

УДК 62-462:539.41


DOI 10.18698/0536-1044-2017-10-10-17

# Разработка и обоснование инженерной методики расчета напряженного состояния винтовых трубок, нагруженных внутренним давлением

**А.Г. Сорокина**

МГТУ им. Н.Э. Баумана, 105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1

## The Development and Validation of Engineering Methods of Calculating the Stress State of Spiral Tubes Loaded by Internal Pressure

**A.G. Sorokina**BMSTU, 105005, Moscow, Russian Federation, 2<sup>nd</sup> Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1 e-mail: sangerm25@gmail.com

**i** Разработана упрощенная методика расчета напряжений в винтовых трубках, нагруженных внутренним давлением. Показано, что в большинстве случаев координатные линии на срединной поверхности трубки можно приближенно рассматривать как линии кривизны. Безмоментные уравнения равновесия в частных производных вследствие геликоидальной симметрии удалось свести к одному обыкновенному дифференциальному уравнению для мембранного усилия, действующего вдоль винтовых линий. Оказалось, что решение дифференциального уравнения практически совпадает с результатом применения котельных формул, в которых используется нормальный радиус кривизны винтовой линии. Инженерная методика продемонстрирована на винтовой трубке с заданным соотношением размеров.

**Ключевые слова:** винтовая трубка, геликоидальная симметрия, безмоментная теория, уравнения равновесия, котельные формулы, метод наименьших квадратов

**i** A simplified method of calculating stresses in spiral tubes under internal pressure was developed. It was shown that in most cases the coordinate lines on the middle surface of the tube could be approximated as lines of curvature. The membrane equilibrium equations in partial derivatives due to the helical symmetry were reduced to one ordinary differential equation for the membrane force acting along the helix. It transpired that the solution to the differential equation almost coincided with the result of the application of boiler formulas that used the normal radius of curvature of the helix. The engineering method was demonstrated on a spiral tube with a given ratio of sizes.

**Keywords:** spiral tube, helical symmetry, membrane theory, equilibrium equations, boiler formulas, least square method

Винтовые трубки (ВТ) применяют в энергетическом машиностроении, химической промышленности, приборостроении, медицинском оборудовании и других отраслях техники. На рис. 1 показана ВТ с образующим контуром в виде окружности.

Такие трубки без ограничения общности можно отнести к классу геликоидально симметричных оболочек (ГСО), срединная поверхность которых образована винтовым движением замкнутого контура. Основным видом нагрузки для ВТ является внутреннее давление



Рис. 1. VT с образующим контуром в виде окружности

или разность давлений снаружи и внутри VT. Очевидно, что для трубок с внутренним давлением напряженное состояние является близким к безмоментному. Однако в отличие от цилиндрических оболочек, нагруженных внутренним давлением, для которых вычисление напряжений в материале трубки сводится к применению двух простейших соотношений (котельные формулы), расчет напряженного состояния ГСО даже в безмоментном случае — нетривиальная задача.

Основная трудность расчета ГСО заключается в том, что винтовые линии не являются ортогональными к линиям замкнутого контура, вследствие чего необходимо использовать косоугольные гауссовы координаты. Применение косоугольных координат приводит к довольно громоздким системам уравнений, которые можно решить только приближенными или численными методами [1–14]. Обзор различных подходов к расчету оболочек циклического строения, в том числе и ГСО, выполнен в работе [15].

Альтернативой косоугольным координатам служит переход к так называемому нормальному контуру, т. е. такому контуру, который ортогонален винтовым линиям. Предыдущие исследования автора показали, что нормальный контур весьма удобен для ГСО открытого профиля, таких как ленточные пружины. Использование нормального контура в случае малых перемещений приводит к уравнениям теории оболочек в ортогональных гауссовых координатах, не совпадающих с линиями кривизны. Такие уравнения применены, например, в работе [16]. Для витых и винтовых трубок нормальный контур, как правило, является разомкнутым, что порождает неудобства, например, при по-

становке граничных условий. Таким образом, как использование косоугольных координат, так и переход к нормальному контуру, не приводят к удобным методикам расчета замкнутых ГСО.

Цель работы — разработка и обоснование инженерной методики расчета напряжений, возникающих под действием внутреннего давления в VT. Предлагается модифицировать котельные формулы таким образом, чтобы в измененном виде они стали применимы для расчета напряжений в VT.

