

УДК 531.37; 534.1

DOI 10.18698/0536-1044-2017-11-89-100

Плоская нелинейная задача динамики трансформируемой упругой стержневой системы, присоединенной к космическому аппарату^{*}


С.В. Русских

МАИ (НИУ), 125993, Москва, Российская Федерация, ГСП-3, А-80, Волоколамское шоссе, д. 4

A Flat Nonlinear Problem of the Dynamics of a Transformable Elastic Rod System Attached to a Spacecraft

S.V. Russkikh

Moscow Aviation Institute (Nation Research University), 125993, Moscow, Russian Federation, A-80, GSP-3, Volokolamskoe Hwy., Bldg. 4

 e-mail: sergey.russkikh@rambler.ru

i Рассмотрена нелинейная динамика плоской трансформируемой стержневой системы, состоящей из упругих нерастяжимых стержней, концы которых связаны между собой упруговязкими узловыми шарнирами, допускающими большие углы поворота. Стержневая система присоединена к недеформируемому космическому аппарату, совершающему перемещения и поворот относительно своего центра тяжести как свободное твердое тело. Движение такой системы описано в подвижной системе координат. Перемещения каждого стержня характеризуются его конечным поворотом как твердого тела относительно прямой, проходящей через два соседних шарнирных узла, и изгибом с малым поперечным перемещением. Приведены уравнения движения в скоростях для космического аппарата и в выбранных обобщенных координатах для стержневой системы, которые выведены на основании принципа возможных перемещений. На базе полученных уравнений решены задачи развертывания стержневой системы из одного положения в другое с помощью включения упруговязких зажимов, интегрированных в узловые шарниры, за счет упругих, центробежных и инерционных сил.

Ключевые слова: нелинейная динамика, космический аппарат, подвижная система координат, упруговязкие узловые шарниры, принцип возможных перемещений, трансформируемая стержневая система

i The nonlinear dynamics of a flat transformable rod system consisting of elastic inextensible rods, connected to each other at the ends by elastic-viscous nodal hinges allowing for large angles of rotation, is considered in this article. The rod system is attached to a nondeformable spacecraft that undergoes displacements and turns relative to its center of gravity as a free solid body. The motion of the considered system is described in a moving coordinate system. The displacements of each rod are characterized by the rod's final turning as a solid body relative to a straight line passing through two neighbouring hinge nodes, and by a bend with a

^{*} Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 15-08-06259а).

small transverse displacement. Equations of motion in velocities for a space vehicle and in selected generalized coordinates for a rod system are obtained. The equations are derived based on the principle of possible displacements. The equations are used to solve the problems of deployment of the rod system from one position to another by engaging elastic-viscous clamps integrated into the hinges, due to elastic, centrifugal and inertial forces.

Keywords: nonlinear dynamics, space vehicle, moving coordinate system, elastic-viscous nodal hinges, the principle of possible displacements, transformable rod system

Динамике упругих стержневых систем (УСС) при больших перемещениях и углах поворота посвящено большое количество работ, в частности [1, 2]. Такие системы имеют многочисленные практические приложения к различным задачам динамики космических конструкций [3–5]. В конечно-элементных моделях гибких УСС, используемых в программных комплексах (ANSYS, NASTRAN, FEMAP, ABAQUS и др.), наряду с изгибом и кручением обычно учитывается и продольное растяжение стержней. Это приводит к сравнительно простым и разреженным системам дифференциальных уравнений для узловых перемещений и углов поворота [5]. Однако вследствие большей жесткости элементов на растяжение по сравнению с таковой на изгиб и кручение в конечно-элементных моделях присутствуют высокочастотные осцилляции, связанные с продольными перемещениями. Поэтому дифференциальные уравнения движения таких систем являются уравнениями «жесткого типа» и проявляют склонность к вычислительной неустойчивости при больших интервалах времени.

В отличие от статьи [6] в данной работе рассмотрена плоская трансформируемая УСС, состоящая из упругих нерастяжимых стержней, движение которой описано в подвижной системе координат (ПСК).

Космические аппараты (КА) являются нерегулярными составными конструкциями, которые наряду с достаточно жесткими отсеками имеют весьма гибкие развертываемые на орбите в условиях невесомости части или элементы (панели солнечных батарей, штанги гравитационной стабилизации, стержневые и оболочечные антенны и пр.). Такие элементы характеризуются очень низкими собственными частотами колебаний и оказывают значительное влияние на динамику и устойчивость возмущенного движения управляемых КА [3, 7].

Среди нелинейных задач динамики упругих трансформируемых КА важное место занимают задачи раскрытия на орбите панелей солнечных батарей или моделирующих их упругих стерж-

ней из сложенного состояния в плоское фиксированное положение [8–14].

В данной работе, являющейся продолжением статьи [15], приведены нелинейные уравнения движения трансформируемой УСС с произвольным числом стержней, а также выражения для всех коэффициентов уравнений. Рассмотрены примеры расчета динамики разворачивания системы из одного положения в другое.

Цель работы — обобщение результатов, приведенных в статье [15], получение компактных уравнений движения и решение новых задач динамики трансформируемых УСС.

Постановка задачи. Рассмотрим присоединенную к КА в узле $k=0$ с координатами x_0, y_0 плоскую УСС, состоящую из упругих произвольно ориентированных нерастяжимых стержней, концы которых связаны между собой упруговязкими узловыми шарнирами, допускающими большие углы поворота (рис. 1). Погонные массы m_k и изгибные жесткости EI_k стержней приняты постоянными в пределах их длин l_k ($k=1, 2, \dots, n$). В шарнирных узлах $k=0, 1, \dots, n$ присутствуют сосредоточенные массы μ_k и пружины с угловой жесткостью κ_k и вязким демпфированием ν_k . В некоторых узлах система может иметь стационарные или переменные (управляемые) изломы с заданными углами $\theta(t)$.

Движение свободной составной системы (КА плюс УСС) описывается в ПСК S_{xy} , свя-

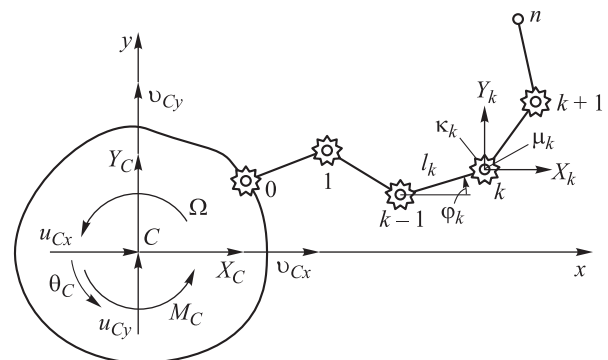


Рис. 1. Общий вид рассматриваемой системы

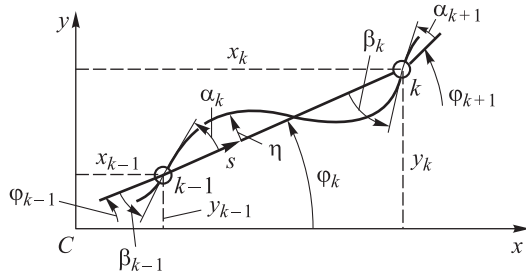


Рис. 2. Схема к определению стержневого элемента системы

занной с недеформируемым твердым телом (КА), с началом в его центре масс (центре тяжести — ЦТ) С. Параметры КА: M_0 — масса; J_0 — полярный момент инерции относительно ЦТ. Проекции скорости точки С на оси ПСК обозначим через $v_{Cx}(t)$, $v_{Cy}(t)$, а угловую скорость КА — $\Omega(t)$. Кинематика КА определяется проекциями на оси ПСК перемещений ЦТ u_{Cx} и u_{Cy} , а также углом поворота θ_C : $v_{Cx} = \dot{u}_{Cx} + \Omega u_{Cy}$; $v_{Cy} = \dot{u}_{Cy} + \Omega u_{Cx}$.

Пассивное управление изменением формы системы осуществляется путем освобождения связей предварительно напряженных узловых пружин с последующим торможением на упруговязких ограничителях, а активное управление системой — за счет приложенных к КА сил $X_C(t)$, $Y_C(t)$ и момента $M_C(t)$, а также сил $X_k(t)$ и $Y_k(t)$, возникающих в узлах $k = 1, 2, \dots, n$ (см. рис. 1).

