УДК 539.3:624.04 DOI 10.18698/0536-1044-2016-12-28-32

Оценка вибрационной нагруженности высотных сооружений, установленных на качающихся платформах

А.С. Гусев[1], Л.В. Зинченко[1], С.А. Стародубцева[2]

[1] МГТУ им. Н.Э. Баумана, 105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1
[2] Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ), 125319, Москва, Российская Федерация, Ленинградский пр-т, д. 64

The Evaluation of Vibration Load of High-Rise Structures on Swaying Platforms

A.S. Gusev[1], L.V. Zinchenko[1], S.A. Starodubtseva[2]

[1] BMSTU, 105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1
[2] Moscow Automobile and Road Construction State Technical University (MADI), 125319, Moscow, Russian Federation, Leningradskiy Ave., Bldg. 64

e-mail: dcb@bmstu.ru, zinlar@yandex.ru, СТАНОК@gmail.com

В связи с растущей активностью человека по освоению морей и океанов все более остро встает задача проектирования гидротехнических сооружений, подверженных воздействию вибрационных нагрузок. В статье в статистическом аспекте рассмотрена задача оценки надежности высотных сооружений, установленных на качающихся платформах. Исходная информация об угловых воздействиях получена из энергетических спектров высот волн, считающихся известными в функции скорости ветра. Решение дифференциальных уравнений изгиба сооружения проведено методом разложения по формам собственных колебаний. Использование эффекта сглаживания высот волн платформой обеспечило получение энергетического спектра угловых ускорений, позволяющего определить параметры их структуры и оценить надежность сооружения по вероятности непревышения перемещениями и напряжениями допустимых уровней (опасных значений). Разработанная методика может быть использована при вероятностных оценках надежности, например, нефтегазовых сооружений, которые установлены на платформах, качающихся на морских волнах.

Ключевые слова: случайный процесс, вероятностные характеристики, вероятность события, нормативное перемещение, прочностная надежность.

Due to rising human activity related to sea and ocean exploration, the problem of designing hydrotechnical constructions sustaining considerable vibrations, becomes extremely pressing. The article analyses the problem of evaluating the reliability of high-rise structures installed on swaying platforms, using a statistical approach. Original information about angular impacts is obtained from the energy spectrum of wave heights that are considered known in the wind speed function. Differential equations of bending of the structure are solved using the method of decomposition of natural fluctuations by forms. Using the wave height smoothing effect by the platform, the energy spectrum of angular accelerations is obtained. It allows determining the waves' structural parameters and estimating the reliability of the construction based on the probability of non-exceeding the permissible levels of movement and stress (critical values). The developed method can be used in probabilistic evaluation of reliability of oil towers that are installed on swaying platforms exposed to sea waves.

Keywords: random process, probability characteristics, event probability, standard movement, strength reliability.

Создание нефтедобывающих платформ является одной из актуальных проблем современного машиностроения. В эксплуатации эти платформы подвергаются интенсивным внешним воздействиям [1], которые часто приводят к их разрушению.

Цель работы — разработка методики расчета вибрационной нагруженности и прочностной надежности металлоконструкций высотных сооружений, установленных на качающихся платформах.

Рассмотрим сооружение, установленное на качающейся платформе (рис. 1). Угол поворота платформы в наиболее опасном направлении обозначим как $\psi(t)$. Такое кинематическое воздействие считается случайным процессом с заданными вероятностными характеристиками. Задача состоит в определении вероятности того, что верхняя точка сооружения на заданном интервале времени (0, t) ни разу не превысит нормативного (опасного) перемещения u_*, а максимальные напряжения — опасного уровня напряжений σ_*.

Используя для сооружения, установленного на качающейся платформе, расчетную модель длинного стержня и ограничиваясь рассмотрением его первой формы колебаний, получим дифференциальное уравнение для описания изгибных колебаний [2]

$$\mu\frac{\partial^2 V}{\partial t^2}+CV=q(x,t), \qquad (1)$$

где μ — расчетная распределенная масса стержня; $V(x,t)=u(t)\varphi(x)$ — перемещение в точке с координатой x в момент времени t по первой приближенной форме колебаний $\varphi(x)\approx 1-\cos\left(\pi x/(2l)\right)$ (l — высота сооружения); C — упругий оператор изгиба сжатого стержня; $q(x,t)$ — расчетная распределенная нагрузка, $q(x,t)=\mu x\ddot{\psi}(t)$.

