

УДК 629.33

DOI 10.18698/0536-1044-2016-7-45-55

# Разработка комплексной системы управления движением спортивного автомобиля класса «Формула Студент» по заданной трассе

**В.А. Горелов, Б.Б. Косицын**

МГТУ им. Н.Э. Баумана, 105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1

## The Development of an Integrated Control System for the Formula Student Car when Moving along a Specified Track

**V.A. Gorelov, B.B. Kositsyn**BMSTU, 105005, Moscow, Russian Federation, 2<sup>nd</sup> Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1

e-mail: gorelov\_va@bmstu.ru, Boris\_ko@inbox.ru



«Формула Студент» (или Formula SAE) — студенческие инженерные соревнования, в рамках которых должен быть спроектирован, построен и испытан прототип спортивного автомобиля класса Formula Student. В этих соревнованиях принимают участие и команды российских вузов, в том числе МГТУ им. Н.Э. Баумана. В статье приведена краткая техническая информация о болидах, созданных в МГТУ им. Н.Э. Баумана. На этапе проектирования автомобиля достаточно сложно оценить влияние и целесообразность применения тех или иных конструкторских решений, например, для повышения скорости прохождения круга конкретной трассы при одновременном обеспечении заданного регламентом уровня безопасности. Эффективным методом решения этой проблемы на этапе проектирования техники является имитационное математическое моделирование с помощью ЭВМ. Разработана математическая модель движения спортивного автомобиля, позволяющая прогнозировать характеристики криволинейного движения по заданной трассе при различных вариантах конструкции, в том числе и характеристики систем управления движением. Для автоматизации процесса управления автомобилем, т. е. для исключения из него человека, предложена стратегия управления, охватывающая рулевое управление, тормозную систему и трансмиссию. Результаты численного моделирования динамики автомобиля при прохождении заданной трассы с функционирующей комплексной системой управления позволили сделать вывод об ее эффективности.

**Ключевые слова:** автомобиль, математическая модель, имитационное моделирование, рулевое управление, трансмиссия, торможение, стратегия управления, кривизна траектории, время прохождения трассы.



Formula Student (Formula SAE) is a series of student engineering competitions where a Formula Student car prototype has to be designed, built and tested. Teams of Russian universities, including the BMSTU take part in these competitions. The article provides brief technical information about the race cars created by the BMSTU. At the designing stage it is quite difficult to assess the impact and feasibility of certain design decisions, for example, those that improve the speed of completing a lap of a particular track while ensuring the safety level set by the race regulations. The use of computer-based mathematical simulation is an efficient method to solve this problem at the designing stage.

The mathematical model of the Formula Student car movement is developed. It can predict the characteristics of curvilinear movement along a given track with various design options, including control systems. To automate the control process, that is to exclude the human factor, a control strategy is proposed, which includes steering, braking system and transmission. The results of numerical modelling of the car dynamics when moving along a given route with a functional integrated control system has proven its efficiency.

**Keywords:** automobile, mathematical model, simulation modelling, steering, transmission, braking, control strategy, trajectory curvature, time of track passage.

Formula Student — международные соревнования среди университетских команд по созданию небольшого спортивного автомобиля, в которых на сегодняшний день принимают активное участие студенты из Германии, США, Австрии, Италии, Испании, Венгрии, Англии, Японии, Китая, Австралии, Бразилии и многих других стран.

Впервые такие соревнования прошли в США в 1978 г., когда коллективы из трех различных университетов Техаса в качестве развлечения устроили гонки на переделанных в багги газомоторных автомобилях. В дальнейшем проведение соревнований продолжилось, но с более свободным регламентом. В 1981 г. к идее создания гоночной серии подключилось Сообщество автомобильных инженеров (SAE), что придало соревнованиям официальный статус и дало импульс для глобального развития. SAE является главным организатором этих соревнований, и ежегодно под эгидой этого сообщества выпускается основной их регламент.

Первым российским участником Formula Student стал Московский автомобильно-дорожный университет (МАДИ), команда которого была создана в 2005 г. В 2008 г. свой первый болид представил Машиностроительный университет (МАМИ), а в 2012 г. к международным соревнованиям подключились РУДН и МГТУ

им. Н.Э. Баумана. Свои команды существуют также в Нижнем Новгороде, Тюмени, Ярославле, Екатеринбурге, Тольятти, Челябинске и Набережных Челнах. В общей сложности в Российской Федерации функционирует 12 команд Formula Student, и с каждым годом их становится все больше.

**Автомобиль BRT-1** (рис. 1), ставший первой моделью, разработанной и созданной командой МГТУ им. Н.Э. Баумана в рамках данного проекта, в сентябре 2013 г. принял участие в итальянском этапе соревнований в г. Варано де Мелегари.

К основным конструктивным особенностям автомобиля BRT-1 относятся:

- открытые колеса и кокпит;
- мотоциклетный двигатель внутреннего сгорания (ДВС), примененный вследствие ограничения по максимальному рабочему объему двигателя (до 610 см<sup>3</sup>);
- стандартная мотоциклетная коробка передач (КП) для привода колес и цепная главная передача;
- система поддрессоривания, состоящая из направляющего аппарата, амортизаторов и упругих элементов. В конструкции использованы мотоциклетные амортизаторные стойки, соединенные с рычагами подвески через толкатель и коромысло;
- аэродинамический обтекатель, изготовленный из углепластика;
- несущая система, представляющая собой стальную трубчатую пространственную раму;
- поглотитель энергии фронтального удара, расположенный в передней части автомобиля.

**Автомобиль BRT-2** (рис. 2) разработан в соответствии с требованиями нового технического регламента 2014 г.

Как и в первой модели, в автомобиле BRT-2 использован двигатель мотоцикла Yamaha YZF-R6 с рабочим объемом 599 см<sup>3</sup>, который расположен поперечно перед задней осью машины. В соответствии с регламентом соревнований перед дроссельной заслонкой двигателя установ-



Рис. 1. Общий вид автомобиля BRT-1



Рис. 2. Общий вид автомобиля BRT-2

лен рестриктор, представляющий собой калиброванное сопло с проходным сечением не более 20 мм. Такая модификация системы впуска призвана значительно снизить мощность силовой установки в целях повышения безопасности проведения соревнований. Для компенсации потерь мощности первая модель была оснащена компрессором типа «рутс» модели Eaton M45 с ременным приводом от коленчатого вала двигателя, в 2014 г. был использован компрессор Eaton M24.