**Геометрия срединной поверхности ГСО и VT.** Срединная поверхность ГСО (рис. 2) задается векторно-матричным соотношением

$$\mathbf{r}(\alpha, \varphi) = \mathbf{k}T \frac{\varphi}{2\pi} + [\mathbf{L}(\varphi)] \mathbf{a}(\alpha), \quad (1)$$

где  $\mathbf{r}(\alpha, \varphi)$  — радиус-вектор срединной поверхности ГСО;  $\alpha$  — гауссова координата контура;  $\mathbf{k}$  — орт оси  $z$ ;  $T$  — период винтовой поверхности;  $\mathbf{L}$  — матрица поворота вокруг оси  $z$  на угол  $\varphi$ ;  $\mathbf{a}(\alpha)$  — радиус-вектор контура.

Выражение (1) означает, что геликоидальная поверхность образована поворотом контура вокруг оси  $z$  на угол  $\varphi$  с одновременным переносом контура вдоль той же оси, т. е. его винтовым движением. Для перехода к проекциям достаточно конкретизировать в выражении (1) матрицу поворота и радиус-вектор  $\mathbf{a}(\alpha)$ :

$$[\mathbf{L}(\varphi)] = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{a}(\alpha) = \begin{pmatrix} a_x(\alpha) \\ a_y(\alpha) \\ a_z(\alpha) \end{pmatrix}.$$

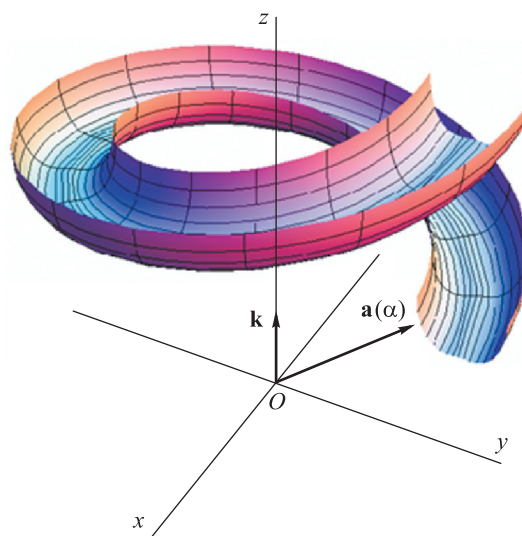


Рис. 2. Геликоидальная поверхность и ее контур

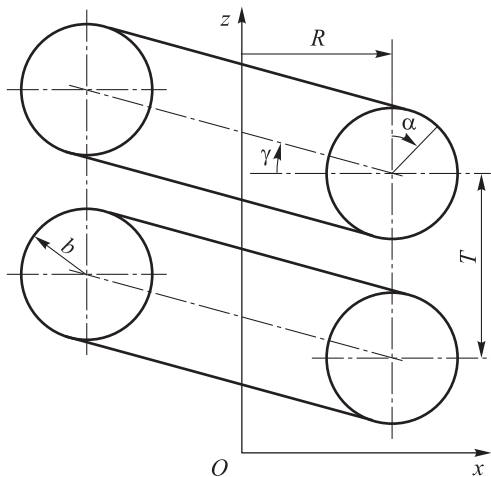


Рис. 3. Параметры VT

Для VT (рис. 3) контур является окружностью. Ее плоскость перпендикулярна винтовой линии, поэтому контур можно представить в параметрическом виде как уравнение окружности в плоскости  $xOz$ , которая дополнительно повернута вокруг оси  $x$  на угол  $\gamma$ :

$$\mathbf{a}(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & -\sin \gamma \\ 0 & \sin \gamma & \cos \gamma \end{bmatrix} \begin{pmatrix} R + b \sin \alpha \\ 0 \\ b \cos \alpha \end{pmatrix};$$

$$\gamma = \operatorname{arctg} \frac{T}{2\pi R},$$

где  $\gamma$  и  $R$  — угол подъема и радиус винтовой линии, проходящей через центры окружностей;  $b$  — радиус окружности;  $\alpha$  — полярный угол в плоскости  $xOz$ .

