

УДК 621.833.7

Исследование причин появления ошибки мертвого хода в волновых зубчатых передачах

Г.А. Тимофеев, Ю.В. Костиков, Н.Н. Барбашов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, 105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1

Research into the reasons behind backlash errors in harmonic drives

G.A. Timofeev, Y.V. Kostikov, N.N. Barbashov

BMSTU, 105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1

@ e-mail: timga@bmstu.ru

i В течение последних 10-летий резко повысились требования к надежности, долговечности, точности и жесткости приводов машин и станков, промышленных роботов и систем автоматического управления. Появилось перспективное направление, связанное с созданием прецизионных машин и станков с мехатронными узлами, систем управления, в основе которых положены высокоточные механические передачи. Для решения указанной проблемы наиболее перспективными, удовлетворяющими многим перечисленным требованиям, являются волновые зубчатые передачи (ВЗП) с генераторами волн внутреннего и внешнего деформирования. Исследованы причины появления ошибки мертвого хода в ВЗП: боковые зазоры в зацеплении зубьев, упругие деформации входного и выходного валов и элементов генераторов волн. Приведены аналитические зависимости для расчета упругих деформаций входного и выходного валов, элементов генераторов волн, боковых зазоров в зацеплении зубьев. С помощью этих зависимостей можно сформировать беззазорное волновое зацепление с минимальной кинематической погрешностью и высокой крутильной жесткостью. Результаты исследования, проверенные экспериментально, расширяют знания о ВЗП и будут полезны разработчикам новой техники при проектировании высокоточных приводов.

Ключевые слова: волновые зубчатые передачи, генераторы волн внутреннего и внешнего деформирования, крутильная жесткость, кинематическая погрешность, зазоры в зацеплении.

i The requirements of reliability, durability, accuracy, and rigidity of gears used in machine-tools, industrial robots and automatic control systems have increased dramatically in the last few decades. A whole new area of research has emerged associated with the development of precision machines and machine-tools with mechatronic units, control systems that use high accuracy mechanical transmissions. Harmonic drives with wave generators of internal and external deformation are considered to be most suitable to satisfy these requirements. The main requirements placed upon harmonic drives are those of kinematic accuracy and torsional rigidity. Deformations of the flex spline and wave generator components, and manufacturing errors in the gears are the main reasons that can cause kinematic errors and reduce torsional rigidity. To improve kinematic accuracy, increase torsional rigidity and achieve continuous torsional rigidity (absence of pitch play) it is proposed that flexible deformations of the gear components and backlashes of the engaged teeth should be mini-

mized at the design stage. Backlash elimination in the gearing under loading should also be taken into account. It will result in a backlash-free wave gearing with minimal kinematic errors and high torsional rigidity. The suggested method has undergone experimental testing.

Keywords: harmonic drive, wave generators of internal and external deformation, torsional rigidity, kinematic error, backlash.

Мертвым ходом кинематической цепи, связывающей два некоторых звена, называют перемещение одного из них, совершаемое за период покоя другого в процессе реверсирования этих звеньев [1–4]. Ошибка мертвого хода (ОМХ) зубчатой передачи — мертвый ход, приведенный к выходному валу. В ОМХ передачи под нагрузкой входят соответствующие составляющие зазоров в кинематических парах и упругие деформации элементов кинематической цепи. Функциональная зависимость ОМХ $\Delta\varphi$ от передаваемой нагрузки M_n представляет собой характеристику крутильной жесткости передачи.

Многочисленными экспериментальными исследованиями [2, 4–10] установлено, что характеристики крутильной жесткости волновых зубчатых передач (ВЗП) имеют вид гистерезисной петли переменной ширины, т. е. волновые передачи являются упруго-нелинейными системами. Увеличение жесткости ВЗП объясняется ростом числа зубьев одновременно находящихся в зацеплении при повышении передаваемого крутящего момента. На нелинейность характеристики крутильной жесткости оказывает влияние нелинейная зависимость упругих деформаций элементов передачи входного и выходного валов, гибкого и жесткого колес, деталей узла генератора волн. В зависимости от передаваемой нагрузки приращение ОМХ определяется упругими перемещениями различных элементов ВЗП.

