

Машиностроение и машиноведение

УДК 621.813, 621.882.1

doi: 10.18698/0536-1044-2019-1-3-11

Распределение давления в окрестности затянутого одноболтового соединения

М.С. Куц

МГТУ им. Н.Э. Баумана

Pressure Distribution in the Area Around a Tightened Single Bolt Joint

M.S. Kuts

Bauman Moscow State Technical University

При моделировании динамического поведения машин и приборов необходимо учитывать не только конфигурацию деталей, но и условия их соединений. Поскольку контактирующие поверхности топологически неидеальны, стык деталей обладает некоторой дополнительной податливостью, зависящей от контактного давления. Детальное моделирование поверхности контактирующих деталей не представляется возможным, так как требует больших вычислительных затрат. В связи с этим широкое распространение получил подход, в котором контактный слой моделируют как третье тело нулевой толщины. Таким образом, для точного моделирования надо знать распределение давления в контакте. Предложен метод определения контактного давления в окрестности затянутого одноболтового соединения методом конечных элементов путем добавления в конечно-элементную сетку интерфейсных элементов, моделирующих податливый контактный слой нулевой толщины и учитывающих влияние шероховатости поверхности деталей, образующих соединение. Выведены зависимости для решения контактной осесимметричной задачи с интерфейсным элементом в нелинейной постановке. В результате получены зависимости распределения контактного давления в окрестности одноболтового соединения при различных параметрах шероховатости и толщинах соединяемых деталей.

Ключевые слова: контактная податливость, контактный конечный элемент, одноболтовое соединение, шероховатость контактного слоя

When modelling the dynamic behavior of machines and devices, it is necessary to take into account not only the configuration of the parts but also the way the parts are joined. As the contact surfaces are not topologically ideal, the joint has some pliability that depends on the contact pressure. Detailed modelling of the surfaces of the contact parts is not possible as it involves high computational costs. Due to this, a method where a contact layer is modelled as a third body of zero thickness has become widespread. Thus, the pressure distribution in the contact must be known for accurate simulation. A technique based on the finite element method is proposed for determining the contact pressure in the vicinity of a tightened single-bolt joint. The proposed technique involves adding interface elements into the finite element mesh that model the zero-thickness pliable contact layer and take into account the

roughness of the contact surfaces. Equations for solving the axisymmetric contact problem with a nonlinear interface element are derived. As a result, relations describing the contact pressure distribution in the vicinity of the single-bolt joint are obtained for various parameters of the roughness and thickness of the connecting parts.

Keywords: contact pliability, interface finite element, single bolted joint, contact layer roughness

В машино- и приборостроении существуют определенные задачи, требующие точного моделирования динамического поведения конструкций, например при моделировании процесса резания [1–3] или исследовании виброустойчивости конструкции приборов [4]. Зачастую такое моделирование осуществляется методом конечных элементов, и, как правило, контакту сопрягаемых поверхностей не уделяется должного внимания. В результате при построении конечно-элементной модели возникает ряд погрешностей, связанных с упрощениями, в том числе контакта сопрягаемых деталей.

Теория упругости и современные вычислительные методы позволяют достаточно точно оценить жесткость деталей любой конфигурации или их сборок в предположении, что контакт деталей топографически идеален. В действительности невозможно получить такой контакт даже с помощью ультрапрецизионных методов обработки. Вследствие наличия неровностей контактный слой по сравнению со сплошным материалом обладает повышенной податливостью.

Существуют методы, позволяющие на основе экспериментального модального анализа [5–7] идентифицировать жесткостные параметры конечно-элементной модели, в том числе жесткость контактного слоя [8, 9]. В то же время есть ряд работ [10–12], посвященных контакту шероховатых поверхностей, в которых зависимость контактных смещений от давления

в контактном слое аппроксимирована степенной функцией. К недостаткам такого метода можно отнести необходимость большого количества эмпирических данных для точного определения податливости контактного слоя.

В работах [13, 14] предложен метод расчета жесткости групповых резьбовых соединений, учитывающий материалы и неровности контактирующих поверхностей (шероховатость и волнистость профиля поверхности) соединяемых деталей. Преимуществом этого метода является то, что он позволяет определить податливость контактного слоя на этапе проектирования изделия [15–17]. Таким образом, для точного определения податливости контактного слоя необходимо знать распределение давления в контакте.

Цель работы — определение распределения давления в контактном слое при различных параметрах соединения.

