

Транспортное и энергетическое машиностроение

УДК 629.33

Качественный анализ методов повышения управляемости и устойчивости колесных машин

М.М. Жилейкин¹, В.А. Шинкаренко²

¹ МГТУ им. Н.Э. Баумана, 105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.

² ОАО «КАМАЗ», 423827, Набережные Челны, Республика Татарстан, Российская Федерация, Автозаводский пр-т, д. 2.

Qualitative analysis of the methods of improving the controllability and stability of wheeled vehicles

M.M. Zhileykin, V.A. Shinkarenko

¹ Bauman Moscow State Technical University, building 1, 2-nd Baumanskaya str., 5, 105005, Moscow, Russian Federation.

² JSC «KAMAZ», Avtozavodskiy prosp., 2, 423827, Naberezhnye Chelny, Republic of Tatarstan, Russian Federation.



e-mail: jileykin_m@mail.ru, vl_shinkarenko@mail.ru



В настоящее время вопросам создания систем активной безопасности автомобилей, обеспечивающих повышение устойчивости и управляемости, автомобилестроители уделяют все большее внимание. В работе качественно исследованы устойчивость и управляемость колесных машин и проанализированы принципиальные решения способов управления движением машин, способствующие повышению их курсовой и траекторной устойчивости. Методами аналитического исследования устойчивости движения колесных машин установлено, что введение управления вида «пропорционально-дифференциальный регулятор», обеспечивающего динамическую стабилизацию колесной машины при движении как прямолинейно, так и по криволинейной траектории, повышает запас устойчивости движения. Результаты исследований могут быть полезны предприятиям автомобильной отрасли, специализирующимся на проектировании и производстве, в первую очередь, двухосных колесных машин различного класса и назначения, а также организациям, разрабатывающим системы управления для колесной транспортной техники.

Ключевые слова: колесная машина, активная безопасность, курсовая устойчивость, траекторная устойчивость, управляемость.



The development of active safety systems of vehicles is very important since they enhance stability and controllability. In this paper, the qualitative study of the stability and controllability of wheeled vehicles is performed and principal solutions to the motion control problem that increase the course and trajectory stability of vehicles are analyzed. Analytical methods are used to study the motion stability of wheeled vehicles. It has been found that the PID controller providing the dynamic stabilization of a wheeled vehicle in its rectilinear or curvilinear motion increases the motion stability margin. The results of research can be used by automotive industry enterprises to design and produce two-axle wheeled vehicles of

various classes and purposes, as well as by the organizations that develop control systems for wheeled transport.

Keywords: wheeled vehicle, active safety, course stability, trajectory stability, controllability.

В настоящее время в связи с повсеместным массовым использованием автомобилей автомобилестроители все большее внимание уделяют управляемости и тесно с ним связанным свойством их устойчивости, так как эти свойства во многом определяют активную безопасность автомобиля [1]. Вопросами создания систем активной безопасности автомобилей, обеспечивающих повышение устойчивости и управляемости, активно занимаются и за рубежом. Исследования ведутся по двум направлениям. Во-первых, создаются системы динамической стабилизации (СДС) для двухосных коммерческих автомобилей, принцип действия которых основан на изменении крутящих моментов, подводимых к ведущим колесам. При этом все более актуальным и целесообразным становится использование различных систем полного привода. Распределение тягового усилия на все колеса позволяет использовать весь вес автомобиля в качестве сцепного, что положительно сказывается на динамических качествах автомобиля, проходимости и позволяет реализовать алгоритмы управления, улучшающие управляемость и курсовую устойчивость автомобиля. Разработке этих методов посвящены, например, работы [2, 3].

Во-вторых, повышение устойчивости и управляемости обеспечивается за счет введения автоматического корректирующего изменения угла поворота управляемых колес (подруливания) [4–6]. Возможно комбинированное управление на основе указанных подходов [7]. Однако, описывая принцип работы СДС, авторы не раскрывают информацию о методах вычисления величин стабилизирующих воздействий, что, несомненно, составляет коммерческую тайну производителей. Также отсутствует системный анализ того, какие из способов стабилизации (или их комбинации) являются наиболее эффективными для автомобилей различного класса.

