УДК 621.01 DOI 10.18698/0536-1044-2017-1-16-23

Классификация и условия возникновения особых положений в механизмах параллельной структуры

П.А. Ларюшкин

МГТУ им. Н.Э. Баумана, 105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1

Classification and Occurrence Conditions of Singularities in Parallel Mechanisms

P.A. Laryushkin

BMSTU, 105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1

e-mail: pav.and.lar@gmail.com

Исследование вопросов, связанных с особыми положениями механизмов параллельной структуры, является важной задачей при синтезе и анализе механизмов данного класса. Однако в отечественной научной литературе данной теме не уделяется должного внимания. В первой половине статьи содержится описание основных подходов к классификации и анализу условий возникновения особых положений механизмов параллельной структуры, что продемонстрирует отечественному читателю основные принципы, лежащие в основе данных подходов, а также их достоинства и недостатки. Показано, что универсальной классификации, используемой всеми исследователями без исключения, на сегодняшний день не существует. Во второй половине статьи представлен подход к данному вопросу, основанный на использовании методов винтового исчисления. Несмотря на то, что такой подход основан на известной методике, он содержит ряд важных уточнений и корректировок, что позволяет распространить область его применения на более широкий диапазон возможных структурных схем механизмов параллельной структуры. Приведены отличия предлагаемого подхода от известных и его преимущества.

Ключевые слова: механизмы параллельной структуры, кинематические цепи, особые положения, подвижность звеньев механизма, винтовое исчисление.

Research related to singularities of parallel mechanisms is an important step in the synthesis and analysis of such mechanisms. However, this topic is not sufficiently addressed in Russian scientific literature. The first part of this article contains a review of some popular approaches to the classification and analysis of occurrence conditions for singularities in parallel mechanisms, and serves the purpose of showing the basic principles, advantages and disadvantages of these approaches to Russian readers. It is shown that at present there is no universally accepted approach used by all the researchers. In the second part of this paper an approach to the aforementioned problem based on the screw theory is presented. Although this approach is based on a known technique, it has some important improvements and corrections, which expands its application onto a wider range of possible structures of parallel mechanisms. The differences from the existing approaches and the advantages of the new approach are shown.

Keywords: parallel mechanisms, kinematic chains, singularities, mobility of mechanism links, screw theory.

Одной из основных проблем, возникающих при синтезе, анализе и эксплуатации механизмов параллельной структуры (МПС), является наличие у механизмов данного класса так называемых особых положений (ОП). В широком смысле ОП принято называть такие положения, в которых подвижность звеньев механизма отличается от желаемой. Это приводит, например, к потере жесткости конструкцией механизма, возможности неконтролируемого движения выходного звена (ВЗ) и промежуточных звеньев, потере степени свободы ВЗ [1]. Несмотря на возможность создания структурных схем МПС, у которых ОП отсутствуют [2], они зачастую не находят практического применения. Таким образом, вопросы, связанные с изучением данного феномена, по-прежнему не теряют актуальности.

На сегодняшний день не существует единого подхода к классификации и определению условий возникновения ОП МПС, который использовали бы все исследователи в качестве универсального, так как каждый из них имеет свои достоинства и недостатки. Так, более простые подходы не всегда позволяют получить необходимые данные о подвижности механизма в ОП, а более сложные не всегда удобны для практического применения.

Цель работы — рассмотрение основных подходов к классификации и анализу ОП МПС, используемых различными исследователями в своих работах, определение их сильных и слабых сторон, а также описание обновленной и уточненной классификации условий возникновения ОП в механизмах данного класса, созданной на основе методов винтового исчисления.

Существующие подходы к классификации и исследованию ОП МПС. Одним из первых этого вопроса коснулся К. Хант в работе [3] при описании конфигураций механизмов, в которых существует вероятность возникновения дополнительной мгновенной подвижности, т. е. возможности движения звеньев механизма в рамках некоторых степеней свободы, наличие которых изначально не было предусмотрено. При этом автор работы рассматривал механизм, состоящий из одной замкнутой кинематической цепи.