Перемещения k -го стержня относительно ПСК обусловлены его поворотом как твердого тела на угол $\varphi_k(t)$, отсчитываемый от оси x (т. е. поворотом прямой, проходящей через узлы $k-1$ и k), и изгибом относительно этой прямой. Изгибное (поперечное) перемещение $\eta_k(s, t)$ точки s k -го стержня будем считать малым и упругим и представлять его углами α_k и β_k между касательной к изогнутой оси стержня и его недеформированной осью в $(k-1)$ -м и k -м шарнирных узлах (рис. 2).

Уравнения движения. Все необходимые предпосылки и пояснения к получению уравнений движения с помощью принципа возможных перемещений (принципа Даламбера–Лагранжа) были представлены в работе [15]. Система $3n+3$ обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка для неизвестных скоростей v_{Cx} , v_{Cy} , Ω и второго порядка для обобщенных координат φ_k , α_k , β_k ($k = 1, 2, \dots, n$) записывается в виде

$$L_{ux} = X_C + \sum_{k=1}^n X_k; \quad L_{uy} = Y_C + \sum_{k=1}^n Y_k; \quad (1)$$

$$L_{\theta C} = M_C + \sum_{k=1}^n \left[Y_k \left(x_0 + \sum_{j=1}^k l_j c_j \right) - X_k \left(y_0 + \sum_{j=1}^k l_j s_j \right) \right]; \quad (2)$$

$$L_{\varphi k} - \kappa_{k-1} \varphi_{k-1} + (\kappa_{k-1} + \kappa_k) \varphi_k - \kappa_k \varphi_{k+1} + \kappa_{k-1} \alpha_k - \kappa_k \alpha_{k+1} - \kappa_{k-1} \beta_{k-1} + \kappa_k \beta_k - v_{k-1} \dot{\varphi}_{k+1} + (v_{k-1} + v_k) \dot{\varphi}_k - v_k \dot{\varphi}_{k+1} + v_{k-1} \dot{\alpha}_k - v_k \dot{\alpha}_{k+1} - v_{k-1} \dot{\beta}_{k-1} + v_k \dot{\beta}_k = \kappa_{k-1} \theta_{k-1} - \kappa_k \theta_k + v_{k-1} \dot{\theta}_{k-1} - v_k \dot{\theta}_k + l_k c_k \sum_{j=k}^n Y_j - l_k s_k \sum_{j=k}^n X_j; \quad (3)$$

$$L_{\alpha k} - \kappa_{k-1} \varphi_{k-1} + \kappa_{k-1} \varphi_k + \left(\kappa_{k-1} + \frac{4EI_k}{l_k} \right) \alpha_k - \kappa_{k-1} \beta_{k-1} + \frac{2EI_k}{l_k} \beta_k + v_{k-1} \dot{\varphi}_{k-1} + v_{k-1} \dot{\varphi}_k + v_{k-1} \dot{\alpha}_k - v_{k-1} \dot{\beta}_{k-1} = \kappa_{k-1} \theta_{k-1} + v_{k-1} \dot{\theta}_{k-1}; \quad (4)$$

$$L_{\beta k} + \kappa_k \varphi_k - \varphi_{k+1} \kappa_k + \frac{2EI_k}{l_k} \alpha_k - \kappa_k \alpha_{k+1} + \left(\kappa_k + \frac{4EI_k}{l_k} \right) \beta_k + v_k \dot{\varphi}_k - v_k \dot{\varphi}_{k+1} - v_k \dot{\alpha}_{k+1} + v_k \dot{\beta}_k = -\kappa_k \theta_k - v_k \dot{\theta}_k. \quad (5)$$

В уравнениях (3)–(5): $k = 1, 2, \dots, n$; $\kappa_n = 0$; $v_n = 0$.

Введены следующие обозначения:

$$M = M_0 + \sum_{k=1}^n (\mu_k + m_k l_k);$$

$$M_k = \sum_{j=k}^n (\mu_j + m_j l_j) - \frac{m_k l_k}{2};$$

$$J = J_0 + \sum_{k=1}^n \left\{ (\mu_k + m_k l_k) \left[\left(x_0 + \sum_{j=1}^k l_j c_j \right)^2 + \left(y_0 + \sum_{j=1}^k l_j s_j \right)^2 \right] - m_k l_k^2 \left[c_k x_0 + s_k y_0 + \sum_{j=1}^k l_j c_{kj} \right] + \frac{m_k l_k^3}{3} \right\}; \quad s_k = \sin \varphi_k; \quad c_k = \cos \varphi_k; \quad (6)$$

$$s_{kj} = \sin(\varphi_k - \varphi_j); \quad c_{kj} = \cos(\varphi_k - \varphi_j);$$

$$\delta_{kj} = \begin{cases} 0 & \text{при } k \neq j; \\ \delta_{kj} = 1 & \text{при } k = j, \end{cases}$$

где M — полная масса рассматриваемой системы; M_k — «отсеченная» масса системы,

начиная с k -го шарнира; J — момент инерции системы, значение которого зависит от положения стержней на плоскости Cxy ПСК.