Согласно работе [17], параметры Ламе  $A$ ,  $B$  и единичные векторы  $\mathbf{t}_1$ ,  $\mathbf{t}_2$ , касательные к координатным линиям, имеют вид

$$A = \sqrt{\left(\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \alpha}\right)^2}; \quad \mathbf{t}_1 = \frac{\partial \mathbf{r}}{A \partial \alpha};$$

$$B = \sqrt{\left(\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \varphi}\right)^2}; \quad \mathbf{t}_2 = \frac{\partial \mathbf{r}}{B \partial \varphi}.$$

Отметим, что параметры Ламе не зависят от гауссовой координаты  $\varphi$  в силу геликоидальной симметрии. Параметр  $A$  совпадает с радиусом окружности ( $A = b$ ), для параметра  $B$  получается довольно громоздкое выражение, поэтому оно здесь не представлено.

Синус угла  $\chi$  между координатными линиями и нормаль  $\mathbf{n}$  к поверхности определяются по формулам

$$\sin \chi = |\mathbf{t}_1 \times \mathbf{t}_2|; \quad \mathbf{n} = \frac{\mathbf{t}_1 \times \mathbf{t}_2}{\sin \chi}.$$

Так как выражения получаются довольно громоздкими, вместо формул далее будут представлены графики для конкретного соотношения размеров

$$R = \frac{5}{3}b; \quad T = 4b. \quad (2)$$

На рис. 4 показана VT с параметрами (2).

Визуально линии контура на рис. 4 практически перпендикулярны винтовым линиям. Это подтверждается графиком синуса угла между координатными линиями (рис. 5).

На представленном графике отличие  $\sin \chi$  от единицы не превышает 10%. Для VT с меньшим, чем в выражении (2) отношением  $b/R$  отличие  $\sin \chi$  от единицы будет еще незначительнее. В связи с этим можно сделать первое упрощающее предположение: **координатную**

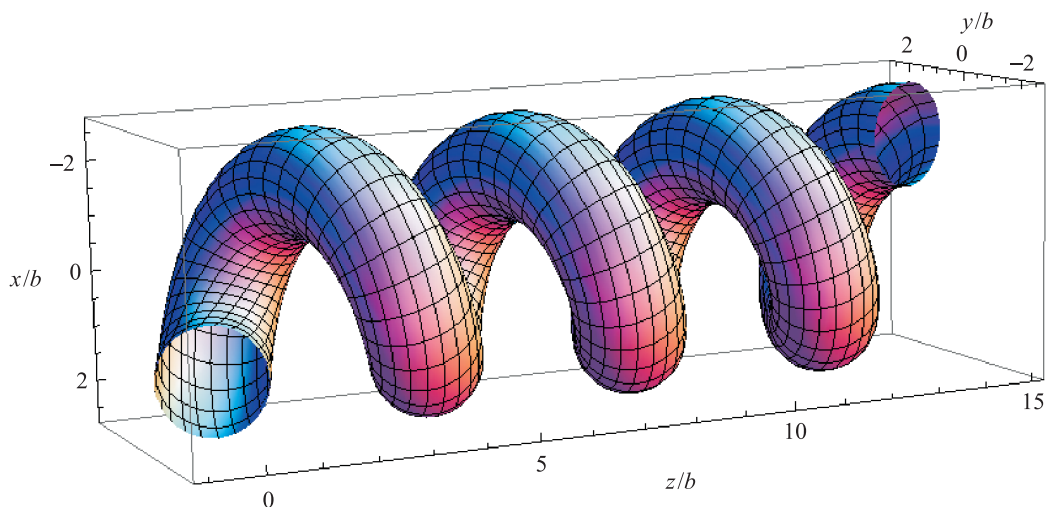


Рис. 4. Винтовые линии и окружности контура на поверхности VT

**сетку, образованную окружностями контура и винтовыми линиями, приближенно можно рассматривать как ортогональную.**

Согласно работе [17], кривизны координатных линий  $1/R'_1$ ,  $1/R'_2$  и кручение поверхности  $1/R_{12}$  можно найти по формулам

$$\begin{aligned} \frac{1}{R'_1} &= -\frac{\partial^2 \mathbf{r}}{A^2 \partial \alpha^2} \cdot \mathbf{n}; \\ \frac{1}{R'_2} &= -\frac{\partial^2 \mathbf{r}}{B^2 \partial \varphi^2} \cdot \mathbf{n}; \\ \frac{1}{R_{12}} &= \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{AB \partial \alpha \partial \varphi} \cdot \mathbf{n}, \end{aligned} \quad (3)$$

где индекс «'» означает, что данная кривизна не обязательно является главной (у главной кривизны штрих не указывается [17]).

Результаты расчета по формулам (3) представлены в виде графиков (рис. 6).

