

УДК 621.83

Совместный метод кинематического и силового анализа сложных механических систем

Г.А. Тимофеев¹, Е.Г. Мор², Н.Н. Барбашов¹

¹ МГТУ им. Н.Э. Баумана, 105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1

² Тель-Авивский университет, 69978, Тель-Авив, Израиль, P.O. Box 39040

A combined method for the kinematic and force analysis of complex mechanical systems

G.A. Timofeev¹, E.G. Mor², N.N. Barbashov¹

¹ Bauman Moscow State Technical University, Building 1, 2-nd Baumanskaya str., 5, 105005, Moscow, Russian Federation

² Tel Aviv University, P.O. Box 39040, 69978, Tel Aviv, Israel



e-mail: timga@bmstu.ru, mor1589@inter.net.il



В настоящее время наиболее полно разработаны методы кинематического и силового анализа простых рычажных механизмов с группами Ассура II класса. Однако существует множество более сложных механизмов, представляющих интерес для использования. Поэтому разработка методов кинематического и силового анализа механизмов с группами высоких классов является важной задачей. Предложен универсальный метод графического исследования механических систем — механизмов и статически определимых ферм, включающих группы Ассура высоких классов. Исследуемому механизму ставится в соответствие ферма, образованная путем условной замены одного поводка (выходного звена, связанного со стойкой) опорным шарниром. Определяется реакция воображаемой опоры от единичного момента, приложенного к входному звену заданного механизма. По значению момента этой реакции относительно реальной опоры поводка судят об отношении угловых скоростей входного и выходного звеньев. По этим скоростям определяются кинематические передаточные функции реального механизма. Если определение реакций в ферме затруднительно, то ей ставится в соответствие воображаемый механизм, образованный путем удаления еще одного звена и значения реакций определяют кинематикой этого более простого механизма. Если и этот механизм окажется сложным, следует перейти к новой, еще более простой ферме и т.д., вплоть до легко исследуемой структуры, составленной из одних диад. Таким образом, алгоритм кинематического исследования представляет собой линейную цепочку переходов механизм — ферма — механизм — ... — механизм — ферма с возвратом к исходному механизму по тому же пути. Аналогично алгоритм силового исследования статически определимой фермы представляет собой ту же рекурсию, где на первом месте стоит ферма, а на последнем — механизм. Предложенный алгоритм кинематического и силового исследований позволяет разработчикам исследовать механизмы и механические системы с группами Ассура высоких классов для подъемно-транспортных машин, сооружений и устройств.

Ключевые слова: силовой расчет, сложный механизм, механическая система, ферма, звено, группы Ассура высоких классов.



Methods for the kinematic and stress analysis of simple linkages with second-class Assur groups are currently most fully developed. However, there are many other, more complex mechanisms of practical interest. Therefore, the development of methods for the kinematic and force analysis of mechanisms with Assur groups of high classes is an important task.

A universal method for the graphical analysis of mechanical systems (mechanisms) and statically determinate trusses including Assur groups of high classes is proposed. The mechanism under study is represented by a truss in which the output link connected to the fixed member is conventionally replaced with a hinged support. The reaction of the imaginary support to a unit moment applied to the input link of the mechanism under consideration is determined. The value of the reaction moment about the original link support defines relative angular velocities of the input and output links. The kinematic transfer functions of the real mechanism are determined from these velocities. If the reactions in the truss are difficult to determine, the truss is idealized by a mechanism in which one more link is removed and the reactions are determined by the kinematics of this simplified mechanism. If the resultant mechanism is also too complex to analyze, a new simpler truss should be considered. This process is continued until the simplified structure is represented only by dyads. Thus, the algorithm for the kinematic analysis is a linear chain of transformations from a mechanism to a truss and from a truss to a mechanism with a final return to the original mechanism along the same path. Similarly, the algorithm for the force analysis of a statically determinate truss implies the same recursion starting with a truss and ending with a mechanism. The proposed algorithm for the kinematic and force analysis allows developers to study mechanisms and mechanical systems with Assur groups of high classes used in carrying and lifting machines, structures, and equipment.

Keywords: force analysis, complex mechanism, mechanical system, truss, link, Assur groups of high classes.