В уравнении (1)

$$\mu=\mu_0+m\delta(x-l)-J_0\varphi'(l)\delta'(x-l);$$

$$C=\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(EJ\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)+P\frac{\partial^2}{\partial x^2}+P'\frac{\partial}{\partial x},$$

где μ_0 — распределенная масса сооружения; m и J_0 — масса и момент инерции верхней части сооружения; $\delta(\cdot), \delta'(\cdot)$ — дельта-функция Дирака и ее первая производная [3]; E — модуль упругости; J — момент инерции; $P=mg+$ $+\mu_0 g(l-x)$.

Подставив $V(x, t)$ в уравнение (1) и умножив полученный результат скалярно на функцию формы $\varphi(x)$ [4], получим следующее дифференциальное уравнение для определения искомой функции $u(t)$:

$$M\ddot{u}+\lambda u=Q(t), \qquad (2)$$

где M, λ и $Q(t)$ — обобщенные соответственно масса, жесткость и сила.

В выражении (2)

$$M=(\mu\varphi,\varphi)=\int_0^l \mu\varphi^2 dx=$$

$$=\left[\left(\mu_0+m\delta\left(x-l\right)-J\varphi'(l)\delta'\left(x-l\right)\right)\varphi(x),\varphi(x)\right]=$$

$$=m+\left(\frac{3}{2}-\frac{4}{\pi}\right)\mu_0 l+\frac{\pi^2}{2l^2}J;$$

$$\lambda=\left(C\varphi,\varphi\right)=EJ\left(\varphi'''',\varphi\right)+mg\left(\varphi'',\varphi\right)+$$

$$+\mu_0 g\left(\left(l-x\right)\varphi'',\varphi\right)-\mu_0 g\left(\varphi',\varphi\right)=$$

$$=EJ\int_0^l(\varphi'')^2dx-mg\int_0^l(\varphi')^2dx+$$

$$+\mu_0 g\int_0^l\left(l-x\right)\varphi''\varphi dx-\mu_0 g\int_0^l\varphi'\varphi dx=$$

$$=\frac{\pi^4 EJ}{32l^3}-\frac{\pi^2}{8l}mg+\mu_0 g\left(\frac{3}{4}-\frac{\pi^2}{16}\right)-\frac{1}{2}\mu_0 g=$$

$$=\frac{\pi^4 EJ}{32l^3}-\frac{\pi^2}{8l}mg-\frac{\mu_0 g}{4}\left(\frac{\pi^2}{4}-1\right); \qquad (3)$$

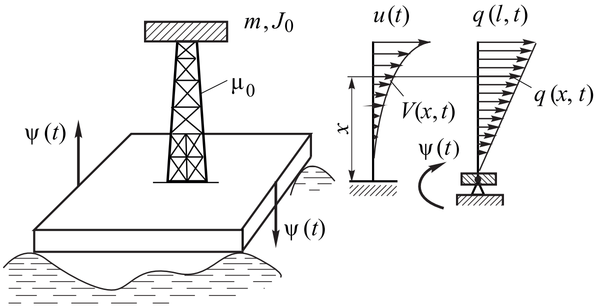

Рис. 1. К расчету сооружения, установленного на качающейся платформе

$$Q(t) = \left(\mu\ddot{\psi}x, \varphi(x)\right) =$$
$$= \left[\left(\mu_0 + m\delta(x-l) - J\varphi'(l)\delta'(x-l)\right)x, \varphi(x)\right]\ddot{\psi}(t) =$$
$$= \left[ml + \frac{4\mu_0 l^2}{\pi^2}\left(\frac{\pi}{2} - 1\right) + \frac{\pi J}{2l}\left(1 + \frac{\pi}{2}\right)\right]\ddot{\psi}(t). \quad (4)$$

Здесь запятая означает скалярное произведение.

