

Расчет и конструирование машин

УДК 621.891

Предельные тяговые свойства и законы трения растяжимых гибких тел в ременных передачах

В.И. Пожбелко

Часть 1

Рассмотрена проблема расчета оптимальных проектных параметров при конструировании фрикционных механизмов и анализа трибодинамики их пар трения. Получено аналитическое решение нестандартной задачи определения предельных тяговых свойств и габаритов фрикционных механизмов с гибкими передаточными элементами с учетом их упругой растяжимости, толщины и радиуса кривизны изгиба. Это решение использовано для оптимизационного синтеза ременных передач машиностроения и совершенствования теории трения гибких тел.

Ключевые слова: фрикционные механизмы с гибкими связями, тяговые свойства гибких тел, предельное трение, ременные передачи.

On basis of the elastic-deformation model and the analysis of tribodynamics of friction pairs there has been found an analytical solution for the task of defining the limiting traction properties of flexible mechanical transmission links, which is used for optimization synthesis of belt drives in machine-building and improvement of the flexible bodies friction theory.

Keyword: friction mechanisms with flexible links, traction properties of flexible bodies, limiting friction, belt drives, extensible flexible bodies.

Рассматриваемый класс фрикционных механизмов с тяговым усилием за счет трения о цилиндрический барабан гибких передаточных элементов (гибкие связи в виде ремня, ленты, нити, троса,



ПОЖБЕЛКО

Владимир Иванович
доктор технических наук,
профессор, заслуженный
работник высшей
школы РФ, профессор
кафедры «Теоретическая
механика и основы
проектирования машин»
(Южно-Уральский
государственный
университет)

ременные передачи, вариаторы скорости, стальные и конвейерные ленты рабочих органов и др.) широко применяется в машиностроении (металлорежущие станки, текстильные и швейные машины, транспортеры с гибким тяговым органом, ленточные пилорамы и конвейеры, бесступенчатые трансмиссии тяговых и транспортных машин и др.) [1–7]. Основными достоинствами этих механизмов являются простота конструкции, бесшумность, возможность бесступенчатого регулирования передаточного отношения, неразрушаемость при перегрузках и высокий КПД; недостатками — ограниченные тяговые способности, интенсивный нагрев при пробуксовках и большие габариты.

Типовая схема механизмов с гибкими передаточными элементами и основные формы поверхностей их трения (реализованные в плоскоременных, круглоременных и клиноременных передачах) представлены на рис. 1.

Традиционно тяговые способности *передачи усилий* гибкой связью принято оценивать [2] с помощью коэффициента тяги:

$$\psi = \frac{F_t}{2F_0} = \frac{F_1 - F_2}{2F_0} \leq 1,$$

где F_t — сила трения гибкой связи о шкив; F_1, F_2 — силы на ведущей и ведомой ветвях; F_0 — сила предварительного натяжения каждой из ветвей (см. рис. 1), $F_0 = 0,5(F_1 + F_2)$. При этом согласно [2] сила сопротивления гибкой связи своему изгибанию по контуру барабана (шкива) пренебрежимо мала (по сравнению с силой ее натяжения), а действие центробежных сил учитывается только в быстроходных передачах (поправочным коэффициентом — при окружных скоростях движения более 10 м/с). В качестве типовой принята [2] ременная передача с передаточным отношением $u = 1$ (т. е. $\alpha = \pi$) и $V = 10$ м/с, для которой по стандарту ISO и проводятся все основные испытания и эксперименты. В машиностроении сложилась практика [2, с. 606] расчета ременных передач на основании результатов указанных испытаний с введением множества эмпирических поправочных коэффициентов, что затрудняет совме-

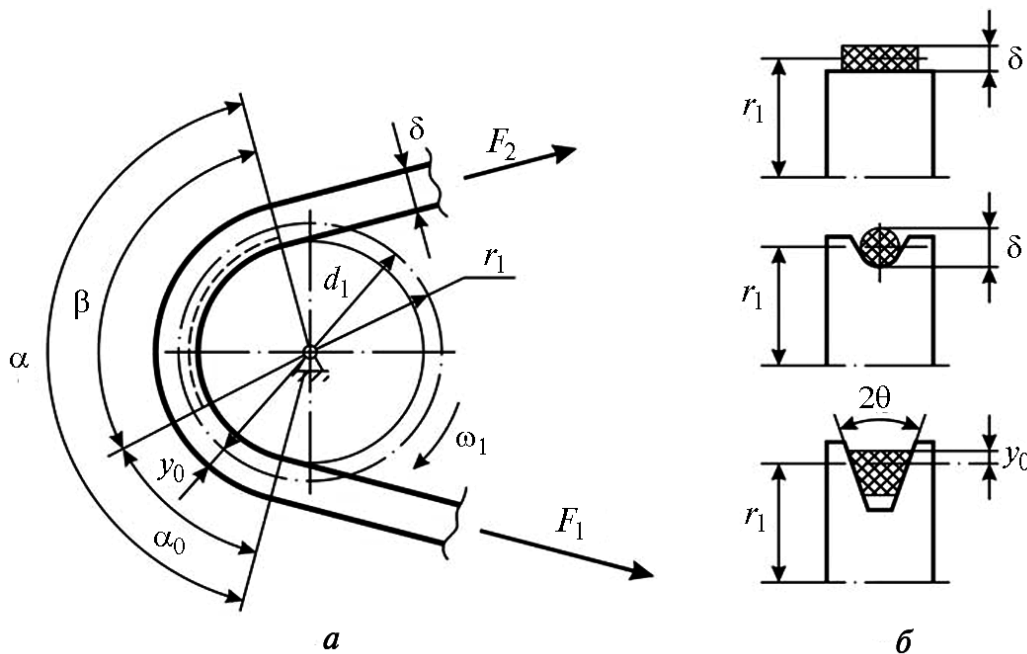


Рис. 1. Типовая схема фрикционных механизмов с гибкими связями (а) и основные формы образующей поверхности их трения (б):

α — угол обхвата, $\alpha = \alpha_0 + \beta$; α_0 — угол сцепления; β — угол упругого скольжения; d_1, δ, y_0 — соответственно диаметр нейтрального слоя изогнутой гибкой связи (принимаемый за расчетный диаметр шкива), ее толщина и расстояние до наружного (наиболее напряженного слоя); r_1 — радиус кривизны изгиба гибкой связи, $r_1 = 0,5d_1$

щение их экстремального и оптимизационного синтеза.

В самой простой теоретической постановке задачи Л. Эйлером была получена формула для расчета силы трения из условия статического равновесия буксующей нерастяжимой и бесконечно тонкой гибкой нити, причем без учета радиуса кривизны ее изгиба [2], которая непригодна для конструирования работоспособных ременных передач, так как не содержит их основных проектных параметров.

Более сложная практическая задача [8, 9] установления предельных тяговых свойств, габаритов и законов трения гибких тел с учетом их упругой растяжимости, толщины и кривизны изгиба решается ниже на основе разработанной автором статьи *динамической теории предельного трения* (рассматривается трибодинамика пары трения) [8] и установленного в этой теории существования в окружающем мире *универсальных констант трения и силовых закономерностей*:

1) *базовая закономерность*. Существует динамический предел роста силы (коэффициента f_s) трения покоя, равный $\frac{3}{2}$ силы (коэффициента f_k) трения движения:

$$\lim\left(\frac{f_s}{f_k}\right) = \frac{3}{2}; \quad (1)$$

2) предельный коэффициент силы трения движения:

$$\lim(f_k) = \frac{4}{9}; \quad (2)$$

3) предельный коэффициент силы трения покоя:

$$\lim(f_s) = \frac{2}{3}; \quad (3)$$

4) предельный угол трения движения:

$$\begin{aligned} \lim \varphi_k &= \arctg(\lim f_k) = \\ &= \arctg\left(\frac{4}{9}\right) = 23^\circ 57' \approx 24^\circ; \end{aligned} \quad (4)$$

5) предельный угол трения покоя:

$$\begin{aligned} \lim \varphi_s &= \arctg(\lim f_s) = \\ &= \arctg\left(\frac{2}{3}\right) = 33^\circ 41' \approx 34^\circ; \end{aligned} \quad (5)$$

6) универсальная константа:

$$\lim(f_k) = \frac{4}{9},$$

представляющая собой установленный аналитически [8] порог P (рис. 2) перехода внешнего трения твердых тел с прямолинейной образующей трущихся поверхностей (прямолинейный участок 0—1 упругой деформации) во внутреннее трение твердых тел (криволинейный участок 1—2) упруго-пластической деформации до срыва тела в точке 2 с последующим возникновением (в зоне 2—3) фрикционных автоколебаний (только в упругой механической системе).

Примечания: 1. Теоретически установленные [8] универсальные физические константы трения твердых тел (1—5) указывают на существование точной нижней границы КПД самотормозящихся механизмов $\eta = \eta_{\min}$ (рассчитывается при угле подъема, равном пределу угла трения), а также точной верхней границы допустимого угла давления $\nu = \nu_{\max}$ в кинематических парах (наоборот, для исключения заклинивания проектируемых механизмов):

$$\eta_{\min} = 0,5 \left[1 - \operatorname{tg}^2(\lim \varphi_k) \right] = 0,5 \left[1 - \left(\frac{4}{9} \right)^2 \right] = 0,4;$$

$$\nu_{\max} = 90 - \lim \varphi_s = 90 - 33^\circ 41' = 56^\circ 19',$$

которые приводят к точному ограничению диапазона их проектных характеристик:

$$0,4 < \eta < 0,5; \quad 0 < \nu < \arctg \frac{3}{2}.$$

2. С учетом указанных универсальных констант трения (1—5) угол клиновой канавки шкива должен выбираться в следующих пределах (4), (5):