Классификация и методика определения ОП для более общего случая МПС с числом степеней свободы, равным n, предложены К. Госсленом и Ж. Анжелесом в работе [4]. Путем дифференцирования уравнений связей авторы получают следующую систему уравнений в матричном виде:

$$\mathbf{A}\begin{pmatrix}\dot{x}_1\\ \vdots\\ \dot{x}_n\end{pmatrix}+\mathbf{B}\begin{pmatrix}\dot{q}_1^{\text{акт}}\\ \vdots\\ \dot{q}_n^{\text{акт}}\end{pmatrix}=0, \qquad (1)$$

где $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ — матрицы; $\dot{x}_i$ — скорость ВЗ по i-й координате в неподвижной системе отсчета, $i = 1, \ldots, n$; $\dot{q}_j^{\text{акт}}$ — обобщенная скорость в j-й приводной (активной) кинематической паре, $j = 1, \ldots, n$.

Матрицы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ определяются следующим образом:

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix}\dfrac{\partial F_1}{\partial x_1} & \cdots & \dfrac{\partial F_1}{\partial x_n}\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ \dfrac{\partial F_n}{\partial x_1} & \cdots & \dfrac{\partial F_n}{\partial x_n}\end{pmatrix}; \quad \mathbf{B}=\begin{pmatrix}\dfrac{\partial F_1}{\partial q_1} & 0 & 0\\ 0 & \ddots & 0\\ 0 & 0 & \dfrac{\partial F_n}{\partial q_n}\end{pmatrix},$$

где $F_j = F_j(x_1, \ldots, x_n, q_j)$ — уравнения связи в виде неявных функций абсолютных x_i и обобщенных координат q_j.

Авторы классифицируют ОП на три типа:

1 — определяется случаем, когда ВЗ механизма теряет степень свободы, что удовлетворяет условию $\det(\mathbf{B}) = 0$;

2 — соответствует ситуации, когда ВЗ имеет подвижность даже при зафиксированных приводных парах, что удовлетворяет условию $\det(\mathbf{A}) = 0$;

3 — объединяет свойства 1- и 2-го типов и соответствует случаю, когда обе матрицы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ вырождены.

Из уравнения (1) и представленных условий видно, что использование данного подхода возможно только в том случае, когда матрицы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ являются квадратными. Иными словами, число степеней свободы механизма должно быть равно числу приводных кинематических пар, что ограничивает область применения такого подхода. Кроме того, игнорирование скоростей в пассивных кинематических парах приводит к тому, что некоторые важные и опасные явления исследовать данным методом принципиально невозможно. Например, такой подход не позволяет выявить вырождение связей в механизмах, у которых отдельные кинематические цепи имеют большее число степеней свободы, чем ВЗ, т. е. каждая цепь накладывает определенные связи на ВЗ. В работе [5] показано, что вырождение связей, накладываемых кинематическими цепями, приводит к появлению дополнительной подвижности ВЗ, что, например, совершенно недопустимо для механизмов, применяемых в хирургической робототехнике, и крайне нежелательно для механизмов обрабатывающих станков. Тем не менее такой подход к классификации и анализу ОП МПС исследователи широко используют из-за его относительной простоты.

Более подробная классификация ОП предложена Д. Златановым и его коллегами в работе [6], где рассмотрено следующее уравнение

$$\mathbf{L}\begin{pmatrix}\dot{\mathbf{x}}\\ \dot{\mathbf{q}}^{\text{акт}}\\ \dot{\mathbf{q}}^{\text{пас}}\end{pmatrix}=0. \qquad (2)$$

Здесь $\mathbf{L}$ — матрица, компоненты которой определяются конфигурацией механизма; $\dot{\mathbf{x}}$, $\dot{\mathbf{q}}^{\text{акт}}$ и $\dot{\mathbf{q}}^{\text{пас}}$ — векторы скоростей соответственно ВЗ в активных и пассивных кинематических парах механизма, $\dot{\mathbf{x}}=(\dot{x}_i, \ldots, \dot{x}_n)^{\mathrm{T}}$, $\dot{\mathbf{q}}^{\text{акт}}=(\dot{q}_1^{\text{акт}}, \ldots, \dot{q}_{N^{\text{акт}}}^{\text{акт}})^{\mathrm{T}}$, $\dot{\mathbf{q}}^{\text{пас}}=(\dot{q}_1^{\text{пас}}, \ldots, \dot{q}_{N^{\text{пас}}}^{\text{пас}})^{\mathrm{T}}$, где $N^{\text{акт}}$ и $N^{\text{пас}}$ — число активных и пассивных пар, $N^{\text{акт}}=n.$ Матрица $\mathbf{L}$ имеет размер $N_{\Sigma}\left(N_{\Sigma}+n\right)$, где N_{Σ} — суммарное число кинематических пар в механизме.