Из соотношения (3) получим жесткость $\lambda = 0$ при

$$mg + \frac{\pi^2 - 4}{2\pi^2}\mu_0 gl = \frac{\pi^2 EJ}{4l^2}.$$

Отсюда при $\mu_0 = 0$ находим критическую силу по Эйлеру

$$(mg)_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 EJ}{4l^2},$$

а при $m = 0$ — критическую распределенную нагрузку

$$(\mu_0 g)_{\text{кр}} = \frac{EJ}{2l^3}\frac{\pi^4}{\pi^2 - 4}.$$

Тогда уравнение (2) можно представить в стандартном виде [5]

$$\ddot{u} + 2n\dot{u} + \omega_0^2 u = f(t); \quad (5)$$

$$\omega_0^2 = \frac{\lambda}{M}; \quad 2n = \frac{\theta}{\pi}\omega_0; \quad f(t) = \frac{Q(t)}{M},$$

где n — коэффициент демпфирования; ω_0 — частота собственных колебаний; θ — декремент колебаний.

Для стальных конструкций можно принять $n \approx 0{,}01\omega_0$.

Передаточная функция для уравнения (5) имеет вид [6]

$$H(i\omega) = \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2ni\omega},$$

где ω — частота колебаний.

При стационарном воздействии $f(t)$ со спектральной плотностью $S_f(\omega)$ стационарное решение $u(t)$ уравнения (5) имеет спектральную плотность [7], определяемую как

$$S_u(\omega) = \left|H(i\omega)\right|^2 S_f(\omega).$$

Дисперсию процесса $u(t)$ и дисперсию его первой производной найдем по соответствующим формулам:

$$S_u^2 \approx \frac{\pi}{2n\omega_0^2}S_f(\omega_0); \quad S_{\dot{u}}^2 = \omega_0^2 S_u^2.$$

Вероятность того, что перемещение объекта на верхнем конце стержня ни разу за время t не превысит некоторого опасного уровня u_* (надежность по перемещениям) [8], определяется по выражению

$$P\left\{u(\tau) \le u_*,\ \tau \in (0,t)\right\} = 1 - \frac{t}{2\pi}\frac{S_{\dot{u}}}{S_u}\exp\left(-\frac{u_*^2}{2S_u^2}\right).$$

Напряжения в сечении с координатой x в момент времени t имеют вид

$$\sigma(x,t) = \frac{EJ}{W}u(t)\varphi''(x),$$

где EJ — жесткость; W — момент сопротивления сечения стержня.

Напряжения в заделке

$$\sigma(t) = \frac{\pi^2 EJ}{4l^2 W}u(t).$$

Спектральная плотность этих напряжений

$$S_\sigma(\omega) = \frac{\pi^4 E^2 J^2}{16 l^4 W^2}S_u(\omega).$$

Дисперсию напряжений S_σ^2, дисперсию скорости $S_{\dot{\sigma}}^2$ и их эффективную частоту ω_σ вычислим по выражениям

$$S_\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} S_\sigma(\omega)d\omega; \; S_{\dot{\sigma}}^2 = \int_{-\infty}^{\infty}\omega^2 S_\sigma(\omega)d\omega; \; \omega_\sigma = S_{\dot{\sigma}}/S_\sigma.$$

Вероятность того, что напряжения $\sigma(t)$ ни разу за время t не превысят некоторого опасного уровня σ_* (прочностная надежность), определяется по формуле

$$P\left\{\sigma(\tau) \le \sigma_*,\ \tau \in (0,t)\right\} = 1 - \frac{\omega_\sigma t}{2\pi}\exp\left(-\frac{\sigma_*^2}{2S_\sigma^2}\right).$$

Необходимая информация для расчетов состоит в определении вероятностных характеристик процесса $\ddot{\psi}(t)$ [9]. При этом спектральная плотность процесса изменения высот волн со временем $h(t)$ считается заданной и определяется выражением

$$S_h(\omega) = K\omega^{-6}\exp\left(-\frac{2g^2}{\omega^2 v^2}\right),$$

где K = 2,4 $м^2 \cdot с^{-5}$; g = 9,81 $м \cdot с^{-2}$; v — средняя скорость ветра, принимаемая равной 20, 30, 40 м/с.

Процесс $h(t)$ сглаживается плавающей платформой. Интенсивность этого сглаживания зависит от ее размеров. Пусть оно происходит на некоторой ширине платформы a, что при ожидаемой скорости $<\dot{h}>$, примерно равной среднему квадрату отклонения скоростей изменения высот волн

$$S_{\dot{h}} = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 S_h(\omega) d\omega},$$

приводит к интервалу времени сглаживания $\Delta t = a/S_{\dot{h}}$.