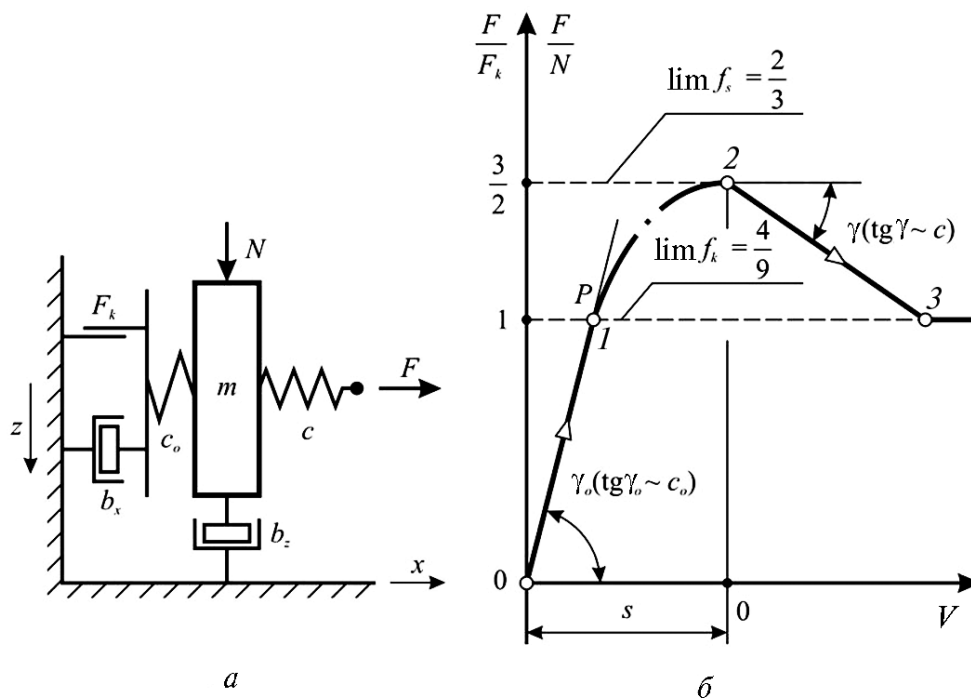


Рис. 2. Моделирование трибодинамики твердых тел:

a — двумерная механическая модель трения (модель упруго-вязкого поведения системы сдвигаемых тел);
б — диаграмма перехода от покоя к движению; c_0 — жесткость сдвигаемой системы; c — жесткость привода;
 s — предварительное смещение до срыва тела; V — скорость скольжения после срыва тела

$$\left(\arctg \frac{4}{9} = \lim \varphi_k \right) \leq 2\theta \leq \left(\lim \varphi_s = \arctg \frac{2}{3} \right), \tag{6}$$

что полностью подтверждается практикой конструирования клиноременных передач с $2\theta = 24...34^\circ$ [2, с. 624] и обеспечивает надежное заклинивание и расклинивание ремня.

3. Существование порога внешнего трения твердых тел (2) подтверждено экспериментально, например, отмечено при $f \approx 0,3..0,4$ на экспериментальной кривой Штрибека-Герси [7, с. 79] и при испытаниях на нулевом уровне износа ($f \approx 0,4$) [7, с. 117], что согласуется с точным значением этого порога $\lim f_k = \frac{4}{9}$ [8].

Новые понятия и гипотезы в теории трения

В отличие от недеформируемых твердых тел, рассматриваемых в механике как материальные объекты с сосредоточенной массой, гибкие тела на практике имеют распределенную

массу и потому при передаче усилий являются деформируемыми механическими системами. Этот факт требует учета их деформации при построении физической картины «передачи» силы и «передачи» энергии упругой деформации с ведущего вала на ведомый вал (рис. 3).

С учетом упругой деформации относительного удлинения (обозначим $\varepsilon = \varepsilon_0$), толщины δ и радиуса кривизны изгиба r_1 реальных гибких тел, образующих гибкие кинематические пары трения, в тяговых передачах окружного момента целесообразно ввести следующие понятия:

дуга трения β_t . Очевидно (рис. 3, *a, б*), что под действием одной и той же сдвигающей силы путь трения растяжимой гибкой связи (назовем его дугой трения β_t), при ее упругом скольжении по шкиву будет на величину упругой деформации ε_0 больше дуги трения недеформируемой гибкой связи:

$$\beta_t = \beta(1 + \varepsilon_0); \tag{7}$$

индекс тяги J_t . Для оценки тяговой способности ременных передач окружного момента целесообразно ввести индекс тяги (передачи

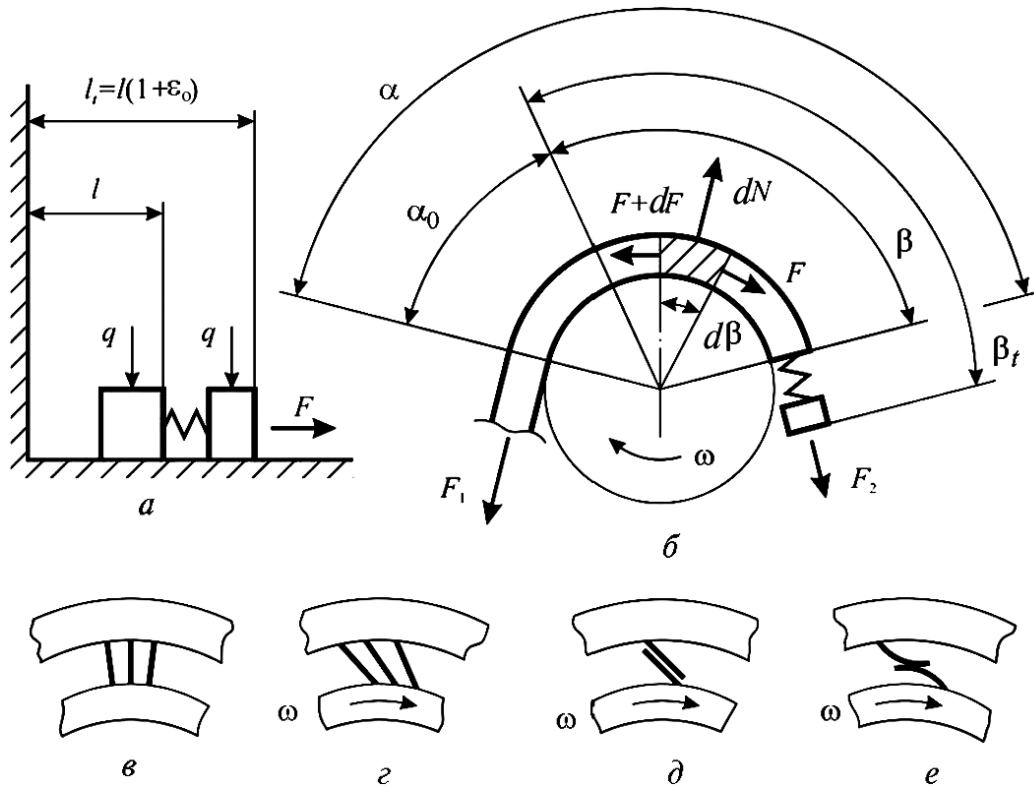


Рис. 3. Реологические модели деформируемых тяговых передач (а, б) и фрикционных связей твердых тел на режимах холостого хода (в), упругого скольжения в области упругой деформации (г), пробуксовок в области упруго-пластической деформации (д) и буксования (е)

момента), равный отношению окружного момента на меньшем шкиве ($M_t = M_1$) к силе предварительного натяжения ремня:

$$J_t = \frac{M_t}{F_0} = \frac{M_t}{F_0} \frac{2r_1}{2r_1} = \frac{M_t}{2r_1} \frac{2r_1}{F_0} = \left(\frac{F_t}{2F_0} \right) 2r_1 = \psi d_1. \quad (8)$$

Соответственно, предельная тяговая способность передачи момента на границе упругого скольжения (порог P на рис. 2, б) при $\psi = \psi_0$ будет

$$J_{t0} = \psi_0 d_1. \quad (9)$$

Примечание. Физический смысл J_t — это плечо, на которое надо умножить силу F_0 , чтобы создать требуемый M_t (чем больше J_t , тем будет больше M_t при заданном F_0).

В связи со сложностью поставленной задачи [9] попробуем упростить ее решение и предложим следующие очевидные гипотезы для растяжимых гибких тел фрикционных тяговых передач.

Гипотеза 1. При действии заданной сдвигающей силы путь трения растяжимых тел (и, в частности, дуга трения деформируемых гибких тел β_t) должны быть больше пути (дуги) трения недеформируемых тел на величину упругой деформации ϵ_0 , которая согласно закона упругости Гука [2, с. 509] зависит от метрических параметров гибкой связи $\epsilon_0 = \frac{y_0}{r_1} = \frac{2y_0}{d_1} = \frac{\Delta}{d_1}$ (см. рис. 1):

$$\beta_t = \beta(1 + \epsilon_0) = \beta \left(1 + \frac{\Delta}{d_1} \right), \quad (10)$$

где $\Delta = \delta$ для плоских и круглых ремней или $\Delta = 2y_0$ для клиновых ремней.

Гипотеза 2. В соответствии с представленными на рис. 2 и 3 моделями трибодинамики и диаграммой перехода, упругое скольжение происходит в области (0–1) внешнего трения, а пробуксовки — в области (1–2) внутреннего трения за счет увеличения дуги упругого скольжения гибких тел и силы трения выше предела

$$\lim \beta = \frac{\alpha}{\lim \left(\frac{f_s}{f_k} \right)} = \frac{2}{3} \alpha, \quad (11)$$

поэтому запас по тяге за счет пробуксовок при перегрузках (до буксования из-за срыва в точке 2 диаграммы перехода) не может быть более

$$\lim k = \frac{\Psi_{\max}}{\Psi_o} = \frac{\alpha}{\lim \beta} = \lim \left(\frac{f_s}{f_k} \right) = \frac{3}{2}. \quad (12)$$

Аналитические закономерности тягово-габаритных характеристик упругодеформируемых гибких тел

Согласно реологической модели, представленной на рис. 3, б, определим результирующую силу трения при скольжении упруго-растяжимой гибкой ленты относительно шкива. Разность натяжений F_1 и F_2 концов ленты зависит от величины силы трения $F_1 - F_2 = F_t$ между шкивом и лентой в пределах дуги упругого скольжения. В ременных передачах необходимая сила F_t равна заданному окружному усилию.