Нелинейные дифференциальные выражения L_{ux} , L_{uy} , $L_{\theta C}$, $L_{\varphi k}$, $L_{\alpha k}$, $L_{\beta k}$, входящие в систему уравнений (1)–(5), имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} L_{ux} = & m_{ux}^{vx} \dot{v}_{Cx} + m_{ux}^{vy} \dot{v}_{Cy} + m_{ux}^{\Omega} \dot{\Omega} + \sum_{k=1}^n (m_{ux}^{\varphi k} \ddot{\varphi}_k) + \\ & + \sum_{k=1}^n (m_{ux}^{\alpha k} \ddot{\alpha}_k) + \sum_{k=1}^n (m_{ux}^{\beta k} \ddot{\beta}_k) + g_{ux}^{\Omega vx} \Omega v_{Cx} + \\ & + g_{ux}^{\Omega vy} \Omega v_{Cy} + g_{ux}^{\Omega \Omega} \Omega^2 + \sum_{k=1}^n [g_{ux}^{\Omega \varphi k} (2\Omega \dot{\varphi}_k + \dot{\varphi}_k^2)] + \\ & + \sum_{k=1}^n [g_{ux}^{\alpha \beta k} (\dot{\alpha}_k - \dot{\beta}_k) (\Omega + \dot{\varphi}_k)]; \quad (7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_{uy} = & m_{uy}^{vx} \dot{v}_{Cx} + m_{uy}^{vy} \dot{v}_{Cy} + m_{uy}^{\Omega} \dot{\Omega} + \sum_{k=1}^n m_{uy}^{\varphi k} \ddot{\varphi}_k + \\ & + \sum_{k=1}^n m_{uy}^{\alpha k} \ddot{\alpha}_k + \sum_{k=1}^n m_{uy}^{\beta k} \ddot{\beta}_k + g_{uy}^{\Omega vx} \Omega v_{Cx} + g_{uy}^{\Omega vy} \Omega v_{Cy} + \\ & + g_{uy}^{\Omega \Omega} \Omega^2 + \sum_{k=1}^n [g_{uy}^{\Omega \varphi k} (2\Omega \dot{\varphi}_k + \dot{\varphi}_k^2)] + \\ & + \sum_{k=1}^n [g_{uy}^{\alpha \beta k} (\dot{\alpha}_k - \dot{\beta}_k) (\Omega + \dot{\varphi}_k)]; \quad (8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_{\theta C} = & m_{\theta C}^{vx} \dot{v}_{Cx} + m_{\theta C}^{vy} \dot{v}_{Cy} + m_{\theta C}^{\Omega} \dot{\Omega} + \sum_{k=1}^n m_{\theta C}^{\varphi k} \ddot{\varphi}_k + \\ & + \sum_{k=1}^n m_{\theta C}^{\alpha k} \ddot{\alpha}_k + \sum_{k=1}^n m_{\theta C}^{\beta k} \ddot{\beta}_k + g_{\theta C}^{\Omega vx} \Omega v_{Cx} + g_{\theta C}^{\Omega vy} \Omega v_{Cy} + \\ & + g_{\theta C}^{\Omega \Omega} \Omega^2 + \sum_{k=1}^n [g_{\theta C}^{\Omega \varphi k} (2\Omega \dot{\varphi}_k + \dot{\varphi}_k^2)] + \\ & + \sum_{k=1}^n [g_{\theta C}^{\alpha \beta k} (\dot{\alpha}_k - \dot{\beta}_k) (\Omega + \dot{\varphi}_k)]; \quad (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_{\varphi k} = & m_{\varphi k}^{vx} \dot{v}_{Cx} + m_{\varphi k}^{vy} \dot{v}_{Cy} + m_{\varphi k}^{\Omega} \dot{\Omega} + \sum_{j=1}^n m_{\varphi k}^{\varphi j} \ddot{\varphi}_j + \\ & + \sum_{j=1}^n m_{\varphi k}^{\alpha j} \ddot{\alpha}_j + \sum_{j=1}^n m_{\varphi k}^{\beta j} \ddot{\beta}_j + g_{\varphi k}^{\Omega vx} \Omega v_{Cx} + g_{\varphi k}^{\Omega vy} \Omega v_{Cy} + \\ & + g_{\varphi k}^{\Omega \Omega} \Omega^2 + \sum_{j=1}^n [g_{\varphi k}^{\Omega \varphi j} (2\Omega \dot{\varphi}_j + \dot{\varphi}_j^2)] + \\ & + \sum_{j=1}^n [g_{\varphi k}^{\alpha \beta j} (\dot{\alpha}_j - \dot{\beta}_j) (\Omega + \dot{\varphi}_j)]; \quad (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_{\alpha k} = & m_{\alpha k}^{vx} \dot{v}_{Cx} + m_{\alpha k}^{vy} \dot{v}_{Cy} + m_{\alpha k}^{\Omega} \dot{\Omega} + \sum_{j=1}^n m_{\alpha k}^{\varphi j} \ddot{\varphi}_j + \\ & + \sum_{j=1}^n m_{\alpha k}^{\alpha j} \ddot{\alpha}_j + \sum_{j=1}^n m_{\alpha k}^{\beta j} \ddot{\beta}_j + g_{\alpha k}^{\Omega vx} \Omega v_{Cx} + g_{\alpha k}^{\Omega vy} \Omega v_{Cy} + \\ & + g_{\alpha k}^{\Omega \Omega} \Omega^2 + \sum_{j=1}^n [g_{\alpha k}^{\Omega \varphi j} (2\Omega \dot{\varphi}_j + \dot{\varphi}_j^2)] + \\ & + \sum_{j=1}^n [g_{\alpha k}^{\alpha \beta j} (\dot{\alpha}_j - \dot{\beta}_j) (\Omega + \dot{\varphi}_j)]; \quad (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_{\beta k} = & m_{\beta k}^{vx} \dot{v}_{Cx} + m_{\beta k}^{vy} \dot{v}_{Cy} + m_{\beta k}^{\Omega} \dot{\Omega} + \sum_{j=1}^n m_{\beta k}^{\varphi j} \ddot{\varphi}_j + \\ & + \sum_{j=1}^n m_{\beta k}^{\alpha j} \ddot{\alpha}_j + \sum_{j=1}^n m_{\beta k}^{\beta j} \ddot{\beta}_j + g_{\beta k}^{\Omega vx} \Omega v_{Cx} + g_{\beta k}^{\Omega vy} \Omega v_{Cy} + \\ & + g_{\beta k}^{\Omega \Omega} \Omega^2 + \sum_{j=1}^n [g_{\beta k}^{\Omega \varphi j} (2\Omega \dot{\varphi}_j + \dot{\varphi}_j^2)] + \\ & + \sum_{j=1}^n [g_{\beta k}^{\alpha \beta j} (\dot{\alpha}_j - \dot{\beta}_j) (\Omega + \dot{\varphi}_j)]. \quad (12) \end{aligned}$$

Коэффициенты выражений (7)–(12) определяются следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} m_{ux}^{vx} = & M; \quad m_{ux}^{vy} = m_{uy}^{vx} = 0; \\ m_{ux}^{\Omega} = & m_{\theta C}^{vx} = -\sum_{k=1}^n \left[(\mu_k + m_k l_k) \left(y_0 + \sum_{j=1}^k l_j s_j \right) - \right. \\ & \left. - s_k \frac{m_k l_k^2}{2} + (\alpha_k - \beta_k) c_k \frac{m_k l_k^2}{12} \right]; \quad (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_{ux}^{\varphi k} = & m_{\varphi k}^{vx} = -l_k s_k M_k - (\alpha_k - \beta_k) c_k \frac{m_k l_k^2}{12}; \\ m_{ux}^{\alpha k} = & m_{\alpha k}^{vx} = -s_k \frac{m_k l_k^2}{12}; \quad m_{ux}^{\beta k} = m_{\beta k}^{vx} = s_k \frac{m_k l_k^2}{12}; \end{aligned}$$

$$g_{ux}^{\Omega vx} = 0; \quad g_{ux}^{\Omega vy} = -g_{uy}^{\Omega vx} = -M;$$

$$\begin{aligned} g_{ux}^{\Omega} = & -g_{\theta C}^{\Omega vx} = -\sum_{k=1}^n \left[(\mu_k + m_k l_k) \left(x_0 + \sum_{j=1}^k l_j c_j \right) - \right. \\ & \left. - c_k \frac{m_k l_k^2}{2} - (\alpha_k - \beta_k) s_k \frac{m_k l_k^2}{12} \right]; \quad (14) \end{aligned}$$

$$g_{ux}^{\Omega \varphi k} = -g_{\varphi k}^{\Omega vx} = -l_k c_k M_k + (\alpha_k - \beta_k) s_k \frac{m_k l_k^2}{12};$$

$$g_{ux}^{\alpha \beta k} = -c_k \frac{m_k l_k^2}{6};$$

$$m_{uy}^{vy} = M; \tag{15}$$

$$m_{uy}^{\Omega} = m_{\theta C}^{vy} = \sum_{k=1}^n \left[(\mu_k + m_k l_k) \left(x_0 + \sum_{j=1}^k l_j c_j \right) - c_k \frac{m_k l_k^2}{2} - (\alpha_k - \beta_k) s_k \frac{m_k l_k^2}{12} \right];$$

$$m_{uy}^{\phi k} = m_{\phi k}^{vy} = l_k c_k M_k - (\alpha_k - \beta_k) s_k \frac{m_k l_k^2}{12};$$

$$m_{uy}^{\alpha k} = m_{\alpha k}^{vy} = c_k \frac{m_k l_k^2}{12}; \quad m_{uy}^{\beta k} = m_{\beta k}^{vy} = -c_k \frac{m_k l_k^2}{12};$$

$$g_{uy}^{\Omega vy} = 0;$$

$$g_{uy}^{\Omega} = -g_{\theta C}^{\Omega vy} = -\sum_{k=1}^n \left[(\mu_k + m_k l_k) \left(y_0 + \sum_{j=1}^k l_j s_j \right) - s_k \frac{m_k l_k^2}{2} + (\alpha_k - \beta_k) c_k \frac{m_k l_k^2}{12} \right]; \tag{16}$$

$$g_{uy}^{\Omega \phi k} = -g_{\phi k}^{\Omega vy} = -l_k s_k M_k - (\alpha_k - \beta_k) c_k \frac{m_k l_k^2}{12};$$

$$g_{uy}^{\alpha \beta k} = -s_k \frac{m_k l_k^2}{6};$$

$$m_{\theta C}^{\Omega} = J - \sum_{k=1}^n \left[(\alpha_k - \beta_k) \left(s_k x_0 - c_k y_0 + \sum_{j=1}^k l_j s_{kj} \right) \times \frac{m_k l_k^2}{6} \right];$$

$$m_{\theta C}^{\phi k} = m_{\phi k}^{\Omega} = l_k (c_k x_0 + s_k y_0) M_k + l_k \sum_{j=1}^n \left[l_j c_{kj} \cdot \begin{cases} M_j, j > k \\ M_k, j \leq k \end{cases} \right] - \frac{m_k l_k^3}{6} + \sum_{j=k}^n (\alpha_j - \beta_j) \times \left[l_k \frac{m_j l_j^2}{12} s_{kj} - \delta_{kj} \frac{m_k l_k^2}{12} \left(s_k x_0 - c_k y_0 + \sum_{i=1}^k l_i s_{ki} \right) \right];$$