Авторы выделяют шесть типов ОП:

• RI (англ. redundant input). Определяется наличием ненулевого вектора $\dot{\mathbf{q}}^{\text{акт}}\neq 0$ и нулевого вектора $\dot{\mathbf{x}}=0$, являющихся решением уравнения (2). При этом $\dot{\mathbf{q}}^{\text{пас}}\neq 0.$ Такой тип ОП по физическому смыслу соответствует типу 1 по классификации Госслена и Анжелеса;

• RO (англ. redundant output). Соответствует ситуации, в которой существует решение уравнения (2) для нулевого вектора $\dot{\mathbf{q}}^{\text{акт}}=0$ и ненулевых векторов $\dot{\mathbf{x}}\neq 0$ и $\dot{\mathbf{q}}^{\text{пас}}\neq 0.$ Этот тип ОП близок к типу 2 по классификации Госслена и Анжелеса, однако включает в себя более широкий круг явлений;

• II (англ. impossible input). В данном случае существует такой вектор $\dot{\mathbf{q}}^{\text{акт}}\neq 0$, при котором уравнение (2) не имеет решений;

• IO (англ. impossible output). Определяется ситуацией, когда существует вектор $\dot{\mathbf{x}}\neq 0$, при котором уравнение (2) не имеет решений;

• IIM (англ. increased instantaneous mobility). Соответствует случаю, когда ранг матрицы $\mathbf{L}$ в уравнении (2) становится меньше, чем $N_{\Sigma}.$ При этом в механизме возникает дополнительная мгновенная подвижность. Такой тип ОП соответствует конфигурациям, рассмотренным К. Хантом в работе [3]. Он также включает в себя вырождение связей, описанное в работе [5], однако отличается тем, что в данном случае рассматривается изменение мгновенной подвижности механизма в целом, а не только его ВЗ;

• RPM (англ. redundant passive motion). Определяется возможностью решения уравнения (2) при ненулевом векторе $\dot{\mathbf{q}}^{\text{пас}}\neq 0$ и нулевых векторах $\dot{\mathbf{x}}=0$ и $\dot{\mathbf{q}}^{\text{акт}}=0.$ Таким образом, при зафиксированных приводах и неподвижном ВЗ возможно движение в пассивных кинематических парах механизма.

Перечисленные типы ОП не являются взаимоисключающими. Напротив, показано, что любое ОП должно одновременно принадлежать как минимум одному из R-типов (RI, RO, RPM) и I-типов (II, IO, IIM). Общее число различных комбинаций типов ОП, которые реально могут возникать в механизмах, равно 21. Особенностью такой классификации является ее применимость к механизмам с любой кинематической структурой: последовательной, параллельной или смешанной.

Несмотря на то что данный подход включает в себя все значимые случаи изменения подвижности механизмов, он также имеет ряд недостатков. Во-первых, обобщенность рассматриваемой классификации может быть избыточной при практическом применении. Во-вторых, вычисление компонентов матрицы $\mathbf{L}$ представляет собой значительно более сложную задачу, чем вычисление компонентов матриц $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$, необходимых для использования подхода Госслена и Анжелеса. Кроме того, такая классификация, как уже упоминалось, применима только для механизмов с числом активных пар $N^{\text{акт}}=n.$ В работе [7] авторы обобщают изложенный подход для случая $N^{\text{акт}}\geq n,$ однако это еще больше усложняет его.

В отечественной литературе общие вопросы, связанные с ОП МПС, рассмотрены главным образом В.А. Глазуновым с соавторами. Так, в работе [8], датируемой тем же годом, что и статья [4] Госслена и Анжелеса, автор, используя методы винтового исчисления, исследовал следующие виды изменения подвижности механизма: потеря степени свободы ВЗ, неконтролируемое перемещение ВЗ, мгновенная подвижность звеньев, обусловленная движением в пассивных парах при остановленных двигателях. При этом в качестве примера рассмотрен механизм с шестью степенями свободы. Однако данный факт приводит к тому, что некоторые из обозначенных в работе условий возникновения ОП требуют корректировки для механизмов с меньшим числом степеней свободы. В более поздних работах [9–12] автор продолжает использовать методы винтового исчисления для анализа МПС.