Механические системы предназначены не только для выполнения программных движений, но и для передачи сил, необходимых для осуществления рабочего процесса. При проектировании механизмов машин геометрические и кинематические исследования дополняются силовыми расчетами.

Для механизмов, в состав которых входят структурные группы Ассура II класса всех пяти видов, задача решается достаточно просто и подробно описана в литературе [1–11]. Для механизмов, в состав которых входят структурные группы Асура высоких классов [2, 12–14], эту задачу можно решить другими методами.

Традиционный метод Максвелла — Кремены [1, 3] используемый при анализе статически определимых стержневых систем, ограничен фермами, составленными только из диад — нулевых структурных групп II класса по классификации И.И. Артоболевского [2, 14].

Если в состав фермы входит нулевая группа класса выше диады, при построении силовой диаграммы используют специальные приемы и методы (кинематический метод [2, 7, 11, 14], метод условной замены стержней [9, 14], метод особых точек Максвелла [2, 7, 8] и др.), если это вообще возможно.

Ниже приведен алгоритм по определению реакций и внутренних усилий в статически определимых фермах произвольной сложности. Показано, что силовые характеристики неподвижных стержневых систем оказываются полезными не только при анализе реальных стро-

ительных сооружений, но и при изучении сложных механизмов.

Цель работы — определение кинематических характеристик механизма с группами Асура высоких классов; силовой расчет этих механизмов.

Рассмотрим пример, поясняющий порядок исследования. Пусть стоит задача определить опорные реакции в группе Ассура IV класса (рис. 1, а), нагруженной внешней силой F_D . При этом два искомых вектора R_A и R_B не могут быть найдены непосредственным построением диаграммы Максвелла.

Решение состоит в удалении одного стержня, предпочтительно связанного со стойкой, и определение внутренних усилий в нем путем силового анализа оставшегося механизма. Удалим, например, стержень АС и заменим его воздействие двумя равными по модулю и противоположно направленными продольными усилиями F_C и $-F_C$ (рис. 1, б). Эти силы уравновешивают воображаемый механизм от внешней нагрузки F_D , приложенной к шарниру D.

Поскольку механизм составлен из монады 0–1 и двух диад 2–3 и 4–5, построение плана скоростей не вызывает затруднений.

Из равновесия рычага Жуковского (рис. 1, в) находим продольное усилие в удаленном стержне АС:

$$F_C = F_D \frac{h_D}{h_C}. \quad (1)$$

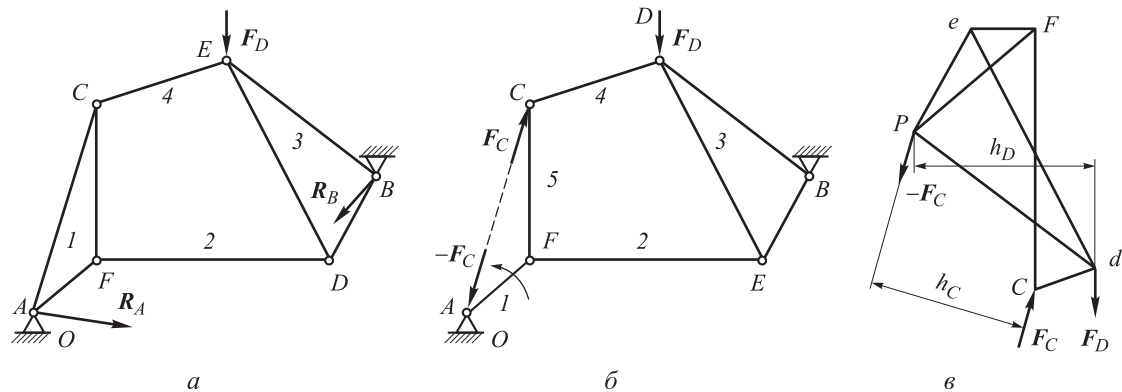


Рис. 1. Механизм с группой Ассура IV класса:

a — исходный механизм; *б* — соответствующая схема; *в* — восстановленный механизм в состоянии равновесия; 1–5 — звенья

Тогда, используя известные векторы F_C и $-F_C$, можно построить диаграмму Максвелла для восстановленной фермы.