$$m_{\theta C}^{\alpha k} = m_{\alpha k}^{\Omega} = \frac{m_k l_k^2}{12} \left(c_k x_0 + s_k y_0 + \sum_{j=1}^k l_j c_{kj} \right) - \frac{m_k l_k^3}{20};$$

$$m_{\theta C}^{\beta k} = m_{\beta k}^{\Omega} = -\frac{m_k l_k^2}{12} \left(c_k x_0 + s_k y_0 + \sum_{j=1}^k l_j c_{kj} \right) + \frac{m_k l_k^3}{30}; \tag{17}$$

$$g_{\theta C}^{\Omega} = 0;$$

$$g_{\theta C}^{\Omega \phi k} = -g_{\phi k}^{\Omega} = -l_k (s_k x_0 - c_k y_0) M_k - l_k \sum_{j=1}^n \left[l_j s_{kj} \cdot \begin{cases} M_j, j > k \\ M_k, j \leq k \end{cases} \right] + \sum_{j=k}^n (\alpha_j - \beta_j) \times \tag{18}$$

$$\times \left[l_k \frac{m_j l_j^2}{12} c_{kj} - \delta_{kj} \frac{m_k l_k^2}{12} \left(c_k x_0 + s_k y_0 + \sum_{i=1}^k l_i c_{ki} \right) \right];$$

$$g_{\theta C}^{\alpha \beta k} = -\left(s_k x_0 - c_k y_0 + \sum_{j=1}^k l_j s_{kj} \right) \frac{m_k l_k^2}{6};$$

$$m_{\phi k}^{\phi j} = m_{\phi j}^{\phi k} = l_k l_j c_{kj} \cdot \begin{cases} M_j, j > k \\ M_k, j \leq k \end{cases} - \delta_{kj} \frac{m_k l_k^3}{6} + s_{kj} \cdot \begin{cases} (\alpha_j - \beta_j) l_k \frac{m_j l_j^2}{12}, j > k \\ -(\alpha_k - \beta_k) l_j \frac{m_k l_k^2}{12}, j \leq k \end{cases}; \tag{19}$$

$$m_{\phi k}^{\alpha j} = m_{\alpha j}^{\phi k} = \begin{cases} c_{kj} l_k \frac{m_j l_j^2}{12}, j > k \\ \delta_{kj} \frac{m_k l_k^3}{30}, j \leq k \end{cases};$$

$$m_{\phi k}^{\beta j} = m_{\beta j}^{\phi k} = -\begin{cases} c_{kj} l_k \frac{m_j l_j^2}{12}, j > k \\ \delta_{kj} \frac{m_k l_k^3}{20}, j \leq k \end{cases};$$

$$g_{\phi k}^{\Omega \phi j} = -g_{\phi j}^{\Omega \phi k} = l_k l_j s_{kj} \cdot \begin{cases} M_j, j > k \\ M_k, j \leq k \end{cases} + c_{kj} \times \left\{ \begin{aligned} & -(\alpha_j - \beta_j) l_k \frac{m_j l_j^2}{12}, j > k \\ & (\alpha_k - \beta_k) l_j \frac{m_k l_k^2}{12} - \delta_{kj} (\alpha_k - \beta_k) \frac{m_k l_k^3}{12}, j \leq k \end{aligned} \right\}; \tag{20}$$

$$g_{\phi k}^{\alpha \beta j} = \begin{cases} s_{kj} l_k \frac{m_j l_j^2}{6}, j > k \\ 0, j \leq k \end{cases};$$

$$m_{\alpha k}^{\alpha j} = m_{\alpha j}^{\alpha k} = \delta_{kj} \frac{m_k l_k^3}{105};$$

$$m_{\alpha k}^{\beta j} = m_{\beta j}^{\alpha k} = -\delta_{kj} \frac{m_k l_k^3}{140}; \tag{21}$$

$$g_{\alpha k}^{\Omega_{\omega x}} = c_k \frac{m_k l_k^2}{12}; \quad g_{\alpha k}^{\Omega_{\omega y}} = s_k \frac{m_k l_k^2}{12};$$

$$g_{\alpha k}^{\Omega} = \frac{m_k l_k^2}{12} \left(s_k x_0 - c_k y_0 + \sum_{j=1}^k l_j s_{kj} \right) -$$

$$\left(\frac{m_k l_k^3}{105} \alpha_k - \frac{m_k l_k^3}{140} \beta_k \right); \quad (22)$$

$$g_{\alpha k}^{\Omega_{\varphi j}} = \begin{cases} -\delta_{kj} \left(\frac{m_k l_k^3}{105} \alpha_k - \frac{m_k l_k^3}{140} \beta_k \right), j \geq k \\ s_{kj} l_j \frac{m_k l_k^2}{12}, j < k \end{cases};$$

$$g_{\alpha k}^{\alpha_j \beta_j} = 0;$$

$$m_{\beta k}^{\beta j} = m_{\beta j}^{\beta k} = \delta_{kj} \frac{m_k l_k^3}{105}; \quad (23)$$

$$g_{\beta k}^{\Omega_{\omega x}} = -c_k \frac{m_k l_k^2}{12}; \quad g_{\beta k}^{\Omega_{\omega y}} = -s_k \frac{m_k l_k^2}{12};$$

$$g_{\beta k}^{\Omega} = -\frac{m_k l_k^2}{12} \left(s_k x_0 - c_k y_0 + \sum_{j=1}^k l_j s_{kj} \right) +$$

$$\left(\frac{m_k l_k^3}{140} \alpha_k - \frac{m_k l_k^3}{105} \beta_k \right); \quad (24)$$

$$g_{\beta k}^{\Omega_{\varphi j}} = \begin{cases} \delta_{kj} \left(\frac{m_k l_k^3}{140} \alpha_k - \frac{m_k l_k^3}{105} \beta_k \right), j \geq k \\ -s_{kj} l_j \frac{m_k l_k^2}{12}, j < k \end{cases};$$

$$g_{\beta k}^{\alpha_j \beta_j} = 0.$$

Полученная система уравнений (1)–(5) с учетом выражений (6), (7)–(12) для нелинейных дифференциальных операторов L_{ux} , L_{uy} , $L_{\theta C}$, $L_{\varphi k}$, $L_{\alpha k}$, $L_{\beta k}$ и коэффициентов (13)–(24), входящих в них, записывается в матричном виде, как это показано в работе [15]. Далее эта система уравнений решается в программном комплексе компьютерной алгебры PTC MathCAD 15.0 M045 с помощью стандартной программы решения систем дифференциальных уравнений AdamsBDF, реализующая метод Адамса («нежесткие системы») и метод обратного дифференцирования («жесткие системы») с автоматическим выбором между ними, исходя из входных данных.

Примеры расчета трансформируемой УСС. Рассмотрим КА с присоединенной УСС со следующими параметрами: $n = 4$; $l_k = 1,5$ м; $m_k = 1,696$ кг/м; $EI_k = 1,374 \cdot 10^4$ Па·м⁴; $\mu_k = 0,5$ кг ($k = 1, \dots, 4$); $M_0 = 122,5$ кг; $J_0 = 10$ кг·м²; $x_0 = y_0 = 0,35$ м.

Решим задачу разворачивания УСС, стержни которой в начальный момент времени прижаты друг к другу и ориентированы в направлении оси Sy , а узловые пружины (при их наличии) предварительно напряжены. Начальные условия для стержней при $t = 0$ запишем в виде: $\varphi_1 = \varphi_3 = \pi/2$, $\varphi_2 = \varphi_4 = -\pi/2$, $\dot{\varphi}_k = 0$, $\alpha_k = 0$, $\dot{\alpha}_k = 0$, $\beta_k = 0$, $\dot{\beta}_k = 0$ ($k = 1, 2, 3, 4$). В раскрытом положении стержни должны быть приближенно параллельны оси Sx , т. е. $\varphi_k \approx 0$ ($k = 1, 2, 3, 4$). Это осуществляется с помощью упруговязких зажимов, имитируемых увеличением жесткостей в шарнирах до 10^7 Н·м и появлением демпфирования с коэффициентом 10 Н·м/с, как только будут достигнуты условия $|\varphi_k - \varphi_{k-1}| < 0,01$ рад при $k = 2, 3, 4$ или $|\varphi_1| < 0,01$ рад.