Выделим бесконечно малую дугу ленты $d\beta$ и приложим к ее концам силы натяжения F и $(F + dF)$, а также равнодействующую нормального давления $dN = Fd\beta$ и распределенную силу трения $dF = fdN$ (где f — коэффициент трения материалов в паре «шкив — лента»). Из совместного рассмотрения проекций этих сил на оси x и y составим следующее уравнение кинетостатического равновесия:

$$dF = fdN = f(Fd\beta); \quad dF - f(Fd\beta) = 0. \quad (13)$$

После разделения в уравнении (13) переменных и интегрирования по дуге трения упруго-деформируемых гибких тел β_t с учетом выражений (1), (2), (7), (10) и (11), находим

$$\int_{F_1}^{F_2} \frac{dF}{F} = \int_0^{\beta_t} f d\beta, \quad (14)$$

в пределе (порог P на рис. 2, б) получим основной закон трения упруго-деформируемых гибких тел:

а) форма 1:

$$\ln \frac{F_1}{F_2} = (f) [\beta_t] = (c^* \lim f_k) \left[\frac{\alpha}{\lim \left(\frac{f_s}{f_k} \right)} (1 + \varepsilon_o) \right]; \quad (15)$$

б) форма 2:

$$\ln \frac{F_1}{F_2} = \left[\frac{c^* \lim f_k}{\lim \left(\frac{f}{f_{k_s}} \right)} \right] \alpha \left(1 + \frac{\Delta}{d_1} \right) = f_0 \alpha \left(1 + \frac{\Delta}{d_1} \right); \quad (16)$$

в) форма 3:

$$\Psi_o = \frac{F_t}{2F_o} = \frac{\exp \left[f_0 \alpha \left(1 + \frac{\Delta}{d_1} \right) \right] - 1}{\exp \left[f_0 \alpha \left(1 + \frac{\Delta}{d_1} \right) \right] + 1}; \quad (17)$$

$$F_o \geq \frac{F_t}{2\Psi_o}; \quad F_1 = \frac{F_t}{2} \left(\frac{1}{\Psi_o} + 1 \right); \quad F_2 = \frac{F_t}{2} \left(\frac{1}{\Psi_o} - 1 \right).$$

Здесь c^* — коэффициент учета формы поверхностей трения гибких тел ($c^* = 1$ — плоскоремные; $c^* = \frac{5}{4}$ — круглоремные; $c^* = \frac{5}{3}$ — клиноремные передачи); f_0 — действительный коэффициент трения упруго-деформируемой гибкой связи, величина которого согласно (16) с учетом универсальных констант трения (1)–(3) в пределе равна

$$f_0 = c^* \frac{\lim f_k}{\lim \left(\frac{f_s}{f_k} \right)} = \frac{8}{27} c^*, \quad (18)$$

где $C = 8/27$ — константа трения гибких тел.

Практические результаты расчета по законам трения (15) — (17) оптимальных тягово-габаритных характеристик фрикционных передач с гибкой связью (гибкие тяговые органы)

приведены в табл. 1 и могут быть использованы для оптимизационного синтеза и конструирования разнообразных фрикционных механизмов и тяговых передач с гибкими элементами (см. ниже).

Согласно расчетной табл. 1 одни и те же тяговые способности по моменту ($J_{\text{ю}} = \text{const}$; $M_t = M_1 = \text{const}$) можно обеспечить как в клиноременных передачах (при $\alpha \geq 90^\circ$), так и в круглоременных (при $\alpha \geq 120^\circ$) или плоскоременных (при $\alpha \geq 150^\circ$) за счет указанного увеличения угла обхвата α .

Проанализировав результаты расчетной табл. 1 можно:

1) выявить новую закономерность взаимосвязи между ψ_0 и $\frac{d_{\text{min}}}{\Delta}$ на пороге упругого скольжения (предельная точка P прямолинейного участка) и составить следующее уравнение *границной кривой упругого скольжения* (представляет аналитическую взаимосвязь между тяговыми и габаритными характеристиками гибких тел):

$$(\psi_0) \left(\frac{d_{\text{min}}}{\Delta} \right) = \text{const} = C_0 = 17, \quad (19)$$

где $C_0 = 17$ — граничная константа устойчивого упругого скольжения гибких тел различной формы; $\Delta = \delta$ — плоскоременные и круглоре-

менные передачи; $\Delta = 2y_0$ — клиноременные передачи (см. рис. 1).

Построенная по табл. 1 расчетная диаграмма с единой для разных типов ременных передач граничной кривой дана на рис. 4. На этой кривой все точки различных сочетаний проектных параметров $\left(\psi_0 - \frac{d_{\text{min}}}{\Delta} \right)$ обеспечивают одинаковые тяговые способности передач по моменту ($M_t = \text{const}$);

2) построить предельные тягово-габаритные характеристики типовых плоскоременных, круглоременных и клиноременных передач ($\alpha = \pi$) с прямолинейным (в области внешнего трения гибких тел) и криволинейным экспоненциальным [8] (в области внутреннего трения гибких тел) участками роста тягового усилия (рис. 5).

Примечания. 1. С учетом уравнения граничной кривой (19) предельный индекс тяги участками (9) можно также рассчитать через граничную константу $C_0 = 17$ и параметры сечения гибкой связи (δ — для плоских и круглых ремней; y_0 — для клиноременных передач [2]:

$$J_{\text{ю}} = \psi_0 d_1 = \left(\frac{\psi_0 d_{\text{min}}}{\delta} \right) \delta = C_0 \delta = C_0 (2y_0). \quad (20)$$

2. Результаты расчетов по законам трения упруго-деформированных гибких тел (15) — (17), приведенные в виде табл. 1, граничной

Таблица 1

Расчетная таблица предельных (оптимальных) тягово-габаритных характеристик передач гибкой связью ($J_{\text{ю}} = \text{const}$)

Угол обхвата шкива α°	I. Плоскоременные передачи			II. Круглоременные передачи			III. Клиноременные передачи		
	ψ_0	$\frac{d_{\text{min}}}{\delta}$	ε_0	ψ_0	$\frac{d_{\text{min}}}{\delta}$	ε_0	ψ_0	$\frac{d_{\text{min}}}{2y_0}$	ε_0
180	4/9	38,25	0,026	0,54	31,5	0,031	2/3	25,5	0,039
170	0,42	40,25	0,025	0,51	33,25	0,03	0,63	26,75	0,038
160	0,4	42,5	0,024	0,49	35	0,028	0,61	28	0,036
150	0,37	46	0,022	0,46	37	0,027	0,58	29,5	0,034
140	0,35	49	0,02	0,43	40	0,025	0,55	31	0,032
130	0,32	53	0,019	0,4	42,5	0,024	0,52	33	0,03
120	0,3	57	0,018	0,37	46	0,022	0,48	35,5	0,028
110	0,28	61	0,017	0,34	50	0,02	0,45	38	0,026
100	0,25	67,5	0,015	0,31	55	0,018	0,41	41,5	0,024
90	0,23	74	0,013	0,28	61	0,017	0,37	46	0,022

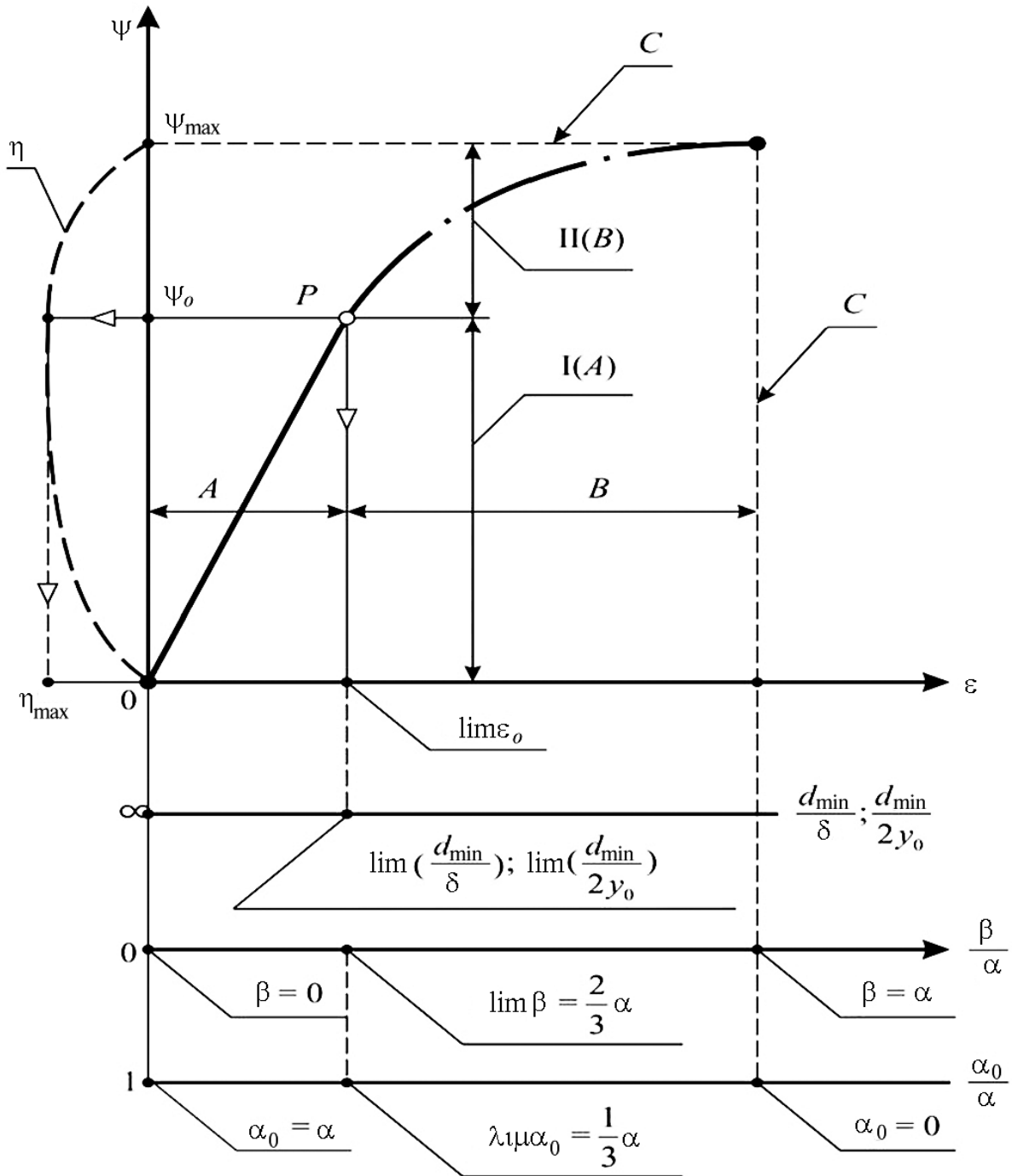


Рис. 5. Предельные тягово-габаритные характеристики передач гибкой связью: $\alpha = \pi$; A — устойчивое упругое скольжение, B — пробуксовки, C — буксование; P — предел устойчивого упругого скольжения (порог внешнего трения; I — внешнее трение гибких тел; II — внутреннее трение гибких тел; η — КПД передачи;

плоскоремённые передачи $\psi_0 = \lim f_k = \frac{4}{9}$; $\psi_{\max} = \frac{4}{9} \cdot 1,5 = \frac{2}{3}$; $\lim\left(\frac{d_{\min}}{\delta}\right) = 38,25$; $\lim \epsilon_0 = 0,026$;

круглоремённые передачи $\psi_0 = 0,54$; $\psi_{\max} = 0,54 \cdot 1,5 = 0,81$; $\lim\left(\frac{d_{\min}}{\delta}\right) = 31,5$; $\lim \epsilon_0 = 0,031$;

клиноремённые передачи $\psi_0 = \lim f_s = \frac{2}{3}$; $\psi_{\max} = \frac{2}{3} \cdot 1,5 = 1$; $\lim\left(\frac{d_{\min}}{2y_0}\right) = 25,5$; $\lim \epsilon_0 = 0,039$

вый механизм с двумя гибкими кинематическими парами, которые образованы растяжимым гибким ремнем с ведущим и ведомым шкивами.