Трансмиссия автомобиля BRT-2 состоит из стандартной КП мотоцикла Yamaha YZF-R6, цепной главной передачи и межколенного дифференциала повышенного трения. КП имеет общий картер с ДВС, что обеспечивает компактность и снижение массы. Зубчатые колеса — прямозубые. Переключение передач секвентальное, обеспечивается поворотом кулачкового вала, который перемещает зубчатые муфты. Стандартная КП, примененная и на BRT-1, имеет шесть передач. На BRT-2 переключение ограничено тремя передачами, поскольку остальные не использовались бы в процессе гонки, а только увеличивали бы полную массу болида.

Для повышения скорости переключения передач оба варианта автомобиля оборудованы пневматической системой переключения с подрулевыми переключателями.

В главной передаче (рис. 3) обеих моделей применен дифференциал повышенного трения с пакетом фрикционных дисков с возможностью изменения коэффициента блокировки.

В настоящее время математическое моделирование на всех стадиях разработки автомобиля является неотъемлемой частью современного подхода к созданию новых образцов техники, позволяющей разработчикам решать широкий круг задач, в том числе синтезировать

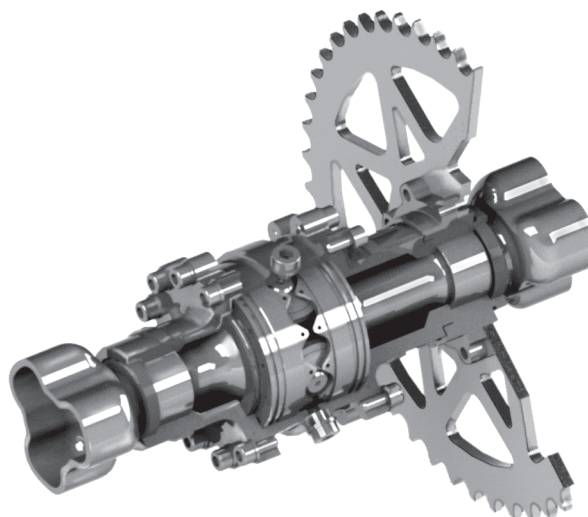


Рис. 3. Главная передача

и анализировать эффективность законов и алгоритмов работы систем управления движением на этапах, когда транспортного средства еще не существует.

Одним из наиболее эффективных программных продуктов, позволяющих имитировать поведение динамических линейных и нелинейных систем, является приложение Simulink программного комплекса MATLAB [1]. Данное программное обеспечение использовано и для решения задач, связанных с динамикой спортивных автомобилей класса Formula Student [2, 3].

Цель работы — оценка времени прохождения трассы спортивным автомобилем класса Formula Student при различных вариантах конструкции с помощью имитационного математического моделирования, а также анализ эффективности разработанной системы управления движением, позволяющей пилоту выбрать рациональную стратегию управления болидом при подготовке к соревнованиям.

**Разработка математической модели динамики автомобиля.** При математическом моделировании движения автомобиля за основу был принят подход, изложенный в работах [4, 5].

Движение автомобиля как твердого тела, состоящее из поступательного движения центра масс (ЦМ) и вращательного движения вокруг ЦМ, рассматривают в горизонтальной плоскости на ровной недеформируемой опорной поверхности (рис. 4). Для описания данного движения и определения текущих ускорений по значениям сил и моментов, действующих на

автомобиль, используется следующая система уравнений:

$$\begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} - \omega_z v_y = \frac{1}{m} \left( \sum_{i=1}^4 R_{xi} - P_{wx} \right); \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} + \omega_z v_x = \frac{1}{m} \left( \sum_{i=1}^4 R_{yi} - P_{wy} \right); \\ J_z \frac{d\omega_z}{dt} = \sum_{i=1}^4 M_{п.ки} + \sum_{i=1}^4 M(\mathbf{R}_i); \\ v_{x'} = \frac{dx'}{dt} = v_x \cos \theta - v_y \sin \theta; \\ v_{y'} = \frac{dy'}{dt} = v_x \sin \theta + v_y \cos \theta; \\ \omega_z = \frac{d\theta}{dt}, \end{cases} \quad (1)$$

где  $v_x, v_y, v_{x'}, v_{y'}$  — проекции вектора скорости ЦМ автомобиля на оси  $x, y, x', y'$  соответственно;  $a_x, a_y$  — проекции вектора ускорения ЦМ автомобиля (абсолютная производная от вектора скорости ЦМ автомобиля) на оси  $x, y$  соответственно;  $dv_x/dt, dv_y/dt$  — проекции от-

носительной производной от вектора скорости ЦМ автомобиля на оси  $x, y$  соответственно;  $\omega_z$  — угловая скорость поворота автомобиля относительно вертикальной оси;  $m$  — масса автомобиля;  $P_{wx}, P_{wy}$  — проекции вектора силы сопротивления воздуха на оси  $x, y$  соответственно;  $J_z$  — момент инерции автомобиля относительно оси  $z$ ;  $M_{п.ки}$  — момент сопротивления повороту  $i$ -го колеса;  $M(\mathbf{R}_i)$  — момент, создаваемый вектором силы взаимодействия с опорным основанием, действующей на  $i$ -е колесо, относительно вертикальной оси;  $R_{xi}$  и  $R_{yi}$  — продольная и поперечная реакции в пятне контакта  $i$ -го колеса;  $x', y'$  — координаты ЦМ автомобиля в неподвижной системе координат (НСК);  $\theta$  — угол поворота автомобиля относительно вертикальной оси, проходящей через ЦМ автомобиля.