Рассмотрим три способа перевода УСС в плоское горизонтальное положение: 1) освобождение связей предварительно напряженных узловых пружин; 2) раскрытие за счет центробежных сил предварительно раскрученного КА; 3) раскрытие с помощью инерционных сил КА под действием горизонтальной внешней силы.

Разворачивание УСС за счет сил упругости. В первом способе примем следующие параметры жесткости и вязкости узловых шарниров: $\kappa_0 = 2$ Н·м, $\kappa_k = 1$ Н·м ($k = 1, 2, 3$), $\nu_k = 0$ ($k = 0, 1, 2, 3$). Внешние силы и моменты, действующие на систему, отсутствуют: $M_C(t) = 0$, $X_C(t) = Y_C(t) = 0$, $X_k(t) = Y_k(t) = 0$ ($k = 1, 2, 3, 4$). Интегрирование системы при начальных условиях $u_{Cx} = u_{Cy} = 0$, $\theta_C = 0$, $v_{Cx} = v_{Cy} = 0$ и $\Omega = 0$ проведем в интервале $0 \leq t \leq T = 8$ с при количестве разбиений $N = 8000$.

Последовательность и время срабатывания зажимов: $k = 3$ — при $t = t_4 = 2,471$ с; $k = 0$ — при $t = t_1 = 2,630$ с; $k = 2$ — при $t = t_3 = 3,007$ с; $k = 1$ — при $t = t_2 = 7,041$ с. На рис. 3, а–г показаны последовательные положения системы при фиксации стержней в ПСК Sxy . Для наглядности здесь и далее шарнирные узлы соединены пунктирной линией, а сплошная линия, показывающая изогнутую ось стержня, построена с масштабным коэффициентом 50 . Максимальные прогибы (по модулю) стержней при фиксации зажимов:

$$k = 3 \text{ — } 3,37 \cdot 10^{-5} \text{ м на первом стержне;}$$

$$k = 0 \text{ — } 1,65 \cdot 10^{-3} \text{ м на третьем стержне;}$$

$$k = 2 \text{ — } 2,96 \cdot 10^{-3} \text{ м на третьем стержне;}$$

$$k = 1 \text{ — } 5,84 \cdot 10^{-3} \text{ м на первом стержне.}$$

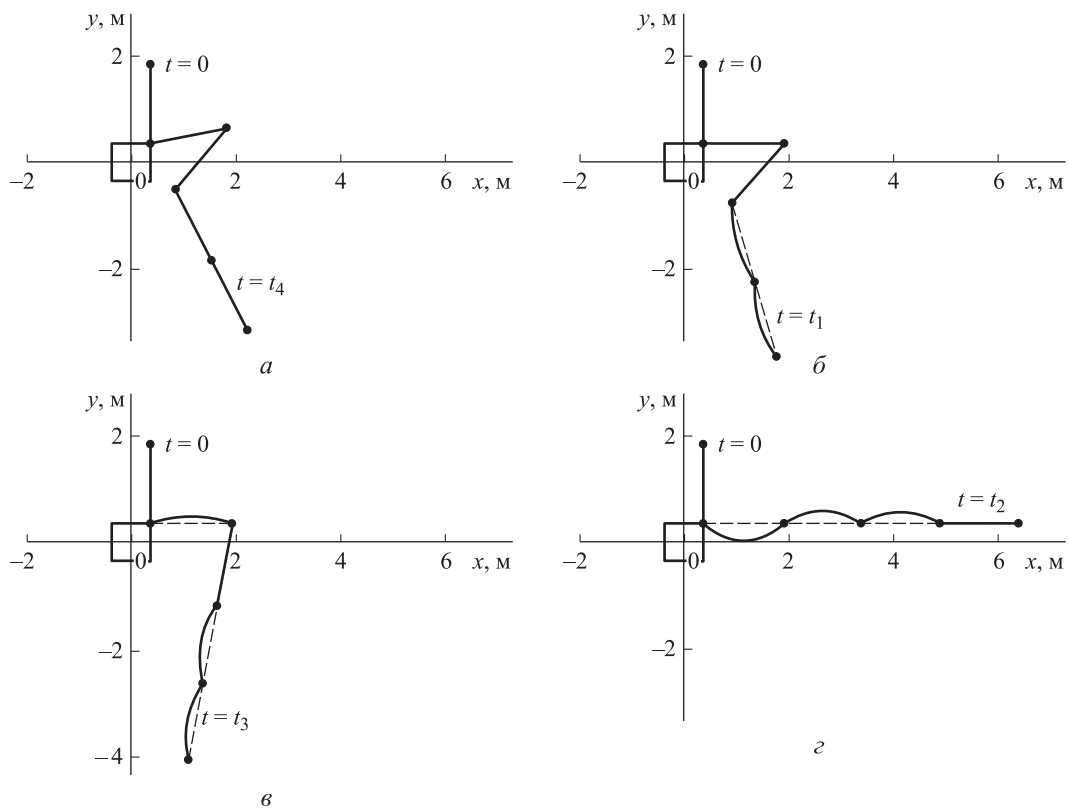


Рис. 3. Последовательное развертывание УСС за счет сил упругости

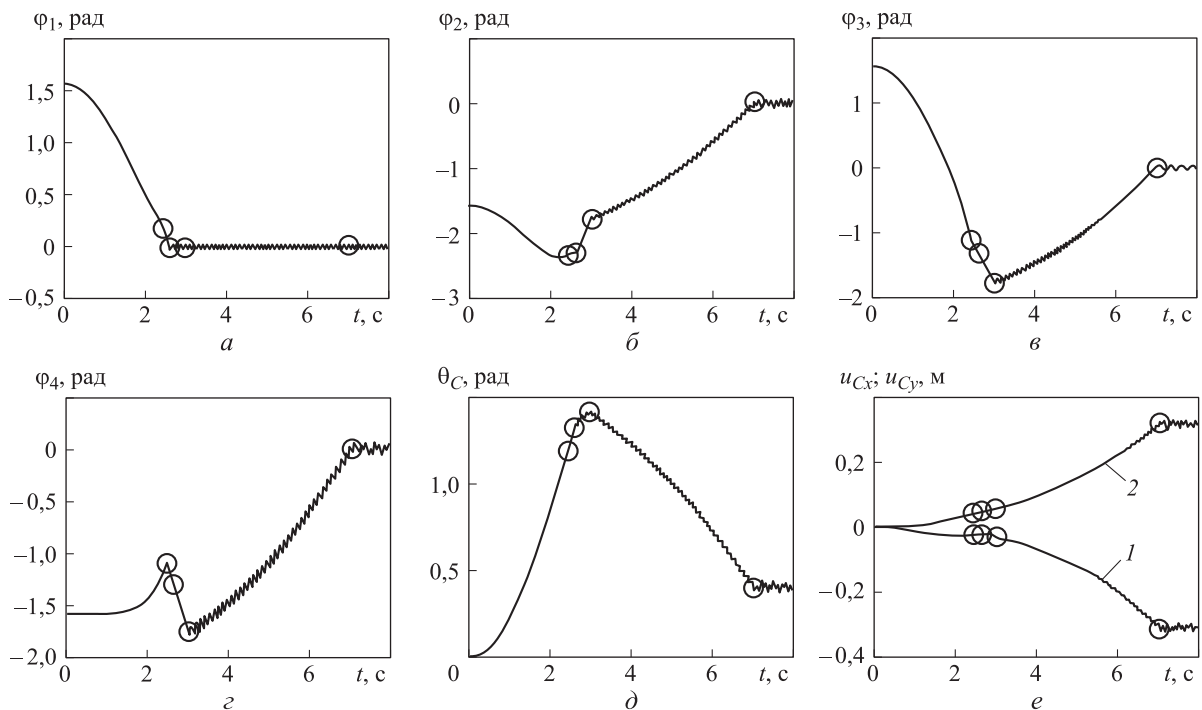


Рис. 4. Зависимости параметров УСС и КА от времени t при развертывании УСС за счет сил упругости: $a-g$ — углов поворота стержней $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$; d — угла поворота КА θ_C ; e — перемещений ЦТ КА u_{Cx} (1) и u_{Cy} (2)