Этапы совмещенного экстремального и оптимизационного синтеза:

1) для заданного окружного момента на ведущем валу $M_1 = M_{ю}$ (определяемого передаваемой мощностью и оборотами этого вала), а также заданного передаточного отношения привода u и допустимого межосевого расстояния a (определяющих угол обхвата α) на основе оптимальных параметров, приведенных в расчетной табл. 1, определяют оптимальные проектные параметры:

$$\psi_o; \frac{d_{\min}}{\delta}; \epsilon_o;$$

2) определяют оптимальное усилие предварительного натяжения F_0 , обеспечивающее предельно допустимое (из отсутствия пробуксовок) упругое скольжение с $\psi = \psi_o$ при радиусе кривизны изгиба гибкой связи $r_1 = 0,5d_1 \geq 0,5d_{\min}$:

$$F_0 = \frac{M_{ю}}{J_{ю}} = \frac{M_{ю}}{\psi_o d_1};$$

3) определяет оптимальный окружной момент (или окружного усилия) по заданной допустимой величине F_0 (обратная конструкторская задача).

Результаты проектирования на основе законов предельного трения гибких тел (см. п. 3) (на примере расчета плоскоременной передачи, представлены в табл. 2. При этом расчет-

Таблица 2

Проектный расчет фрикционных тяговых механизмов с гибкими передаточными элементами ($J_{ю} = \text{const}$)

Проектные параметры	Расчетная формула	Плоскоременные передачи	
		Базовый вариант ($a_{0 \max} = 2$)	Оптимальный вариант ($a_{0 \min} = 0,55$)
Угол обхвата меньшего шкива α_1	$\alpha_1 = \pi - \frac{u-1}{a_0(u+1)}$	$\alpha'_1 = 166_o (u=3)$	$\alpha_1 = 130_o (u=3)$
Коэффициент тяги ψ_o	$\psi_o = \frac{C_0}{C_1} \alpha_1 = \frac{17}{120} \alpha_1$	$\psi'_o = 0,41$	$\psi_o = 0,32$
Расчётный диаметр d_1	$d_1 = \left(A \sqrt[3]{M_1} \right) \frac{\psi'_o}{\psi_o}$	$d'_1 = 60 \sqrt[3]{M_1}$	$d_1 = 77 \sqrt[3]{M_1}$
Индекс тяги $J_{ю}$	$J_{ю} = \psi_o d_1 = \psi'_o d'_1$	$J_{ю} = 24,6 \sqrt[3]{M_1}$	$J_{ю} = 24,6 \sqrt[3]{M_1}$
Относительный диаметр $\frac{d_{\min}}{\delta}$	$\frac{d_{\min}}{\delta} = \frac{C_0}{\psi_o} = \frac{C_1}{\alpha_1}$	$\left(\frac{d_{\min}}{\delta} \right)' = 41,5$	$\frac{d_{\min}}{\delta} = 53$
Упругое скольжение ϵ_o	$\epsilon_o = \frac{\delta}{d_{\min}} = \frac{\alpha_1}{C_1} = \frac{\alpha_1}{120}$	$\epsilon'_o = 0,024$	$\epsilon_o = 0,019$
Габарит передачи Γ	$\Gamma = a + 0,5(d_1 + d_2)$	$\Gamma' = 150(1+u) \sqrt[3]{M_1}$	$\Gamma = 81(1+u) \sqrt[3]{M_1}$
Тяговая сила трения F_t	$F_t = \frac{M_1}{0,5d_1}$	$F'_t = 33 \sqrt[3]{M_1^2}$	$F_t = 26 \sqrt[3]{M_1^2}$
Сила предварительного натяжения F_0	$F_0 = \frac{F_t}{2\psi_o} = F'_0$	$F'_0 = 41 \sqrt[3]{M_1^2}$	$F_0 = 41 \sqrt[3]{M_1^2}$
Сила на ведущей ветви F_1	$F_1 = F_0 + 0,5F_t$	$F'_1 = 58 \sqrt[3]{M_1^2}$	$F_1 = 54 \sqrt[3]{M_1^2}$
Реакция на валу R	$R = 2 F_0 \sin(0,5\alpha_1)$	$R' = 81 \sqrt[3]{M_1^2}$	$R = 75 \sqrt[3]{M_1^2}$
Частота пробегов ремня ν	$\nu = \frac{\omega_1 r_1}{L}$	$\nu' = \frac{9\omega_1}{1+u}$	$\nu = \frac{19\omega_1}{1+u}$
Срок службы ремня L_h	$L_h \sim 1/\nu(\sigma_{\max})^m$	$L'_h = 1$	$L_h = 1,3$

Примечание. M_1 — тяговый момент на меньшем шкиве; u — заданное передаточное отношение.

ный диаметр большего шкива d_2 , межосевое расстояние a и длина тягового ремня L рассчитывались по формулам:

$$d_2 = d_1 u(1 + \varepsilon_o); a = a_0(d_1 + d_2); L \approx 2a \left(1 + \frac{\pi}{4a} \right),$$

а коэффициент A при прочностном расчете [2, 5] диаметра d_1 задается следующим: $A = 60$ — плоский ремень, $A = 50$ — круглый ремень, $A = 40$ — клиновой ремень нормального сечения, $A = 30$ — узкий клиновой и поликлиновой ремни.

Из сравнительного анализа приведенных в табл. 2 расчетов следует, что полученный в результате совмещения экстремального и оптимизационного синтеза оптимальный вариант ременной передачи (за счет использования законов предельного трения гибких тел без пробуксовок и при сохранении их высоких тяговых способностей согласно данным табл. 1) по сравнению с базовым вариантом обеспечивает:

1) снижение радиальных габаритов ременной передачи (при той же ширине и толщине ремня) в $\frac{\Gamma'}{\Gamma} = \frac{150}{81} = 1,85$ раза при выполнении условия сохранения требуемого тягового момента трения $M_{ю} = M_1$ и тяговой способности передачи этого окружного момента $J_{ю} = \text{const}$ (несмотря на снижение угла обхвата α и тяговой силы трения F_t в $\frac{F'_t}{F_t} = \frac{33}{26} = 1,28$ раза);

2) снижение наибольшей силы на ведущей ветви передачи в $\frac{F'_1}{F_1} = \frac{58}{54} = 1,07$ раза (т. е. снижение напряжения растяжения в ремне σ_1 в 1,07 раза), а также уменьшение напряжения изгиба в ремне σ_{u1} (за счет $d_1 > d'_1$) в $\frac{d'_1}{d_1} = \frac{77}{60} = 1,28$ = раза; что в совокупности приве-

дет к общему снижению $\sigma_{\max} = \sigma_1 + \sigma_{u1}$ в $K = \frac{(1,28 + 1,07)}{2} = 1,18$ раза;

3) увеличение срока службы ремня, т. е. его долговечности L_h , определяемой [3, с. 614] по кривым усталости ремня в зависимости от частоты его пробегов v (влияет в первой степени) и снижения возникающих в нем наибольших напряжений σ_{\max} в 1,18 раза (влияет в шестой степени):

$$L_h \sim \frac{1}{v(\sigma_{\max})^{m=6}} = \left[\frac{1}{\left(\frac{v}{v'} \right)} \right] (\sigma_{\max})^{m=6} = \frac{(K)^6}{\left(\frac{v}{v'} \right)} = \frac{(1,18)^6}{\left(\frac{19}{9} \right)} = 1,3.$$

Этот расчет указывает на увеличение долговечности ремня в 1,3 раза при замене базового варианта ($a_0 = 2$) на вариант с оптимальными проектными параметрами по расчетной табл. 1 (при той же силе предварительного натяжения ремня $F_0 = \text{const}$).

Примечание. Наблюдаемое (по расчетам в табл. 2) парадоксальное (на первый взгляд) сохранение высоких тяговых способностей ременных передач по моменту ($J_{ю} = \text{const}$) при снижении силы трения F_t , уменьшении угла обхвата (с $\alpha = 166^\circ$ до $\alpha = 130^\circ$) и коэффициента тяги (с $\psi'_o = 0,41$ до $\psi_o = 0,32$) объясняется сохранением неизменной длины дуги обхвата не только при переходе от базового ($a_0 = 2$) к оптимальному ($a_0 = 0,55$) варианту, но и для всех сочетаний оптимальных проектных параметров ($\alpha, \psi_o, \frac{d_{\min}}{\delta}, \frac{d_{\min}}{2y_0}$), приведенных в табл.

1 и на граничной кривой (см. рис. 4).

Часть 2

Перейдем к обобщению результатов начато-го в части 1 решения нестандартной задачи определения предельных тяговых свойств, габаритов и установления аналитических законов трения гибких тел с учетом их упругой растяжимости, толщины и кривизны изгиба в ременных передачах. Такой вид механического привода рабочих органов широко применяется в машиностроении и существенно отличается от рассмотренной Эйлером идеальной нити [1–9].

Классификация фрикционных механических систем

В зависимости от отсутствия или наличия *обратной* взаимосвязи между собой сдвигающей тангенциальной силы и нормальной нагрузки, создающих объемное напряженное состояние в так называемом [7] третьем теле (возникающем в зоне фрикционного контакта), различные фрикционные механические силовые системы можно разделить на 2 класса (рис. 6).