Как видно из полученных графиков, кручение поверхности  $1/R_{12}$  заметно меньше кривизны линии контура  $1/R'_1$ , поэтому в выражениях, содержащих обе эти величины, кручением поверхности можно пренебречь ( $1/R_{12} \approx 0$ ). Из этого следует второе упрощающее предположение: **координатные линии приближенно можно рассматривать как линии кривизны.**

**Уравнения равновесия безмоментной ВТ и их решение.** В трубках, нагруженных внутренним давлением, в основном реализуется безмомент-

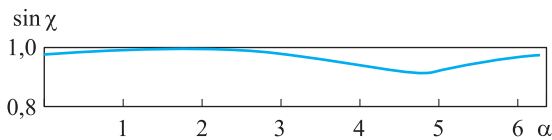


Рис. 5. График синуса угла между координатными линиями

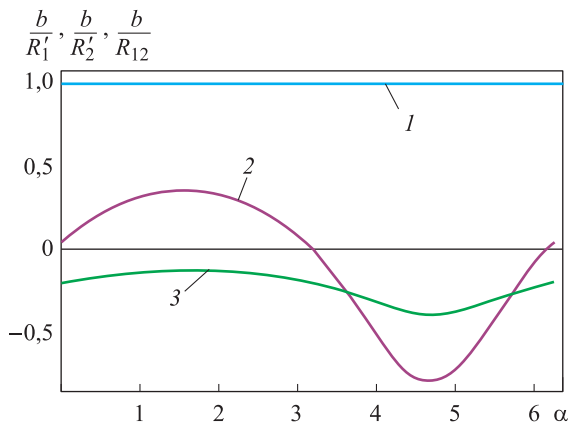


Рис. 6. Графики кривизн  $b/R'_1$  (1),  $b/R'_2$  (2) и кручения  $b/R_{12}$  (3) винтовой поверхности

ное напряженное состояние, поэтому справедливы обычные уравнения безмоментной теории оболочек [17]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \alpha}(T_1 B) + \frac{\partial}{A \partial \varphi}(S A^2) - \frac{\partial B}{\partial \alpha} T_2 + A B q_1 &= 0; \\ \frac{\partial}{\partial \varphi}(T_2 A) + \frac{\partial}{B \partial \alpha}(S B^2) - \frac{\partial A}{\partial \varphi} T_1 + A B q_2 &= 0; \\ \frac{T_1}{R_1} + \frac{T_2}{R_2} &= q_3, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $T_1$ ,  $T_2$  и  $S$  — усилия соответственно окружное, направленное вдоль винтовых линий и сдвигающее;  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$  — распределенные нагрузки.

Учтем, что в силу геликоидальной симметрии все величины не меняются по винтовой координате  $\varphi$ , а также то, что оболочка нагружена только давлением и кривизны координатных линий можно рассматривать как главные:

$$q_1 = q_2 = 0; \quad q_3 = p;$$

$$\frac{1}{R_1} \approx \frac{1}{R'_1} = \frac{1}{b}; \quad \frac{1}{R_2} \approx \frac{1}{R'_2},$$

где  $p$  — внутреннее давление в ВТ.

Тогда система (4) существенно упрощается:

$$\frac{d}{d\alpha}(T_1 B) - \frac{dB}{d\alpha} T_2 = 0;$$

$$\frac{\partial}{B \partial \alpha}(S B^2) = 0;$$

$$\frac{T_1}{b} + \frac{T_2}{R_2} = p.$$

Из второго уравнения следует  $S = C/B^2$ , где  $C$  — постоянная интегрирования, но так как крутящего момента в сечении нет, то  $S = 0$ . Оставшиеся соотношения несложно сводятся к одному дифференциальному уравнению для  $T_2$

$$\frac{d}{d\alpha} \left( b \left( p - \frac{T_2}{R_2} \right) B \right) - \frac{dB}{d\alpha} T_2 = 0. \quad (5)$$

После определения  $T_2$  усилие  $T_1$  можно найти по формуле

$$T_1 = b \left( p - \frac{T_2}{R_2} \right).$$

Некоторым осложнением расчета является то, что кривизна  $1/R_2 \approx 1/R'_2$  обращается в нуль во внутренних точках интервала  $0 \leq \alpha \leq 2\pi$  (см. рис. 6). В связи с этим численное интегри-

рование уравнения (5) невозможно. Вместо численного интегрирования применен метод наименьших квадратов. Усилие  $T_2$  представлено отрезком тригонометрического ряда

$$T_2(\alpha) = \sum_{k=0}^n T_{2k}^{(c)} \cos k\alpha + \sum_{k=1}^n T_{2k}^{(s)} \sin k\alpha, \quad (6)$$

где  $n$  — максимальный номер гармоники; индекс «(с)» относится к слагаемым, симметричным относительно начала отсчета угла  $\alpha$ ; индекс «(s)» — к кососимметричным слагаемым.