Сглаженный профиль волн $\tilde{h}(t)$ можно определить усреднением исходного профиля $h(t)$ в интервале времени Δt (рис. 2):

$$\tilde{h}(t) = \frac{1}{\Delta t} \int_{t-\Delta t}^{t} h(x)\,dx$$

или

$$\dot{\tilde{h}}(t) = \frac{1}{\Delta t}\Big[h(t) - h(t-\Delta t)\Big] \approx \frac{1}{\Delta t}\Big[h(t) - \tilde{h}(t)\Big].$$

Таким образом, сглаженный профиль [10] можно определить из решения дифференциального уравнения

$$\Delta t \dot{\tilde{h}}(t) + \tilde{h}(t) = h(t). \qquad (6)$$

При $\Delta t = 0$ сглаживания не происходит.

Передаточная функция для уравнения (6) имеет вид

$$H(i\omega) = \frac{1}{\Delta t i\omega + 1}.$$

Спектральную плотность процесса $\tilde{h}(t)$ вычислим по выражению

$$S_{\tilde{h}}(\omega) = \frac{S_h(\omega)}{(\Delta t)^2 \omega^2 + 1}.$$

Полагая углы $\psi(t)$ малыми, определим для них спектральную плотность

$$S_\psi(\omega) = \frac{1}{a^2} S_{\tilde{h}}(\omega).$$

Спектральную плотность процесса $\ddot{\psi}(t)$ найдем по формуле

$$S_{\ddot{\psi}}(\omega) = \omega^4 S_\psi(\omega).$$

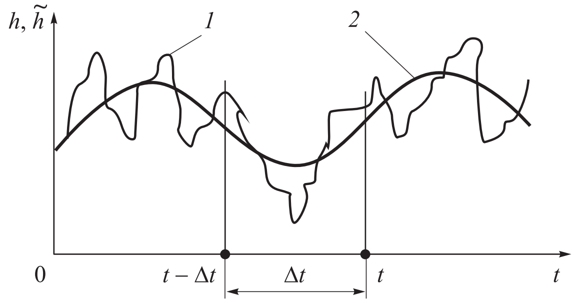

Рис. 2. Исходный (*1*) и сглаженный (*2*) профили волн

С учетом выражений (1) и (4) окончательно имеем

$$S_{\ddot{\psi}}(\omega) = \frac{K l^{-2} \omega^{-2}}{(\Delta t)^2 \omega^2 + 1} \frac{1}{S_{\dot{h}}^2} \exp\left(-\frac{2g^2}{\omega^2 V^2}\right).$$

Результаты расчетов показали, что при S_u = = 10 см, u_* = 60 см, ω_u = 30 с$^{-1}$ и t =100 ч вероятность отказа по перемещениям $P_1 \approx 0{,}026$.

При S_σ = 40 МПа, σ_* = 300 МПа, ω_σ = 30 с$^{-1}$, t = 100 ч получаем вероятность отказа по прочности $P_2 \approx 0{,}0017$.

Таким образом, разработанная методика расчета вибрационной нагруженности высотных сооружений, установленных на качающихся платформах, позволяет оценить вероятность отказа по превышению опасных уровней перемещений и напряжений.

Выводы

1. Проведен расчет вибрационной надежности высотных сооружений, установленных на качающихся платформах, с получением вероятности непревышения опасных значений перемещений и напряжений.

2. В работе эффективно использованы скалярные произведения функции, из которых в частных случаях следуют известные уравнения Эйлера.

3. При разработке методики расчета учтен эффект сглаживания морских волн плавающей платформой с заданными размерами.

Литература

[1] Ильина С.В., Гнидов К.П. Классификация нагрузок, действующих на морские стационарные платформы. *Современные наукоемкие технологии*, 2014, № 5-1, с. 138–139.

[2] Болотин В.В., ред. *Вибрации в технике: Справочник. Т. 1. Колебания линейных систем.* Москва, Машиностроение, 1999. 504 с.

[3] Гусев А.С. *Вероятностные методы в механике машин и конструкций.* Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009. 223 с.