Системы 1-го класса. В таких системах нормальная нагрузка N на фрикционный контакт не имеет обратной зависимости от сдвигающей тангенциальной силы F (называемой силой кинетического трения), которая определяется через коэффициент трения $f = f_k$ согласно экспериментальному закону Амонтона – Кулона [1]: $F = f_k N$. При этом различают [1, 8] статическое трение до срыва тела ($f = f_s$) и кинетическое трение последующего движения ($f = f_k$).

К указанным силовым системам 1-го класса — без обратной взаимосвязи между нормальной нагрузкой и сдвигающей силой (силой трения) — относятся пары трения твердых тел без гибких фрикционных элементов (т. е. приводы машин без гибких пар трения) с $N = \text{const}$ (см. рис. 6, а).

Системы 2-го класса. Это механические системы с *обратной* силовой взаимосвязью нормальной нагрузки N с требуемой для сдвига фрикционного контакта тангенциальной силой F . В рассмотренных передачах с гибкими

растяжимыми и изогнутыми по радиусу элементами (см. рис. 3) эта взаимосвязь имеет вид (13):

$$dN = Fd\beta; N = \int_0^{\beta_1} Fd\beta,$$

и определяет [10] основной закон трения растяжимых гибких тел, в котором зависимость

$$F = f_0[N(F)]$$

существенно отличается от закона Амонтона – Кулона.

Рассчитанные по основному закону [10] переменные характеристики трения передач с изогнутой в пределах различного угла обхвата α гибкой связью представлены на рис. 6, б.

Отметим, что механические системы 2-го класса именно благодаря указанной обратной взаимосвязи (с ростом F увеличивается N и происходит дальнейшее увеличение F) имеют свойство самозатягивания, используемое, например, в стопорящих передачах.

Для экспериментального определения тяговых свойств и силы трения фрикционных систем 2-го класса с гибкими элементами можно использовать прямой метод измерений на основе разработанного автором простого по конструкции и компактного VIP-трибометра (рис. 7).

VIP-трибометр не содержит тензометрических узлов и привода непрерывного движения исследуемого объекта (гибкая кинематическая пара «ремень — шкив») и позволяет измерять тяговые способности фрикционных гибких элементов при неограниченном изменении угла их обхвата. Особенности прибора — замер производится по показаниям шкалы прибора в фазе неподвижного ремня с предварительно подпружиненными открытыми концами и после целенаправленного срыва его фрикционного контакта (на пределе устойчивого упругого скольжения).

Для эксплуатации данного трибометра (см. рис. 7) достаточно после установки требуемого угла обхвата α и предварительного

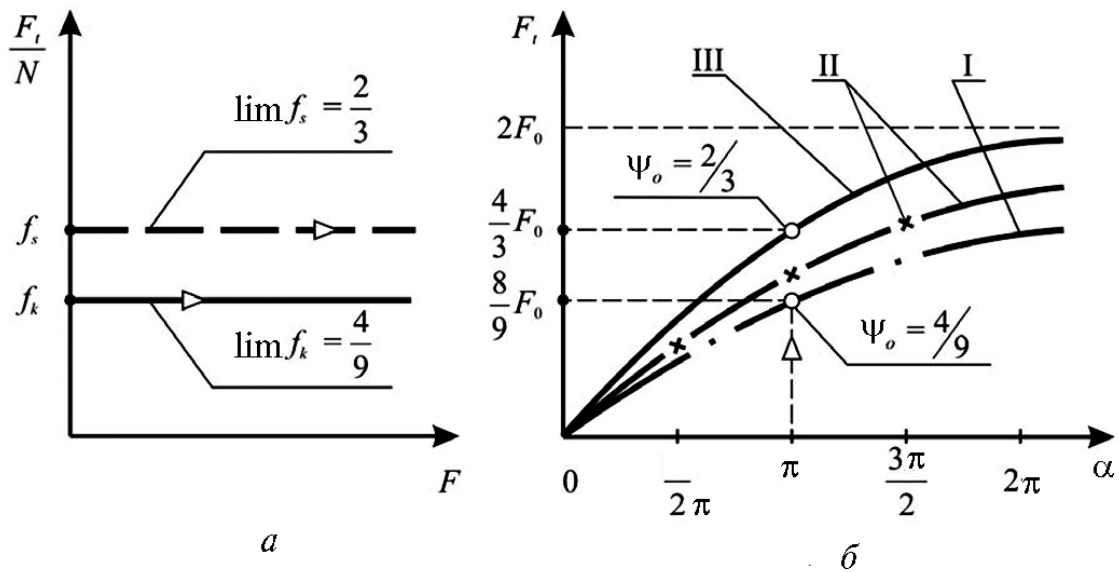


Рис. 6. Тяговая характеристика трения:
 а — системы 1-го класса; б — системы 2-го класса (I — плоскоременные; II — круглоременные
 x — эксперимент; III — клиноременные передачи)

натяжения силой F_0 исследуемого гибкого фрикционного элемента (ремень, нить, лента и т. д.) вокруг направляющей (см. рис. 7, а, положение 0) выполнить простой угловой поворот направляющей до срыва исследуемого фрикционного контакта (см. рис. 2, б, положение I).

Затем в состоянии неподвижной направляющей (и тоже неподвижного гибкого эле-

мента) в положении I произвести точное статическое измерение силы на ведущей ветви $F_1(\alpha)$, силы трения $F_t(\alpha)$ и коэффициента тяги $\psi(\alpha)$ по шкале прибора, проградуированной по формулам:

$$F_t = 2(F_1 - F_0); \quad \psi_o = \frac{F_t}{2F_0} = \frac{F_1}{F_0} - 1$$

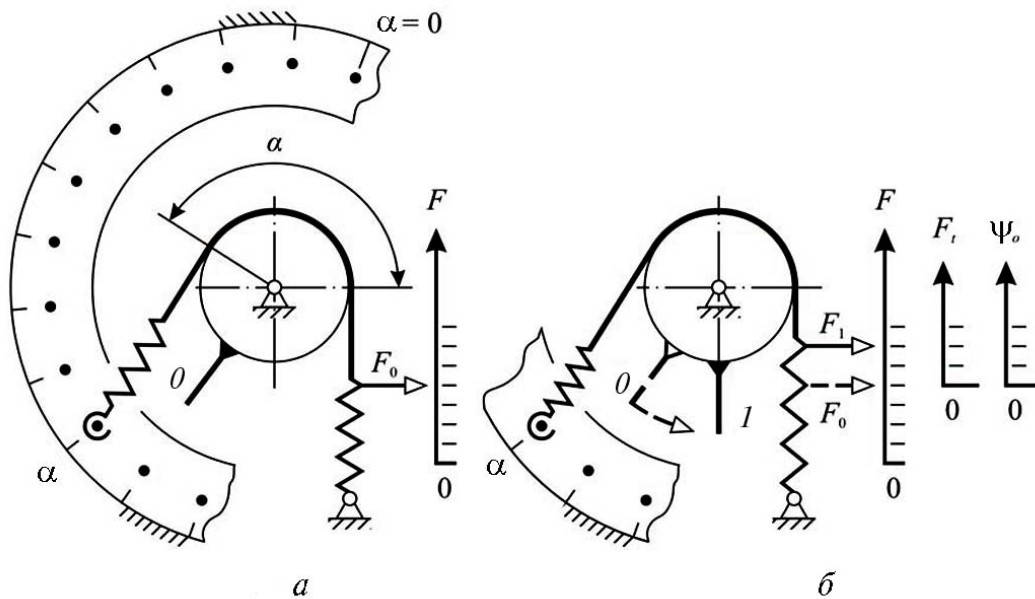


Рис. 7. VIP-трибометр для прямого определения силы трения (а) и тяговых свойств гибких тел (б) [11]

Результаты эксперимента на VIP-трибометре обозначены знаком «х» на рис. 6, б.

Примечание. Из совместного анализа расчетной табл. 1 [10] и отвечающих ей кривых (см. рис. 6, б) следует, что в интервале $\alpha = 0 \dots \pi$ с погрешностью от 5% (плоскоременные) до 10% (клиноременные) передачи тяговая характеристика гибких тел может быть представлена *линейной* функцией $F_t(\alpha)$ (круглоременные передачи занимают между ними промежуточное положение по погрешности линеаризации).

Законы и универсальные константы предельного трения гибких тел

Приведенные ниже новые физические законы и универсальные физические константы представляют собой обобщение результатов выполненного в ч. 1 [10] аналитического моделирования трибодинамики упруго-деформируемых (растяжимых) гибких тел во фрикционных узлах и механизмах различных механических систем.

Закон 1. *Основной закон трения упруго-деформируемых гибких тел.* Предельная сила трения и оптимальный коэффициент тяги изогнутых растяжимых гибких тел на устойчивом режиме упругого скольжения (с учетом их упругости, толщины и кривизны изгиба) определяются по формулам

$$\ln \frac{F_1}{F_2} = \frac{c^* (\lim f_k) \alpha}{\lim (f_s / f_k)} \left[1 + \frac{\Delta}{d_{\min}} \right];$$

$$\lim F_t = \lim (F_1 - F_2) = \psi_o (2F_0);$$

$$\psi_o = \frac{\exp \left[\frac{c^* (\lim f_k) \alpha}{\lim (f_s / f_k)} \left(1 + \frac{\Delta}{d_{\min}} \right) - 1 \right]}{\exp \left[\frac{c^* (\lim f_k) \alpha}{\lim (f_s / f_k)} \left(1 + \frac{\Delta}{d_{\min}} \right) + 1 \right]},$$

где F_1, F_2 — силы на ведущей и ведомой ветвях гибкой связи; F_0 — сила предварительного натяжения; α — угол обхвата; $d_{\min} = 2r$; r — ради-

ус кривизны изгиба гибкой связи; $\lim f_k, \lim f_s, c^*$ — константы трения; Δ — показатель толщины гибкой связи ($\Delta = \delta, c^* = 1$ — плоскоременные передачи; $\Delta = \delta, c^* = \frac{5}{4}$ — круглоременные передачи; $\Delta = 2y_0, c^* = \frac{5}{3}$ — клиноременные передачи [10]).

