

УДК 620.172.25


DOI: 10.18698/0536-1044-2015-11-62-67

Оценка взаимного влияния пересекающихся сквозных трещин

А.С. Чернятин

МГТУ им. Н.Э. Баумана, 105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1

Evaluation of the Mutual Effect of Through Crossing Cracks

A.S. ChernyatinBMSTU, 105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1 e-mail: cas@inbox.ru

i Приведены результаты численного решения модельной задачи о двухосном растягивании упругой тонкой пластины, в которой располагаются две ортогонально пересекающиеся сквозные трещины. Проведены исследования их совместного влияния на напряженно-деформированное состояние вблизи вершин. На основе разработанной параметрической конечно-элементной модели определены сингулярные (коэффициенты интенсивности напряжений — КИН) и несингулярные (Т-напряжения) компоненты поля напряжений в окрестности вершины одной трещины при различных относительных размерах и положениях центров трещин, а также параметрах двухосности нагружения. Установлено существенное влияние указанных факторов на КИН и Т-напряжения. Полученные результаты показывают необходимость учета взаимного влияния пересекающихся трещин при расчетах на сопротивление хрупкому разрушению.

Ключевые слова: пересекающиеся трещины, коэффициенты интенсивности напряжений, Т-напряжения, коэффициент двухосности нагружения, метод конечных элементов.

i The results of numerical simulation of biaxial stretching of a thin elastic plate with two orthogonally crossing through cracks are presented in the article. Their mutual effect on the strain-stress state near the crack tips was investigated. Singular (stress intensity factors — SIFs) and non-singular (T-stress) components of the stress field in the vicinity of one of the cracks were determined at various relative sizes and positions of the centers of the cracks, as well as parameters of biaxial loading. The calculations were performed using a parametrical finite element model developed by the authors. It was found that the above-mentioned factors have a significant effect on SIFs and T-stresses. The results obtained show that the mutual effect of crossing cracks should be taken into consideration when calculating resistance to brittle fracture.

Keywords: crossing cracks, stress intensity factors, T-stresses, biaxial loading ratio, finite element method.

В элементах конструкций современной техники часто возникают пересекающиеся трещины. В частности, в зоне сварного соединения аустенитных трубопроводов и коллекторов Ду300 обнаруживаются пересекающиеся трещины окружной и осевой ориентации. В работах, ос-

нованных на численном моделировании [1] и экспериментальных исследованиях [2], показано незначительное взаимное влияние таких трещин, в частности проанализированы значения коэффициента интенсивности напряжений (КИН) и J -интеграла в условиях штатных

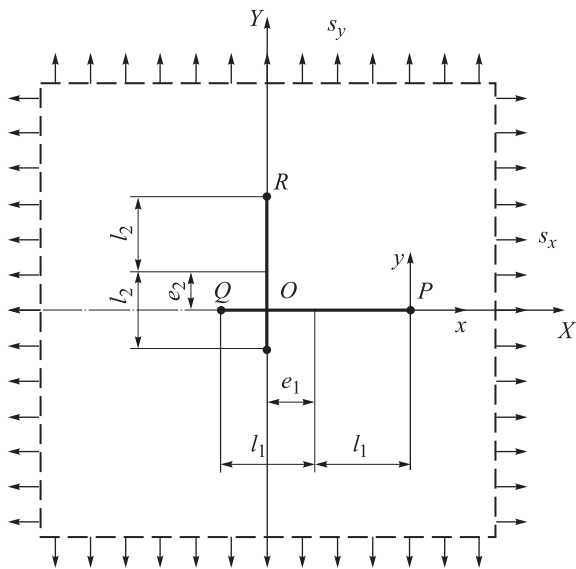


Рис. 1. Расчетная схема: бесконечная пластина с двумя ортогональными трещинами в условиях двухосного нагружения

направлениях напряжениями s_x и s_y упругой пластине бесконечных размеров, в центре которой вдоль осей пластины x и y располагаются две взаимно ортогональные сквозные трещины (рис. 1). Горизонтальную трещину, длиной $2l_1$, центр которой совпадает с центром пластины (точка O), считали основной (индекс 1), а вертикальную, длиной $2l_2$, положение центра которой варьируется, — дополнительной (индекс 2). Взаимное расположение трещин характеризуется отклонением в направлениях x и y геометрических центров трещин e_1 и e_2 . Вследствие явной равнозначности трещин и их вершин (при варьировании параметров l_1, l_2, e_1, e_2) значения КИН и Т-напряжений определяли лишь в правой вершине основной трещины (точка P). Представленная задача решена с помощью численного моделирования в среде ANSYS и последующей математической обработки результатов в среде MATLAB.