Последние три уравнения системы (1) устанавливают связь между подвижной системой координат (ПСК)  $xOy$  и НСК  $x'Oy'$ .

Выбранное описание силы взаимодействия движителя с опорным основанием базируется на подходе, предложенном в работах Ю.Л. Рож-

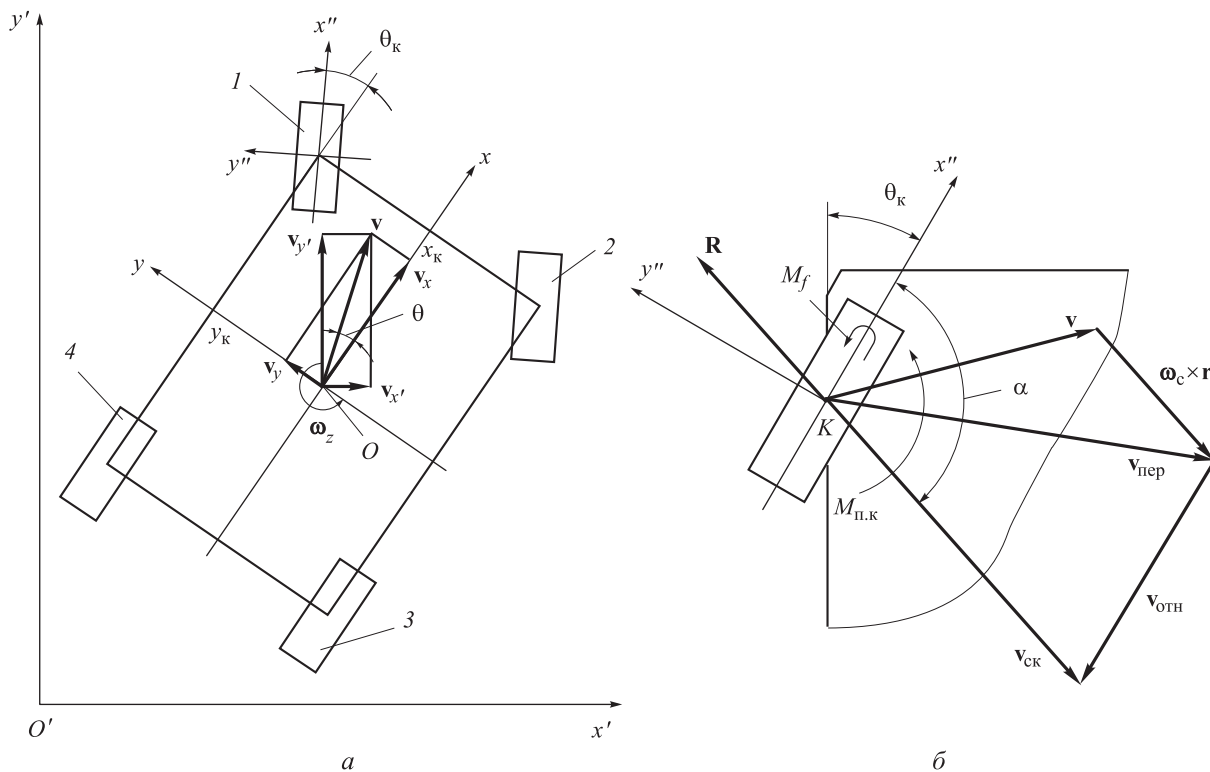


Рис. 4. Расчетные схемы движения автомобиля (а) и сил взаимодействия движителя с опорным основанием (б): 1–4 — номера колес;  $\mathbf{v}_{пер}$  — вектор переносной скорости точки контакта колеса с опорной поверхностью;  $\mathbf{v}_{отн}$  — вектор относительной скорости;  $\mathbf{v}_{ск}$  — вектор скорости скольжения точки контакта колеса с опорной поверхностью;  $\omega_c \times \mathbf{r}$  — векторное произведение вектора угловой скорости  $\omega_c$  ПСК относительно НСК на радиус-вектор  $\mathbf{r}$ , определяющий положение точки  $K$  в ПСК

дественского [6] и А.Б. Дика [7]: пятно контакта колеса с дорогой представлено в виде эллипса, результирующая реакция направлена противоположно скорости скольжения, которая определяется как векторная сумма переносной и относительной скорости. Данный подход наиболее точно характеризует движение автомобиля с большими углами увода и апробирован при решении различных задач, связанных с динамикой криволинейного движения транспортных средств [8–10].

Вектор силы сопротивления воздуха  $\mathbf{P}_w$  направлен противоположно вектору скорости ЦМ автомобиля  $\mathbf{v}$ .

Нормальные реакции  $R_{zi}$  определяют из следующей системы уравнений [11]:

$$\begin{cases} R_{z1} - R_{z2} + R_{z3} - R_{z4} = 0; \\ R_{z1} + R_{z2} + R_{z3} + R_{z4} = mg; \\ R_{z1}x_1 + R_{z2}x_2 + R_{z3}x_3 + R_{z4}x_4 = -P_{wx}H_w - \\ \quad - \sum_{i=1}^4 M_{fi} - ma_x H_z; \\ R_{z1}y_1 + R_{z2}y_2 + R_{z3}y_3 + R_{z4}y_4 = -P_{wy}H_w - \\ \quad - ma_y H_z, \end{cases} \quad (2)$$

где  $x_i, y_i$  — координаты  $i$ -го колеса в ПСК  $xOy$ ;  $P_{wx}$  и  $P_{wy}$  — проекции силы сопротивления воздуха на оси  $x$  и  $y$ ;  $H_w$  — высота центра приложения силы сопротивления воздуха;  $M_{fi}$  — момент сопротивления качению  $i$ -го колеса;  $H_z$  — высота ЦМ автомобиля.