Обобщим изложенное решение в форме алгоритма силового анализа.

Пусть задана n -стержневая ферма, включающая группу Ассура класса выше диады. Требуется найти ее силовые характеристики — передаточные функции от задаваемых внешних сил. Порядок решения следующий:

1) отсоединяется одно звено от какого-либо двукратного шарнира C и к его концам прикладываются два равных и противоположно направленных вектора сил F_C и $-F_C$, подлежащих определению. В итоге исследуемой ферме ставится в соответствие механизм с числом звеньев $n - 1$;

2) строится рычаг Жуковского, на котором по заданным внешним силам определяется модуль силы F_C ;

3) восстанавливается исходная ферма;

4) поскольку в двукратном шарнире C одна сила F_C известна, возможно построение диаграммы Максвелла, начиная с этого шарнира.

Проведем кинематический анализ сложных механизмов. Далее под сложным механизмом будем понимать для краткости механизм, включающий хотя бы одну группу Ассура класса IV или выше. Для примера на рис. 2, *a* показан сложный механизм, составленный из монады 0–1 (входное звено OA) и группы Ассура V класса (5-звенный контур $ABCDE$), в которой один поводок заменен диагональным стержнем AC .

Кинематические зависимости такого механизма нельзя установить известными методами особых точек Ассура [2, 5], ложных положений [5] и др.

Рассмотрим предлагаемый алгоритм на примере механизма с числом звеньев $n = 11$.

Приложим к исполнительному звену 10 длиной l_{10} (рис. 2, *a*) нагрузку в виде, например, силы сопротивления $F_{10} = 1$, перпендикулярной линии звена, и определим уравнивающий момент M_1 , приложенный к первичному звену 1. Затем рассчитаем угловую скорость звена 10 по формуле

$$\omega_{10} = \omega_1 \frac{M_1}{M_{10}}.$$

Значение ω_{10} служит вспомогательным и одновременно проверочным средством в построении плана скоростей.

Порядок действий по определению движущего момента:

1) отбросим (а более точно — заморозим) первичное звено OA и на место его подвижного шарнира A поместим неподвижный шарнир (рис. 2, *б*). В итоге исследуемому механизму ставится в соответствие ферма с числом звеньев $n_1 = 11 - 1 = 10$. Реакция R_A в опоре A , вызванная внешней нагрузкой $F_{10} = 1$, соответствует движущей силе $F_A = -R_A$, которая и определяет искомый вращающий момент M_1 . Однако вектор R_A не может быть найден традиционным путем;

2) переходим от фермы к более простому механизму с числом звеньев $n_2 = 10 - 1 = 9$ путем удаления одного ее стержня.

Пусть условно удален стержень 11 ($O_{11}H$), а его влияние заменено двумя равными по модулю и противоположно направленными продольными усилиями F_{11} и $-F_{11}$ (рис. 3, *a*). Эти силы уравнивают воображаемый механизм от внешней нагрузки $F_{10} = 1$.

Новый, более простой механизм составлен из монады 0–8 (AG), диады 7–6 и тетрады (группы Ассура IV класса), решаемой, например, методом ложных положений;