нагрузок с учетом остаточных напряжений в области сварного стыка. Однако не ясно, как изменятся результаты, если трещины будут располагаться друг относительно друга несимметрично, со смещением или наклоном. Кроме того, не изучен вопрос о совместном влиянии пересекающихся трещин на Т-напряжения, которые следует учитывать при использовании активно развивающихся в последние годы двухпараметрических критериев хрупкого разрушения [3, 4].

Цель настоящей работы — изучение общих закономерностей влияния размеров и взаимных смещений центров пересекающихся трещин на значения КИН и Т-напряжений. Рассматривалась модельная задача о растягиваемой в двух

Описание конечно-элементной модели пластины с пересекающимися трещинами. Для варьирования ряда параметров задачи (l_1, l_2, e_1, e_2) в среде ANSYS была разработана параметрическая конечно-элементная модель пластины с трещинами (рис. 2), оформленная в виде макроса на языке APDL. Для построения модели использованы квадратичные плоские элементы треугольной и прямоугольной форм. Моделируемая пластина имеет конечные размеры, значительно превышающие размеры трещин. В модели можно выделить регулярную область с упорядоченной косоугольной сеткой элементов, область возмущений (рис. 2, а), включающую трещины, и область вокруг точки P (рис. 2, б), имеющую мелкую сетку и сингулярные элемен-

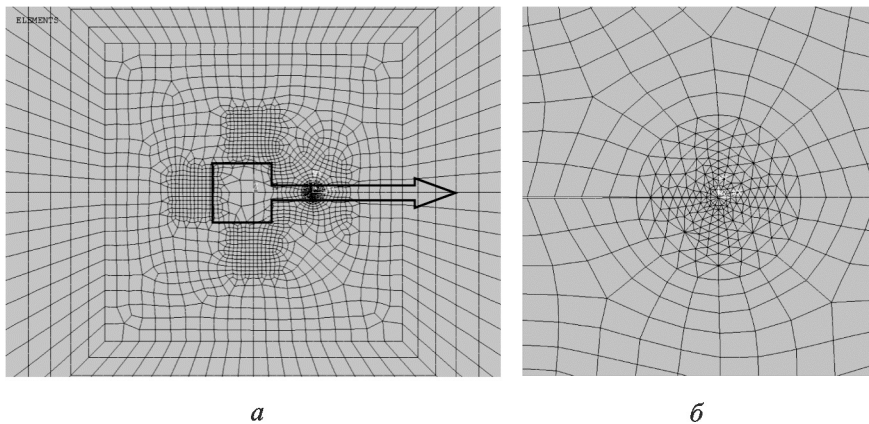


Рис. 2. Конечно-элементная модель пластины с двумя взаимно ортогональными трещинами: а — центральная часть; б — разбиение на конечные элементы в вершине основной трещины

ты непосредственно вокруг вершины. Размеры элементов, общее число которых 3 000–3 500, оптимизированы для каждой области с целью получить наилучшее соотношение «точность расчета — временные затраты на него». Пластина выполнена из материала, имеющего следующие упругие характеристики: модуль упругости первого рода E ; коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$. На границах пластины приложены однородно распределенные растягивающие напряжения s_x и s_y . Конечно-элементная модель закреплена в точке P вдоль направлений x и y , а также в точке Q — вдоль направления y (см. рис. 1). Задача решена в условиях плоского напряженного состояния.