Необходимо отметить, что ОП иногда называют конфигурации механизма, не связанные с изменением подвижности звеньев под влиянием особенностей его структуры. Так, Г. Лю [13] и К. Волхарт [14] с соавторами изучали ОП второго порядка, при которых рассматривали вторые производные по времени от функций обобщенных и абсолютных координат механизма. Однако такое исследование практически не имеет прикладного значения, что отмечает Ж.-П. Мерле [1]. Другим примером использования данного термина может служить работа И.-М. Чена [15], в которой рассмотрена ситуация, когда один привод передает движение на две кинематические пары.

Таким образом, как уже упоминалось, единого универсального подхода к классификации и анализу ОП МПС не существует. Однако можно заметить, что все основные подходы описывают одинаковые или близкие явления, свойственные механизмам данного класса.

Далее рассмотрен вариант классификации ОП МПС и приведены условия их возникновения, полученные с помощью математического аппарата винтового исчисления. Предлагаемый подход имеет сходство с подходом, используемым В.А. Глазуновым [8], но он содержит важные уточнения условий возникновения ОП, которые будут отмечены ниже.

Классификация и условия возникновения ОП МПС, основанные на методах винтового исчисления. Рассмотрим некоторый механизм параллельной структуры, имеющий n ($n \le 6$) степеней свободы и состоящий из неподвижного основания и подвижного ВЗ, соединенных между собой m кинематическими цепями (рис. 1).

Обозначим количество активных кинематических пар в i-й цепи ($i = 1, \ldots, m$) как $N_i^{\text{акт}}$, а количество пассивных пар в этой же цепи как $N_i^{\text{пас}}$. При этом все кинематические пары будем считать одноподвижными, так как любую более сложную пару можно представить в виде комбинации нескольких одноподвижных пар. Общие числа активных и пассивных пар механизма имеют вид

$$N^{\text{акт}} = \sum_{i=1}^{m} N_i^{\text{акт}}; \quad N^{\text{пас}} = \sum_{i=1}^{m} N_i^{\text{пас}}.$$

Как уже упоминалось, в общем случае для механизмов параллельной структуры $N^{\text{акт}} \ge n.$ При этом, если $N^{\text{акт}} > n,$ то механизм имеет избыточную подвижность, называемую резервированием (англ. redundancy).

Каждой активной кинематической паре можно поставить в соответствие единичный кинематический винт $\mathbf{t}_{i,j}^{\text{акт}}$ ($j = 1, \ldots, N_i^{\text{акт}}$), а каждой пассивной — винт $\mathbf{t}_{i,k}^{\text{пас}}$ ($k = 1, \ldots, N_i^{\text{пас}}$). Любой кинематический винт характеризует движение ВЗ, реализуемое перемещением в соответствующей кинематической паре. Кинематический винт ВЗ обозначим как $\mathbf{\Omega}$ (рис. 2).

Для каждой кинематической цепи справедливо выражение [16]

$$\sum_{j=1}^{N_i^{\text{акт}}} \dot{q}_{i,j}^{\text{акт}} \mathbf{t}_{i,j}^{\text{акт}} + \sum_{k=1}^{N_i^{\text{пас}}} \dot{q}_{i,k}^{\text{пас}} \mathbf{t}_{i,k}^{\text{пас}} = \mathbf{\Omega}, \qquad (3)$$

где $\dot{q}_{i,j}^{\text{акт}}$ и $\dot{q}_{i,k}^{\text{пас}}$ — обобщенные скорости в активных и пассивных парах i-й цепи.

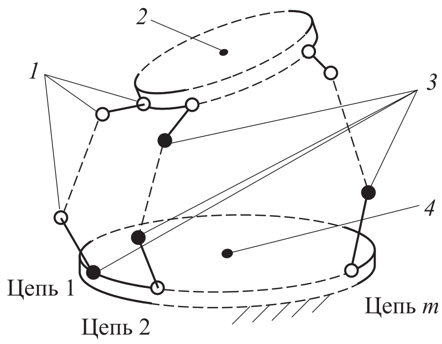

Рис. 1. Обобщенная структурная схема механизма параллельной структуры:
1 и *3* — неприводные и приводные кинематические пары; *2* — ВЗ; *4* — основание