Следствие. Вводя в обозначениях проектных параметров фрикционных механизмов с гибкими элементами действительный коэффициент трения f_0 вида

$$f_0 = \frac{c^* \lim f_k}{\lim \left(\frac{f_s}{f_k} \right)},$$

можно основной закон трения упруго-деформируемых гибких тел (с учетом универсальных физических констант трения [8,10] $\lim f_k = \frac{4}{9}, \lim f_s = \frac{2}{3}$ и c^*) преобразовать к более компактному виду:

а) плоскоременные передачи

$$f_0 = 0,3, \ln \frac{F_1}{F_2} = 0,3\alpha \left(\frac{1 + \delta}{d_{\min}} \right);$$

б) круглоременные передачи

$$f_0 = 0,375, \ln \frac{F_1}{F_2} = 0,375\alpha \left(\frac{1 + \delta}{d_{\min}} \right);$$

в) клиноременные передачи

$$f_0 = 0,5, \ln \frac{F_1}{F_2} = 0,5\alpha \left(\frac{1 + 2y_0}{d_{\min}} \right),$$

где набор значений δ и y_0 для стандартных плоских, круглых, клиновых и поликлиновых ремней, лент и нитей приводится в таблицах параметров их поперечных сечений [2].

Эксперименты. Представленные в работе [2, с. 619] результаты экспериментальных исследо-

ваний типовых ременных передач с различной формой поперечного сечения ремня $f_0 = 0,3...0,55$ подтверждают основной закон 1 (трения упруго-деформируемых гибких тел).

Закон 2. Предельный угол упругого скольжения изогнутой гибкой связи по шкиву b на устойчивом тяговом режиме (без пробуксовок) определяется предельным соотношением коэффициентов трения покоя f_s и движения f_k , и равен $\frac{2}{3}$ угла обхвата ею шкива α :

$\lim \beta = \alpha \lim \left(\frac{f_s}{f_k} \right) = \frac{2}{3} \alpha$ и определяет предельную силу трения гибких тел на режиме упругого скольжения [10, рис. 5], где $\beta \leq \left(\frac{2}{3} \right) \alpha$.

Следствие. Предельный угол сцепления гибкой связи α_0 до начала ее пробуксовки равен $\frac{1}{3}$ угла обхвата ею шкива α :

$$\lim \alpha_0 = \alpha - \lim(\beta) = \alpha - \frac{2}{3}\alpha = \frac{1}{3}\alpha$$

и представляет собой порог внешнего трения, выше которого $\left(\alpha_0 \geq \frac{\alpha}{3} \right)$ будет устойчивый тяговый режим упругого скольжения, а ниже которого $\left(\alpha_0 < \frac{\alpha}{3} \right)$ наблюдается срыв сцепления гибких тел.

Эксперименты. Представленные в работе [6, с. 322] результаты экспериментальных исследований типовой ременной передачи при $\beta \approx 0,7\alpha$; $\alpha_0 \approx 0,3\alpha$ подтверждают теоретические положения законов 2 и 3.

Закон 3. Для обеспечения режима устойчивого упругого скольжения (без пробуксовок передаточных гибких элементов) во фрикционных механизмах должно выполняться следующее уравнение баланса — силового равновесия между сдвигающей силой (в пределах дуги упругого скольжения β) и удерживающей от срыва силой сцепления (в пределах дуги сцепления α_0):

$$\beta - 2\alpha_0 = 0,$$

решение которого через соотношение дуг β , α_0 и их длин l_β, l_0 имеет вид:

$$\beta = 2\alpha_0; \lim \left(\frac{\beta}{\alpha_0} \right) = \lim \left(\frac{l_\beta}{l_0} \right) = 2.$$

Следствие 1. Нарушение указанного уравнения баланса является основной причиной возникновения вредных пробуксовок по шкиву гибких связей при передаче ими окружного момента или перегрузок тягового ремня в ременных передачах:

а) при $\beta - 2\alpha_0 > 0$ ($\beta > 2\alpha_0$) это приводит к переходу за пределы порога P прямолинейного участка тяговой характеристики на рис. 5 [10] в область пробуксовок ($\psi > \psi_0$);

б) при $\beta - 2\alpha_0 < 0$ ($\beta < 2\alpha_0$) это приводит к завышенному усилию предварительного натяжения ремня и сокращению его ресурса из-за недоиспользования прямолинейного участка тяговой характеристики ($\psi < \psi_0$).

Следствие 2. Правильное конструкторское решение уравнения силового баланса должно быть ограничено условием

$$\beta \leq 2\alpha_0; l_\beta \leq 2l_0.$$

Причем наиболее оптимальным является предельный случай — равенство $\beta = 2\alpha_0$, обеспечивающее работу с $\psi = \psi_0$, т. е. наименьшее усилие предварительного натяжения гибкой связи для передачи без пробуксовок заданного окружного момента.

Совместное решение системы уравнений

$$\beta - 2\alpha_0 = 0; \beta + \alpha_0 = \alpha$$

определяет оптимальное распределение углов: $\alpha_0 = \frac{\alpha}{3}$; $\beta = \frac{2\alpha}{3}$ (идеальная цель проектирования любой передачи на границе $\psi = \psi_0$ работы без пробуксовок).

Закон 4. Предельный запас по сцеплению за счет увеличения силы трения гибких тел при

переходе от упругого скольжения ($f = f_k$) к буксованию ($f = f_s > f_k$), т. е. запас тяговой способности $k = \psi_{\max} / \psi_o$ при перегрузках ($\psi > \psi_o, \frac{d}{\Delta} < \frac{d_{\min}}{\Delta}, \alpha_o < \frac{\alpha}{3}, \beta > \frac{2\alpha}{3}$) ограничен существующим в природе динамическим пределом $\frac{f_s}{f_k} \leq \frac{3}{2}$ [8] и потому не может превысить $\frac{3}{2}$.

$$\lim k = \frac{\psi_{\max}}{\psi_o} = \lim \frac{f_s}{f_k} = \frac{3}{2}.$$

Эксперименты. Представленные в работе [2, с. 613] результаты экспериментальных исследований по стандартам ISO типовых ременных передач на запас по сцеплению при $k \leq 1,5$ подтверждают теоретические положения закона 4.

Закон 5. Существует порог внешнего трения деформируемых твердых тел (предел P упругой деформации на рис. 2 и 5 в работе [10]), который в зависимости от формы образующей поверхности трения гибких тел определяет нижний предел коэффициента тяги (образующая — прямая в плоскоременной передаче)

$$(\psi_o)_{\min} = \lim f_k = \frac{4}{9}$$

и верхний предел коэффициента тяги (образующая — клиновой паз в клиноременной передаче)

$$(\psi_o)_{\max} = \lim f_s = \frac{2}{3}.$$

Следствие 1. Для исключения пробуксовки тяговых фрикционных передач с гибкой связью полный диапазон изменения оптимального коэффициента тяги на границе устойчивого скольжения (порог P на рис. 5) должен выбираться в интервале

$$\frac{4}{9} \leq \psi_o \leq \frac{2}{3}.$$

Следствие 2. В тяговых фрикционных механизмах с параллельным расположением веду-

щей и ведомой ветвей гибкой связи ($\alpha = 180^\circ$) коэффициент тяги равен соответствующему значению коэффициента трения от $\psi_o = \lim f_k$ (плоскоременные передачи) до $\psi_o = \lim f_s$ (клиноременные передачи).

Эксперименты. В научно-технической литературе указанный порог экспериментально зафиксирован приближенно в диапазоне $f_k \approx 0,3...0,4$ [7, с. 79], что соответствует указанной в законе 5 точной константе $\lim f_k = \frac{4}{9}$.

Закон 6. В пределах упругой деформации растяжимых гибких тел существует прямая взаимосвязь между тяговыми свойствами фрикционной передачи (коэффициент тяги ψ_o) и геометрическими параметрами гибких тел (радиус кривизны изгиба, угол обхвата направляющей изгиба, толщина гибкого элемента) в виде следующих соотношений:

1) уравнение граничной кривой устойчивого упругого скольжения

$$\psi_o \frac{d_{\min}}{\Delta} = C_0 = \text{const} = 17,$$

определяющей [10, рис. 4] переход от режима упругого скольжения (прямолинейный участок тяговой характеристики на рис. 5 в работе [10]) на режим пробуксовок (криволинейный участок тяговой характеристики на рис. 5 [10]).

Согласно указанному уравнению, рекомендуемые оптимальные проектные параметры разных типов ременных передач гибкой связью должны удовлетворять граничному условию

$$\frac{d_{\min}}{\Delta} = \frac{17}{\psi_o}$$

и в работе [10] представлены в общей расчетной табл. 1;

2) обратно пропорциональная зависимость между углом обхвата гибкой связи и относительным расчетным диаметром шкива

$$\alpha \frac{d_{\min}}{\Delta} = C_1 = \text{const};$$

3) прямо пропорциональная зависимость между углом обхвата гибкой связи и коэффициентом тяги

$$\alpha \frac{C_0}{\psi_0} = C_1 = \text{const}.$$

Следствие. Для исключения пробуксовки тяговых фрикционных передач гибкой связью минимальный относительный расчетный диаметр меньшего шкива должен выбираться в диапазоне

$$25,5 \leq \frac{d_{\min}}{\Delta} \leq 38,25,$$

где нижняя граница дана для плоскоременных передач $\frac{d_{\min}}{\Delta} = \frac{d_{\min}}{\delta} = 25,5$; верхняя граница —

для клиноременных передач: $\frac{d_{\min}}{\Delta} = \frac{d_{\min}}{2y_0} = 38,25$;

с расположением между ними параметров круглоременных передач $\frac{d_{\min}}{\Delta} = \frac{d_{\min}}{\delta} = 31,5$, выполненных с углом обхвата $\alpha = \pi$.