Рассмотрим процесс появления ОМХ вследствие выборки боковых зазоров в волновом зацеплении под нагрузкой. Для анализа характера распределения боковых зазоров воспользуемся геометрической моделью волнового зубчатого зацепления [4, 11], характеризующей волновое зубчатое зацепление в ненагруженном состоянии.

С приложением нагрузки изменяется форма срединной линии гибкого колеса и происходит выборка боковых зазоров в волновом зацеплении, которая является одной из причин появления ОМХ. Характер изменения формы гибкого колеса под нагрузкой в соответствии с допущениями, принятыми при расчете геометрической модели волнового зацеп-

ления, определяется законом распределения боковых зазоров между эвольвентами рабочих профилей зубьев гибкого и жесткого колес. Таким образом, если на k -м этапе нагружения находилось k зубьев и была приложена дополнительная нагрузка, под действием которой выбрался боковой зазор в следующей ($k + 1$) паре зубьев, то приращение ОМХ ВЗП будет равно выбранному боковому зазору j_{k+1} , пересчитанному в угол поворота выходного вала:

$$\Delta\varphi_1^{k+1} = \frac{j_{k+1}}{r_{k+1}}, \quad (1)$$

где j_{k+1} — боковой зазор между зубьями гибкого и жесткого колеса на окружности радиуса r_{k+1} ; r_{k+1} — расстояние от оси вращения до точки контакта ($k + 1$) пары зубьев.

В формуле (1) значения боковых зазоров в волновом зацеплении определяются при рассмотрении «плоской» модели, когда в процессе нагружения не происходит искажения образующей цилиндрической части гибкого колеса [4]. Если нагрузка вызывает скручивание оболочки гибкого колеса, необходимо использовать «пространственную» модель зацепления. При этом боковой зазор определяется в нескольких торцевых сечениях зубчатого венца [6].

Другой причиной возникновения ОМХ являются упругие деформации элементов волновой передачи, которые можно разделить на нелинейные радиальные деформации элементов кинематической цепи «генератор волн — гибкое колесо — жесткое колесо» и упругие деформации скручивания элементов кинематической цепи «входной вал — гибкое колесо — выходной вал».

Радиальные составляющие упругих деформаций элементов передачи от сил, действующих в зоне зацепления, обуславливают перемещения контактирующих профилей зубьев (рис. 1). Упругие деформации опорных подшипников могут быть определены по рекомендациям, приведенным в [5, 6, 12]. Деформации других деталей рассчитывают по известным зависимостям строительной механики и сопротивления материалов [3, 5, 6]. Радиальное перемещение Δ_r профилей зубьев равно сумме

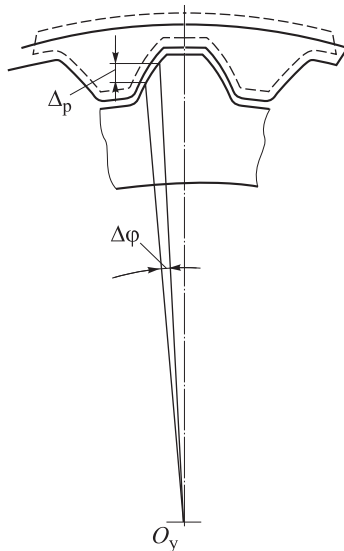


Рис. 1. Перемещение контактирующих зубьев колес ВЗП под нагрузкой

упругих радиальных деформаций элементов кинематической цепи «генератор волн — гибкое колесо — жесткое колесо»:

$$\Delta_p = \sum_{i=1}^n \delta_i, \quad (2)$$

где n — число элементов кинематической цепи «генератор волн — гибкое колесо — жесткое колесо»; δ_i — радиальная деформация i -го элемента этой цепи.

Радиальные Δ_p и тангенциальные Δ_t перемещения профилей зубьев связаны приближенным соотношением

$$\Delta_t \cong \Delta_p \operatorname{tg} \alpha_w. \quad (3)$$

Тангенциальное перемещение зубьев вызывает появление ОМХ

$$\Delta\varphi_2 = \frac{\Delta_t}{r} = \frac{\Delta_p \operatorname{tg} \alpha_w}{r}. \quad (4)$$

Здесь r — радиус кривой, проходящей равноудалено между окружностями вершин зубьев жесткого и гибкого колес.

