования средств на реализацию каждого из них.

Общепринятыми критериями оценки эффективности инвестиционных проектов являются (согласно [1]): период окупаемости — PV; дисконтированный период окупаемости — DPV; средняя норма рентабельности — ARR; чистый дисконтированный (приведенный) доход — NPV; индекс прибыльности — PI; внутренняя нор-

\*Грант РФФИ №04-07-96502

ма доходности (рентабельности) — IRR; модифицированная внутренняя норма доходности (рентабельности) — MIRR.

Под эффективностью проекта в целом понимается эффективность проекта, реализуемого «единственным участником как бы за счет собственных средств. По этой причине показатели эффективности определяются на основании денежных потоков только от инвестиционной и операционной деятельности» [2].

Оценку портфеля можно осуществлять двумя следующими методами: 1) расчет набора показателей или интегрального показателя эффективности для каждого из проектов в портфеле, затем объединять рассчитанные значения в единый набор показателей эффективности всего портфеля, например, рассчитывать среднее значение для всех проектов, при этом представляется возможным учитывать динамику по периодам анализа; 2) расчет набора показателей исходя из того, что все проекты в портфеле являются частью одного проекта, при этом идет объединение не самих расчетных показателей эффективности, а базовых переменных, таких, как денежные, материальные и иные потоки.

Расчет базовых атрибутов проекта осуществляется при его разработке и составлении бизнес-плана. В дальнейшем рассчитанные величины для каждого из проектов используются при определении оптимизации портфеля.

Каждый инвестиционный проект характеризуется следующими показателями, обычно рассчитываемыми по периодам реализации (например, по месяцам): валовой объем продаж; суммарные прямые издержки; суммарные постоянные издержки; суммарные непроизводственные издержки; налоговые и прочие отчисления.

Определим постановку задачи поиска оптимального портфеля реальных инвестиций для ее решения при помощи генетического алгоритма. Данная задача оптимизации может быть описана в следующем виде:

$$\langle I, E, R, F \rangle, \quad (1)$$

где  $I = \{i_1, \dots, i_n\}$  — конечный набор инвестиционных проектов,  $E = \begin{Bmatrix} e_{11} & \dots & e_{1n} \\ \dots & & \dots \\ e_{m1} & \dots & e_{mn} \end{Bmatrix}$  —

матрица атрибутов проектов.

Атрибуты проектов представляют собой статические или динамические показатели, на основе которых можно определить затраты на реализацию проекта в течение всего моделируемого периода, а также выявить результаты и эффективность вложения проектов.

$R$  — ограничения, накладываемые на портфель, например, максимальная сумма начала инвестирования, минимальное значение отрицательного кэш-фло и так далее. Данные ограничения являются критериями жизнеспособности особи.

$F$  — условие оптимальности портфеля, которое может определяться стандартными методами инвестиционного анализа, например, минимальный дисконтированный срок окупаемости или максимальный индекс прибыльности, или оба вместе. При этом можно установить коэффициенты влияния каждого показателя на интегральный показатель эффективности.

Портфель проектов может быть представлен вектором

$$I^* = \{i_1, \dots, i_k\} \quad (2)$$

Так как все проекты невозможно реализовать одновременно, то данный портфель можно описать парами

$$I^{**} = \{\{i_1, t_1\}, \dots, \{i_k, t_k\}\} \quad (3)$$

где  $t_1 \dots t_k$  — временная задержка (например, в месяцах) относительно начала реализации портфеля;  $I^{**}$  — в терминах генетического алгоритма особь популяции, геном в данном случае является номер проекта и временная задержка. В этом случае критерием жизнеспособности может также быть максимальная задержка реализации проекта.

Оценочная функция, имеющая вид

$$F = f(I^{**}, E), \quad (4)$$

определяет интегральный показатель эффективности всего портфеля на основе матрицы атрибутов исходных проектов, используемых показателей эффективности и задержек в реализации проектов.

Оптимальное решение данной задачи — это такой  $I^{**}$ , для которого

$$f(I^{**}, E) \rightarrow \max.$$

Для начала работы алгоритма необходимо определить размер особи  $K$ , для чего используются ограничения, например максимальная сумма к распределению.

Алгоритм решения данной задачи состоит из следующих шагов.

1. Генерация начальной популяции, состоящей из  $K$  особей, т. е. состоящей из  $K$  множеств  $I^{**}$ . Векторы заполняются случайным образом, при условиях (7) и (8).

2. Вычисляются для каждого  $I^{**}$  значения  $f(I^{**}, E)$  — эффективность реализации данной совокупности проектов.

3. Выбирается родительская пара. Можно использовать различные принципы отбора, чаще используется отбор  $L$  особей с максимальными значениями функции  $f$  и составляются из них все возможные пары [3].