Примечание. Значение константы граничной кривой C_0 (единой для разных типов ременных передач) и значение константы C_1 (зависящей от типа ременной передачи) определяются по зависимостям закона 6 и данным табл. 1 [10] следующим образом:

а) плоскоременные передачи

$$C_0 = \frac{4}{9} 38,25 = 17, C_1 = \pi \frac{17}{4} \approx 120;$$

б) круглоременные передачи

$$C_0 = 0,54 \cdot 31,5 = 17, C_1 = \pi \frac{17}{0,54} \approx 100;$$

в) клиноременные передачи

$$C_0 = \frac{2}{3} 25,5 = 17, C_1 = \pi \frac{17}{\frac{2}{3}} \approx 80.$$

Закон 7. На режиме упругого скольжения гибкой связи произведение коэффициента тяги на удвоенный относительный радиус кривизны изгиба гибкой связи является постоянной величиной, единой для всех типов ременных передач с различной формой сечения гибких элементов, и равной граничной константе упругого скольжения C_0 :

$$\left(\psi_0 \frac{2r}{\delta} \right) = \left(\psi_0 \frac{d_{\min}}{\Delta} \right) = C_0 = \text{const} = 17.$$

Следствие 1. Для каждого радиуса кривизны изгиба гибкого тела существует оптимальный коэффициент тяги ψ_0 [10, табл. 1; рис. 4]:

$$\psi_0 = \frac{C_0}{\left(\frac{d_{\min}}{\Delta} \right)} = \frac{17}{\left(\frac{d_{\min}}{\Delta} \right)},$$

при превышении которого ($\psi > \psi_0$) возникает пробуксовка фрикционной передачи.

Следствие 2. Для каждого значения коэффициента тяги $\psi = \psi_0$ существует минимальный радиус кривизны изгиба гибкой связи (т. е. минимальный расчетный относительный диаметр шкива $\frac{d_{\min}}{\Delta}$ [10, табл. 1]), уменьшение которого приводит к возникновению пробуксовки фрикционной передачи:

$$\frac{d_{\min}}{\Delta} = \frac{C_0}{\psi_0} = \frac{17}{\psi_0}.$$

Следствие 3. При одинаковых тягово-габаритных характеристиках, например,

$$\psi_0 = 0,37, \frac{d_{\min}}{\Delta} = 46;$$

$$\psi_o \left(\frac{d_{\min}}{\Delta} \right) = 0,37 \cdot 46 = 17,$$

диапазон допустимого снижения угла обхвата до $\alpha = \alpha^*$ зависит от формы поверхности трения поперечного сечения гибкой связи:

а) плоскоременные передачи:

$$\alpha > \alpha^* = 150^\circ;$$

б) круглоременные передачи:

$$\alpha > \alpha^* = 120^\circ;$$

в) клиноременные передачи:

$$\alpha > \alpha^* = 90^\circ.$$

Указанные реперные точки ($\alpha = \alpha^*$) выделены в работе [10] на рис. 4 и в табл. 1.

Примечание. Результаты совместного решения уравнений законов 1 и 7 представлены в ч. 1 [10] — в расчетной табл. 1 и на рис. 4 в виде граничной кривой устойчивого упругого скольжения (реализация предельной точки P прямолинейного участка тяговой характеристики, представленной на рис. 5).

Закон 8. На режиме упругого скольжения гибкой связи существует минимальная (пороговая) длина дуги сцепления ($\lim l_0$) и соответствующий ей минимальный угол сцепления ($\lim \alpha_0 = \frac{\alpha}{3}$), обеспечивающие тяговый режим

без пробуксовок (при $l_0 \geq \lim l_0$; $\alpha_0 \geq \frac{\alpha}{3}$):

$$\lim l_0 = r \lim \alpha_0 = \frac{d_{\min}}{2} \frac{\alpha}{3} = \frac{1}{6} \left(\alpha \frac{d_{\min}}{\Delta} \right) \Delta = \frac{1}{6} C_1 \Delta;$$

$$\lim \alpha_0 = \frac{2 \lim l_0}{d_{\min}} = \frac{2}{d_{\min}} \left(\frac{C_1 \Delta}{6} \right) = \frac{C_1}{3} \frac{\Delta}{d_{\min}}.$$

Следствие. Подставляя в указанные зависимости закона 8 численные значения константы C_1 (см. примечание к закону 6), получаем для

разных типов ременных передач аналитические зависимости $\lim l_0$ и $\lim \alpha_0$ через геометрические проектные параметры гибкой связи:

а) плоскоременные передачи ($C_1 = 120$):

$$\lim l_0 = 20\delta, \quad \lim \alpha_0 = 40 \frac{\delta}{d_{\min}};$$

б) круглоременные передачи ($C_1 = 100$):

$$\lim l_0 \approx 17\delta, \quad \lim \alpha_0 \approx 34 \frac{\delta}{d_{\min}};$$

в) клиноременные передачи ($C_1 = 80$):

$$\lim l_0 \approx 27y_0, \quad \lim \alpha_0 \approx 54 \frac{y_0}{d_{\min}}.$$

Эксперименты. В работе [5, с. 177] дано экспериментально полученное (необходимое для устойчивой работы плоскоременной передачи без пробуксовок) соотношение $\alpha_0 \approx 40 \frac{\delta}{d}$, которое подтверждает полученные из закона 8 теоретические результаты (см. следствие к закону 8).

Закон 9. В трибодинамике гибких тел существуют следующие универсальные физические константы трения (*новые универсальные триботехнические константы*):

- $\psi_o = \lim f_k = \frac{4}{9}$ — оптимальный коэффициент тяги плоскоременной передачи с параллельными ветвями ($\alpha = \pi$);

- $\psi_o = \lim f_s = \frac{2}{3}$ — оптимальный коэффициент тяги клиноременной передачи с параллельными ветвями ($\alpha = \pi$);

- $\lim \left(\frac{\alpha_0}{\alpha} \right) = 1 - \lim \left(\frac{f_k}{f_s} \right) = \frac{1}{3} \left(\alpha_0 \geq \frac{1}{3} \alpha \right)$ — относительный предел угла сцепления без пробуксовок;

- $\lim\left(\frac{\beta}{\alpha}\right) = \lim\left(\frac{f_k}{f_s}\right) = \frac{2}{3}\left(\beta \leq \frac{2}{3}\alpha\right)$ — относитель-

ный предел угла устойчивого упругого скольжения (до пробуксовок);

- $\lim(\beta / \alpha_0) = 2; \lim(l_\beta / l_0) = 2 \ (\beta \leq 2\alpha_0;$

$l_\beta \leq 2l_0)$ — предел соотношения углов и длин дуг упругого скольжения и сцепления на границе работы гибких связей без пробуксовок ($\psi = \psi_0$, пороговая точка P);

- $k_{\max} = \lim\left(\frac{f_s}{f_k}\right) = \frac{3}{2}$ — предел перегрузки ре-

менной передачи (до начала ее буксования);

- $C_0 = 17$ — граничная константа устойчивого упругого скольжения;

- C_1 — константа типа ременной передачи ($C_1 = 120$ — плоскоременные; $C_1 = 100$ — круглоременные; $C_1 = 80$ — клиноременные).

Закон 10. Оптимальное значение окружного момента $M_1 = M_{t0}$ (с учетом универсальных констант трения $\lim f_k = \frac{4}{9}$, $\lim f_s = \frac{2}{3}$) из условия отсутствия пробуксовок при данном радиусе кривизны изгиба гибкой связи r_1 выбирается в диапазоне

$$\left[(2\lim f_k) F_0 r_1 = \frac{8}{9} F_0 r_1 \right] \leq \leq (M_{t0} = 2\psi_0 F_0 r_1) \leq \left[(2\lim f_s) F_0 r_1 = \frac{4}{3} F_0 r_1 \right],$$

обеспечивающем устойчивую работу фрикционного контакта с реализацией нижней границы $M_{t0} = \frac{8}{9} F_0 r_1$ в плоскоременных передачах,

и верхней границы $M_{t0} = \frac{4}{3} F_0 r_1$ — в клиноременных передачах.

Следствие 1. При проектировании фрикционных механизмов с гибкими связями (с заданным значением окружного момента M_1) можно решить и *обратную конструкторскую задачу* — определения оптимальной минимальной силы предварительного натяжения гибкой связи (со-

ответственно большей величины в плоскоременных передачах, и меньшей величины в клиноременных передачах):

$$(F_0)_{\min} = \frac{9}{8} \left(\frac{M_{t0}}{r_1} \right); \quad (F_0)_{\min} = \frac{6}{8} \left(\frac{M_{t0}}{r_1} \right).$$

Следствие 2. Аналогично с учетом универсальных констант трения $\lim f_k$ и $\lim f_s$ можно определить диапазон оптимальных минимальных значений окружного усилия:

$$\frac{8}{9} F_0 \leq (F_{ю} = \psi_0 F_0) \leq \frac{4}{3} F_0,$$

с реализацией нижней границы в плоскоременных передачах и верхней границы в клиноременных; или решить обратную конструкторскую задачу — определения оптимальной минимальной силы предварительного натяжения гибкой связи (соответственно большей величины в плоскоременных передачах, и меньшей величины в клиноременных) при проектировании механизмов с заданной окружной силой:

$$(F_0)_{\min} = \frac{9}{8} F_{ю}; \quad (F_0)_{\min} = \frac{6}{8} F_{ю}.$$

Следствие 3. С учетом универсальных констант трения $\lim f_k = \frac{4}{9}$ и $\lim f_s = \frac{2}{3}$ индекс тяги фрикционных передач с оптимальными значениями M_{t0} и F_0 находится в диапазоне

$$\frac{4}{9} (2r_1) \leq [J_{ю} = \psi_0 (2r_1)] \leq \frac{2}{3} (2r_1)$$

и его величина указывает, что клиноременные передачи (за счет клиновой формы образующей поверхности трения) при том же радиусе кривизны изгиба гибкой связи обладают в 1,5 раза большими тяговыми способно-

стями по сравнению с плоскоремennыми передачами.

Эксперименты. Указанный в следствии 3 вывод (а следовательно, и установленные в законе 8 универсальные константы трения $\lim f_k = \frac{4}{9} \approx 0,444$ и $\lim f_s = \frac{2}{3} \approx 0,666$) подтверждаются экспериментально — увеличением коэффициента тяги на опытных кривых скольжения с $\psi_0 \approx 0,45$ [3, с. 613] до $\psi_0 \approx 0,67$ [2, с. 609], т.е. в $\left(\frac{0,67}{0,45}\right) = 1,49$ раза.

Выводы

1. Установленные аналитические законы и универсальные физические константы трения упруго-деформируемых гибких тел учитывают их упругость при растяжении, толщину и кривизну изгиба, а также форму поверхности трения и тем самым дополняют и расширяют известные классические законы трения [1, с. 49] (включая формулу Эйлера статического равновесия буксующей идеальной нити), что позволяет:

а) конструировать оптимальные по тяговым свойствам и габаритам передачи гибкой связью (см. часть 1 — табл. 1 и табл. 2 [10]);

б) совмещать экстремальный и оптимизационный синтез при проектировании ременных передач (см. пример синтеза в части 1, п. 4 [10]).