Процедура расчета коэффициентов интенсивности напряжений и Т-напряжений. В общем случае поле упругих напряжений в окрестности вершины трещины смешанного типа (I + II) с учетом сингулярных членов (K_I , K_{II}) и первых несингулярных членов (T_{xx} , T_{zz}) разложения Вильямса может быть представлено в следующем виде [5]:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \left[K_I \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) - \right. \\ &\quad \left. - K_{II} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \right] + T_{xx}; \\ \sigma_{yy} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \left[K_I \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) + \right. \\ &\quad \left. + K_{II} \sin \frac{\theta}{2} \left(\cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \right]; \\ \sigma_{xy} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \left[K_I \sin \frac{\theta}{2} \left(\cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) + \right. \\ &\quad \left. + K_{II} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \right]; \\ \sigma_{zz} &= \frac{2\nu}{\sqrt{2\pi r}} \left(K_I \cos \frac{\theta}{2} - K_{II} \sin \frac{\theta}{2} \right) + T_{zz}; \\ T_{zz} &= E\varepsilon_{zz} + \nu T_{xx}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь x, y, z, r, θ — оси локальных декартовых и полярных координат, связанных с вершиной трещины; σ_{ij} — компоненты тензора напряжений ($i, j = x, y, z$); K_I, K_{II} — КИН нормального отрыва и поперечного сдвига соответственно; T_{ij} — Т-напряжения; ε_{ij} — компоненты тензора деформаций.

Значения K_I, K_{II} и T_{xx} для произвольного значения r можно найти по компонентам u, v вектора перемещений точек, расположенных на берегах трещины ($\theta = \pm\pi$) в малой окрестности ее вершины, следующим образом [6, 7]:

$$\begin{aligned} K_I(r) &= \sqrt{2\pi} \frac{2G}{1+k} \frac{|v(r, +\pi) - v(r, -\pi)|}{\sqrt{r}}; \\ K_{II}(r) &= \sqrt{2\pi} \frac{2G}{1+k} \frac{|u(r, +\pi) - u(r, -\pi)|}{\sqrt{r}}; \\ T_{xx}(r) &= -\frac{4G}{1+k} \frac{(u(r, +\pi) + u(r, -\pi))}{r}, \end{aligned} \quad (2)$$

где коэффициент $k = 3 - 4\nu$ — для случая плоской деформации; $k = (3 - \nu)/(1 + \nu)$ — для плоского напряженного состояния; $G = E/[2(1 + \nu)]$ — модуль упругости второго рода.

Таким образом, имея распределения $K_I(r), K_{II}(r)$ и $T_{xx}(r)$ для точек с координатами $r > 0$, можно экстраполировать эти данные в точку $r = 0$, чтобы получить значения K_I, K_{II} и T_{xx} в вершине трещины (это аналог метода линейной аппроксимации контура трещины [6]). Точки, в которых рассчитывают значения $K_I(r), K_{II}(r)$ и $T_{xx}(r)$, должны быть взяты на некотором удалении от вершины трещины, чтобы исключить флуктуации данных, связанные с «корневой» особенностью и численной процедурой расчета в вершине трещины. Для расчета K_I, K_{II} следует использовать расчетные точки, расположенные как можно ближе к вершине трещины ($l_1/50 \leq r \leq l_1/5$), а для расчета T_{xx} — на большем удалении ($0,3l_1 \leq r \leq 0,5l_1$). Описанную процедуру применяют для расчета K_I, K_{II} и T_{xx} в окрестности вершины трещины (точка P) сформулированной задачи о пластине с пересекающимися трещинами.

Оценка совместного влияния размеров трещин и их расположения на коэффициенты интенсивности напряжений и Т-напряжения. Для получения общих результатов введем безразмерные КИН и Т-напряжения и сопоставим значение КИН с решением задачи о трещине нормального отрыва, а Т-напряжения с внешней нагрузкой:

$$K_I^* = \frac{K_I}{s_y \sqrt{\pi l_1}}; \quad K_{II}^* = \frac{K_{II}}{s_y \sqrt{\pi l_1}}; \quad T_{xx}^* = \frac{T_{xx}}{s_y}. \quad (3)$$

Кроме того, введем безразмерные геометрические величины: $l_2^* = l_2/l_1$; $e_1^* = e_1/l_1$; $e_2^* = e_2/l_2$ и параметр двухосности $k_s = s_x/s_y$.