При наличии антикрыльев система (2) преобразуется к следующему виду:

$$\begin{cases} R_{z1} - R_{z2} + R_{z3} - R_{z4} = 0; \\ R_{z1} + R_{z2} + R_{z3} + R_{z4} = mg + \sum_{i=1}^n P_{wzi}; \\ R_{z1}x_1 + R_{z2}x_2 + R_{z3}x_3 + R_{z4}x_4 = -P_{wx}H_w - \\ \quad - \sum_{i=1}^4 M_{fi} - ma_x H_z - \sum_{i=1}^n P_{wzi}x_{zi}; \\ R_{z1}y_1 + R_{z2}y_2 + R_{z3}y_3 + R_{z4}y_4 = -P_{wy}H_w - \\ \quad - ma_y H_z - \sum_{i=1}^n P_{wzi}y_{zi}, \end{cases}$$

где  $P_{wzi}$  — прижимные силы, реализуемые антикрыльями;  $x_{zi}, y_{zi}$  — координаты приложения прижимных сил от антикрыльев.

Трансмиссия заднеприводного автомобиля с симметричным дифференциалом описывается следующей системой уравнений [12]:

$$\begin{cases} J_k \dot{\omega}_{k3} = \frac{M_{34}}{2} U_{ГП} - M_3; \\ J_k \dot{\omega}_{k4} = \frac{M_{34}}{2} U_{ГП} - M_4; \\ \frac{\dot{\omega}_{дв}}{U_{ГП} U_{КПi}} = \frac{\dot{\omega}_{k3} + \dot{\omega}_{k4}}{2}; \\ (J_{дв} U_{КПi}^2 + J_{КПi}) \frac{\dot{\omega}_{дв}}{U_{КПi}} = M_{дв} U_{КПi} - M_{34}, \end{cases}$$

где  $J_k$  — момент инерции колеса;  $\dot{\omega}_{ki}$  — угловое ускорение  $i$ -го колеса;  $M_{34}$  — момент сопротивления, приведенный к выходному валу КП;  $U_{ГП}$  — передаточное число главной передачи;  $M_i$  — момент сопротивления на  $i$ -м колесе;  $U_{КПi}$  — передаточное число коробки передач на  $i$ -й передаче;  $J_{дв}$  — момент инерции двигателя;  $J_{КПi}$  — момент инерции вращающихся частей КП на  $i$ -й передаче;  $\dot{\omega}_{дв}$  — угловое ускорение вала двигателя;  $M_{дв}$  — момент, развиваемый двигателем.

Момент сопротивления

$$M_i = R_{ix} r_d + M_{Ti} + M_{fi},$$

где  $R_{ix}$  — проекции вектора силы взаимодействия с грунтом на оси системы координат  $x''Ky''$  (см. рис. 4, б);  $r_d$  — расстояние от оси колеса до опорной поверхности;  $M_{Ti}$  — тормозной момент на  $i$ -м колесе.

Схема трансмиссии заднеприводного автомобиля приведена на рис. 5.

Рассмотрим особенности реализации трассы, управления тормозным моментом и переключения передач в математической модели. Трасса задается в виде множества точек, для чего вся траектория разбивается на дуги

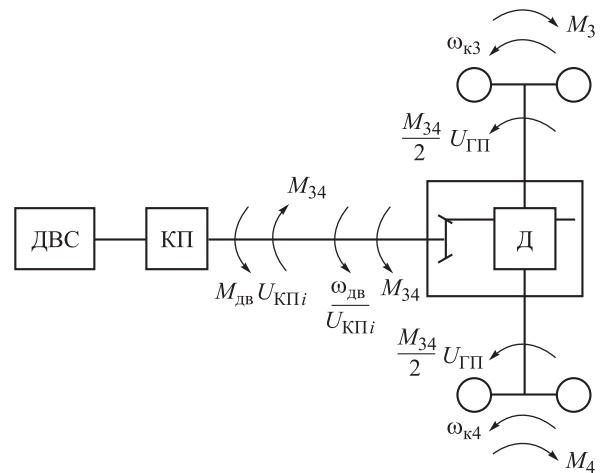


Рис. 5. Схема трансмиссии заднеприводного автомобиля

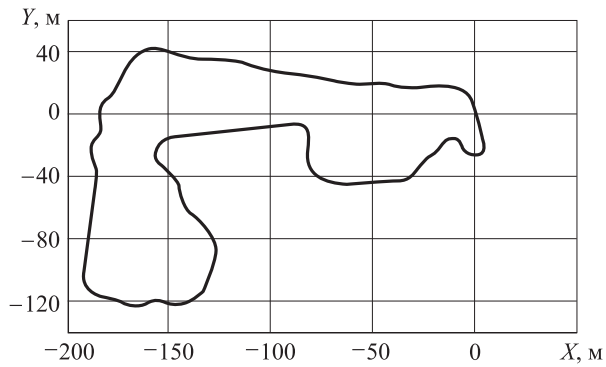


Рис. 6. Схема трассы

окружностей и прямые с помощью разработанных функций. Точки соединяют с помощью сплайнов. Для получения гладкой производной в местах перехода с дуги на прямую и обратно с помощью команды Smooth точки «сглаживаются». Для определения кривизны траектории используют формулу для вычисления радиуса окружности, проведенной через три точки.

При моделировании движения автомобиля была задана трасса, на которой в 2013 г. прошли соревнования в Италии. Линия, изображенная на схеме (рис. 6), является рациональной траекторией прохождения трассы, предложенной пилотами команды МГТУ им. Н.Э. Баумана.

**Разработка стратегии управления при движении автомобиля по заданной трассе.** Для обеспечения движения автомобиля по заданной траектории предложена следующая стратегия работы рулевого управления. В каждой точке трассы вычисляем производную координаты  $Y$  по координате  $X$ . Производная является тангенсом угла наклона касательной, поэтому, вычитая из угла касательной, найденного исходя из траектории, угол текущего положения продольной оси автомобиля в НСК, получаем угол, на который необходимо повернуть условное среднее колесо автомобиля расположенное в центре передней оси, чтобы обеспечить движение автомобиля по касательной к заданной траектории. Найденный угол поворота среднего колеса пересчитываем в углы поворота управляемых колес согласно геометрии рулевой трапеции.