Подстановка разложения (6) в уравнение (5) дает функцию невязки дифференциального уравнения равновесия

$$f(\alpha) = \frac{d}{d\alpha} \left( b \left( p - \frac{T_2}{R_2} \right) B \right) - \frac{dB}{d\alpha} T_2. \quad (7)$$

Невязка уравнения равновесия оболочки в сечении, совпадающем с контуром, определяется выражением

$$g = p\pi b^2 - \int_0^{2\pi} T_2 A d\alpha. \quad (8)$$

Общая невязка всей задачи, составленная из невязок (7) и (8), имеет вид

$$J = \left( \frac{g}{pb^2} \right)^2 + \int_0^{2\pi} \left( \frac{f(\alpha)}{pb^2} \right)^2 d\alpha, \quad (9)$$

где множители в знаменателе добавлены для обезразмеривания невязок.

Интегралы в выражениях (8) и (9) вычислялись как конечные суммы. Минимизация невязки (9) выполнялась стандартной процедурой FindMinimum пакета Wolfram Mathematica [18]. В результате получены коэффициенты разложения (6) и построены графики мембранных усилий, представленные на рис. 7.

Из графиков видно, что напряжения в ВТ на 40 % больше, чем в прямой трубке такого же

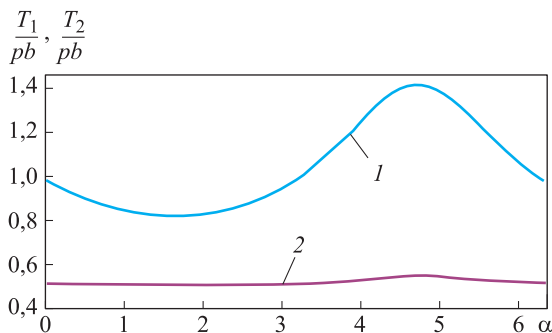


Рис. 7. Распределение мембранных усилий  $T_1/(pb)$  (1) и  $T_2/(pb)$  (2) вдоль контура ВТ

#### Оценка сходимости численной процедуры

Количество гармоник $n$	Количество точек интегрирования	$\min\left(\frac{T_1}{pb}\right)$	$\max\left(\frac{T_1}{pb}\right)$
20	12	0,838096	0,999821
20	24	0,705377	0,858443
20	48	0,822827	1,42188
20	96	0,822126	1,42408
20	120	0,821949	1,42463
20	162	0,821748	1,42526
4	162	0,821703	1,42501

диаметра, и опасная точка находится на наименьшем расстоянии от оси  $z$ .

Для оценки сходимости вычислительного процесса рассмотрено различное количество гармоник в разложении (6) и точек интегрирования на контуре (см. таблицу).

Для построения графиков усилий  $T_1$ ,  $T_2$  были выбраны параметры, при превышении которых три значащие цифры в результатах не меняются:  $n = 20$ , количество точек интегрирования, равное 162. Как видно из таблицы, количество гармоник и точек интегрирования можно брать существенно меньшим, но вычисления происходят довольно быстро, поэтому данные параметры назначались «с запасом».

На рис. 7 усилие  $T_2$  практически не отличается от постоянной, равной  $pb/2$ . В связи с этим можно принять третье упрощающее предположение: **усилие  $T_2$  приближенно можно рассматривать как постоянное и определять его из уравнения равновесия торца по котельной формуле, т. е.  $T_2 \approx pb/2$** . Тогда расчет упрощается полностью и сводится к инженерной методике определения напряжений в ВТ:

$$\sigma_1 = \frac{T_1}{h} \approx \frac{pb}{h} \left( 1 - \frac{b}{2R_2'} \right); \quad (10)$$

$$\sigma_2 = \frac{T_2}{h} \approx \frac{pb}{2h},$$

где  $\sigma_1$  — окружное напряжение;  $h$  — толщина ВТ;  $\sigma_2$  — напряжение, действующее вдоль винтовых линий.