Цель работы — качественное исследование устойчивости и управляемости колесных машин (КМ) и принятие принципиальных решений по способам управления движением машин, обеспечивающих повышение их курсовой и траекторной устойчивости.

В общем виде аналитическое исследование управляемости и устойчивости КМ представляет большие трудности. Поэтому рассмотрим

движение КМ с большими скоростями и малыми углами поворота управляемых колес.

Математическая модель движения КМ. Для решения задачи исследования устойчивости движения КМ разработаем математическую модель движения, основываясь на следующих допущениях:

- углы увода правого и левого колес каждой оси одинаковые;
- углы поворота управляемых колес и углы увода колес малы, т.е. не превышают 10°;
- касательные реакции, действующие на правое и левое колеса одной оси, одинаковые;
- углы поворота правого и левого управляемых колес одной оси одинаковые;
- коэффициенты сопротивления уводу всех колес оси одинаковые.

Расчетная схема сил, действующих на многоосную КМ, приведена на рис. 1.

Уравнения движения КМ в соответствии с принятыми допущениями, можно записать в следующем виде:

$$\frac{G_a}{g} j_x - \frac{G_a}{g} \omega_a V_y = \sum_{i=1}^n X_i - \sum_{i=1}^n Y_i \theta_{i\text{ср}} - P_x; \quad (1)$$

$$Y_i = K_{y_i} \delta_i;$$

$$\frac{G_a}{g} j_y + \frac{G_a}{g} \omega_a V_x = \sum_{i=1}^n X_i \theta_{i\text{ср}} + \sum_{i=1}^n Y_i + P_y; \quad (2)$$

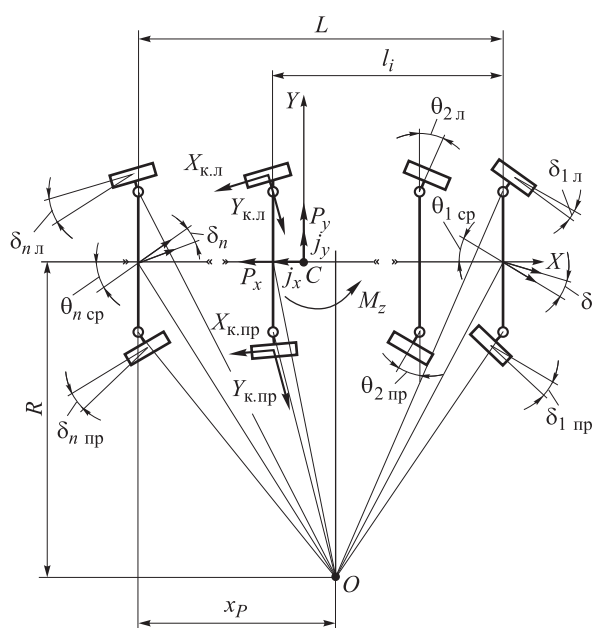


Рис. 1. Схема сил, действующих на КМ

$$G_a = \sum_{i=1}^n Z_i; \quad (3)$$

$$J_z \frac{d\omega_a}{dt} = \sum_{i=1}^n X_i \theta_{i\text{cp}} (a - l_i) + \sum_{i=1}^n Y_i (a - l_i) - M_z; \quad (4)$$

$$\frac{G_a}{g} j_x h_C = G_a b - \sum_{i=1}^n [(Z_{\text{imp}} + Z_{\text{il}})(L - l_i)] - \sum_{i=1}^n M_{f_i} - P_x h_C; \quad (5)$$

$$\frac{G_a}{g} j_y h_C = 0,5 G_a B_{\text{cp}} - \sum_{i=1}^n Z_{\text{imp}} B_{ki} - P_y h_C; \quad (6)$$

$$B_{\text{cp}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n B_{ki};$$

$$\omega_a = \frac{V_a}{L} [(\theta_{1\text{cp}} - \delta_1) - (\theta_{n\text{cp}} - \delta_n)]; \quad (7)$$

$$V_y = \frac{V_a}{L} [b(\theta_{1\text{cp}} - \delta_1) + a(\theta_{n\text{cp}} - \delta_n)]; \quad (8)$$