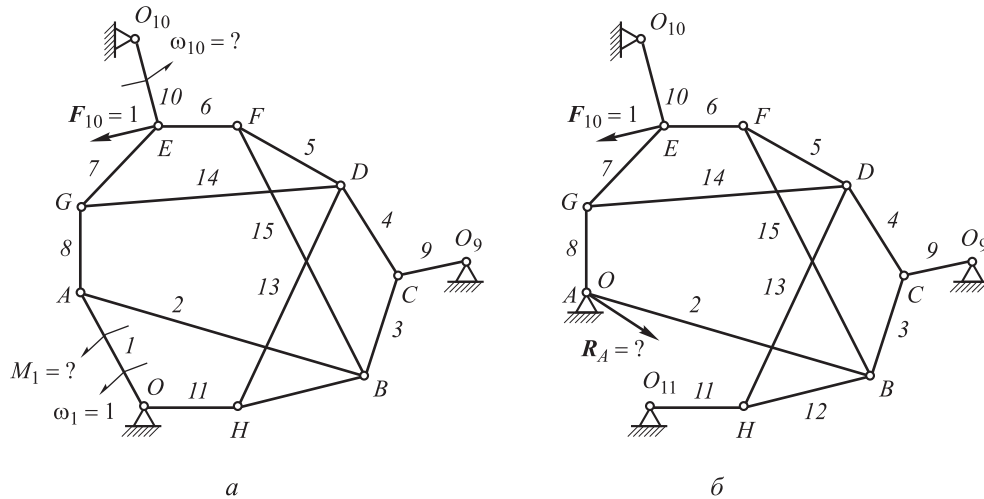


Рис. 2. Механизм V класса (а) и соответствующая ему ферма после «заморозки» звена 1 (б):
1-11 — звенья

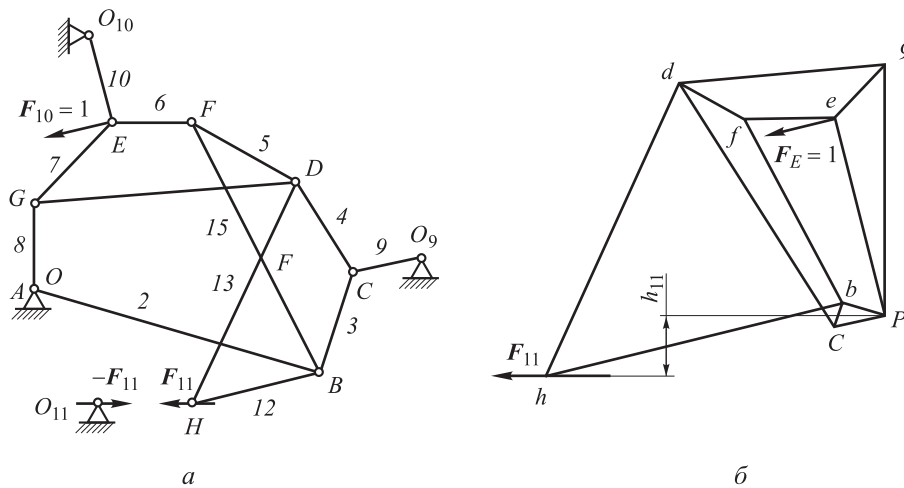


Рис. 3. Эквивалентный механизм низшего уровня:

а — кинематическая схема; б — рычаг Жуковского для нахождения внутреннего усилия в звене 11; 1-11 — звенья

3) построим повернутый на 90° план скоростей и перенесем векторы F_E и F_{11} в соответствующие точки e и h (рис. 3, б). Из равновесия рычага Жуковского определим внутреннее усилие в удаленном стержне 11:

$$F_{11} = F_E \frac{pe}{h_{11}}; \quad (2)$$

4) найденная реакция $R_{11} = F_{11}$ опоры O_{11} существенно облегчает силовой анализ фермы. Однако для определения лишь реакции R_A можно упростить анализ, сведя его к равновесию фермы в целом. Для этого удобно повторить п. 2, 3 при условно удаленном стержне 9 (O_9C). В результате определим реакцию $R_9 = F_9$ опоры O_9 ;

5) возвращаемся к ферме, используя значения найденных сил R_{11} и R_9 (рис. 4, а).

Исходя из суммы моментов внешних сил относительно опоры А:

$$M_A(F_E) + M_A(R_9) + M_A(R_{10}) + M_A(R_{11}) = 0, \quad (3)$$

определим реакцию R_{10} в третьей стержневой опоре O_{10} .

Из общей геометрической суммы внешних сил найдем искомый вектор R_A :

$$F_E + R_9 + R_{10} + R_{11} + R_A = 0; \quad (4)$$

6) возвращаемся к исходному механизму (рис. 4, б).

Найденная выше активная сила $F_A = -R_A$ создает на первичном звене OA уравновешивающий момент

$$M_1 = F_A h_1, \quad (5)$$

где h_1 — плечо вектора F_A относительно опоры O .