Постановка задачи исследования и принятые допущения. Рассмотрен случай, в котором две детали стянуты болтом, установленным с зазором. Схема одноболтового соединения (ОБС) изображена на рис. 1, а. При условии, что толщины стягиваемых деталей одинаковы, задача будет симметричной относительно плоскости стыка. В таком случае распределение давления в стыке при затяжке болта может быть получено при решении осесимметричной задачи (рис. 1, б) о деформировании упругого кольца

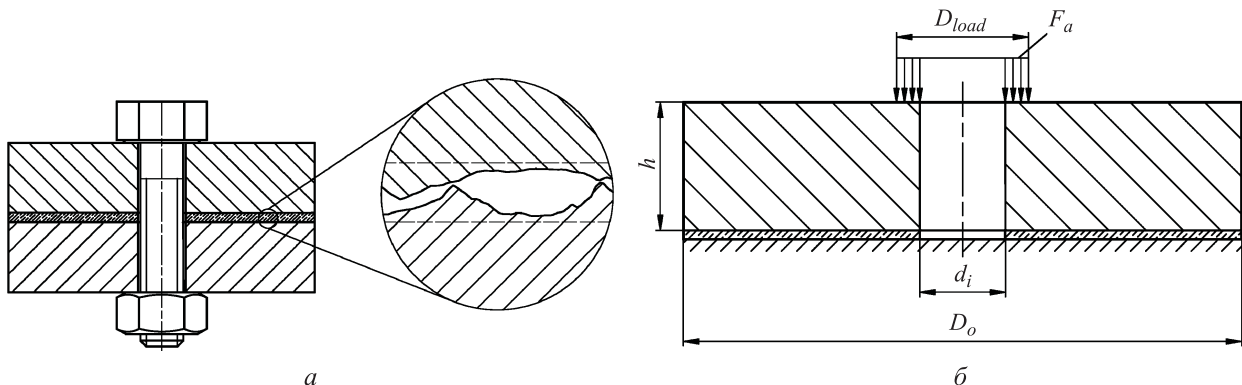


Рис. 1. Схема ОБС (а) и расчетная схема решаемой задачи (б)

толщиной h с внутренним диаметром d_i и наружным диаметром D_o , лежащего на подложке с податливостью k , нагружаемого по кольцевой площадке диаметром D_{load} осевой нагрузкой (усилием затяжки) F_a .

Введем коэффициент контактной податливости:

$$k = \frac{d\delta}{dp},$$

где δ — сближение в контактном слое, мм; p — контактное давление, МПа.

Для связи контактных сближений с давлениями в контактном слое использована зависимость, предложенная в работах [13, 14, 18, 19]:

$$\delta = Ra c_0^* \varepsilon \sqrt{\frac{p}{E^*}}. \quad (1)$$

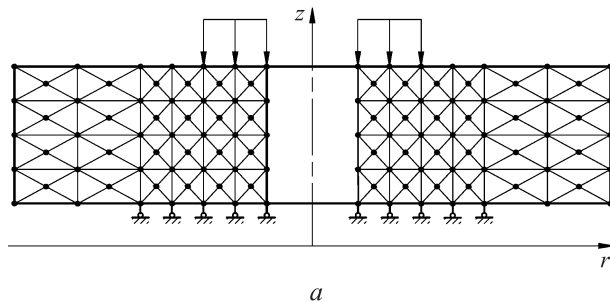
Здесь Ra — приведенный параметр шероховатости, $Ra = \sqrt{Ra_1^2 + Ra_2^2}$ (Ra_1 и Ra_2 — средние арифметические отклонения профиля сопрягаемых поверхностей); c_0^* — коэффициент, учитывающий взаимное расположение микронеровностей; ε — масштабный фактор; E^* — приведенный модуль упругости, определяемый соотношением

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2},$$

где μ_1, μ_2 и E_1, E_2 — коэффициенты Пуассона и модули упругости материалов сопрягаемых деталей.

Коэффициент c_0^* следует принимать равным 83 для деталей, обработанных строганием (при совпадении направлений следа обработки), и 263 для деталей, подвергнутых другим методам обработки. Тогда с учетом выражения (1) коэффициент контактной податливости принимает вид

$$k_n(p) = \frac{Rac_0^*\varepsilon}{2\sqrt{pE^*}}. \quad (2)$$



Для связи контактных касательных смещений δ_τ и напряжений τ использована зависимость

$$\delta_\tau = k_\tau \tau, \quad (3)$$

где k_τ — коэффициент касательной контактной податливости, который может быть получен как $k_\tau = k_n$ [13].

Очевидно, что с ростом податливости контактного слоя радиус области, внутри которой существуют сжимающие контактные напряжения, также будет расти. А поскольку податливость, согласно выражению (2), зависит от давления, при удалении от болта она будет увеличиваться, меняя характер распределения давления в окрестности ОБС.