$$j_x = j_a - \frac{V_a^2}{L^2} [b(\theta_{1\text{cp}} - \delta_1) + a(\theta_{n\text{cp}} - \delta_n)] \times [(\theta_{1\text{cp}} - \delta_1) - (\theta_{n\text{cp}} - \delta_n)]; \quad (9)$$

$$j_y = \frac{V_a^2}{L^2} [(\theta_{1\text{cp}} - \delta_1) - (\theta_{n\text{cp}} - \delta_n)] + \frac{j_a}{L} [b(\theta_{1\text{cp}} - \delta_1) + a(\theta_{n\text{cp}} - \delta_n)] + \frac{V_a}{L} [b(\Omega_{k1} - \dot{\delta}_1) + a(\Omega_{kn} - \dot{\delta}_n)]; \quad (10)$$

$$\varepsilon_a = \frac{j_a}{L} [(\theta_{1\text{cp}} - \delta_1) - (\theta_{n\text{cp}} - \delta_n)] + \frac{V_a}{L} [(\Omega_{k1} - \dot{\delta}_1) + (\Omega_{kn} - \dot{\delta}_n)]; \quad (11)$$

$$\beta_a = \frac{1}{L} \int V_a [(\theta_{1\text{cp}} - \delta_1) - (\theta_{n\text{cp}} - \delta_n)] dt, \quad (12)$$

где G_a — вес автомобиля (КМ); n — число осей машины; L — колесная база; l_i — расстояние от передней до i -й оси КМ; a , b — расстояние от центра тяжести КМ до первой и последней оси соответственно; B_{ki} — колея i -й оси; $\theta_{i\text{cp}} = (\theta_{i\text{л}} + \theta_{i\text{п}})/2$ — средний угол поворота колес i -й оси; X_i — продольная сила, действующая на колеса i -й оси со стороны дороги; Y_i — боковая сила, действующая на колеса i -й оси со стороны дороги; Z_i — нормальная сила, действующая на колеса i -й оси со стороны дороги; $\delta_i = (\delta_{i\text{л}} + \delta_{i\text{п}})/2$ — средний угол увода колес i -й оси; P_y — суммарная внешняя боковая сила, приложенная к центру масс КМ; M_z — суммарный стабилизирующий момент, действующий на КМ относительно вертикальной оси Z , проходящей через центр масс КМ; $\sum M_{f_i}$ — сумма

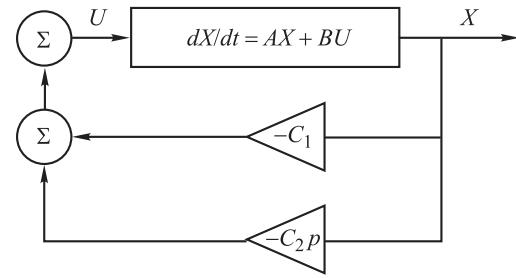


Рис. 2. Замкнутая система управления

всех моментов сопротивления, действующих на колеса КМ; $j_x = dV_a/dt$ — проекция ускорения центра тяжести на продольную ось КМ; j_y — проекция ускорения центра тяжести на поперечную ось КМ; h_C — высота центра тяжести КМ; ω_a — угловая скорость поворота продольной оси КМ относительно оси Z ; V_a — скорость движения КМ; V_y — проекция линейной скорости центра тяжести машины на ось Y ; Ω_{ki} — угловая скорость поворота управляемых колес i -й оси; J_z — момент инерции КМ относительно вертикальной оси, проходящей через центр тяжести КМ; β_a — угол поворота продольной оси КМ.

Представим выражение для стабилизирующего момента M_z в следующем виде:

$$M_z = -C_1(\delta_n - \delta_1) - C_2(\dot{\delta}_n - \dot{\delta}_1). \quad (13)$$

Здесь C_1 и C_2 — коэффициенты усиления.

Покажем, что введение управления (13) в уравнения движения КМ (рис. 2) повышает устойчивость ее движения, так как система становится замкнутой.