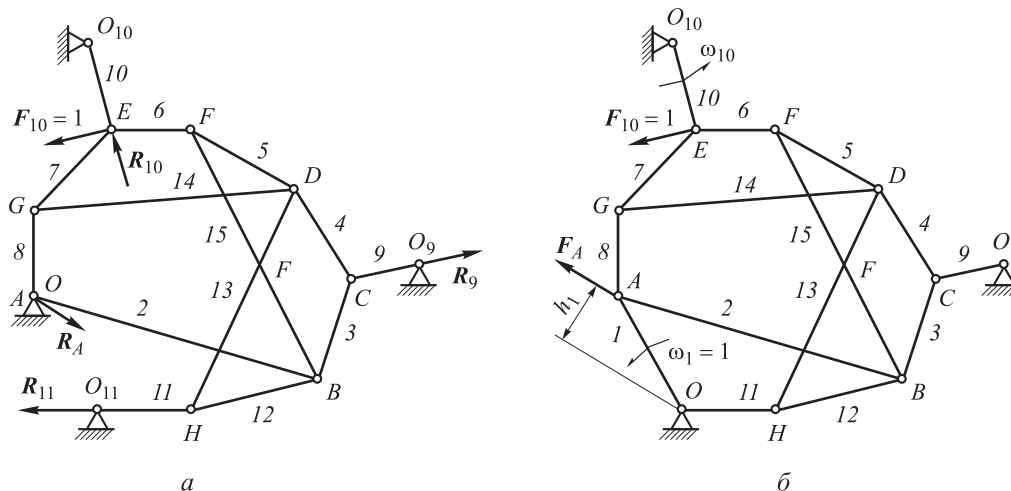


Рис. 4. Силовая схема восстановленной фермы для определения реакций R_A и R_B (а) и восстановленный (исходный) механизм с известными внешними нагрузками (б)

В соответствие с законом сохранения мгновенной мощности

$$M_{10}\omega_{10} = \omega_1 M_1. \quad (6)$$

Окончательно находим передаточное отношение от звена 1 к звену 10:

$$i_{1-10} = \frac{\omega_1}{\omega_{10}} = \lambda_F \frac{l_{10}}{h_1}. \quad (7)$$

Здесь $\lambda_F = F_{10}/F_A$ — силовое передаточное отношение изучаемой системы.

Выводы

1. Представлен рекурсивный алгоритм для графического анализа сложных механических

систем — механизмов и статически определимых ферм. На каждом шаге число звеньев исследуемой структуры понижается на единицу вплоть до получения системы, составленной из диад. Глубина рекурсии равна числу двойных шагов.

2. Для механизма цикл кинематического анализа представляет собой линейную цепочку переходов механизм — ферма — механизм — ... — механизм — ферма с возвратом к исходному механизму по тому же пути.

3. Для статически определимой фермы цикл силового исследования представляет собой линейную цепочку переходов ферма — механизм — ... — механизм с возвратом к исходной ферме по тому же пути.

Литература

- [1] Дронг В.И., Дубинин В.В., Ильин М.М. *Курс теоретической механики*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. 758 с.
- [2] Коловский М.З., Евграфов А.Н., Семенов Ю.А., Слоущ А.В. *Теория механизмов и машин*. Москва, Изд. центр «Академия», 2006. 560 с.
- [3] Леонтьев Н.Н., Соболев Д.Н., Амосов А.А. *Основы строительной механики стержневых систем*. Москва, Изд-во Ассоциации строительных вузов, 1996. 541 с.
- [4] Пейсах Э.Е. Сборки рычажных механизмов. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2005, № 4, с. 17–24.
- [5] Левитский Н.И. *Теория механизмов и машин*. Москва, Наука, 1990. 576 с.
- [6] Смелягин А.И. *Структура механизмов и машин*. Новосибирск, Изд-во НГТУ, 2003. 305 с.
- [7] Джолдасбеков У.А. *Графоаналитические методы анализа и синтеза механизмов высоких классов*. Алма-Ата, Наука, 1983. 256 с.
- [8] Фролов К.В., ред. *Конструирование машин*. В 2 т. Т. 1. Москва, Машиностроение, 1994. 528 с.
- [9] Дворников Л.Т., Живаго Э.Я. *Основы теории кинематических пар*. Новокузнецк, изд-во СибГИУ, 1999. 105 с.