Рассмотрим случай, когда геометрические центры трещин совпадают, т. е. $e_1^* = e_2^* = 0$. На рис. 3 представлены графики, отражающие взаимосвязь между значениями K_I^* , T_{xx}^* и l_2^* в условиях, когда $k_s = 1$. Наблюдается следующая тенденция: при увеличении длины дополнительной трещины значение K_I в основной трещине уменьшается, стремясь к решению задачи о краевой трещине (при $l_2^* \rightarrow \infty$ берег вспомогательной трещины представляет, по сути, свободную границу тела). Напряжение T_{xx} в основной трещине по абсолютной величине увеличивается, но его значение остается отрицательным. Следует отметить, что в хрупких объектах от знака напряжения T_{xx} зависит устойчивость развития трещины [8], а в пластичных материалах также форма и размеры пластической зоны [9]. Учитывая это обстоятельство и принимая во внимание влияние на значение K_I дополнительной, ортогональной, трещины, можно сделать вывод, что в случае двух пересекающихся (симметричных) трещин их состояние более благоприятно, чем при наличии только одной трещины. Так, согласно рис. 3, для $l_2^* = 1$ значение K_I на 13 % меньше, чем для $l_2^* = 0$.

Следует отметить, что напряжение T_{xx} в основной трещине напрямую зависит от нагрузки s_x и коэффициента двухосности k_s . В трубопроводе, который можно рассматривать в качестве примера, от действия внутреннего давления возникают осевые и окружные напряжения, при этом в осевом направлении дополнительно будут действовать напряжения, обусловленные растяжением и изгибом трубопровода, поэтому значение k_s в пределах объекта может существенно варьироваться. На рис. 4 приведены результаты расчетов при различных значениях коэффициента k_s для пересекающихся трещин одинаковой длины $l_2^* = 1$ ($e_1^* = e_2^* = 0$). Видно, что при пропорциональном увеличении значения k_s пропорционально изменяются парамет-

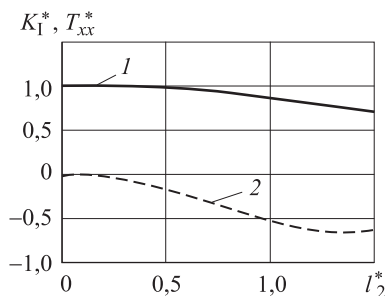


Рис. 3. Зависимость безразмерных параметров K_I (1) и T_{xx} (2) в вершине основной трещины от относительной длины l_2 ортогональной трещины

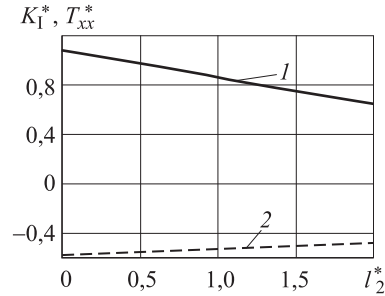


Рис. 4. Зависимость безразмерных параметров K_I (1) и T_{xx} (2) в вершине основной трещины от коэффициента двухосности нагружения k_s

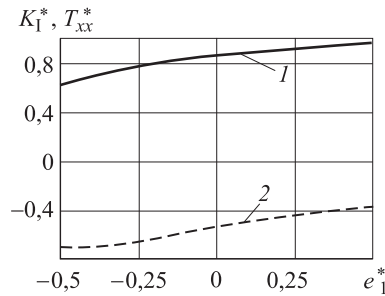


Рис. 5. Зависимость безразмерных параметров K_I (1) и T_{xx} (2) в вершине основной трещины от положения центра ортогональной трещины вдоль основной

тры K_I и T_{xx} : первый уменьшается, второй увеличивается.

Исследовав совместное влияние размеров трещин на КИН и Т-напряжение, далее для простоты анализа результатов примем $l_2^* = 1$, $k_s = 1$. Рассмотрим случай, когда $e_2 = 0$, а варьированию подвергается значение e_1 , что равносильно смещению дополнительной трещины (ее центра) вдоль плоскости основной. При $e_1 < 0$ ортогональная (дополнительная) трещина располагается ближе к вершине (точка Р на рис. 1) основной трещины, в которой и производится расчет параметров K_I и T_{xx} , а при $e_1 > 0$ она ближе к противоположной вершине (точка Q). На рис. 5 показано, как влияет на параметры K_I и T_{xx} величина e_1 . Отметим, что при приближении дополнительной трещины к точке Р значения КИН и Т-напряжения уменьшаются, тогда как при приближении к точке Q они увеличиваются. Так, при изменении значения e_1 в диапазоне $[-0,5; 0,5]$ значение K_I изменяется на 40 %, а T_{xx} — примерно на 50 %.