При малых углах поворота управляемых колес пренебрежение в уравнениях (2) и (4) членами, содержащими касательные реакции, не приводит к существенным ошибкам. Следовательно, в ряде случаев можно не только исключить члены, содержащие касательные реакции, но и пренебречь влиянием этих реакций на коэффициенты сопротивления боковому уводу шин. Тогда дифференциальные уравнения для изменения углов увода КМ можно представить в общем виде:

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_1 = & \frac{V_a}{L} (\delta_n - \delta_1) - \frac{K_y}{LV_a} \left(\sum_{i=1}^n l_i \left[\frac{g}{G_a} + a \frac{a-l_i}{J_z} \right] \right) \delta_n - \\ & - \frac{K_y}{LV_a} \left(\sum_{i=1}^n (L-l_i) \left[\frac{g}{G_a} + a \frac{a-l_i}{J_z} \right] \right) \delta_1 + \\ & + \frac{g}{G_a V_a} P_y + \frac{a}{J_z V_a} M_z; \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_n = & \frac{V_a}{L}(\delta_n - \delta_1) - \frac{K_y}{LV_a} \left(\sum_{i=1}^n l_i \left[\frac{g}{G_a} - b \frac{a-l_i}{J_z} \right] \right) \delta_n - \\ & - \frac{K_y}{V_a} \left(\sum_{i=1}^n (L-l_i) \left[\frac{g}{G_a} - b \frac{a-l_i}{J_z} \right] \right) \delta_1 + \\ & + \frac{g}{G_a V_a} P_y - \frac{b}{J_z V_a} M_z. \end{aligned} \quad (15)$$

Уравнения (14) и (15) известными методами можно привести к линейному уравнению 2-го порядка с постоянными коэффициентами:

$$\ddot{\delta}_1 + m\dot{\delta}_1 + p\delta_1 = q_1; \quad (16)$$

$$\ddot{\delta}_n + m\dot{\delta}_n + p\delta_n = q_n. \quad (17)$$

Выражения для q_1, q_n можно записать в следующем виде:

- для криволинейного движения

$$q_1 = A\theta_{1cp} + B\dot{\theta}_{1cp} + EM_{DC} + M\dot{M}_{DC} + \ddot{\theta}_{1cp}, \quad (18)$$

$$q_n = C\theta_{1cp} + D\dot{\theta}_{1cp} - FM_{DC} + M\dot{M}_{DC} - V\ddot{\theta}_{1cp};$$

- для прямолинейного движения

$$q_1 = EbP_y + N\dot{P}_y, \quad (19)$$

$$q_n = FaP_y + N\dot{P}_y;$$

- для двухосных КМ с передними управляемыми колесами

$$m = \frac{K_y}{V_a} \left[\frac{g}{G_a} + \frac{1}{J_z} (a^2 + b^2) \right],$$

$$p = \frac{K_y}{J_z} (b-a) + \frac{K_y^2}{G_a J_z V_a^2} gL^2,$$

$$A = \frac{K_y b}{J_z}, \quad B = \frac{K_y}{V_a} \left(\frac{g}{G_a} + \frac{b^2}{J_z} \right), \quad C = \frac{K_y a}{J_z}, \quad (20)$$

$$D = \frac{K_y}{V_a} \left(\frac{g}{G_a} - \frac{ab}{J_z} \right), \quad E = F = \frac{K_y gL}{G_a J_z V_a^2},$$

$$M = \frac{a}{J_z V_a}, \quad N = \frac{g}{V_a G_a}, \quad V = \frac{x_p}{L};$$

- для многоосных КМ со всеми управляемыми колесами

$$m = \frac{K_y}{V_a} \left[\left(\frac{g}{G_a} + \frac{a^2}{J_z} \right) n - \frac{2a}{J_z} \sum_{i=1}^n l_i + \frac{1}{J_z} \sum_{i=1}^n l_i^2 \right],$$

$$p = \frac{gK_y^2}{G_a J_z V_a^2} \left[\sum_{i=1}^n l_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n l_i \right)^2 \right] - \frac{K_y}{J_z} \sum_{i=1}^n (a-l_i),$$

$$A = \frac{K_y}{J_z} \left[\frac{1}{L-x_p} \sum_{i=1}^n (a-l_i)(L-l_i-x_p) - \sum_{i=1}^n (a-l_i) \right] +$$

$$+ \frac{gK_y^2}{G_a J_z V_a^2} \left[\sum_{i=1}^n l_i^2 + \frac{1}{L-x_p} \sum_{i=1}^n l_i^2 (L-l_i-x_p) - \left(\sum_{i=1}^n l_i \right)^2 - \frac{1}{L-x_p} \sum_{i=1}^n l_i^2 (L-l_i-x_p) \right],$$