- [10] Пожбелко В.И. Универсальные формулы структурного анализа и синтеза механизмов произвольной структуры с позиций «черного ящика». *Проблемы механики современных машин. Матер. второй междунар. конф.* Улан-Удэ, Изд-во ВСГТУ, 2003, т. 1, с. 31–34.
- [11] Пейсах Э.Е. Методика автоматизированного структурного синтеза плоских шарнирных механизмов. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2009, № 1, с. 73–82.
- [12] Джолдасбеков У.А., Джолдасбеков С.У., Темирбеков Е.С., Савельев Е.И. Теоретический и экспериментальный силовой анализ шарнирно-рычажного подъемника. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2004, № 6, с. 91–94.
- [13] Стариков С.П., Дворников Л.Т. Новые решения в задачах кинематического исследования плоских групп Ассура высоких классов. *Междунар. конф. по теории механизмов и механике машин. 2006. Сб. докл.* Краснодар, КубГТУ, 2006, с. 63–64.
- [14] Тимофеев Г.А., ред. *Теория механизмов и механика машин*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. 655 с.

References

- [1] Drong V.I., Dubinin V.V., Il'in M.M. *Kurs teoreticheskoi mekhaniki* [Course of Theoretical Mechanics]. Moscow, Bauman Press, 2011. 758 p.
- [2] Kolovskii M.Z., Evgrafov A.N., Semenov Iu.A., Sloushch A.V. *Teoriia mekhanizmov i mashin* [Theory of Mechanisms and Machines]. Moscow, Izdatel'skii tsentr «Akademiia» publ., 2006. 560 p.
- [3] Leont'ev N.N., Sobolev D.N., Amosov A.A. *Osnovy stroitel'noi mekhaniki sterzhnevnykh system* [Basics of structural mechanics of rod systems]. Moscow, Assotsiatsii stroitel'nykh vuzov publ., 1996. 541 p.
- [4] Peisakh E.E. Sborki rykhazhnykh mekhanizmov [Linkage assembly]. *Problemy mashinostroeniia i nadezhnosti mashin* [Journal of Machinery Manufacture and Reliability]. 2005, no. 4, pp. 17–24.
- [5] Levitskii N.I. *Teoriia mekhanizmov i mashin* [Theory of Mechanisms and Machines]. Moscow, Nauka publ., 1990. 592 p.
- [6] Smeliagin A.I. *Struktura mekhanizmov i mashin* [The structure of mechanisms and machines]. Novosibirsk, NNSTU publ., 2003. 305 p.
- [7] Dzholdasbekov U.A. *Grafoanaliticheskie metody analiza i sinteza mekhanizmov vysokikh klassov* [Graphic analytical methods of analysis and synthesis of mechanisms of high classes]. Alma-Ata, Nauka, 1983. 256 p.
- [8] *Konstruirovaniie mashin* [Construction machinery]. Vol. 1. Ed. Frolov K.V. Moscow, Mashinostroenie, 1994. 528 p.
- [9] Dvornikov L.T., Zhivago E.Ia. *Osnovy teorii kinematicheskikh par* [Fundamentals of the theory of kinematic pairs]. Novokuznetsk, SIBSIU publ., 1999. 105 p.
- [10] Pozhbelko V.I. Universal'nye formuly strukturnogo analiza i sinteza mekhanizmov proizvol'noi struktury s pozitsii «chernogo iashchika» [Universal formula of structural analysis and synthesis of mechanisms of any structure from the perspective of «black box»]. *Problemy mekhaniki sovremennykh mashin. Materialy vtoroi mezhhdunarodnoi konferentsii* [Problems in Mechanics of modern machines. Proceedings of the Second International Conference]. Ulan-Ude, ESSUTM publ., 2003, vol. 1, pp. 31–34.
- [11] Peisakh E.E. Metodika avtomatizirovannogo strukturnogo sinteza ploskikh sharnirnykh mekhanizmov [Automated technique of structural synthesis of planar hinged mechanisms]. *Problemy mashinostroeniia i nadezhnosti mashin* [Journal of Machinery Manufacture and Reliability]. 2009, no. 1, pp. 73–82.
- [12] Dzholdasbekov U.A., Dzholdasbekov S.U., Temirbekov E.S., Savel'ev E.I. Teoreticheskii i eksperimental'nyi silovoi analiz sharnirno-rykhazhnogo pod"emnika [Theoretical and experimental power analysis toggle the lift]. *Problemy mashinostroeniia i nadezhnosti mashin* [Journal of Machinery Manufacture and Reliability]. 2004, no. 6, pp. 91–94.
- [13] Starikov S.P., Dvornikov L.T. Novye resheniia v zadachakh kinematicheskogo issledovaniia ploskikh grupp Assura vysokikh klassov [New solutions in problems of plane kinematic study groups Assur high classes]. *Mezhhdunarodnaia konferentsiia po teorii mekhanizmov i*