Для определения принадлежности автомобиля к конкретной точке трассы необходимо провести суммирование пройденного им расстояния и сравнение полученного результата с длиной трассы до заданной точки. Таким обра-

зом можно однозначно определить положение автомобиля на трассе.

В КП автомобиля переключение передач осуществляется исходя из условия, что крутящий момент на следующей передаче становится больше текущего. При реализации данного алгоритма следует учитывать задержку переключения. Поскольку за время задержки момент на предыдущей передаче может стать больше текущего, необходимо реализовать задержку между двумя возможными переключениями. В этом случае КП будет работать корректно.

Торможение автомобиля перед поворотом реализуется следующим образом. На начальном этапе находим максимально допустимую скорость в каждой точке трассы, исходя из условия, что нормальное ускорение в повороте равно максимальному, определяемому сцепными свойствами шины, т. е.  $v_{\max}(S) = \sqrt{R(S)\varphi_{y\max}g}$ , где  $S$  — текущая точка на трассе;  $R(S)$  — радиус кривизны траектории в данной точке;  $\varphi_{y\max}$  — максимальное значение коэффициента поперечной реакции шины с опорной поверхностью;  $g$  — ускорение свободного падения.

Далее определяем расстояние от ЦМ автомобиля до поворота, при начале торможения с которого машина гарантированно успеет снизить скорость даже перед самым крутым поворотом трассы. Это расстояние вычисляем с учетом допущения о том, что торможение между двумя соседними точками трассы осуществляется равнозамедленно с замедлением  $a_{\tau\max} = g\varphi_{x\max}$  ( $\varphi_{x\max}$  — максимальное значение коэффициента продольной реакции шины с опорной поверхностью). Используя кинематическое соотношение для равноускоренного движения  $a_{\tau} = (v - v_0)/t$  ( $v$  и  $v_0$  — текущая и начальная скорость движения), определяем время, необходимое на торможение:  $t = (v_{\min} - v)/(\varphi_{x\max}g)$  ( $v_{\min}$  — наименьшая из предельно допустимых скорость движения по трассе). Используя кинематические соотношения  $v = v_0 + a_{\tau}t$  и  $L = v_0t + a_{\tau}t^2/2$ , получаем искомое расстояние  $L = (v_{\min}^2 - v^2)/(2g\varphi_{x\max})$ .

На следующем этапе определяем тормозной момент, который необходимо приложить к колесам, чтобы автомобиль успел снизить скорость до требуемого значения. Принимая, что расстояние между двумя точками, по которым задана трасса, мало настолько, что движение между ними можно считать равнозамедленным, с учетом уже использованных кинематических соотношений получаем, что замед-

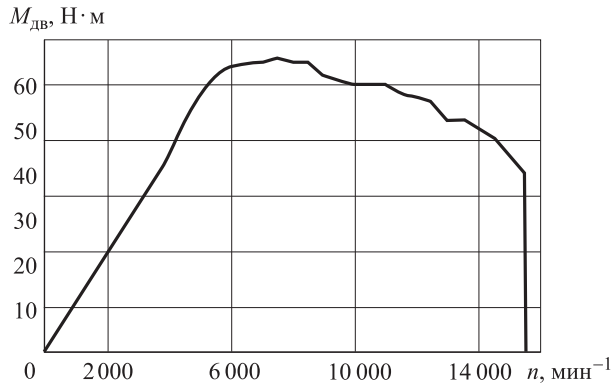


Рис. 7. Внешняя скоростная характеристика двигателя:  $n$  — частота вращения коленчатого вала;  $M_{дв}$  — крутящий момент двигателя

ление, с которым должен двигаться автомобиль,  $a_{\tau} = [v_{max}(S+L) - v]/t$ , где  $v_{max}(S+L)$  — максимально допустимая скорость движения по трассе на расстоянии  $L$  от ЦМ автомобиля. Используя приведенное выше кинематическое соотношение для расстояния  $L$  и выражение  $a_{\tau} = (v_{max} - v)/t$ , определяем время торможения  $t = 2L/[v_{max}(S+L) + v]$ . После преобразований получаем  $a_{\tau} = [v_{max}(S+L)^2 - v^2]/(2L)$ . Момент от суммы всех сил, участвующих в замедлении автомобиля,  $M = a_{\tau}m_m r_d$ , где  $m_m$  — масса автомобиля. Поэтому для нахождения момента, который необходимо реализовать на тормозных механизмах, необходимо из полученного значения  $M$  вычесть момент сопротивления качению автомобиля и момент, создаваемый силой сопротивления воздуха.

Такой способ эффективен при торможении перед крутыми поворотами, а при торможении

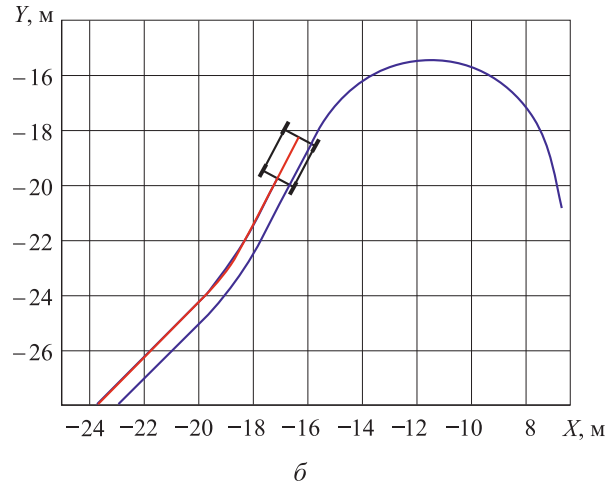
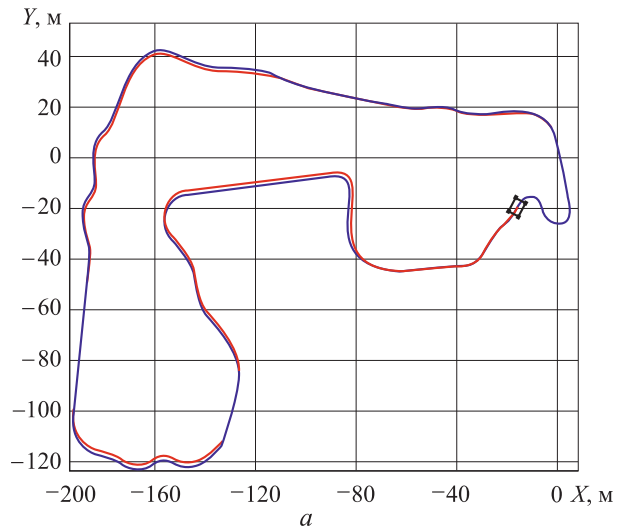