$$B = \frac{K_y}{V_a} \left[\left(\frac{g}{G_a} + \frac{b^2}{J_z} \right) n - \frac{2aK_y}{J_z} \sum_{i=1}^n l_i + \frac{1}{J_z} \sum_{i=1}^n l_i^2 \right] - K_y \frac{K_y}{L-x_p} \left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{g}{G_a} + a \frac{a-l_i}{J_z} \right) (L-l_i-x_p) \right],$$

$$C = \frac{K_y}{J_z} \frac{1}{L-x_p} \left\{ \sum_{i=1}^n (a-l_i)(L-l_i-x_p) + x_p \sum_{i=1}^n (a-l_i) \right\} + \frac{gK_y^2}{G_a J_z V_a^2} \frac{1}{L-x_p} \left[\sum_{i=1}^n (L-l_i) l_i \times \right. \\ \left. \times \sum_{i=1}^n (L-l_i-x_p) - \sum_{i=1}^n (L-l_i) \sum_{i=1}^n (L-l_i-x_p) \right],$$

$$D = \frac{K_y}{V_a} \frac{1}{L-x_p} \left\{ \left[\left(\frac{g}{G_a} + \frac{a^2}{J_z} \right) n - \frac{2a}{J_z} \sum_{i=1}^n l_i + \frac{1}{J_z} \sum_{i=1}^n l_i^2 \right] \times \right. \\ \left. \times \sum_{i=1}^n (L-l_i-x_p) + x_p \sum_{i=1}^n \left(\frac{g}{G_a} - b \frac{a-l_i}{J_z} \right) \right\},$$

$$E = F = \frac{K_y gL}{G_a J_z V_a^2}; \quad M = \frac{a}{J_z V_a}; \quad N = \frac{g}{V_a G_a}; \quad V = \frac{x_p}{L}. \quad (21)$$

Исследование устойчивости дифференциальных уравнений движения КМ, оснащенных СДС. При проектировании систем автоматического управления стремятся обеспечить их устойчивость с некоторой гарантией, чтобы изменение параметров системы в процессе ее работы не могли вывести систему из устойчивого состояния. Для реализации этого принципа необходимо, чтобы система обладала определенным запасом устойчивости. Запас устойчивости определяет удаленность параметров системы от границы устойчивости. Запас устойчивости по модулю может быть рассчитан по формуле [8]

$$\beta = 1/|W(j\omega)|, \quad (22)$$

где $|W(j\omega)|$ — модуль передаточной характеристики системы.

Управление (13) повышает устойчивость замкнутой системы по сравнению с разомкнутой системой, если выполняется условие

$$\beta_{зам} / \beta_{раз} > 1. \quad (23)$$

Для исследования влияния управления (13) на устойчивость движения КМ рассмотрим отдельно случаи прямолинейного и криволинейного движения.

Прямолинейное движение:

• разомкнутая система. Проведем процедуру преобразования уравнений (16) и (17) по Лапласу:

$$\delta_1(s)[s^2 + ms + p] = EbP_y(s) + NsP_y(s); \quad (24)$$

$$\delta_n(s)[s^2 + ms + p] = FaP_y(s) + NsP_y(s), \quad (25)$$

где s — оператор преобразования Лапласа.

Вычтя из уравнения (25) уравнение (24) и введя обозначение $\delta_A = \delta_n - \delta_1$, получим

$$\delta_A(s)[s^2 + ms + p] = (Fa - Eb)P_y(s). \quad (26)$$

Тогда передаточная функция разомкнутой (без управления) системы

$$W(j\omega) = \frac{\delta_a(j\omega)}{P_y(j\omega)} = \frac{(Fa - Eb)(p - \omega^2) - j\omega m(Fa - Eb)}{(p - \omega^2)^2 + \omega^2 m^2}; \quad (27)$$

• замкнутая система. Для замкнутой (с управлением вида (13)) системы уравнение, аналогичное уравнению (26), имеет вид

$$\delta_a(s)[s^2 + ms + p] = (Fa - Eb)P_y(s) + \{(F + E)C_1 + (F + E)sC_2\} \delta_a(s). \quad (28)$$