4. Используются генетические операторы с тем, чтобы создать особи-потомки.

4.1. Кроссинговер. Берется случайная точка  $z$  в массиве  $Y$ ,  $z \in [1, i_{\max}]$ . Элементы массива  $[1, z]$  в первой особи-родителе и элементы  $[z+1, i_{\max}]$  второй особи-родителя помещаем в первую особь-потомок. Для второй особи-потомка, наоборот, из первого родителя берутся элементы  $[z+1, i_{\max}]$ , из второго —  $[1, z]$ . В результате из каждой пары двух родительских векторов получаются два вектора-потомка.

4.2. Мутация. Вновь полученные особи мутируют (инвертируются) с некоторой вероятностью, случайные элементы вектора  $I^{**}$  заменяются на  $N - I^{**}_i$ . Вероятность мутации обычно предполагают порядка 0,01 [4].

5. Полученные особи-потомки добавляются в популяцию после их оценки с помощью функции  $f$ . Новую особь добавляют взамен самой плохой старой особи при условии, что значение функции  $f$  для новой особи выше значения для старой особи, а также при условии жизнеспособности особи (8), так, чтобы размер поколения был постоянен.

6. Если самое лучшее решение среди популяции неудовлетворительно, то переходят на шаг 3 (чаще всего этого условия нет, а итерации выполняются бесконечно). Естественно, что для решения реальных задач это невозможно, поэтому в качестве флага остановки работы алгоритма применяется условие вырождения популяции

[5], т. е. когда все особи становятся почти одинаковыми. При этом на каждом шаге запоминается лучшая особь из всего поколения, по завершении работы алгоритма выбирается лучшая из сохраненных.

Рассмотрим пример использования предложенного алгоритма для поиска оптимального портфеля инвестиций. Исходное множество проектов  $I = \{i_1, i_2, \dots, i_{60}\}$ . Таким образом, для выбора представлено 60 различных инвестиционных проектов. Атрибуты проектов разделяются на два вида: показатель стоимости реализации проекта и обобщенный показатель эффективности проекта (для упрощения принят единый интегрированный показатель эффективности реализации проекта)

$$E = \begin{Bmatrix} e_{1,1} & \dots & e_{1,60} \\ e_{2,1} & \dots & e_{2,60} \end{Bmatrix},$$

где  $e_{1,i}, i = \overline{1,60}$  — стоимость реализации  $i$ -го проекта,  $e_{2,i}, i = \overline{1,60}$  — эффективность реализации соответствующего проекта.

Ограничением является верхняя граница суммарной стоимости реализации всех выбранных проектов

$$R: \sum_{i=1}^K e_{1,i} \leq S,$$

где  $S$  — максимальная сумма имеющихся средств. Оценочной (целевой) функцией

является  $F: \sum_{i=1}^K e_{2,i} \rightarrow \max$ , максимизация суммарной эффективности реализации всех выбранных проектов.  $K$  — размер особи, определяется следующим образом: рассмат-

ривается упорядоченный набор стоимостей всех проектов  $e_{2,j}, e_{2,j} \leq e_{2,j+1}, \sum_{j=1}^K e_{2,j} \leq S$ ,

т. е.  $K$  — максимально возможное количество проектов из исходной выборки, общая сумма которых соответствует ограничению. Решение найдено на 22 шаге работы рассмотренного алгоритма, при этом значение вероятности мутации установлено равным 0,2. Критерий остановки алгоритма — вырождение популяции. При проведении серии экспериментов решение данной задачи находилось не позднее 23 шага работы алгоритма, изменение значений  $E, S$  не влияло на скорость нахождения локального оптимального решения. Увеличение вероятности мутации не улучшало скорость и результативность работы алгоритма.

Используя указанную методику можно решать задачи составления портфеля реальных инвестиций, а также оптимизировать время реализации проектов. Данный алгоритм позволяет найти решение в приемлемый срок в случае относительно большого размера исходного множества проектов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лимитовский М. А. Основы оценки инвестиционных и финансовых решений. — М.: Дека, 2001. — 232 с.
2. Коссов В. В., Шахназаров А. Г., Лившиц В. Н. Методические рекомендации по оценке эффективности инвестиционных проектов. — М.: Экономика, 2000. — 421 с.
3. Букатова И. Л. Эволюционное моделирование и его приложения. — М.: Наука, 1979. — 231 с.
4. Емельянов В. В., Курейчик В. В., Курейчик В. М. Теория и практика эволюционного моделирования — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. — 432 с.
5. Курейчик В. М. Генетические алгоритмы. Монография. — Таганрог: Изд-во ТРТУ, 1998. — 267 с.