Рис. 8. Движение автомобиля по всей заданной трассе (а) и по выделенному ее участку (б)

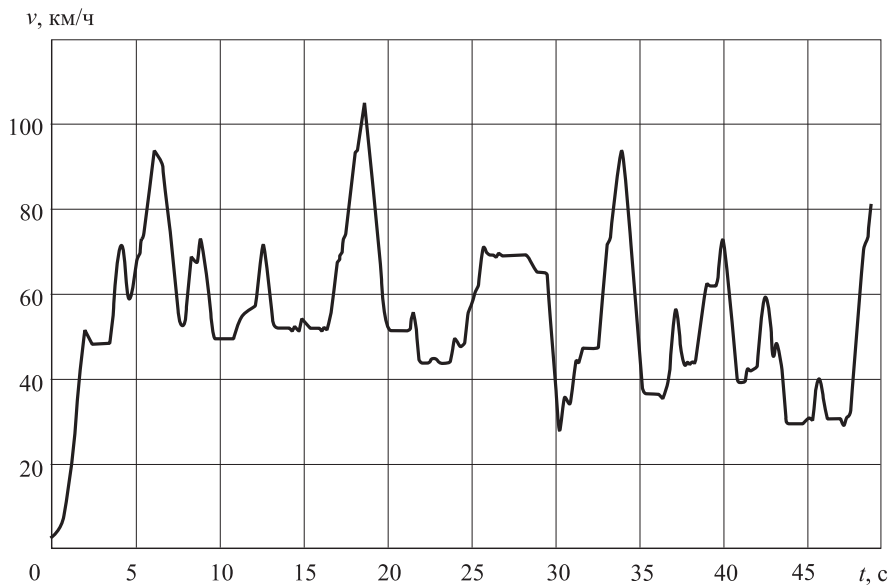


Рис. 9. Зависимость скорости  $v$  движения автомобиля от времени  $t$

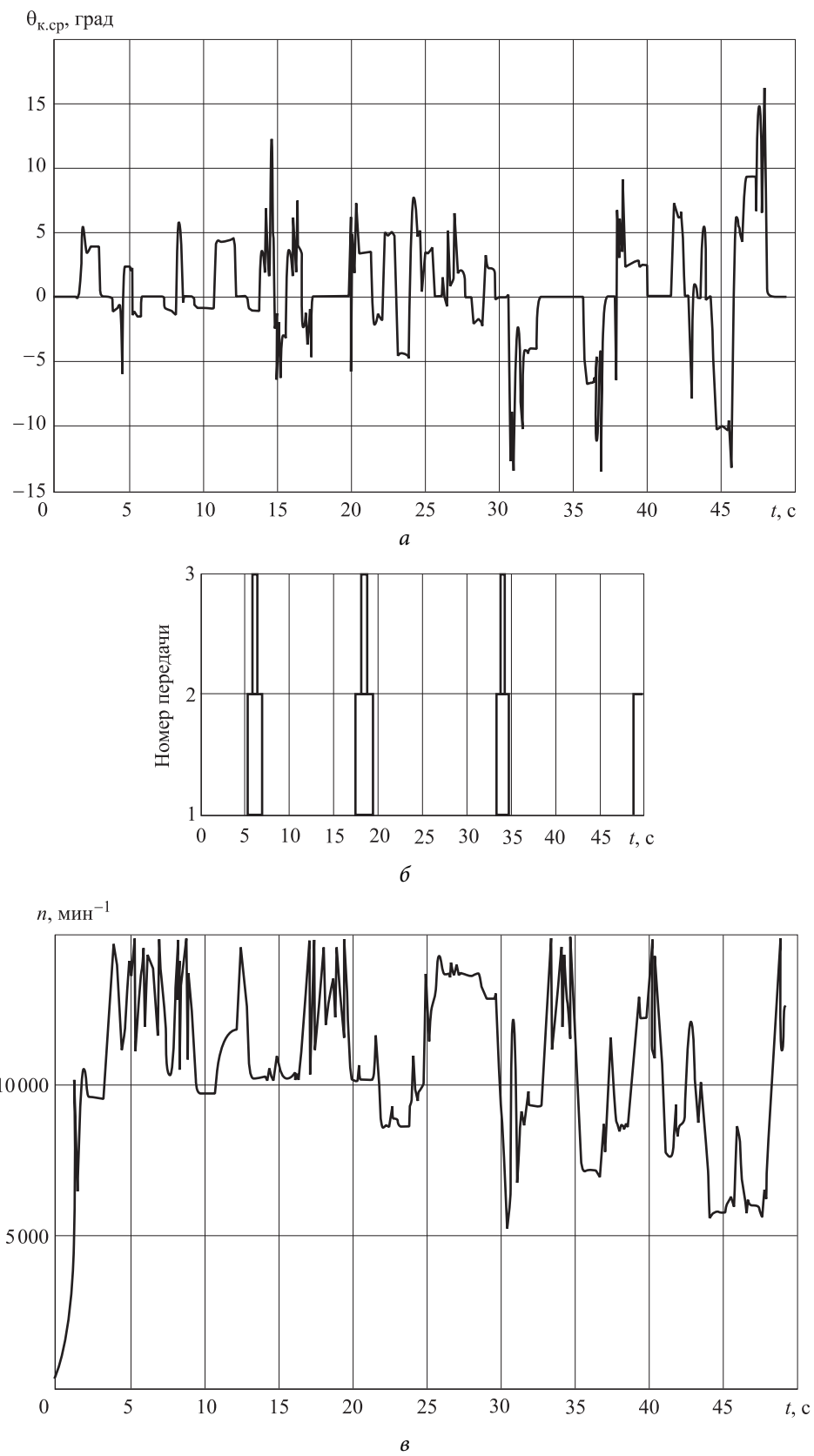


Рис. 10. Зависимости среднего угла  $\theta_{к.ср}$  поворота управляемых колес (а), включенной передачи КПП автомобиля (б) и частоты  $n$  вращения коленчатого вала двигателя (в) от времени  $t$