Передаточная функция замкнутой системы

$$W(j\omega) = \frac{\delta_a(j\omega)}{P_y(j\omega)} = \frac{(Fa - Eb)[(p - \omega^2) - (F + E)C_1] - j\omega(Fa - Eb)[m - (F + E)C_2]}{[(p - \omega^2) - (F + E)C_1]^2 + \omega^2[m - (F + E)C_2]^2}. \quad (29)$$

Условие (23) увеличения запаса устойчивости замкнутой системы по сравнению с разомкнутой эквивалентно выполнению следующих двух условий:

$$(p - \omega^2)^2 + \omega^2 m^2 > [(p - \omega^2) - (F + E)C_1]^2 + \omega^2 [m - (F + E)C_2]^2; \quad (30)$$

$$(Fa - Eb)^2 [(p - \omega^2)]^2 + \omega^2 m^2 (Fa - Eb)^2 > (Fa - Eb)^2 [(p - \omega^2) - (F + E)C_1]^2 + \omega^2 (Fa - Eb)^2 [m - (F + E)C_2]^2. \quad (31)$$

Очевидно, что неравенства (30) и (31) выполняются.

Криволинейное движение:

• разомкнутая система. Уравнение, аналогичное уравнению (26), имеет вид

$$\delta_a(s)[s^2 + ms + p] = (C - A)\theta_{1cp}(s) + (D - B)s\theta_{1cp}(s) - (V + 1)s^2\theta_{1cp}(s). \quad (32)$$

Передаточная функция разомкнутой системы

$$W(j\omega) = \frac{\delta_a(j\omega)}{\theta_{1cp}(j\omega)} = \frac{(C - A)(V + 1)(p - \omega^2) + \omega^2 m(D - B)}{(p - \omega^2)^2 + \omega^2 m^2} + j \frac{\omega(D - B)(p - \omega^2) - m\omega[(C - A) + \omega^2]}{(p - \omega^2)^2 + \omega^2 m^2}; \quad (33)$$

• замкнутая система. Для замкнутой (с управлением вида (13)) системы уравнение, аналогичное уравнению (26), имеет вид

$$\delta_a(s)[s^2 + ms + p] = [(C - A) + (D - B)s - (V + 1)s^2]\theta_{1cp}(s) + \{(F + E)C_1 + [(F + E)C_2]s\} \delta_a(s). \quad (34)$$

Передаточная функция замкнутой системы

$$W(j\omega) = \frac{\delta_a(j\omega)}{\theta_{1cp}(j\omega)} = \frac{[(C - A) + (V + 1)\omega^2][(p - \omega^2) - (F + E)C_1]}{[(p - \omega^2) - (F + E)C_1]^2 + \omega^2[m - (F + E)C_2]^2} + \frac{\omega^2(D - B)[m - (F + E)C_2]}{[(p - \omega^2) - (F + E)C_1]^2 + \omega^2[m - (F + E)C_2]^2} + \frac{\omega(D - B)[(p - \omega^2)(F + E)C_1]}{[(p - \omega^2) - (F + E)C_1]^2 + \omega^2[m - (F + E)C_2]^2} - \frac{\omega[(C - A) + \omega^2][m - (F + E)C_2]}{[(p - \omega^2) - (F + E)C_1]^2 + \omega^2[m - (F + E)C_2]^2}. \quad (35)$$

Условие (23) увеличения запаса устойчивости замкнутой системы по сравнению с разомкнутой в данном случае эквивалентно выполнению следующих двух условий:

$$(p - \omega^2)^2 + \omega^2 m^2 > [(p - \omega^2) - (F + E)C_1]^2 + \omega^2 [m - (F + E)C_2]^2; \quad (36)$$

$$\{[(C - A) + (V + 1)\omega^2](p - \omega^2) + \omega^2(D - B)m\}^2 + \{\omega^2(D - B)(p - \omega^2) - m[(C - A) + \omega^2]\}^2 > [(C - A) + (V + 1)\omega^2][(p - \omega^2) - (F + E)C_1] +$$

$$\begin{aligned}
& + \omega^2 (D - B) [m - (F + E)C_2] + \\
& + \omega^2 \{ (D - B) [(p - \omega^2)(F + E)C_1] - \\
& - [(C - A) + \omega^2] [m - (F + E)C_2] \}^2. \quad (37)
\end{aligned}$$

Очевидно, что неравенства (36) и (37) также выполняются. Следовательно, введение управления вида (13), обеспечивающего динамическую стабилизацию КМ при движении как прямолинейно, так и по криволинейной траектории, повышает запас устойчивости системы.