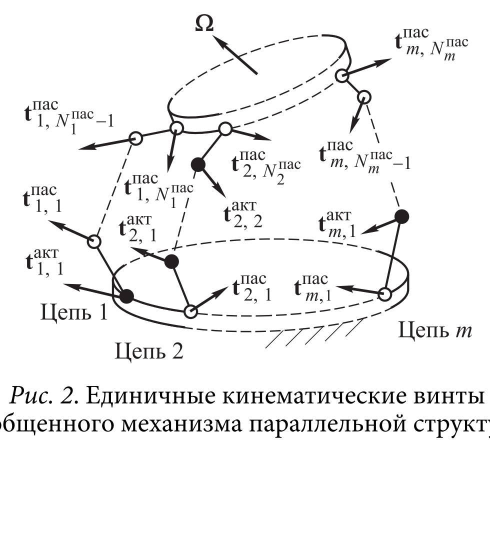

Рис. 2. Единичные кинематические винты обобщенного механизма параллельной структуры

При рассмотрении кинематических винтов в качестве элементов векторного пространства $\mathbb{R}^6$ каждой кинематической цепи естественным образом можно поставить в соответствие некоторое подпространство $\mathbf{T}_i$, являющееся линейной оболочкой единичных кинематических винтов активных и пассивных пар i-й цепи:

$$\mathbf{T}_i = \mathrm{span}\left(\mathbf{t}_{i,1}^{\text{акт}}, \ldots, \mathbf{t}_{i,N_i^{\text{акт}}}^{\text{акт}}, \mathbf{t}_{i,1}^{\text{пас}}, \ldots \mathbf{t}_{i,N_i^{\text{пас}}}^{\text{пас}}\right).$$

Физический смысл $\mathbf{T}_i$ заключается в том, что данное подпространство содержит в себе все возможные кинематические винты ВЗ механизма, которые «разрешены» (могут быть реализованы) i-й кинематической цепью. Очевидно, что векторное пространство, соответствующее n степеням свободы ВЗ механизма, также будет являться подпространством векторного пространства $\mathbb{R}^6$ и представлять собой пересечение пространств $\mathbf{T}_i$:

$$\mathbf{\Phi} = \bigcap_{i=1}^{m} \mathbf{T}_i.$$

В положении, не являющемся особым, по определению $\dim(\mathbf{\Phi}) = n$. При этом необходимое и достаточное математическое условие возникновения ОП, соответствующего потере степени свободы ВЗ, может быть записано в виде

$$\dim(\mathbf{\Phi}) < n.$$

Такое ОП соответствует типу 1 по классификации Госслена и Анжелеса и типу RI по классификации Златанова. Что касается работ В.А. Глазунова, то в них в качестве критерия данного ОП использовано понижение ранга матрицы кинематических винтов хотя бы одной кинематической цепи, т. е.

$$\dim(\mathbf{T}_i) < n_i,$$

где n_i — размерность пространства $\mathbf{T}_i$ (число степеней свободы, реализуемых i-й цепью) в положениях, не являющихся особыми. Такая формулировка справедлива для механизмов, у которых $n_i = n$, однако не является корректной в случае $n_i > n$.

Рассмотрим ортогональное дополнение подпространства $\mathbf{T}_i$ векторного пространства $\mathbb{R}^6$, обозначив его как $\mathbf{T}_i^{\perp}$. Физически, $\mathbf{T}_i^{\perp}$ содержит все кинематические винты ВЗ, «запрещенные» i-й цепью. Тогда векторное пространство $\mathbf{C}$, содержащее все нереализуемые кинематические винты ВЗ, т. е. характеризующее связи, которые цепи накладывают на это звено, может быть представлено в виде объединения пространств $\mathbf{T}_i^{\perp}$:

$$\mathbf{C} = \bigcup_{i=1}^{m} \mathbf{T}_i^{\perp}.$$

В любом положении, не являющемся особым, $\dim(\mathbf{\Phi}) + \dim(\mathbf{C}) = 6$, т. е. подпространство $\mathbf{C}$ является ортогональным дополнением подпространства $\mathbf{\Phi}$: $\mathbf{C} = \mathbf{\Phi}^{\perp}$.

Также рассмотрим подпространство $\mathbf{T}_i^{\text{пас}}$, представляющее собой линейную оболочку единичных винтов пассивных пар i-й цепи:

$$\mathbf{T}_i^{\text{пас}} = \mathrm{span}\left(\mathbf{t}_{i,1}^{\text{пас}}, \ldots, \mathbf{t}_{i,N_i^{\text{пас}}}^{\text{пас}}\right).$$