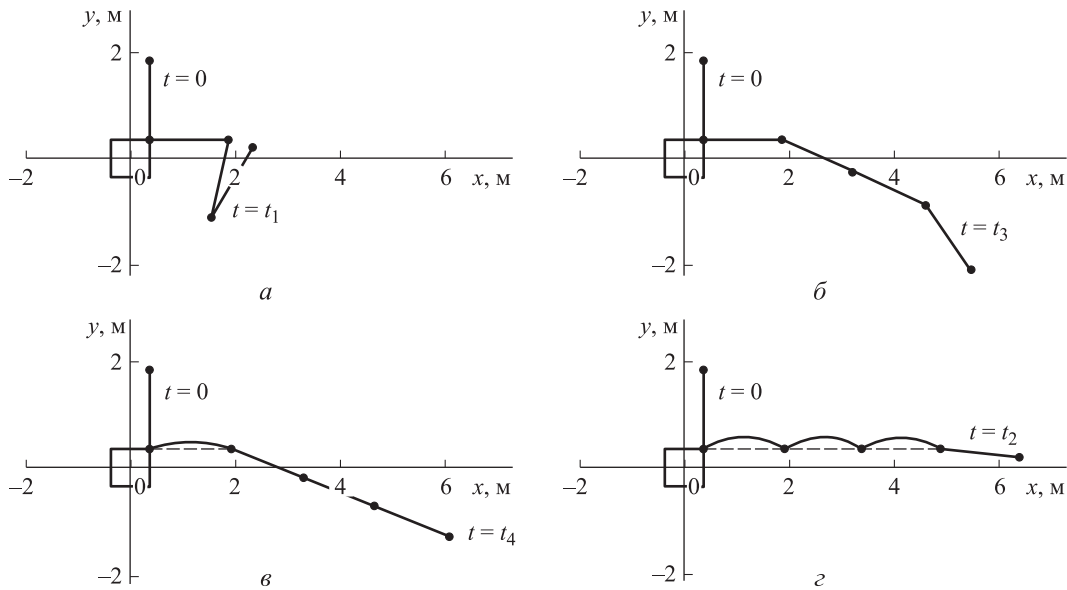


Рис. 5. Последовательное развертывание УСС за счет центробежных сил

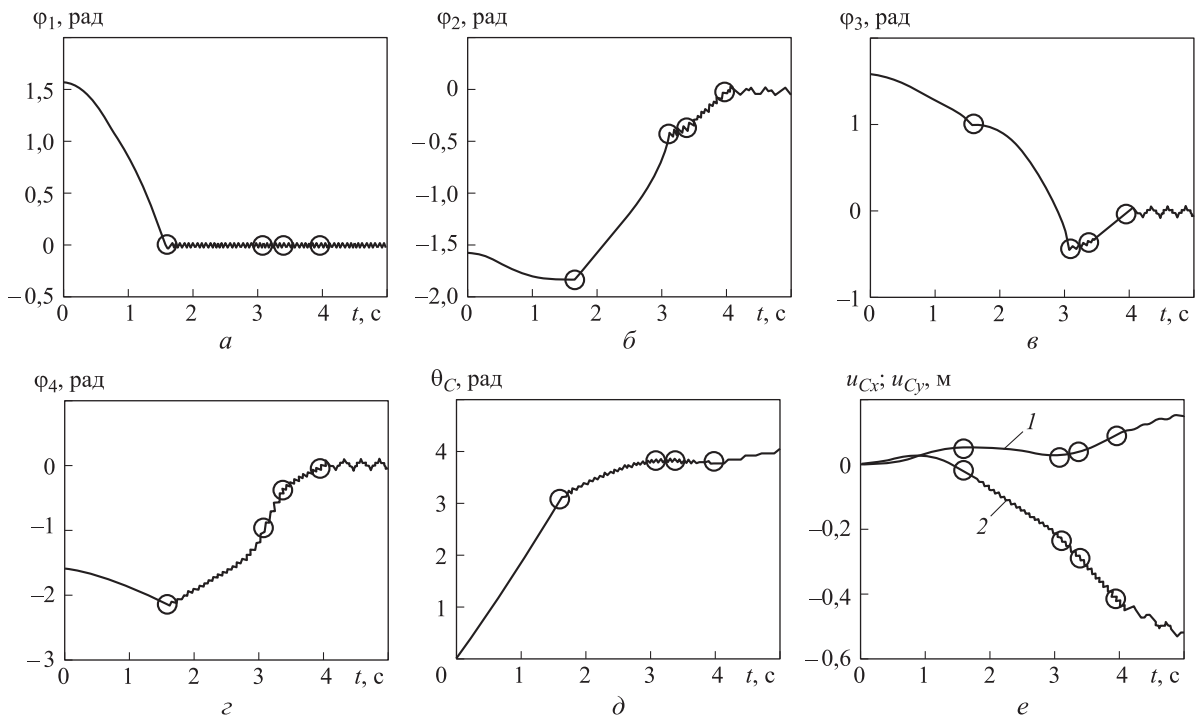


Рис. 6. Зависимости параметров УСС и КА от времени t при развертывании УСС за счет центробежных сил: а-г — углов поворота стержней $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$; д — угла поворота КА θ_C ; е — перемещений ЦТ КА u_{Cx} (1) и u_{Cy} (2)

На рис. 4 приведены зависимости параметров УСС (углов поворота стержней как твердых тел $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$) и КА (угла поворота θ_C и перемещений ЦТ u_{Cx}, u_{Cy}) от времени. Здесь и далее на графиках кружочками (O) отмечены моменты включения зажимов в шарнирах $k=0, 1, 2, 3$.

Развертывание УСС за счет центробежных сил. Во втором способе параметры жестко-

сти и вязкости узловых шарниров считаем равными нулю ($\kappa_k = 0, \nu_k = 0$ для $k=0, 1, 2, 3$). Внешние силы и моменты, действующие на систему, отсутствуют: $M_C(t) = 0, X_C(t) = Y_C(t) = 0, X_k(t) = Y_k(t) = 0$ ($k=1, 2, 3, 4$). Интегрирование системы при начальных условиях $u_{Cx} = u_{Cy} = 0, \theta_C = 0, v_{Cx} = v_{Cy} = 0$ и $\Omega = \pi/2$ рад/с проведем в интервале $0 \leq t \leq T = 5$ с при количестве разбиений $N = 5000$.