[4] Гусев А.С., Светлицкий В.А. *Расчет конструкций при случайных воздействиях*. Москва, Машиностроение, 1984. 240 с.
[5] Болотин В.В. *Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений*. Москва, Стройиздат, 1982. 351 с.
[6] Whitney C.A. *Random processes in physical systems*. New York, John Willey, 1990. 320 p.
[7] Elishakoff J. *Probabilistic Methods in the Theory of Structures*. New York, John Willey, 2010. 489 p.
[8] Svetlitsky V.A. *Engineering Vibration Analysis. Worked Problems 2*. New York, Springer, 2004. 239 p.
[9] Li W., Qi-Man Shao. *Stochastic Process: Theory and Methods. Handbook statistics*. 2001, vol. 19, pp. 533–598.
[10] Купер Дж., Макгиллем К. *Вероятностные методы анализа сигналов и систем*. Москва, Мир, 1989. 301 с.

References

[1] Il'ina S.V., Gnidov K.P. Klassifikatsiia nagruzok, deistvuiushchikh na morskie statsionarnye platform [Classification of loads acting on offshore stationary platform]. *Sovremennye naukoemkie tekhnologii* [Modern high technologies]. 2014, no. 5-1, pp. 138–139.
[2] *Vibratsii v tekhnike. Spravochnik. T. 1. Kolebaniia lineinykh sistem* [Vibration technology. Handbook. Vol. 1. Oscillations of linear systems]. Ed. Bolotin V.V. Moscow, Mashinostroenie publ., 1999. 504 p.
[3] Gusev A.S. *Veroiatnostnye metody v mekhanike mashin i konstruktsii* [Probabilistic methods in the mechanics of machines and structures]. Moscow, Bauman Press, 2009. 223 p.
[4] Gusev A.S., Svetlitskii V.A. *Raschet konstruktsii pri sluchainykh vozdeistviiakh* [Calculation of structures under random influences]. Moscow, Mashinostroenie publ., 1984. 240 p.
[5] Bolotin V.V. *Metody teorii veroiatnostei i teorii nadezhnosti v raschetakh sooruzhenii* [Methods of the theory of probability and reliability theory in the calculation of structures]. Moscow, Stroiizdat publ., 1982. 351 p.
[6] Whitney C.A. *Random processes in physical systems*. New York, John Willey, 1990. 320 p.
[7] Elishakoff J. *Probabilistic Methods in the Theory of Structures*. New York, John Willey, 2010. 489 p.
[8] Svetlitsky V.A. *Engineering Vibration Analysis. Worked Problems 2*. New York, Springer, 2004. 239 p.
[9] Li W., Qi-Man Shao. *Stochastic Process: Theory and Methods. Handbook statistics*. 2001, vol. 19, pp. 533–598.
[10] Kuper Dzh., Makgillem K. *Veroiatnostnye metody analiza signalov i system* [Probabilistic methods for the analysis of signals and systems]. Moscow, Mir publ., 1989. 301 p.

Статья поступила в редакцию 30.06.2016

Информация об авторах

ГУСЕВ Александр Сергеевич (Москва) — доктор технических наук, профессор кафедры «Прикладная механика». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: dcb@bmstu.ru).

ЗИНЧЕНКО Лариса Витальевна (Москва) — кандидат технических наук, доцент кафедры «Прикладная механика». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: zinlar@yandex.ru).

СТАРОДУБЦЕВА Светлана Александровна (Москва) — кандидат технических наук, кафедра «Машиноведение и детали машин». Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ) (125319, Москва, Российская Федерация, Ленинградский пр-т, д. 64, e-mail: CTAHOK@gmail.com).

Information about the authors

GUSEV Aleksandr Sergeevich (Moscow) — Doctor of Science (Eng.), Professor, Department of Applied Mechanics. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: dcb@bmstu.ru).

ZINCHENKO Larisa Vitalievna (Moscow) — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Department of Applied Mechanics. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: zinlar@yandex.ru).

STARODUBTSEVA Svetlana Aleksandrovna (Moscow) — Candidate of Science (Eng.), Department of Theoretical Engineering and Machine Parts. Moscow Automobile and Road Construction State Technical University (MADI) (125319, Moscow, Russian Federation, Leningradskiy Ave., Bldg. 64, e-mail: CTAHOK@gmail.com).