Таким образом, предлагаемую инженерную методику можно рассматривать как формальное распространение котельных формул на ВТ. Однако следует учитывать, что соотношения (10) обоснованы гораздо более серьезными

соображениями, представленными выше, чем традиционные, принимаемые при выводе котельных формул.

Для вычисления нормального радиуса кривизны винтовой линии в соотношении (10) достаточно использовать теорему Менье о связи кривизны нормального и наклонного сечений [17], из которой следует

$$\frac{1}{R'_2} = \frac{\sin \alpha}{R + b \sin \alpha} \cos^2 \left( \arctg \frac{T}{2\pi(R + b \sin \alpha)} \right), \quad (11)$$

где с помощью арктангенса можно определить угол подъема винтовой линии для текущего радиуса поверхности, равного  $R + b \sin \alpha$ . Если в формуле (11) выполнить тригонометрические преобразования, то она несколько упрощается:

$$\frac{1}{R'_2} = \frac{4\pi^2 (R + b \sin \alpha) \sin \alpha}{T^2 + 4\pi^2 (R + b \sin \alpha)^2}. \quad (12)$$

Мембранные усилия, найденные по инженерной методике, т. е. по формулам (10)–(12), сопоставлялись с более точными данными, рассчитанными выше путем минимизации невязки (9). Результат сопоставления показан на рис. 8, где  $T_1^*$  — усилие, определенное по инженерным формулам (10)–(12).

Как видно из полученного графика, погрешность инженерной методики для ВТ с соотношением размеров  $R : b = 5 : 3$ ,  $T : b = 4$  составляет менее 3 %.

Известно, что безмоментное решение несправедливо вблизи линий, на которых радиус кривизны  $R_1$  или  $R_2$  обращается в бесконечность, поэтому в узких зонах, примыкающих к винтовым линиям  $\alpha = 0$  и  $\alpha = \pi$ , возникают дополнительные моментные напряжения. Однако указанные зоны невелики, и при постоянном во времени давлении и пластичном материале локальные всплески напряжений прак-

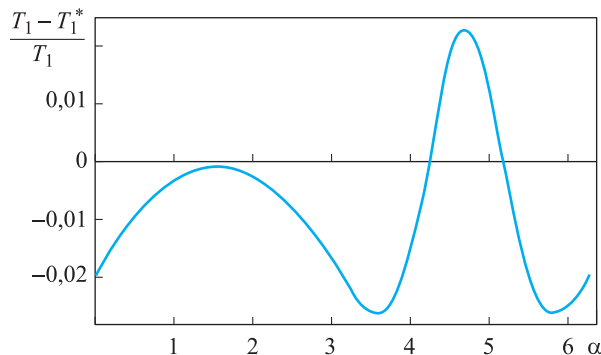


Рис. 8. Оценка погрешности приближенных формул (10)–(12)

тически не сказываются на несущей способности оболочек [17].

В связи с тем, что введенные выше гипотезы вносят некоторые погрешности в расчет напряжений, при использовании предложенной инженерной методики рекомендуется назначать коэффициент запаса на 10...15 % большим, чем при обычном применении безмоментной теории оболочек.

### Выводы

1. Предложена инженерная методика приближенного расчета напряжений в ВТ, нагруженных внутренним давлением, которая сводится к использованию выражений (10), формально совпадающих с котельными формулами.

2. Методика обоснована подробным анализом геометрических соотношений и уравнений равновесия, применяемых в безмоментной теории оболочек в криволинейных гауссовых координатах.

3. Представленный пример демонстрирует надежность методики даже для ВТ с малым отношением радиуса винтовой линии к радиусу окружности контура.

### Литература

- [1] Krivoshapko S.N. Geometry and strength of general helicoidal shells. *Applied Mechanics Reviews*, 1999, vol. 52, no. 5, pp. 161–175.
- [2] Krivoshapko S.N. Static analysis of shells with developable middle surfaces. *Applied Mechanics Reviews*, 1998, vol. 51, no. 12, pt. 1, pp. 731–746.
- [3] Халаби С.М. Моментная теория тонких винтовых псевдо-торсовых оболочек. *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*, 2001, № 10, с. 61–67.
- [4] Рынковская М.И. К вопросу о расчете на прочность тонких линейчатых винтовых оболочек. *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*, 2015, № 6, с. 13–15.