Рассмотрим требования к коэффициентам усиления C_1 и C_2 регулятора (13) с точки зрения обеспечения устойчивости системы. Характеристическое уравнение, одинаковое для уравнений (16) и (17), имеет вид

$$\lambda^2 + m\lambda + p = 0. \quad (38)$$

Любое решение однородной системы дифференциальных уравнений устойчиво тогда и только тогда, когда устойчиво тривиальное решение. Отсюда следует, что в линейной однородной системе с непрерывными коэффициентами из устойчивости хотя бы одного решения вытекает устойчивость всех остальных решений, и наоборот, если неустойчиво хотя бы одно решение, то все остальные решения также неустойчивы [9].

Однородная система дифференциальных уравнений, все решения которой устойчивы, называется устойчивой системой.

Необходимое условие устойчивости — положительность всех коэффициентов характеристического уравнения (38). В том случае, если один из коэффициентов отрицателен — линейную систему нельзя считать устойчивой. Для уравнений 1-го и 2-го порядка условие положительности коэффициентов характеристического уравнения является, кроме необходимого, еще и достаточным. Это можно охарактеризо-

вать тем, что уравнения 1-го и 2-го порядка просты для нахождения корней.

Подставим в уравнения (14) и (15) выражение для стабилизирующего момента (13). Тогда уравнения (14) и (15) приводятся к виду

$$\dot{\delta}(t) = A\delta(t) + bu(t).$$

Здесь $u(t)$ — управляющее воздействие.

На основании необходимого и достаточного условия устойчивости уравнения (38) с управлением (13) получим область определения коэффициентов C_1 и C_2 для двухосных КМ:

$$\begin{aligned}
0 < C_1 < \frac{K_y}{L} \left(\frac{2gJ_z}{G_a} + a^2 + b^2 \right); \\
0 < C_2.
\end{aligned} \quad (39)$$

Для многоосных КМ область определения коэффициентов C_1 и C_2 задается следующим образом:

$$\begin{aligned}
0 < C_1 < \frac{K_y}{L^2 J_z} \left(\sum_{i=1}^n l_i \left[\frac{g}{G_a} - b \frac{a - l_i}{J_z} \right] + \right. \\
& \left. + \sum_{i=1}^n (L - l_i) \left[\frac{g}{G_a} + a \frac{a - l_i}{J_z} \right] \right); \\
0 < C_2.
\end{aligned} \quad (40)$$

Выводы

1. Методами аналитического исследования устойчивости движения КМ установлено, что, введение управления вида «пропорционально-дифференциальный регулятор», обеспечивающую динамическую стабилизацию КМ при движении как прямолинейно, так и по криволинейной траектории, повышает запас устойчивости движения.

2. Получены области определения коэффициентов усиления пропорционально-дифференциальных регуляторов СДС, обеспечивающих устойчивость замкнутой системы.

Литература

- [1] Гинцбург Л.Л. *Устойчивость и управляемость автомобиля. Виртуальный анализ*. Москва, ГНЦ РФ ФГУП «НАМИ», 2013. 272 с.
- [2] Karogal I., Ayalew B. Independent Torque Distribution Strategies for Vehicle Stability Control. *SAE Technical Papers*, 2009, doi: 10.4271/2009-01-0456.
- [3] Osborn R., Shim T., Independent Control of All-Wheel-Drive Torque Distribution. *SAE Technical Paper*, 2004-01-2052, 2004, doi: 10.4271/2004-01-2052.
- [4] Mammari S., Baghdassarian V.B. Two-degree-of-freedom formulation of vehicle handling improvement by active steering. *Proceedings of the American Control Conference*, 2000, vol. 1, pp. 105–109.
- [5] Рязанцев В.И. *Активное управление сходимостью колес автомобиля*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. 212 с.