Для нормального функционирования механизма необходимо, чтобы при остановленных приводах отсутствовала возможность движения ВЗ. Такое условие можно записать в следующем виде:

$$\bigcap_{i=1}^{m} \mathbf{T}_i^{\text{пас}} = 0.$$

Нарушение данного условия имеет физический смысл возникновения неконтролируемой подвижности ВЗ. Если при этом размерность пространства $\mathbf{C}$ сохраняется, то возникающее ОП соответствует типу 2 по классификации Анжелеса и Госслена и типу RO по классификации Златанова. Формально условие возникновения такого ОП можно записать следующим образом:

$$\bigcap_{i=1}^{m} \mathbf{T}_i^{\text{пас}} \neq 0, \ \dim(\mathbf{C}) = 6 - n. \qquad (4)$$

Если же происходит уменьшение размерности пространства $\mathbf{C}$ (что возможно только для механизмов, у которых $n_i > n$):

$$\dim(\mathbf{C}) < 6 - n, \qquad (5)$$

то данное условие является необходимым и достаточным для возникновения ОП, соответствующего вырождению связей и типу IIM по классификации Златанова. Что касается работ В.А. Глазунова, то в них рассмотрено вырождение матрицы силовых винтов, взаимных кинематическим винтам пассивных пар цепей. Такая формулировка эквивалентна условию

$$\bigcap_{i=1}^{m} \mathbf{T}_i^{\text{пас}} \neq 0, \qquad (6)$$

поскольку ортогональное дополнение $\mathbf{T}_i^{\text{пас}\perp}$ подпространства $\mathbf{T}_i^{\text{пас}}$, представляющее собой пространство кинематических винтов, пропорциональных упомянутым силовым винтам, будет по определению включать в себя пространство **C**. Поэтому условие (6) не позволяет различать потерю управляемости ВЗ, определяемую условием (4), и вырождение связей, соответствующее условию (5). Однако с практической точки зрения такое различие оказывается весьма существенным: при выполнении условия (4) ВЗ приобретает подвижность в рамках тех n степеней свободы, которые доступны ВЗ механизма в рабочих конфигурациях; при выполнении условия (5) ВЗ приобретает новую степень свободы, отличную от n имеющихся (например, вращение в поступательно-направляющих механизмах).

Приняв равными нулю скорости в активных парах и кинематический винт ВЗ, получим уравнение (3) в следующем виде:

$$\sum_{k=1}^{N_i^{\text{пас}}} \dot{q}_{i,k}^{\text{пас}} \mathbf{t}_{i,k}^{\text{пас}} = 0. \qquad (7)$$

Заметим, что существование нетривиального решения уравнения (7) приводит к возникновению ОП, соответствующего типу RPM по классификации Златанова, т. е. к возможности движения в пассивных парах механизма при зафиксированных приводах и неподвижном ВЗ. Нетривиальное решение системы (7) существует, если ранг матрицы кинематических винтов пассивных пар i-й цепи меньше числа неизвестных в уравнении, т. е. меньше числа пассивных пар в цепи:

$$\operatorname{rank}\left(\mathbf{t}_{i,1}^{\text{пас}}, \ldots, \mathbf{t}_{i,N_i^{\text{пас}}}^{\text{пас}}\right) < N_i^{\text{пас}}. \qquad (8)$$

Эквивалентным условию (8) будет следующее утверждение:

$$\dim\left(\mathbf{T}_i^{\text{пас}}\right) < N_i^{\text{пас}}, \qquad (9)$$

поскольку ранг матрицы кинематических винтов не изменится при ее транспонировании. Иными словами, рассматриваемый тип ОП соответствует случаю, когда число линейно независимых кинематических винтов пассивных пар i-й цепи меньше количества этих пар в данной цепи.

Таким образом, на основе методов винтового исчисления и линейной алгебры получены условия возникновения различных типов ОП МПС, а также представлена трактовка их физического смысла (см. таблицу).

Следует отметить, что в данной классификации отсутствуют ОП типов II и IO по классификации, предложенной Д. Златановым. Указанные ОП, согласно работе [6], возникают только совместно с типами RO и RI соответственно, или оба одновременно с типом RPM. При этом, например, ОП типа RI подразумевает, как уже отмечалось, потерю степени свободы ВЗ. Очевидно, что в таком случае движение, соответствующее этой степени свободы, невозможно, т. е. найдется такой вектор скоростей ВЗ, при котором уравнение (2) не будет иметь решений. Таким образом, определение ОП типа RI уже подразумевает возникновение ОП типа IO. Аналогично определение ОП типа RO включает в себя тип II, а определение типа RPM — II и IO одновременно (так как векторы скоростей выходных пар и ВЗ являются нулевыми). Иными словами, ОП типов II и IO сами по себе не характеризуют изменение подвижности ВЗ, поэтому на практике при анализе