перед скоростными поворотами точка, расположенная на расстоянии  $L$ , слишком быстро проходит область поворота. Для того чтобы автомобиль успевал снизить скорость перед скоростными поворотами, в модели необходимо вычислить тормозные моменты для точек на расстоянии  $L$ ,  $L/2$ ,  $L/3$ ,  $L/4$ ,  $L/5$ . Для приложения на колеса выбирается максимальный тормозной момент.

Для исключения заноса автомобиля в модели максимальный тормозной момент ограничен значением, рассчитанным исходя из сцепления шины с опорной поверхностью, а также из условия непревышения скольжения колес автомобиля заданного значения 0,1 (именно в этой точке наблюдается максимум кривой  $\varphi(S)$ ). При моделировании силовой установки использована внешняя скоростная характеристика двигателя автомобиля BRT-1 (рис. 7).

#### Результаты теоретических исследований.

С помощью имитационного математического моделирования установлено, что автомобиль проходит один круг трассы за 49,16 с. У машины-победителя итальянского этапа соревнований время прохождения круга такой трассы составило около 46 с. У автомобиля команды МГТУ им. Н.Э. Баумана это время оказалось больше, поскольку он обладает большей массой и не имеет постоянного крутящего момента в диапазоне частот вращения, в котором ДВС работает основное время при движении машины на трассе. На рис. 8 показано движение автомобиля по всей заданной трассе и по выделенному ее участку.

Максимальная скорость движения, определенная по результатам моделирования, состав-

вила 105 км/ч, а средняя скорость по трассе — около 45 км/ч. На рис. 9 приведено распределение скорости движения автомобиля при прохождении трассы.

Анализ зависимости угла поворота условного среднего колеса, находящегося в центре передней оси, от времени (рис. 10, а) позволяет сделать вывод, что его максимальный угол поворота должен составлять не менее  $17^\circ$ .

Распределение передач КП (рис. 10, б) и частоты вращения коленчатого вала двигателя (рис. 10, в) свидетельствует о том, что почти всю трассу автомобиль проходит на первой передаче, при этом частота вращения вала достаточна велика.

#### Выводы

1. Сравнение результатов математического моделирования и натуральных заездов автомобиля позволяет сделать вывод об адекватности разработанной математической модели. Для улучшения времени прохождения трассы необходимо снизить массу автомобиля, добиться постоянного крутящего момента в зоне наиболее используемых частот вращения коленчатого вала двигателя, оптимизировать передаточные числа трансмиссии для каждой конкретной трассы.

2. Разработанная математическая модель может быть использована для прогнозирования характеристик криволинейного движения при различных управляющих воздействиях, а также для оптимизации стратегии управления спортивным автомобилем, двигающимся по заданной трассе при условии обеспечения минимального затрачиваемого времени и, соответственно, максимально возможных скоростей.

#### Литература

- [1] Дэбни Дж., Харман Т. *Simulink 4. Секреты мастерства*. Москва, Бином. Лаборатория знаний, 2003. 404 с.
- [2] De Jong B.A.J. *Modeling of a Formula Student race car in Matlab/Simulink with Simmechanics*. OCT Report no. 2004.106, October 2004.
- [3] Criens C.H.A., Ten Dam T., Luijten H.J.C., Rutjes T. *Building a MATLAB based Formula Student simulator*. DCT 2006.069, June 2006.
- [4] Горелов В.А., Котиев Г.О., Бекетов А.А. Математическая модель движения вездеходного транспортного средства. *Журнал Ассоциации автомобильных инженеров*, 2008, № 1, с. 50–54.
- [5] Котиев Г.О., Чернышев Н.В., Горелов В.А. Математическая модель криволинейного движения автомобиля с колесной формулой 8×8 при различных способах управления поворотом. *Журнал Ассоциации автомобильных инженеров*, 2009, № 2, с. 34–40.

- [6] Рождественский Ю.Л., Машков К.Ю. О формировании реакций при качении упругого колеса по недеформируемому основанию. *Труды МВТУ*, 1982, № 390, с. 56–64.
- [7] Дик А.Б. *Расчет стационарных и нестационарных характеристик тормозящего колеса при движении с уводом*. Дис. ... канд. техн. наук. Омск, 1988. 228 с.
- [8] Котиев Г.О., Марохин С.М., Ергин А.А. Система динамической стабилизации криволинейного движения спецавтомобиля с возможностью предотвращения опрокидывания. *Известия Академии инженерных наук им. А.М. Прохорова*, 2003, т. 5, с. 36–44.
- [9] Жилейкин М.М. Алгоритмы работы системы динамической стабилизации путем изменения крутящих моментов на колесах для многоосных колесных машин с управляемой механической трансмиссией. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2015, № 5, с. 25–36.
- [10] Горелов В.А., Котиев Г.О., Тропин С.Л. «Веерный» закон для всеколесного рулевого управления многоосных колесных транспортных средств. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2012, № 2, с. 102–116.
- [11] Котиев Г.О., Панкратов М.С., Полунгян А.А. Имитационное моделирование движения полноприводной колесной машины с бесступенчатой трансмиссией. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2004, № 4, с. 3–14.
- [12] Ловцов Ю.И., Маслов В.К., Харитонов С.А. *Имитационное моделирование движения гусеничных машин*. Москва, МВТУ, 1989. 60 с.