Значение ОМХ, обусловленного скручиванием элементов волновой передачи, определяют по известной формуле:

$$\Delta\varphi_3 = \sum_{j=1}^k \frac{M_{ij} l_j}{GJ_j} k_j, \quad (5)$$

где M_{ij} — крутящий момент, действующий на j -й элемент; G — модуль упругости при сдвиге, $G = 8 \cdot 10^9$ МПа; l_j — длина j -го элемента, работающего на кручение; J_j — полярный момент инерции; k — коэффициент, учитывающий пе-

редаточное отношение между j -м элементом и выходным валом передачи, $k = 1/u_j$.

Отклонение точки контакта вследствие деформации зуба также является причиной появления ОМХ. Как видно на рис. 2 действие усилия P в зацеплении на сечение зуба, расположенное на расстоянии y от его основания, эквивалентно действию сдвигающей силы T , радиального усилия N и изгибающего момента M . Отклонение точки контакта из-за деформации зуба определяют по зависимостям [6] для колес с внешними зубьями:

$$\frac{1}{2} P \delta = \frac{1}{2} \int_0^{y_0} \frac{M^2}{Eb(2x)^3} dy + \frac{1}{2} \int_0^{y_0} \frac{1,2T^2}{2xGb} dy + \frac{1}{2} \int_0^{y_0} \frac{N^2}{2xEb} dy \quad (6)$$

и по зависимостям [7] для колес с внутренними зубьями. Здесь b — ширина зубчатого колеса; x — текущая координата приложения усилия; $T = P \cos \alpha_w$; $N = P \sin \alpha_w$; $M = P(y_0 - y) \cos \alpha_w$; E — модули упругости при сдвиге и сжатии, $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа.

Тангенциальная составляющая отклонения точки контакта увеличивает ОМХ:

$$\Delta\varphi_4 = \delta_r / r, \quad (7)$$

где δ_r — зазор на радиусе r .

При изготовлении элементов волновой передачи по номинальным размерам отсутствие мертвого хода в ненагруженной ВЗП теоретически обеспечивается одновременным контактом двух активных профилей зубьев [4, 11]. В реальном производстве вследствие невозможности изготовления деталей по номинальным размерам и из условия сборки работоспособной передачи принято назначать допуски на изготовление «в тело» деталей. В этом случае на форму срединной линии ненагруженного деформированного гибкого колеса кроме параметров волнового зацепления влияет точность

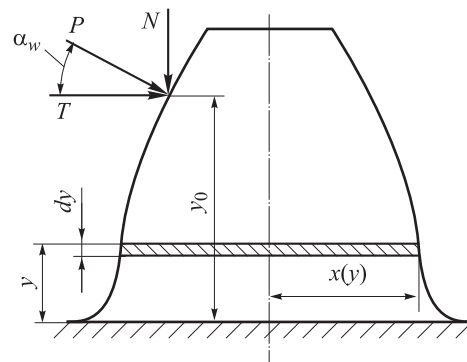


Рис. 2. Действие сил на зуб колеса ВЗП

изготовления деталей, входящих в кинематическую цепь «гибкое колесо — генератор волн — жесткое колесо» [3, 4, 6]. В результате суммирования погрешностей изготовления этих деталей между кольцевым генератором волн и гибким колесом и между эвольвентными профилями зубьев по оси деформации может образоваться радиальный зазор (рис. 3):

$$\Delta_0 = \Delta'_0 + \Delta''_0. \quad (8)$$

В зависимости от условий деформации гибкого колеса Δ'_0 или Δ''_0 могут быть равны нулю. Первоначальная форма гибкого колеса обеспечивает безлюфтовость волнового зацепления и отсутствие ОМХ. Это состояние сохраняется при передаче движения в ненагруженном редукторе, так как силы, возникающие в волновом зацеплении, недостаточны для изменения первоначальной формы гибкого колеса. С приложением нагрузки и постепенном ее увеличении, силы, возникающие в зацеплении, изменяют форму гибкого колеса по оси деформации до выборки радиального зазора [2, 4, 6, 10]. Радиальные перемещения зубьев гибкого колеса вызывают дополнительный поворот жесткого колеса и появление ОМХ:

$$\Delta\varphi_0 = \frac{\Delta_0 \operatorname{tg} \alpha_w}{r}, \quad (9)$$

где r — расстояние от центра вращения до середины высоты контактирующих зубьев.