Рассмотрим противоположный случай, когда $e_1 = 0$, а величина e_2 изменяется, т. е. середина дополнительной трещины смещается перпендикулярно плоскости основной трещины. В этом случае значение K_I остается неизменным (рис. 6), тогда как значение K_{II} увеличивается

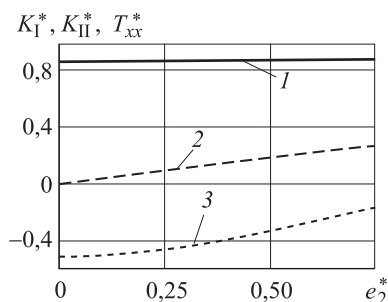


Рис. 6. Зависимость безразмерных параметров K_I (1), K_{II} (2) и T_{xx} (3) в вершине основной трещины от относительного сдвига в ортогональном направлении дополнительной трещины

пропорционально увеличению расстояния между центрами трещин. Отметим, что во всех рассмотренных ранее случаях $K_{II} = 0$. Для напряжения T_{xx} наблюдается тенденция к увеличению значения. Изменение значений K_{II} и T_{xx} при варьировании e_2 в диапазоне $[0; 0,5]$ составляет около 20 % (по сравнению с K_I) и 34 % соответственно. Эти выводы справедливы для точек P и Q , поскольку функции, графики которых представлены на рис. 6, четные.

Следует отметить, что результаты расчетов, полученные при варьировании значений e_1 и e_2 (см. рис. 5, 6), позволяют проследить, не разделяя трещины на основную и дополнительную, что происходит с КИН и Т-напряжениями в трещинах при их взаимном смещении друг

относительно друга в двух взаимно ортогональных направлениях. Результаты, представленные на рис. 5 и 6, могут быть интерпретированы по отношению к дополнительной трещине (точка R на рис. 1), когда варьируются значения e_2 и e_1 соответственно.

Выводы

1. Проведенные исследования показали принципиальное отличие (с точки зрения сингулярных и несингулярных компонентов поля напряжений) напряженно-деформированного состояния в вершине одиночной трещины от аналогичного состояния, когда присутствуют две пересекающиеся трещины. При этом относительный размер трещин и их взаимное положение могут оказывать как отрицательное, так и положительное влияние на значения КИН и Т-напряжений.

2. Полученные результаты показывают необходимость детального изучения напряженно-деформированного состояния в области пересечения трещин. Можно ожидать, что характер влияния пространственных пересекающихся трещин, которые могут возникать в реальных инженерных объектах, значительно сложнее, что требует анализа распределения КИН и Т-напряжений по фронтам трещин.

Литература

- [1] Brust F.W., Zhang T., Shim D.J., Wilkowski G., Rudland D.L. Evaluation of Fabrication Related Indications in Reactor Upper Head Penetrations. *Summary Report to U.S. Nuclear Regulatory Commission*. Washington, DC, 2011. 72 p.
- [2] Судаков А.В., Иванов Б.Н., Ковалев Д.Н., Киселев В.А., Аржаев А.И., Добров М.В. Оценка несущей способности трубопровода Ду300 КМПЦ РБМК с комбинированным дефектом в кольцевом сварном шве на базе концепции «исключения разрушения». *Труды ОАО «НПО ЦКТИ», Вып. 293: Методы повышения технического уровня и надежности элементов энергооборудования ТЭС и АЭС*, Санкт-Петербург, 2004, с. 247–255.
- [3] Meliani H.M., Matvienko Yu.G., Pluinage G. Two-parameter fracture criterion ($K_{p,c}$ - $T_{ef,c}$) based on notch fracture mechanics. *International Journal of Fracture*, 2011, vol. 167, pp. 173–182.
- [4] Матвиенко Ю.Г. Несингулярные Т-напряжения в проблемах двухпараметрической механики разрушения. *Заводская лаборатория. Диагностика материалов*, 2012, № 2, с. 51–58.
- [5] Nakamura T., Parks D.M. Determination of elastic T-stress along three-dimensional crack fronts using an interaction integral. *International Journal of Solids and Structures*, 1992, vol. 29, pp. 1597–1611.
- [6] Морозов Е.М., Муземнек А.Ю., Шадский А.С. *ANSYS в руках инженера: Механика разрушения*. Москва, ЛЕНАНД, 2008. 456 с.
- [7] Aliha M.R.M., Ayatollahi M.R., Smith D.J., Pavier M.J. Geometry and size effects on fracture trajectory in a limestone rock under mixed mode loading. *Engineering Fracture Mechanics*, 2010, vol. 77, pp. 2200–2212.