- [5] Рынковская М.И. К вопросу расчета прямых геликоидальных оболочек по методу В.Г. Рекача. *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*, 2006, № 2, с. 63–66.
- [6] Рынковская М.И. Применение и расчет геликоидальных оболочек в архитектуре и строительстве. *Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования*, 2012, № 4, с. 84–90.
- [7] Тупикова Е.М. Расчет тонких упругих оболочек в форме длинного косоугольного геликоида. *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*, 2015, № 3, с. 23–27.
- [8] Тупикова Е.М. Вычисление перемещений и усилий в железобетонных пандусах в форме косоугольного геликоида. *Строительная механика и расчет сооружений*, 2015, № 4, с. 24–28.
- [9] Тупикова Е.М. Полуаналитический расчет оболочки в форме длинного пологого косоугольного геликоида в неортогональной несопряженной системе координат по моментной теории. *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*, 2016, № 3, с. 3–8.
- [10] Тупикова Е.М. Анализ метода В.Г. Рекача для расчета напряженно-деформированного состояния оболочки в форме длинного пологого косоугольного геликоида. *Строительная механика и расчет сооружений*, 2016, № 1, с. 14–20.
- [11] Savićević S., Janjić M., Vukčević M., Šibalić N. Stress research of helicoidal shell shape elements. *Machines, technologies, materials*, 2013, is. 10. URL: [http://www.mech-ing.com/journal/Archive/2013/10/42\\_Savicevic\\_mtm13.pdf](http://www.mech-ing.com/journal/Archive/2013/10/42_Savicevic_mtm13.pdf) (дата обращения 20 мая 2017).
- [12] Savićević S. *A Development of Automatized Projection of Construction Elements of Helical Shell Shape*. PhD dissertation, Podgorica, Faculty of Mechanical Engineering, 2001.
- [13] Krivoshapko S.N., Gbaguidi A.G. Two methods of analysis of thin elastic open helicoidal shells. *International Journal of Research and Reviews in Applied Sciences*, 2012, vol. 12, no. 3, pp. 382–390.
- [14] Knabel J., Lewinski T. Selected equilibrium problem of thin elastic helicoidal shells. *Archives of Civil Engineering*, 1999, vol. 45(2), pp. 245–257.
- [15] Krivoshapko S.N., Christian A. Bock Hyeng. Static and dynamic analysis of thin-walled cyclic shells. *International Journal of Modern Engineering Research*, 2012, vol. 2, is. 5, pp. 3502–3508.
- [16] Шевелев Л.П., Корихин Н.В., Головин А.И. Состояния поля напряжений в геликоидальной оболочке. *Строительство уникальных зданий и сооружений*, 2014, № 2(17), с. 25–38.
- [17] Бидерман В.Л. *Механика тонкостенных конструкций: статика*. Москва, URSS, 2017. 496 с.
- [18] Дьяконов В.П. *Mathematica 5.1/5.2/6. Программирование и математические вычисления*. Москва, ДМК-Пресс, 2008. 574 с.

## References

- [1] Krivoshapko S.N. Geometry and strength of general helicoidal shells. *Applied Mechanics Reviews*, 1999, vol. 52, no. 5, pp. 161–175.
- [2] Krivoshapko S.N. Static analysis of shells with developable middle surfaces. *Applied Mechanics Reviews*, 1998, vol. 51, no. 12, pt. 1, pp. 731–746.
- [3] Khalabi S.M. Momentnaia teoriia tonkikh vintovykh psevdotorsovykh obolochek [Moment theory of thin helical pseudo-tarcowie shells]. *Stroitel'naia mekhanika inzhenernykh konstruksii i sooruzhenii* [Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings]. 2001, no. 10, pp. 61–67.
- [4] Rynkovskaia M.I. K voprosu o raschete na prochnost' tonkikh lineichatykh vintovykh obolochek [On problem of strength analysis of thin linear helicoidal shells]. *Stroitel'naia mekhanika inzhenernykh konstruksii i sooruzhenii* [Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings]. 2015, no. 6, pp. 13–15.
- [5] Rynkovskaia M.I. K voprosu rascheta priamykh gelikoidal'nykh obolochek po metodu V.G. Rekacha [To the question of the calculation of the direct helicoidal shells by the method of V.G. Rekach]. *Stroitel'naia mekhanika inzhenernykh konstruksii i sooruzhenii* [Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings]. 2006, no. 2, pp. 63–66.