Например, (несмотря на парадоксальное снижение F_t , α и ψ_0 , согласно расчетам в табл. 2 [10]), спроектированная на основе законов предельного трения гибких тел оптимальная плоскоремennая передача ($a_0 = 0,55$; $\alpha = 130^\circ$; $\psi_0 = 0,32$) по сравнению с базовой ($a_0 = 2$; $\alpha = 166^\circ$; $\psi_0 = 0,41$) будет иметь не только меньшие в 1,85 раза габариты при меньшем в 2,84 раза межосевом расстоянии, но и меньшие в 1,18 раза суммарные напряжения в тяговом ремне и соответственно больший в 1,3 раза ресурс и долговечность ремня

(при той же силе предварительного натяжения ремня $F_0 = \text{const}$).

2. Представленные в табл. 1 оптимальные тягово-габаритные характеристики фрикционных передач с гибкими упруго-растяжимыми передаточными элементами устанавливают следующий диапазон предельных проектных параметров:

$$\frac{4}{9} \leq \psi_0 \leq \frac{2}{3}, \quad 25,5 \leq \frac{d_{\min}}{\Delta} \leq 38,25,$$

взаимосвязанных между собой при разных значениях угла обхвата α на граничной кривой [10, рис. 4] и определяющих предел рационального применения ременных передач с устойчивым тяговым режимом без пробуксовок в зоне трения гибких элементов о шкив.

3. Для характеристики тяговых свойств фрикционных гибких тел при передаче ими окружного момента более логично (в дополнении к оптимальному коэффициенту тяги ψ_0) ввести понятие «индекс тяги»:

$$J_{t0} = \frac{M_t}{F_0} = \frac{F_t r_1}{F_0} = \left(\frac{F_t}{2F_0}\right) 2r_1 = \\ = \psi_0 \left(\frac{d_{\min}}{\delta}\right) \delta = C_0 \delta = 17\delta,$$

показывающий какую силу F_0 предварительного натяжения гибкой связью надо создать для передачи без пробуксовок заданного окружного момента.

С физической точки зрения величина вводимого индекса тяги показывает на каком плече надо приложить силу предварительного натяжения F_0 , чтобы за счет силы трения гибкой связью о шкив передать без пробуксовок заданный момент $M_1 = M_t$. Поэтому чем больше величина J_{t0} , тем выше тяговые свойства фрикционной гибкой связью (так как тем больше будет длина дуги обхвата, и, соответственно, длина дуги сцепления в пределах угла $\lim \alpha_0 = \frac{\alpha}{3}$).

4. Величина традиционно применяемого в передачах гибкой связью коэффициента тяги ψ [1–6] оценивает тяговые усилия (а не окружные моменты) и потому характеризует тяговые свойства сравниваемых передач только при *одинаковых* диаметрах их меньшего шкива (при таком сравнении принято считать, что чем больше ψ тем выше способность передачи именно усилий). Поэтому коэффициент тяги ψ будет непригоден для оценки тяговых способностей передач с неодинаковыми d_1 .

Например, для всех приведенных в расчетной табл. 1 [10] типов передач гибкой связью с предельными проектными параметрами величина индекса тяги $J_t = J_{t0}$ во всем диапазоне значений α и ψ_0 является константой:

$$J_{t0} = \psi_0 d_{\min} = \left(\frac{4}{9} \cdot 38,25\right) \delta = (0,54 \cdot 31,5) \delta = \left(\frac{2}{3} \cdot 25,5\right) 2y_0 = \text{const} = 17\delta,$$

что указывает на равнозначность по тяговым способностям всех вариантов сочетаний проектных параметров плоскоременных, круглоременных и клиноременных передач с различными углами обхвата α [10] (представленных в расчетной табл. 1 [10] и на граничной кривой, показанной на рис. 4 [10]).

5. С физической точки зрения константа граничной кривой упругого скольжения $C_0 = 17$ (единая для разных типов ременных передач) представляет собой безразмерный показатель тяги, полученный делением индекса тяги J_{t0} на единицу толщины гибкой связи δ :

$$C_0 = \frac{J_{t0}}{\delta} = \frac{M_t}{F_0 \delta} = \left(\frac{F_t}{2F_0}\right) \left(\frac{d_{\min}}{\delta}\right) = \psi_0 \frac{d_{\min}}{\delta} = \text{const},$$

определяющий минимально допустимый радиус кривизны изгиба гибкой связи ($r = 0,5d_{\min}$) для обеспечения устойчивой работы ременной передачи без пробуксовок (с $\psi = \psi_0$).

6. На основании закона 8 трения гибких тел считаем, что при рассмотрении вопроса о пробуксовке (или полном буксовании) гибкой связи о шкив при передаче окружного тягового момента определяющим является не угол обхвата гибкой связи (как это акцентируется в научно-технической литературе [1–7]), а *длина* дуги обхвата (и, соответственно, *длина* дуги сцепления) гибкой связи.

Тогда, согласно этому утверждению, из совместного анализа законов 3, 8, 9 предельного трения расчетной табл. 1 и граничной кривой на рис. 3 [10] можно указать на существование предельной (пороговой) длины дуги сцепления l_0 , гарантирующей отсутствие пробуксовок:

$$\lim l_0 = (\lim \alpha_0)(0,5d_{\min}) = \frac{\alpha}{3}(0,5d_{\min}) = \frac{1}{6}\alpha d_{\min}; l_0 \geq \frac{1}{6}\alpha d_{\min},$$

и соответствующей ей ($\beta = \alpha - \alpha_0$) максимально допустимой длине дуги упругого скольжения l_β (из условия $\alpha_0 \geq \frac{\alpha}{3}$; $\lim \alpha_0 = \frac{\alpha}{3}$):

$$\lim l_\beta = 2 \lim l_0 = \frac{1}{3}\alpha d_{\min}, l_\beta \leq \frac{1}{3}\alpha d_{\min};$$

$$\lim \left(\frac{l_\beta}{l_0}\right) = \lim \left(\frac{\beta}{\alpha_0}\right) = 2, \beta \leq 2\alpha_0, l_\beta \leq 2l_0.$$

7. На основании предлагаемых реологических моделей [10, рис. 2 и 3] и построенной на их основе диаграммы перехода [10, рис. 2] можно утверждать:

в *любой* силовой системе деформируемых через фрикционный контакт твердых тел (пары трения: «два плоских тела», «вал — цапфа», «колесо — плоскость», «два колеса», «ремень — шкив» и др.) на тяговой характеристике сдвигающей силы [10, рис. 2 и 5] *должен* наблюдаться переход от начального прямолинейного участка упругой деформации (до порога внешнего трения P) к выпуклой криволинейной зависи-

мости экспоненциального вида [8] с четко выраженным максимумом (в конце совместной упругой и пластической деформации фрикционного контакта), что подтверждает существование в природе точно установленного впервые в работах [8, 9] динамического предела роста силы трения (приблизительно наблюдаемого во всех экспериментах [1–7]).

8. Результаты эксперимента на разработанном трибометре (см. рис. 7) согласуются с построенными по данным расчетной табл. 1 [10] теоретическими тяговыми кривыми (см. рис. 6, б), которые указывают, что в интервале углов обхвата $\alpha = 0 - \pi$ тяговая характеристика гибких тел может быть представлена линейной функцией $F_t(\alpha)$ с погрешностью в пределах 5% (плоскоременные) или в пределах 10% (клиноременные передачи).

Другие рассмотренные выше результаты экспериментов разных авторов из различных стран [1–7] также объективно подтверждают (как это ни удивительно) представленные новые аналитические законы и универсальные константы трения упруго-деформируемых (растяжимых) гибких тел и рассчитанные на их основе: оптимальные параметры [10, табл. 1]; граничную кривую упругого скольжения [10, рис. 4] и тяговые характеристики [10, рис. 5].

Примечание. Установленные в динамической теории предельного трения [8, 9] и в данной работе новые аналитические законы и универсальные физические константы трения определяют и объясняют наблюдаемое на практике в разных областях машиностроения поведение и предельные характеристики раз-

нообразных машин; а их знание способствует лучшему пониманию «механизма» происходящих в природе физических процессов трибодинамики явления трения.

Литература

1. Мур Д.Ф. Основы и применения трибоники: Пер. с англ. М.: Мир, 1978. 487 с.
2. Машиностроение. Энциклопедия. / Детали машин. Трение, износ, смазка. Т. IV.1 // Отв. ред. К.С. Колесников. М.: Машиностроение, 1995. 864 с.
3. Крайнев А.Ф. Механика (искусство построения) машин. Фундаментальный словарь. М.: Машиностроение, 2000. 904 с.
4. Кожевников С.Н. Теория механизмов и машин. М.: Машиностроение, 1973. 590 с.
5. Скойбеда А.Т., Кузьмин А.В., Макейчук Н.Н. Детали машин и основы конструирования. Минск: Высшая школа, 2000. 583 с.
6. Трение, изнашивание, смазка. Справочник / Под ред. И.В. Крагельского и В.В. Алисина. М.: Машиностроение, 1979. 358 с.
7. Польцер Г., Майснер Ф. Основы трения и изнашивания: Пер. с нем. М.: Машиностроение, 1984. 264 с.
8. Пожбелко В.И. Динамическая теория предельного трения // Теория механизмов и машин в вопросах и ответах. Изд-во ЮУрГУ, 2004. С. 144–156.
9. Пожбелко В.И. Силовые закономерности упруго-деформируемой ременной передачи (новая постановка задачи Эйлера) // Известия Челябинского научного центра. Челябинск: УрО РАН, 2000. Вып. 3. С. 56–62.
10. Пожбелко В.И. Математическая модель трения и нахождение универсальных триботехнических констант // Известия Челябинского научного центра. Челябинск: УрО РАН, 2000. Вып. 1. С. 33–38.
11. Пожбелко В.И. Предельные тяговые свойства и законы трения растяжимых гибких тел в ременных передачах. Ч. 1. // Известия высших учебных заведений. Машиностроение, 2011. № 8, С. 3–13.
12. Пожбелко В.И. VIP-трибометр для определения характеристики трения гибких тел. Патент на изобретение RU 2011128947. МПК В66d 1/12.

Статья поступила в редакцию 09.06.2011 г.