Основные типы ОП МПС и условия их возникновения

Характеристика ОП	Критерий возникновения (винтовое исчисление)	Классификация	
		по Госслену и Анжелесу	по Златанову
Потеря степени свободы ВЗ	$\dim(\mathbf{\Phi}) < n$	Тип 1	RI
Подвижность ВЗ в рамках исходных степеней свободы при остановленных приводах	$\bigcap_{i=1}^{m} \mathbf{T}_i^{\text{пас}} \neq 0$; $\dim(\mathbf{C}) = 6 - n$	Тип 2	RO
Подвижность ВЗ вне рамок исходных степеней свободы (вырождение связей)	$\dim(\mathbf{C}) < 6 - n$	Нет	IIM, Constraint Singularity [5]
Возможность движения в пассивных парах механизма при остановленных приводах и неподвижном ВЗ	$\dim\left(\mathbf{T}_i^{\text{пас}}\right) < N_i^{\text{пас}}$	Нет	RPM

МПС можно ограничиться исследованием ОП четырех типов, представленных в таблице.

Выводы

1. Приведен краткий обзор наиболее часто используемых подходов к классификации и анализу условий возникновения ОП МПС. Выделены основные принципы, лежащие в основе рассмотренных подходов, а также отмечены их достоинства и недостатки. Показано, что на сегодняшний день единого и универсального для всех исследователей подхода к данному вопросу не существует.

2. На основе методов винтового исчисления представлена классификация, даны условия возникновения четырех типов особых положений и их физическая трактовка. Отмечены общие особенности предлагаемого и существующих подходов, а также их различия. Разработанный подход базируется на известной методике, однако он применим и к более широкому кругу возможных схем МПС, поскольку является более общим и содержит ряд важных уточнений.

Литература

[1] Merlet J.-P. *Parallel Robots*. Springer, 2006. 402 p.

[2] Carricato M., Parenti-Castelli V. Singularity-Free Fully-Isotropic Translational Parallel Mechanisms. *International Journal of Robotics Research*, 2002, no. 21(2), pp. 161–174.

[3] Hunt K.H. *Kinematic Geometry of Mechanisms*. Clarendon Press, 1978. 465 p.

[4] Gosselin C.M., Angeles J. Singularity Analysis of Closed-Loop Kinematic Chains. *IEEE Transactions on Robotics and Automatics*, 1990, no. 6(3), pp. 281–290.

[5] Zlatanov D., Bonev I., Gosselin C. Constraint Singularities of Parallel Mechanisms. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Washington C.D, May 11–15, 2002, pp. 496–502.

[6] Zlatanov D., Fenton R.G., Benhabib B. A Unifying Framework for Classification and Interpretation of Mechanism Singularities. *Journal of Mechanical Design*, 1995, no. 117(4), pp. 566–572.

[7] Zlatanov D., Fenton R.G., Benhabib B. Classification and Interpretation of the Singularities of Redundant Mechanisms. *ASME Design Engineering Technical Conferences*, Atlanta, September 13–16, 1998, pp. 1–11.

[8] Глазунов В.А., Колискор А.Ш., Крайнев А.Ф. *Пространственные механизмы параллельной структуры*. Москва, Наука, 1991. 95 с.

[9] Глазунов В.А., Аракелян В., Брио С., Рашоян Г.В. Скоростные и силовые критерии близости к сингулярностям манипуляторов параллельной структуры. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2012, № 3, с. 10–17.

[10] Аракелян В., Брио С., Глазунов В.А. Исследование особых положений манипулятора с параллельной структурой «ПАМИНСА». *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2006, № 1, с. 80–88.

[11] Briot S., Glazunov V., Arakelian V. Investigation on the Effort Transmission in Planar Parallel Manipulators. *Journal of Mechanisms and Robotics*, 2013, vol. 5, is. 1, article no. 011011.

[12] Arakelian V., Briot S., Glazunov V. Increase of singularity-free zones in the workspace of parallel manipulators using mechanisms of variable structure. *Mechanism and Machine Theory*, 2008, vol. 43, no. 9, pp. 1129–1140.

[13] Liu G., Lou Y., Li Z. Singularities of Parallel Manipulators: A Geometric Treatment. *IEEE Transactions on Robotics and Automatics*, 2003, no. 19(4), pp. 579–594.

[14] Wohlhart K. Degrees of Shakiness. *Mechanism and Machine Theory*, 1999, no. 34(7), pp. 1103–1126.