- [6] Rodrigues A.O. *Evaluation of an active steering system*. Master's degree project. Sweden, 2004. URL: [http:// people.kth.se/~kallej/grad_students/rodriguez_orozco_thesis04.pdf](http://people.kth.se/~kallej/grad_students/rodriguez_orozco_thesis04.pdf) (дата обращения 1 сентября 2014).
- [7] Mokhiamar O., Abe M. Active wheel steering and yaw moment control combination to maximize stability as well as vehicle responsiveness during quick lane change for active vehicle handling safety. *Journal of Automobile Engineering*, 2002, vol. 216(2), pp. 115–124.
- [8] Пупков К.А., Егупов Н.Д., ред. *Матричные методы расчета и проектирования сложных систем автоматического управления для инженеров*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. 644 с.
- [9] Алфутов Н.А., Колесников К.С. *Устойчивость движения и равновесия*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. 256 с.

References

- [1] Gintsburg L.L. *Ustoichivost' i upravliaemost' avtomobilia. Virtual'nyi analiz* [Stability and handling. Virtual analysis]. Moscow, GNTS RF FGUP «NAMI», 2013. 272 p.
- [2] Karogal I., Ayalew B. Independent Torque Distribution Strategies for Vehicle Stability Control. *SAE Technical Papers*, 2009, doi: 10.4271/2009-01-0456.
- [3] Osborn R., Shim T., Independent Control of All-Wheel-Drive Torque Distribution. *SAE Technical Paper*, 2004-01-2052, 2004, doi: 10.4271/2004-01-2052.
- [4] Mammam S., Baghdassarian V.B. Two-degree-of-freedom formulation of vehicle handling improvement by active steering. *Proceedings of the American Control Conference*, 2000, vol. 1, pp.105–109.
- [5] Riazantsev V.I. *Aktivnoe upravlenie skhozhdeniem koles avtomobilia* [Active control of the vehicle wheel alignment]. Moscow, Bauman Press, 2007. 212 p.
- [6] Rodrigues A.O. *Evaluation of an active steering system*. Master's degree project. Sweden, 2004. Available at: http://people.kth.se/~kallej/grad_students/rodriguez_orozco_thesis04.pdf (accessed 1 September 2014).
- [7] Mokhiamar O., Abe M. Active wheel steering and yaw moment control combination to maximize stability as well as vehicle responsiveness during quick lane change for active vehicle handling safety. *Journal of Automobile Engineering*, 2002, vol. 216(2), pp. 115–124.
- [8] *Matrichnye metody rascheta i proektirovaniia slozhnykh sistem avtomaticheskogo upravleniia dlia inzhenerov* [Matrix methods of calculation and design of complex automatic control systems for engineers]. Ed. Pupkov K.A., Egupov N.D. Moscow, Bauman Press, 2006. 644 p.
- [9] Alfutov N.A., Kolesnikov K.S. *Ustoichivost' dvizheniia i ravnovesiia* [Stability of motion and balance]. Moscow, Bauman Press, 2003. 256 p.

Статья поступила в редакцию 30.09.2014

Информация об авторах

ЖИЛЕЙКИН Михаил Михайлович (Москва) — доктор технических наук, профессор кафедры «Колесные машины». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: jileykin_m@mail.ru).

ШИНКАРЕНКО Владимир Александрович (Набережные Челны) — инженер ОАО «КАМАЗ» (423827, Набережные Челны, Республика Татарстан, Российская Федерация, Автозаводский пр-т, д. 2, e-mail: vl_shinkarenko@mail.ru).

Information about the authors

ZHILEYKIN Mikhail Mikhaylovich (Moscow) — Dr. Sc. (Eng.), Professor of «Wheeled Vehicles» Department. Bauman Moscow State Technical University (BMSTU, building 1, 2-nd Baumanskaya str., 5, 105005, Moscow, Russian Federation, e-mail: jileykin_m@mail.ru).

SHINKARENKO Vladimir Aleksandrovich (Naberezhnye Chelny) — Engineer of JSC «KAMAZ» (Avtozavodskiy prosp., 2, 423827, Naberezhnye Chelny, Republic of Tatarstan, Russian Federation, e-mail: vl_shinkarenko@mail.ru).