- [8] Fleck N.A., Hutchinson J.W., Suo Z. Crack path selection in a brittle adhesive layer. *International Journal of Solids and Structures*, 1991, vol. 27, pp. 1683–1703.
- [9] Betegón C., Hancock J.W. Two-parameter characterization of elastic-plastic crack-tip fields. *Journal of Applied Mechanics*, 1991, vol. 58, pp. 104–110.

References

- [1] Brust F.W., Zhang T., Shim D.J., Wilkowski G., Rudland D.L. Evaluation of Fabrication Related Indications in Reactor Upper Head Penetrations. *Summary Report to U.S. Nuclear Regulatory Commission*, Washington, DC, 2011. 72 p.
- [2] Sudakov A.V., Ivanov B.N., Kovalev D.N., Kiselev V.A., Arzhaev A.I., Dobrov M.V. Otsenka nesushchei sposobnosti truboprovoda Du300 KMPTs RBMK s kombinirovannym defektom v kol'tsevom svarnom shve na baze kontseptsii «iskliucheniia razrusheniia» [Evaluation of the carrying capacity of the pipeline DN300 MCC RBMK combined defect in the circular weld on the basis of the concept of «exclusion of destruction»]. *Trudy OAO «NPO TsKTI», vyp. 293 «Metody povysheniia tekhnicheskogo urovnia i nadezhnosti elementov energooborudovaniia TES i AES»* [Proceedings of JSC «NPO CKTI», vol. 293 «Methods of increasing the technical level and reliability of the elements of power equipment thermal and nuclear power plants»]. Sankt-Peterburg, 2004, pp. 247–255.
- [3] Meliani H.M., Matvienko Yu.G., Pluvinage G. Two-parameter fracture criterion ($K_{p,c}-T_{ef,c}$) based on notch fracture mechanics. *International Journal of Fracture*, 2011, vol. 167, pp. 173–182.
- [4] Matvienko Yu.G. Nesinguliarnye T-napriazheniia v problemakh dvukhparametricheskoi mekhaniki razrusheniia [Nonsingular T-stress in the two-parameter fracture mechanics problems]. *Zavodskaiia laboratorii. Diagnostika materialov* [Factory Laboratory. Diagnosis materials]. 2012, no. 2, pp. 51–58.
- [5] Nakamura T., Parks D.M. Determination of elastic T-stress along three-dimensional crack fronts using an interaction integral. *International Journal of Solids and Structures*, 1992, vol. 29, pp. 1597–1611.
- [6] Morozov E.M., Muzemnek A.Iu., Shadskii A.S. *ANSYS v rukakh inzhenera: Mekhanika razrusheniia* [ANSYS in the hands of the engineer: Fracture Mechanics]. Moscow, LENAND publ., 2008. 456 p.
- [7] Aliha M.R.M., Ayatollahi M.R., Smith D.J., Pavier M.J. Geometry and size effects on fracture trajectory in a limestone rock under mixed mode loading. *Engineering Fracture Mechanics*, 2010, vol. 77, pp. 2200–2212.
- [8] Fleck N.A., Hutchinson J.W., Suo Z. Crack path selection in a brittle adhesive layer. *International Journal of Solids and Structures*, 1991, vol. 27, pp. 1683–1703.
- [9] Betegón C., Hancock J.W. Two-parameter characterization of elastic-plastic crack-tip fields. *Journal of Applied Mechanics*, 1991, vol. 58, pp. 104–110.

Статья поступила в редакцию 31.08.2015

Информация об авторе

ЧЕРНЯТИН Александр Сергеевич (Москва) — кандидат технических наук, доцент кафедры «Прикладная механика». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Россия, ул. 2-я Бауманская, д. 5, стр. 1, e-mail: cas@inbox.ru).

Information about the author

CHERNYATIN Aleksandr Sergeevich (Moscow) — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Department of Applied Mechanics. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Bauman-skaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: cas@inbox.ru).