Поскольку наименее жестким элементом ВЗП является гибкое колесо, изгибная жесткость которого незначительна [2, 4, 6], первоначальное появление ОМХ при нагружении передачи происходит вследствие выборки радиальных зазоров, образовавшихся из-за погрешностей изготовления деталей $\Delta\varphi_0$. Ошибка мертвого хода увеличивается за счет изменения формы гибкого колеса в пределах выборки боковых зазоров в волновом зацеплении $\Delta\varphi_1$ [11]. После выборки боковых зазоров на входе в зацепление всех зубьев на дуге $\psi < \beta$ форма гибкого колеса стабилизируется [4]. Дальнейшее увеличение нагрузки вызывает радиальные деформации, в первую очередь, подшипниковых узлов [6, 12], а затем и других деталей в цепи «генератор волн — гибкое колесо — жесткое колесо» [5, 6, 10]. Одновременно происходит скручивание входного вала, гибкого колеса, выходного вала $\Delta\varphi_3$. Углы закрутки зависят от геометрических размеров указанных деталей. Ошибка мертвого хода из-за упругих деформаций зуба $\Delta\varphi_4$ даже при предельном крутящем

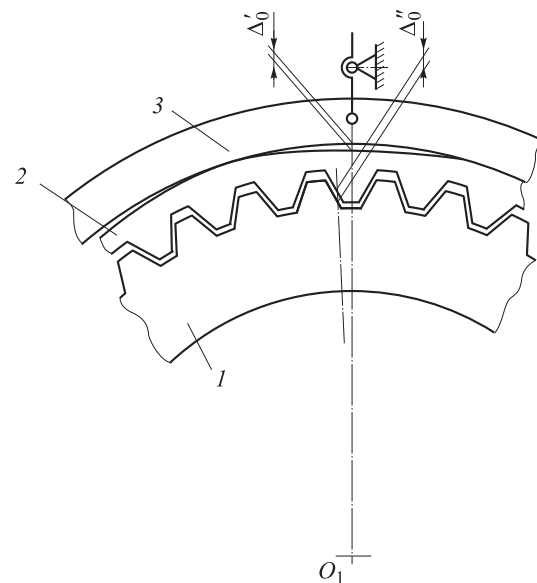


Рис. 3. Схема волнового зацепления ВЗП внешнего деформирования:
1 — жесткое колесо; 2 — гибкое колесо;
3 — генератор волн

момента, когда радиальные деформации Δ_r настолько велики, что могут привести к «проскоку» генератора волн в волновом зацеплении [6], составляет пренебрежимо малую часть (до нескольких процентов) ОМХ передачи. Такое объяснение возникновения ОМХ ВЗП подтверждается работами многих исследователей [2, 5–7].

Краткий анализ причин возникновения мертвого хода ВЗП внутреннего деформирования с плавающим генератором волн представлен в [10]. Основные положения и расчетные формулы, приведенные в этой работе, могут быть использованы и при определении ОМХ ВЗП с кольцевыми генераторами внешнего деформирования. При анализе влияния технологических погрешностей элементов кинематической цепи «генератор волн — гибкое колесо — жесткое колесо» на значение ОМХ в качестве дополнительных допущений принято, что однотипные технологические погрешности в каждой зоне зацепления равны и проявляются одинаково. Поэтому значение ОМХ $\Delta\varphi_0$ вследствие технологических погрешностей элементов кинематической цепи определяют по формуле (9) при условии

$$\Delta_0 = \sum_{j=1}^n \delta_j,$$

где δ_j — погрешность изготовления i -го элемента кинематической цепи «генератор волн — гибкое колесо — жесткое колесо».

При назначении допусков на изготовление деталей в экспериментальном производстве удобно оценивать значение ОМХ передачи по ее максимальному и минимальному значениям для случая наиболее неблагоприятного сочетания погрешностей изготовления.