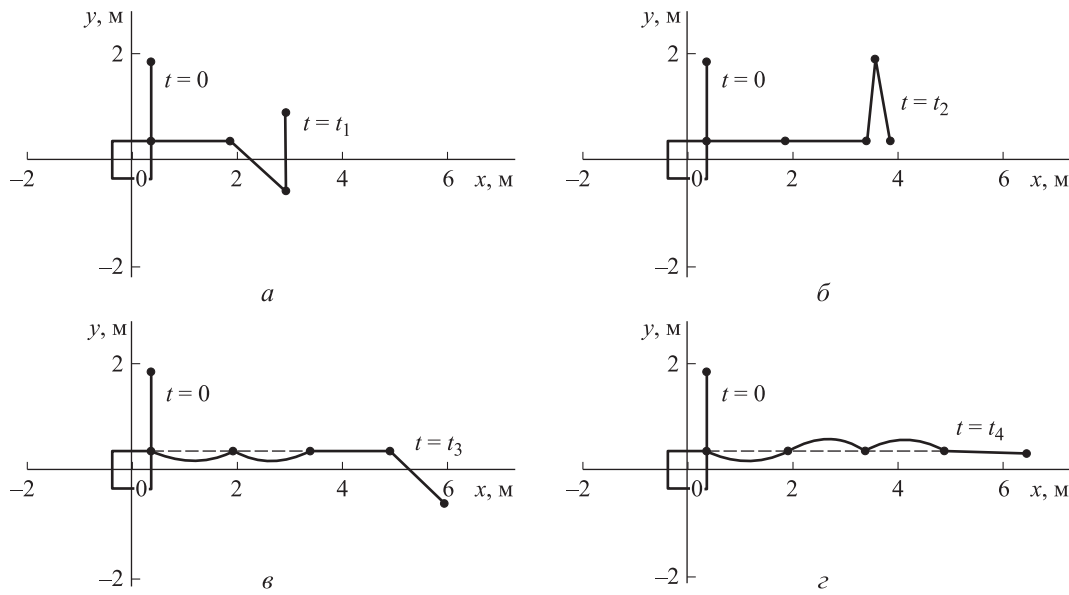


Рис. 7. Последовательное развертывание УСС за счет инерционных сил

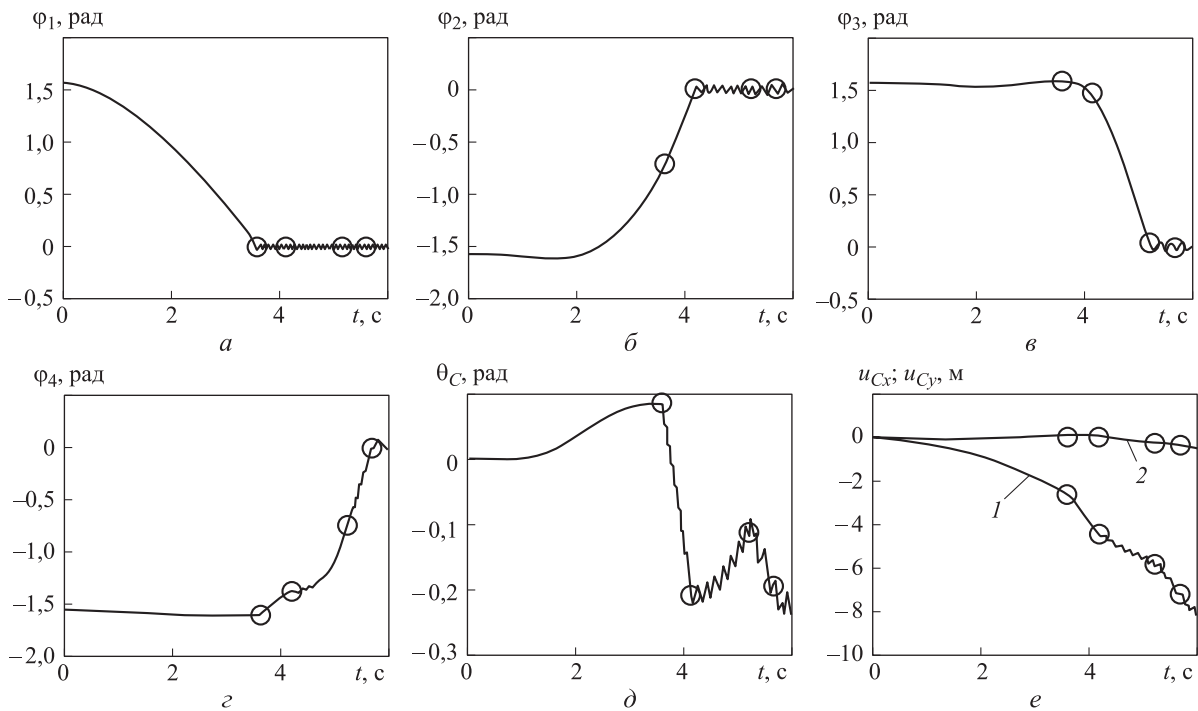


Рис. 8. Зависимости параметров УСС и КА от времени t при развертывании УСС за счет инерционных сил: $a-z$ — углов поворота стержней $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$; ∂ — угла поворота КА θ_C ; e — перемещений ЦТ КА u_{Cx} (1) и u_{Cy} (2)

Последовательность и время срабатывания зажимов: $k=0$ — при $t=t_1=1,609$ с; $k=2$ — при $t=t_3=3,091$ с; $k=3$ — при $t=t_4=3,384$ с; $k=1$ — при $t=t_2=3,946$ с. На рис. 5, $a-z$ показаны последовательные положения системы при фиксации стержней в ПСК Сху. Максимальные прогибы (по модулю) стержней при фиксации зажимов:

$k=0$ — $1,28 \cdot 10^{-5}$ м на первом стержне;

$k=2$ — $7,36 \cdot 10^{-4}$ м на первом стержне;

$k=3$ — $2,11 \cdot 10^{-3}$ м на первом стержне;

$k=1$ — $4,16 \cdot 10^{-3}$ м на третьем стержне.

На рис. 6 приведены зависимости параметров УСС (углов поворота стержней $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$) и КА (угла поворота θ_C и перемещений ЦТ u_{Cx}, u_{Cy}) от времени.

Развертывание УСС за счет инерционных сил. В третьем способе параметры жесткости и

вязкости узловых шарниров примем равными нулю ($\kappa_k = 0$, $\nu_k = 0$ для $k = 0, 1, 2, 3$). Внешние силы и моменты, действующие на систему: $M_C(t) = 0$, $X_C(t) = -50$ Н, $Y_C(t) = 0$, $X_k(t) = Y_k(t) = 0$ ($k = 1, 2, 3, 4$). Интегрирование системы при начальных условиях $u_{Cx} = u_{Cy} = 0$, $\theta_C = 0$, $v_{Cx} = v_{Cy} = 0$ и $\Omega = 0$ проведем в интервале $0 \leq t \leq T = 6$ с при количестве разбиений $N = 6000$.

Последовательность и время срабатывания зажимов: $k = 0$ — при $t = t_1 = 3,598$ с; $k = 1$ — при $t = t_2 = 4,159$ с; $k = 2$ — при $t = t_3 = 5,218$ с; $k = 3$ — при $t = t_4 = 5,671$ с. На рис. 7, а–г показаны последовательные положения системы при фиксации стержней в ПСК S_{xy} . Максимальные прогибы (по модулю) стержней при фиксации зажимов:

- $k = 0$ — $1,24 \cdot 10^{-5}$ м на втором стержне;
- $k = 1$ — $4,90 \cdot 10^{-4}$ м на первом стержне;
- $k = 2$ — $3,76 \cdot 10^{-3}$ м на втором стержне;
- $k = 3$ — $5,77 \cdot 10^{-3}$ м на третьем стержне.

На рис. 8 приведены зависимости параметров УСС (углов поворота стержней $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$) и КА (угла поворота θ_C и перемещений ЦТ u_{Cx}, u_{Cy}) от времени.

Выводы

1. Рассмотрена нелинейная динамика плоской УСС, состоящей из упругих нерастяжимых стержней, концы которых связаны между собой упруговязкими узловыми шарнирами. Получена система дифференциальных уравнений движения рассматриваемой системы.

2. Приведены примеры расчета развертывания УСС из одного положения в другое за счет упругих, центробежных и инерционных сил. Представлены графики и числовые значения параметров трансформирования системы, в том числе и остаточные прогибы стержней в моменты фиксации.

Литература

- [1] Светлицкий В.А. *Механика стержней. Ч. 2. Динамика*. Москва, Высшая школа, 1987. 304 с.
- [2] Светлицкий В.А. *Механика абсолютно гибких стержней*. Москва, Изд-во МАИ, 2001. 432 с.
- [3] Докучаев Л.В. *Нелинейная динамика летательных аппаратов с деформируемыми элементами*. Москва, Машиностроение, 1987. 232 с.
- [4] Шклярчук Ф.Н. Нелинейные и линеаризованные уравнения движения упругих космических конструкций. *Известия РАН. Механика твердого тела*, 1996, № 1, с. 161–175.
- [5] Гришанина Т.В., Шклярчук Ф.Н. *Динамика упругих управляемых конструкций*. Москва, Изд-во МАИ, 2007. 328 с.
- [6] Гришанина Т.В., Шклярчук Ф.Н. Динамика плоского движения тела с системой последовательно соединенных упруговязкими шарнирами гибких нерастяжимых стержней при больших углах поворота. *Известия РАН. Механика твердого тела*, 2011, № 2, с. 109–117.
- [7] Ibrahim A.M., Modi V.J. A formulation for studying dynamics of N connected flexible deployable members. *Acta Astronautica*, 1987, vol. 16, pp. 151–164.
- [8] Wie B., Furumoto N., Banerjee A.K., Barba P.M. Modeling and simulation of spacecraft solar array deployment. *AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 1986, vol. 9, no. 5, pp. 593–598.
- [9] Паничкин В.И. Математическое моделирование динамики раскрытия многостворчатой солнечной батареи. *Известия РАН. Механика твердого тела*, 1992, № 1, с. 177–180.
- [10] Паничкин В.И. Математическое моделирование динамики деформирования многостворчатой солнечной батареи в процессе раскрытия. *Известия РАН. Механика твердого тела*, 1992, № 4, с. 183–190.
- [11] Борзых С.В., Щиблев Ю.Н., Ососов Н.С. Динамика раскрытия крупногабаритных солнечных батарей. *Ракетно-космическая техника*, 2008, сер. 12, вып. 1, с. 144–158.
- [12] Крылов А.В., Чурилин С.А. Моделирование раскрытия солнечных батарей различных конфигураций. *Вестник МГТУ. Сер. Машиностроение*, 2011, № 1, с. 106–112.
- [13] Юдинцев В.В. Моделирование процессов раскрытия многоэлементных конструкций космических аппаратов. *Полет*, 2012, № 5, с. 28–33.
- [14] Бакулин В.Н., Борзых С.В., Ильясова И.Р. Математическое моделирование процесса раскрытия многозвенных солнечных батарей. *Вестник МАИ*, 2011, т. 18, № 3, с. 295–302.