mekhanike mashin. 2006. Sbornik dokladov [International Conference on Theory of mechanisms and mechanics of machines. 2006. Collection of reports]. Krasnodar, KubGTU publ., 2006, pp. 63–64.

- [14] *Teoriia mekhanizmov i mekhanika mashin* [Theory of mechanisms and mechanics of machines]. Ed. Timofeev G.A. Moscow, Bauman Press, 2012. 655 p.

Статья поступила в редакцию 23.01.2015

Информация об авторах

ТИМОФЕЕВ Геннадий Алексеевич (Москва) — доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой «Теория механизмов и машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: timga@bmstu.ru).

МОР Ефим Григорьевич (Тель-Авив) — доктор технических наук Тель-Авивского университета (69978, Тель-Авив, Израиль, P.O. Box 39040, e-mail: mor1589@inter.net.il).

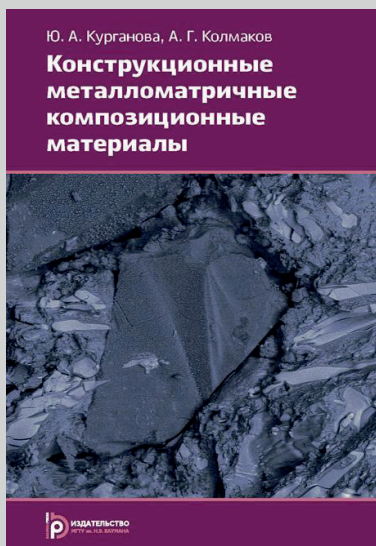
БАРБАШОВ Николай Николаевич (Москва) — доцент кафедры «Теория механизмов и машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Information about the authors

TIMOFEEV Gennadiy Alekseevich (Moscow) — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of «Theory of Mechanisms and Machines» Department. Bauman Moscow State Technical University (BMSTU, Building 1, 2-nd Baumanskaya str., 5, 105005, Moscow, Russian Federation, e-mail: timga@bmstu.ru).

MOR Efim Grigor'evich (Tel Aviv) — Dr. Sc. (Eng.), Professor of Tel Aviv University (TAU, P.O. Box 39040, 69978, Tel Aviv, Israel, e-mail: mor1589@inter.net.il).

BARBASHOV Nikolay Nikolaevich (Moscow) — Associate Professor of «Theory of Mechanisms and Machines» Department. Bauman Moscow State Technical University (BMSTU, Building 1, 2-nd Baumanskaya str., 5, 105005, Moscow, Russian Federation).



В Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана
вышло в свет учебное пособие
Ю.А. Кургановой, А.Г. Колмакова

«Конструкционные металломатричные композиционные материалы»

Изложены основные понятия, относящиеся к науке о композиционных материалах. Рассмотрены классификация, основные способы получения, особенности соединения компонентов металломатричных композиционных материалов, методы исследования их структуры, механические, технологические и эксплуатационные свойства. Теоретически и экспериментально обоснована целесообразность использования дисперсно-упрочненных и волокнистых композиционных материалов на основе металлических сплавов в области авиа-, ракетно- и автомобилестроения.

По вопросам приобретения обращайтесь:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.
Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;
press@bmstu.ru; www.baumanpress.ru