Максимальная ОМХ получается при выполнении охватываемых размеров сопрягаемых деталей по нижнему предельному отклонению $\delta_{i\min}^B$ и охватывающих — по верхнему предельному отклонению полей допусков $\delta_{i\max}^A$:

$$\Delta_{0\max} = \sum_{i=1}^l S_{i\max}, \quad (10)$$

где $S_{i\max}$ — максимальный зазор в i -й кинематической паре, $S_{i\max} = \delta_{i\min}^B + \delta_{i\max}^A$.

Минимальная ОМХ наблюдается при изготовлении сопрягаемых размеров деталей: охватываемых — по верхнему предельному отклонению $\delta_{i\min}^B$, а охватывающих — по нижнему предельному отклонению полей допусков $\delta_{i\max}^A$:

$$\Delta_{0\min} = \sum_{i=1}^l S_{i\min}, \quad (11)$$

где $S_{i\min}$ — минимальный зазор в i -й кинематической паре, $S_{i\min} = \delta_{i\max}^B + \delta_{i\min}^A$.

В серийном производстве наиболее объек-

тивным критерием оценки ОМХ является значение максимально вероятного мертвого хода, расчет которого можно проводить в соответствии с рекомендациями [1].

Расчетные формулы и основные положения работы [4] справедливы, если принятая модель волнового зацепления (см. рис. 3) соответствует реальной картине деформации гибкого колеса в ненагруженной передаче. В основу принятой расчетной модели положена возможность существования радиального зазора Δ_0 по малой оси деформации, наличие которого подтверждается экспериментальными исследованиями закона распределения нагрузки на генератор волн и непосредственными измерениями перемещений оболочки гибкого колеса под нагрузкой.

Вывод

Метод расчета ОМХ ВЗП с генераторами волн внутреннего и внешнего деформирования, основанный на определении боковых зазоров в зацеплении и учитывающий влияние погрешностей изготовления элементов передачи, позволяет получить беззазорное волновое зацепление на стадии проектирования.

Литература

- [1] Куцоконь В.А. *Точность кинематических цепей приборов*. Ленинград, Машиностроение, 1980. 221 с.
- [2] Штриплинг Л.О. *Расчет точности работы зубчатых передач и приводов на их основе в реальных условиях эксплуатации*. Дис. ... д-ра техн. наук. Москва, 1998. 241 с.
- [3] Lewis J. Fast forward for harmonic-drive gearing. *Glob. Des. News*, 2000, vol. 4, no. 2, pp. 46–47.
- [4] Тимофеев Г.А. *Разработка методов расчета и проектирования волновых зубчатых передач для приводов следящих систем*. Дис. ... д-ра техн. наук. Москва, 1997. 358 с.
- [5] Полетучий А.И. *Теория и конструирование высокоэффективных волновых зубчатых механизмов*. Харьков, ХАИ им. М. Жуковского, 2005. 675 с.
- [6] Шувалов С.А. *Теория и автоматизированное проектирование волновых зубчатых передач*. Дис. ... д-ра техн. наук. Москва, 1986. 369 с.
- [7] Попов П.К. *Расчетно-экспериментальное обеспечение точности зубчатых передач*. Дис. ... д-ра техн. наук. Москва, 1997. 269 с.
- [8] Люминарский И.Е. Собственная кинематическая погрешность волновой зубчатой передачи. *Машиностроение и инженерное образование*, 2008, № 2, с. 53–56.
- [9] Костиков Ю.В., Тимофеев Г.А., Фурсяк Ф.И. Экспериментальные исследования волновых приводов с различной конструкцией генератора волн. *Приводы и компоненты машин*, 2011, № 2–3(02), с. 16–18.
- [10] Тимофеев Г.А., Костиков Ю.В., Фурсяк Ф.И. Исследование малоинерционного привода с волновыми зубчатыми передачами. *Приводы и компоненты машин*, 2011, № 2–3, с. 19–22.
- [11] Крайнев А.Ф. *Механика машин. Фундаментальный словарь*. Москва, Машиностроение, 2000. 904 с.
- [12] *Общий каталог SKF 6000 RU*, 2006. 1129 с.