- [15] Русских С.В. Нелинейная динамика космического аппарата с присоединенной упругой стержневой системой. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2017, № 7, с. 81–89.

References

- [1] Svetlitskii V.A. *Mekhanika stержne. Chast' 2. Dinamika* [Mechanics of rods. Pt. 2. Dynamics]. Moscow, Vysshaia shkola publ., 1987. 304 p.
- [2] Svetlitskii V.A. *Mekhanika absolutno gibkikh stержnei* [Mechanics of absolutely flexible rods]. Moscow, MAI publ., 2001. 432 p.
- [3] Dokuchaev L.V. *Nelineinaia dinamika letatel'nykh apparatov s deformiruemymi elementami* [Nonlinear dynamics of aircraft with deformable elements]. Moscow, Mashinostroenie publ., 1987. 232 p.
- [4] Shkliarchuk F.N. Nelineinye i linearizovannye uravneniia dvizheniia uprugikh kosmicheskikh konstruktssii [Nonlinear and linearized equations of motion of a flexible space structures]. *Izvestiia RAN. Mekhanika tverdogo tela* [Mechanics of Solids a Journal of Russian Academy of Sciences]. 1996, no. 1, pp. 161–175.
- [5] Grishanina T.V., Shkliarchuk F.N. *Dinamika uprugikh upravliaemykh konstruktssii* [Driven dynamics of elastic structures]. Moscow, MAI publ., 2007. 328 p.
- [6] Grishanina T.V., Shkliarchuk F.N. Dynamics of plane motion of a body with a system of flexible inextensible rods connected in series by elastoviscous joints at large angles of rotation. *Mechanics of Solids*, 2011, vol. 46, no. 2, pp. 248–255.
- [7] Ibrahim A.M., Modi V.J. A formulation for studying dynamics of N connected flexible deployable members. *Acta Astronautica*, 1987, vol. 16, pp. 151–164.
- [8] Wie B., Furumoto N., Banerjee A.K., Barba P.M. Modeling and simulation of spacecraft solar array deployment. *AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 1986, vol. 9, no. 5, pp. 593–598.
- [9] Panichkin V.I. Matematicheskoe modelirovanie dinamiki raskrytiia mnogostvorchatoi solnechnoi batarei [Mathematical modelling of the deployment dynamics of multi-leaf solar panels]. *Izvestiia RAN. Mekhanika tverdogo tela* [Mechanics of Solids a Journal of Russian Academy of Sciences]. 1992, no. 1, pp. 177–180.
- [10] Panichkin V.I. Matematicheskoe modelirovanie dinamiki deformirovaniia mnogostvorchatoi solnechnoi batarei v protsesse raskrytiia [Mathematical modeling of dynamics of deformation of the multi-leaf solar panels in the erection process]. *Izvestiia RAN. Mekhanika tverdogo tela* [Mechanics of Solids a Journal of Russian Academy of Sciences]. 1992, no. 4, pp. 183–190.
- [11] Borzykh S.V., Shchiblev Iu.N., Ososov N.S. Dinamika raskrytiia krupnogabaritnykh solnechnykh batarei [The dynamics of the disclosure of large solar panels]. *Raketno-kosmicheskaiia tekhnika* [Aerospace technology]. 2008, ser. 12, is. 1, pp. 144–158.
- [12] Krylov A.V., Churilin S.A. Modelirovanie raskrytiia solnechnykh batarei razlichnykh konfiguratsii [Simulation of Deployment of Solar Batteries with Various Configurations]. *Vestnik MGTU. Seriia Mashinostroenie* [Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Ser. Mechanical Engineering]. 2011, no. 1, pp. 106–112.
- [13] Iudintsev V.V. Modelirovanie protsessov raskrytiia mnogoelementnykh konstruktssii kosmicheskikh apparatov [Modelling of the Spacecraft's Multibody Construction Deployment Process]. *Polet* [Flight]. 2012, no. 5, pp. 28–33.
- [14] Bakulin V.N., Borzykh S.V., Il'iasova I.R. Matematicheskoe modelirovanie protsessa raskrytiia mnogozevnykh solnechnykh batarei [Mathematical simulation of opening process of multy-element solar battery]. *Vestnik MAI* [Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo instituta]. 2011, vol. 18, no. 3, pp. 295–302.
- [15] Russkikh S.V. Nelineinaia dinamika kosmicheskogo apparata s prisoedinennoi uprugoi stержnevoi sistemoi [Nonlinear Dynamics of a Space Vehicle with an Attached Elastic Rod System]. *Izvestiia vysshikh uchebnykh zavedenii. Mashinostroenie* [Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building]. 2017, no. 7, pp. 81–89.

Информация об авторе

РУССКИХ Сергей Владимирович (Москва) — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Прочность авиационных и ракетно-космических конструкций». МАИ (НИУ) (125993, Москва, Российская Федерация, ГСП-3, А-80, Волоколамское шоссе, д. 4, e-mail: sergey.russkih@rambler.ru).

Information about the author

RUSSKIKH Sergey Vladimirovich (Moscow) — Candidate of Science (Physics and Math), Associate Professor, Strength of Aeronautic and Astronautic Constructions Department. Moscow Aviation Institute (Nation Research University) (125993, Moscow, Russian Federation, A-80, GSP-3, Volokolamskoe Hwy., Bldg. 4, e-mail: sergey.russkih@rambler.ru).



В Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана
вышло в свет 2-е издание монографии
**Г.А. Бигуса, Ю.Ф. Даниева, Н.А. Быстровой,
Д.И. Галкина**

«Основы диагностики технических устройств и сооружений»

В монографии приведены основные понятия технической диагностики - области знаний, охватывающей теорию, методы и средства определения технического состояния объектов. Значительное внимание уделено методам неразрушающего контроля, правильное применение которых позволяет получить исходные данные для анализа, проводимого при техническом диагностировании. Изложены элементы теории надежности и методы расчета показателей надежности в приложении к технической диагностике. Рассмотрены вопросы идентификации состояния объекта по измеренным диагностическим параметрам и оценки его ресурса. Книга предназначена для специалистов в области диагностики технических устройств, экспертов в области промышленной безопасности, а также студентов, обучающихся по соответствующим специальностям. В монографии приведены основные понятия технической диагностики - области знаний, охватывающей теорию, методы и средства определения технического состояния объектов. Значительное внимание уделено методам неразрушающего контроля, правильное применение которых позволяет получить исходные данные для анализа, проводимого при техническом диагностировании. Изложены элементы теории надежности и методы расчета показателей надежности в приложении к технической диагностике. Рассмотрены вопросы идентификации состояния объекта по измеренным диагностическим параметрам и оценки его ресурса.

Книга предназначена для специалистов в области диагностики технических устройств, экспертов в области промышленной безопасности, а также студентов, обучающихся по соответствующим специальностям.

По вопросам приобретения обращайтесь:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.
Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;
press@bmstu.ru; www.baumanpress.ru