## References

- [1] Debni Dzh., Kharman T. *Simulink 4. Sekrety masterstva* [Simulink 4. Secrets Excellence]. Moscow, BKL Publishers, 2003. 404 p.
- [2] De Jong B.A.J. *Modeling of a Formula Student race car in Matlab/Simulink with Simmechanics*. OCT Report no. 2004.106, October 2004.
- [3] Criens C.H.A., Ten Dam T., Luijten H.J.C., Rutjes T. *Building a MATLAB based Formula Student simulator*. DCT 2006.069, June 2006.
- [4] Gorelov V.A., Kotiev G.O., Beketov A.A. Matematicheskaya model' dvizheniya vezdekhodnogo transportnogo sredstva [Mathematical model of motion-terrain vehicle]. *Zhurnal assotsiatsii avtomobil'nykh inzhenerov* [Journal of the Association of Automotive Engineers]. 2008, no. 1, pp. 50–54.
- [5] Kotiev G.O., Chernyshev N.V., Gorelov V.A. Matematicheskaya model' krivoliniynogo dvizheniya avtomobilya s kolesnoi formuloi 8×8 pri razlichnykh sposobakh upravleniya povorotom [Mathematical model of the curvilinear motion of the car with wheel formula 8×8, with different ways of turning control]. *Zhurnal Assotsiatsii avtomobil'nykh inzhenerov* [Journal of the Association of Automotive Engineers]. 2009, no. 2, pp. 34–40.
- [6] Rozhdestvenskii Iu.L., Mashkov K.Iu. O formirovani reaktzii pri kachenii uprugogo kolesa po nedeformiruemu osnovaniyu [On the formation of the elastic reactions of rolling wheels on deformable ground]. *Trudy MVTU* [Proceedings of the Bauman Moscow State Technical University]. 1982, no. 390, pp. 56–64.
- [7] Dik A.B. *Raschet stacionarnykh i nestacionarnykh kharakteristik tormoziashchego kolesa pri dvizhenii s uvodom*. Diss. kand. tekhn. nauk [Calculation of stationary and non-stationary characteristics of the braking wheel when driving with the gone. Cand. tech. sci. diss.]. Omsk, 1988. 228 p.
- [8] Kotiev G.O., Marokhin S.M., Ergin A.A. Sistema dinamicheskoi stabilizatsii krivoliniynogo dvizheniya spetsavtomobilya s vozmozhnost'yu predotvrashcheniya oprokidyvaniya [Dynamic Stability curvilinear motion with special automobile stall prevention]. *Izvestiya akademii inzhenernykh nauk im. A.M. Prokhorova* [News Academy of Engineering Sciences A.M. Prokhorov]. 2003, vol. 5, pp. 36–44.
- [9] Zhileikin M.M. Algoritmy raboty sistemy dinamicheskoi stabilizatsii putem izmeneniia krutiashchikh momentov na kolesakh dlia mnogoosnykh kolesnykh mashin s upravliaemoi mekhanicheskoi transmissiei [The algorithms used in the system of dynamic stabilization by changing the torque on the wheels in multiwheeled vehicles with controlled mechanical transmission]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Mashinostroenie* [Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building]. 2015, no. 5, pp. 25–36.

- [10] Gorelov V.A., Kotiev G.O., Tropin S.L. «Veernyi» zakon dlia vsekolesnogo rulevogo upravleniia mnogoosnykh kolesnykh transportnykh sredstv [Control law of all-wheel steering for multi-axis wheeled vehicles]. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Mashinostroenie* [Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Mechanical Engineering]. 2012, no. 2, pp. 102–116.
- [11] Kotiev G.O., Pankratov M.S., Polungian A.A. Imitatsionnoe modelirovanie dvizheniia polnoprivodnoi kolesnoi mashiny s besstupenchatoi transmissiei [Modeling of movement imitation for full-drive wheeled vehicle with non-stepwise transmission]. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Mashinostroenie* [Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Mechanical Engineering]. 2004, no. 4, pp. 3–14.
- [12] Lovtsov Iu.I., Maslov V.K., Kharitonov S.A. *Imitatsionnoe modelirovanie dvizheniia gusenichnykh mashin* [Simulation of motion tracked vehicles]. Moscow, Bauman Press, 1989. 60 p.

Статья поступила в редакцию 01.04.2016

## Информация об авторах

**ГОРЕЛОВ Василий Александрович** (Москва) — доктор технических наук, профессор кафедры «Колесные машины». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: gorelov\_va@bmstu.ru).

**КОСИЦЫН Борис Борисович** (Москва) — аспирант кафедры «Колесные машины». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: Boris\_ko@inbox.ru).

## Information about the authors

**ГОРЕЛОВ Vasily Aleksandrovich** (Moscow) — Doctor of Science (Eng.), Professor, Wheeled Vehicles Department. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2<sup>nd</sup> Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: gorelov\_va@bmstu.ru).

**KOSITSYN Boris Borisovich** (Moscow) — Postgraduate, Wheeled Vehicles Department. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2<sup>nd</sup> Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: Boris\_ko@inbox.ru).



В Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана  
вышло в свет 6-е издание учебника  
**В.Д. Морозовой**

### «Введение в анализ»

Книга является первым выпуском комплекса учебников «Математика в техническом университете», состоящего из двадцати одного выпуска. Знакомит читателя с понятиями функции, предела, непрерывности, которые являются основополагающими в математическом анализе и необходимыми на начальном этапе подготовки студента технического университета.

Отражена тесная связь классического математического анализа с разделами современной математики (прежде всего с теорией множеств и непрерывных отображений в метрических пространствах).

Содержание учебника соответствует курсу лекций, который автор читает в МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Для студентов технических университетов. Может быть полезен преподавателям и аспирантам.

**По вопросам приобретения обращайтесь:**

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.  
Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;  
press@bmstu.ru; www.baumanpress.ru