References

- [1] Kutsokon' V.A. *Tochnost' kinematicheskikh tsepei priborov* [The accuracy of kinematic chains devices]. Leningrad, Mashinostroenie publ., 1980. 221 p.
- [2] Shtripling L.O. *Raschet tochnosti raboty zubchatykh peredach i privodov na ikh osnove v real'nykh usloviakh ekspluatatsii*. Diss. dokt. tekhn. nauk [The calculation accuracy of gearing and driving on their basis in actual use. Doct. tech. sci.]. Moscow, 1998. 241 p.
- [3] Lewis J. Fast forward for harmonic-drive gearing. *Glob. Des. News*, 2000, vol. 4, no. 2, pp. 46–47.
- [4] Timofeev G.A. *Razrabotka metodov rascheta i proektirovaniia volnovykh zubchatykh peredach dlia privodov slediashchikh system*. Diss. dokt. tekhn. nauk [Development of methods of calculation and design of wave gear drives for servo systems. Dr. tech. sci. diss.]. Moscow, 1997. 358 p.
- [5] Poletuchii A.I. *Teoriia i konstruirovaniie vysokoeffektivnykh volnovykh zubchatykh mekhanizmov* [Theory and design of high-performance wave gear mechanisms]. Khar'kov, KhAI im. M. Zhukovskogo publ., 2005. 675 p.
- [6] Shuvalov S.A. *Teoriia i avtomatizirovannoe proektirovaniie volnovykh zubchatykh peredach*. Diss. dokt. tekhn. nauk [Theory and computer-aided design wave gears. Doct. tech. sci. diss.]. Moscow, 1986. 369 p.
- [7] Popov P.K. *Raschetno-eksperimental'noe obespecheniie tochnosti zubchatykh peredach*. Diss. dokt. tekhn. nauk [Calculation-experimental ensure the accuracy of gears. Doct. tech. sci.]. Moscow, 1997. 269 p.
- [8] Liuminarskii I.E. *Sobstvennaia kinematicheskaiia pogreshnost' volnovoi zubchatoi peredachi* [Own kinematic error wave gear]. *Mashinostroenie i inzhenernoe obrazovanie* [Mechanical Industry and Engineering Education]. 2008, no. 2, pp. 53–56.
- [9] Kostikov Iu.V., Timofeev G.A., Fursiak F.I. *Ekspperimental'nye issledovaniia volnovykh privodov s razlichnoi konstruktsiei generatora voln* [Experimental studies of harmonic drives with various constructions of wave generator]. *Privody i komponenty mashin* [Drive vehicles and components]. 2011, no. 2–3(02), pp. 16–18.
- [10] Timofeev G.A., Kostikov Iu.V., Fursiak F.I. *Issledovaniie maloinertsionnogo privoda s volnovymi zubchatymi peredachami* [Analysis of low-inertia drive with harmonic gear]. *Privody i komponenty mashin* [Drive vehicles and components]. 2011, no. 2–3, pp. 19–22.
- [11] Krainev A.F. *Mekhanika mashin. Fundamental'nyi slovar'* [Mechanics of Machines. Fundamental dictionary]. Moscow, Mashinostroenie publ., 2000. 904 p.
- [12] *Obshchii katalog SKF 6000 RU* [SKF General Catalogue 6000 RU]. 2006. 1129 p.

Статья поступила в редакцию 23.12.2014

Информация об авторах

ТИМОФЕЕВ Геннадий Алексеевич (Москва) — доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой «Теория механизмов и машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: timga@bmstu.ru).

КОСТИКОВ Юрий Васильевич (Москва) — кандидат технических наук, доцент кафедры «Теория механизмов и машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

БАРБАШОВ Николай Николаевич (Москва) — доцент кафедры «Теория механизмов и машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Information about the authors

TIMOFEEV Gennady Alekseevich (Moscow) — Doctor of Science (Eng.), Professor, Head of Theory of Mechanisms and Machines Department. BMSTU (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: timga@bmstu.ru).

KOSTIKOV Yuriy Vasilyevich (Moscow) — Candidate Science (Eng.), Associate Professor, Theory of Mechanisms and Machines Department. BMSTU (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1).

BARBASHOV Nikolai Nikolaevich (Moscow) — Associate Professor, Theory of Mechanisms and Machines Department. BMSTU (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1).