[15] Chen I-M., Angeles J., Theingi, Li C. The Management of Parallel-Manipulator Singularities using joint-coupling. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Taipei, September 14–19, 2003, pp. 773–778.

[16] Mohamed M.G., Duffy J. A Direct Determination of the Instantaneous Kinematics of Fully Parallel Robot Manipulators. *ASME Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design*, 1985, no. 107(2), pp. 226–229.

References

[1] Merlet J.-P. *Parallel Robots*. Springer, 2006. 402 p.

[2] Carricato M., Parenti-Castelli V. Singularity-Free Fully-Isotropic Translational Parallel Mechanisms. *International Journal of Robotics Research*, 2002, no. 21(2), pp. 161–174.

[3] Hunt K.H. *Kinematic Geometry of Mechanisms*. Clarendon Press, 1978. 465 p.

[4] Gosselin C.M., Angeles J. Singularity Analysis of Closed-Loop Kinematic Chains. *IEEE Transactions on Robotics and Automatics*, 1990, no. 6(3), pp. 281–290.

[5] Zlatanov D., Bonev I., Gosselin C. Constraint Singularities of Parallel Mechanisms. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Washington C.D, May 11–15, 2002, pp. 496–502.

[6] Zlatanov D., Fenton R.G., Benhabib B. A Unifying Framework for Classification and Interpretation of Mechanism Singularities. *Journal of Mechanical Design*, 1995, no. 117(4), pp. 566–572.

[7] Zlatanov D., Fenton R.G., Benhabib B. Classification and Interpretation of the Singularities of Redundant Mechanisms. *ASME Design Engineering Technical Conferences*, Atlanta, September 13–16, 1998, pp. 1–11.

[8] Glazunov V.A., Koliskor A.Sh., Krainev A.F. *Prostranstvennye mekhanizmy parallel'noi struktury* [Spatial mechanisms of parallel structure]. Moscow, Nauka publ., 1991. 95 p.

[9] Glazunov V. A., Arakelian V., Brio S., Rashoian G. V. Skorostnye i silovye kriterii blizosti k singuliarnostiam manipuliatorov parallel'noi struktury [Speed and strength criteria for proximity to the singularities of parallel structure manipulators]. *Problemy mashinostroeniia i nadezhnosti mashin* [Journal of Machinery Manufacture and Reliability]. 2012, no. 3, pp. 10–17.

[10] Arakelian V., Brio S., Glazunov V.A. Issledovanie osobykh polozhenii manipuliatora s parallel'noi strukturoi «PAMINSA» [The study of specific provisions of the manipulator with parallel structure «PAMINSA»]. *Problemy mashinostroeniia i nadezhnosti mashin* [Journal of Machinery Manufacture and Reliability]. 2006, no. 1, pp. 80–88.

[11] Briot S., Glazunov V., Arakelian V. Investigation on the Effort Transmission in Planar Parallel Manipulators. *Journal of Mechanisms and Robotics*, 2013, vol. 5, is. 1, article no. 011011.

[12] Arakelian V., Briot S., Glazunov V. Increase of singularity-free zones in the workspace of parallel manipulators using mechanisms of variable structure. *Mechanism and Machine Theory*, 2008, vol. 43, no. 9, pp. 1129–1140.

[13] Liu G., Lou Y., Li Z. Singularities of Parallel Manipulators: A Geometric Treatment. *IEEE Transactions on Robotics and Automatics*, 2003, no. 19(4), pp. 579–594.

[14] Wohlhart K. Degrees of Shakiness. *Mechanism and Machine Theory*, 1999, no. 34(7), pp. 1103–1126.

[15] Chen I-M., Angeles J., Theingi, Li C.The Management of Parallel-Manipulator Singularities using joint-coupling. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Taipei, September 14–19, 2003, pp. 773–778.

[16] Mohamed M.G., Duffy J. A Direct Determination of the Instantaneous Kinematics of Fully Parallel Robot Manipulators. *ASME Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design*, 1985, no. 107(2), pp. 226–229.

Статья поступила в редакцию 31.08.2016

Информация об авторе

ЛАРЮШКИН Павел Андреевич (Москва) — кандидат технических наук, доцент кафедры «Основы конструирования машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: pav.and.lar@gmail.com).

Information about the author

LARYUSHKIN Pavel Andreevich (Moscow) — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Department of Machine Design Principles. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: pav.and.lar@gmail.com).