- [6] Rynkovskaia M.I. Primenenie i raschet gelikoidal'nykh obolochek v arkhitekture i stroitel'stve [On application and analysis of helicoidal shells in architecture and civil engineering]. *Vestnik Rossiiskogo universiteta druzhby narodov. Seriya: Inzhenernye issledovaniia* [RUDN journal of engineering researches]. 2012, no. 4, pp. 84–90.
- [7] Tupikova E.M. Raschet tonkikh uprugikh obolochek v forme dlinnogo kosogo gelikoida [Analysis of the thin elastic shells in the form of long oblique helicoid]. *Stroitel'naia mekhanika inzhenernykh konstruksii i sooruzhenii* [Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings]. 2015, no. 3, pp. 23–27.
- [8] Tupikova E.M. Vychislenie peremeshchenii i usilii v zhelezobetonnykh pandusakh v forme kosogo gelikoida [Calculation of displacements and forces in reinforced concrete ramps in the form of skew helicoid]. *Stroitel'naia mekhanika i raschet sooruzhenii* [Structural Mechanics and Analysis of Constructions]. 2015, no. 4, pp. 24–28.
- [9] Tupikova E.M. Poluanaliticheskii raschet obolochki v forme dlinnogo pologogo kosogo gelikoida v neortogonal'noi nesopriazhennoi sisteme koordinat po momentnoi teorii [Emitanalytical analysis of a long shallow oblique helicoidal shell in a non-orthogonal non-conjugate coordinate system]. *Stroitel'naia mekhanika inzhenernykh konstruksii i sooruzhenii* [Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings]. 2016, no. 3, pp. 3–8.
- [10] Tupikova E.M. Analiz metoda V.G. Rekacha dlia rascheta napriazhenno-deformirovannogo sostoiianiia obolochki v forme dlinnogo pologogo kosogo gelikoida [Rekatch's method of stress-strain analysis of the shell of long shallow oblique helicoid form]. *Stroitel'naia mekhanika i raschet sooruzhenii* [Structural Mechanics and Analysis of Constructions]. 2016, no. 1, pp. 14–20.
- [11] Savićević S., Janjić M., Vukčević M., Šibalić N. Stress research of helicoidal shell shape elements. *Machines, technologies, materials*, 2013, is. 10. Available at: [http://www.meching.com/journal/Archive/2013/10/42\\_Savicevic\\_mtm13.pdf](http://www.meching.com/journal/Archive/2013/10/42_Savicevic_mtm13.pdf) (accessed 20 May 2017).
- [12] Savićević S. *A Development of Automatized Projection of Construction Elements of Helical Shell Shape*. PhD dissertation, Podgorica, Faculty of Mechanical Engineering, 2001.
- [13] Krivoshapko S.N., Gbaguidi A.G. Two methods of analysis of thin elastic open helicoidal shells. *International Journal of Research and Reviews in Applied Sciences*, 2012, vol. 12, no. 3, pp. 382–390.
- [14] Knabel J., Lewinski T. Selected equilibrium problem of thin elastic helicoidal shells. *Archives of Civil Engineering*, 1999, vol. 45(2), pp. 245–257.
- [15] Krivoshapko S.N., Christian A. Bock Hyeng. Static and dynamic analysis of thin-walled cyclic shells. *International Journal of Modern Engineering Research*, 2012, vol. 2, is. 5, pp. 3502–3508.
- [16] Shevelev L.P., Korikhin N.V., Golovin A.I. Sostoiianiia polia napriazhenii v gelikoidal'noi obolochke [Field stresses state in the helicoidal shell]. *Stroitel'stvo unikal'nykh zdanii i sooruzhenii* [Construction of Unique Buildings and Structures]. 2014, no. 2(17), pp. 25–38.
- [17] Biderman V.L. *Mekhanika tonkostennykh konstruksii: statika* [Mechanics of thin-walled structures: statics]. Moscow, URSS publ., 2017. 496 p.
- [18] D'iakonov V.P. *Mathematica 5.1/5.2/6. Programmirovaniie i matematicheskie vychisleniia* [Mathematica 5.1/5.2/6. Programming and mathematical calculations]. Moscow, DMK-Press publ., 2008. 574 p.

Статья поступила в редакцию 15.06.2017

## Информация об авторе

СОРОКИНА Анастасия Германовна (Москва) — старший преподаватель кафедры «Прикладная механика». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: sangerm25@gmail.com).

## Information about the author

SOROKINA Anastasia Germanovna (Moscow) — Senior Lecturer, Department of Applied Mechanics. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2<sup>nd</sup> Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: sangerm25@gmail.com).