Описание метода. Распределение давления в окрестности ОБС можно определить с применением метода конечных элементов. Так как задача о распределении давления в окрестности ОБС является осесимметричной, использован подход, описанный в работе [20], где исследуемое упругое тело смоделировано с помощью двумерных треугольных элементов.

Этот подход также применен в статье [21], однако в ней контакт смоделирован путем жесткой осевой фиксации узлов, попавших в область с ненулевыми давлениями (рис. 2, а), которая определена путем итерационного уточнения. В дальнейшем для простоты изложения область стыка в окрестности ОБС, где присутствует поджатие ($p > 0$), будем называть окрестностью давления с радиусом r_p .

Для моделирования контактного слоя использован четырехузловой интерфейсный контактный конечный элемент (ККЭ), схема которого показана на рис. 3. Общий подход к построению ККЭ описан в работе [22].

Хотя ККЭ и содержит четыре узла (k, i, j, l), но все его механические свойства (деформации и напряжения) приведены к осевой ли-

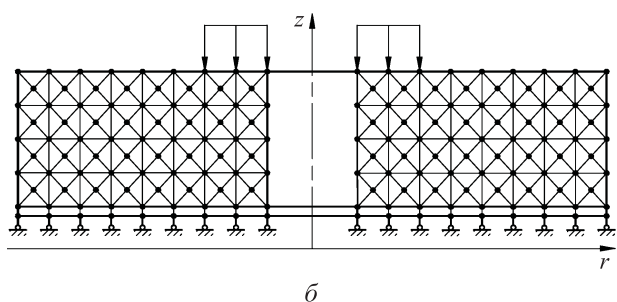


Рис. 2. Схема закрепления диска, использованная в статье [21] (а) и в данной работе (б)

нии, поэтому его можно рассматривать как одноосевой.

Перемещения каждого узла состоят из двух компонентов. Например, перемещения i -го узла

$$\{\delta_i\} = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix},$$

где u_i и v_i — перемещения i -го узла вдоль осей Ox и Oz .

Тогда вектор перемещений элемента имеет вид

$$\{\delta\}^e = \begin{Bmatrix} \delta_i \\ \delta_j \\ \delta_k \\ \delta_l \end{Bmatrix},$$

где δ_j , δ_k и δ_l — перемещения j -го, k -го и l -го узлов соответственно.

Так как деформации и напряжения фактически изменяются лишь вдоль осевой линии, для удобства их описания следует ввести обобщенную нормированную координату t , которая равна нулю в точке i и единице в точке j (см. рис. 3):

$$t = \frac{\sqrt{(r-r_i)^2 + (z-z_i)^2}}{L},$$

где r_i и z_i — координаты i -го узла; L — длина ККЭ, $L = \sqrt{(r_j-r_i)^2 + (z_j-z_i)^2}$ (r_j и z_j — координаты j -го узла).

Из вектора $\{\delta\}^e$ можно легко получить нормальные и касательные узловые смещения, спроецировав векторы $\{\delta_i - \delta_k\}$ и $\{\delta_j - \delta_l\}$ на вектор \mathbf{ij} и ему перпендикулярный:

$$\begin{Bmatrix} \delta_i^n \\ \delta_i^\tau \\ \delta_j^n \\ \delta_j^\tau \end{Bmatrix} = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} a & -b & 0 & 0 & -a & b & 0 & 0 \\ -b & -a & 0 & 0 & b & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & -b & 0 & 0 & -a & b \\ 0 & 0 & -b & -a & 0 & 0 & b & a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \\ u_k \\ v_k \\ u_l \\ v_l \end{Bmatrix},$$

где δ_i^n , δ_j^n и δ_i^τ , δ_j^τ — нормальные и касательные смещения i -го и j -го узлов соответственно; $a = z_i - z_j$; $b = r_i - r_j$; u_j , u_k , u_l и v_j , v_k , v_l — перемещения j -го, k -го и l -го узлов вдоль осей Ox и Oz соответственно.

Согласно методу виртуальных перемещений, работу внешних сосредоточенных сил $\{F\}^e$ для вариации перемещений $d\{\delta\}^e$ можно представить в виде

$$(d\{\delta\}^e)^T \{F\}^e.$$

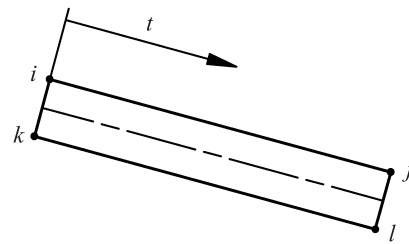


Рис. 3. Схема ККЭ

Тогда работа внутренних сил

$$\begin{aligned} & \int_S dS (d\delta^n p + d\delta^\tau \tau) = \\ & = 2\pi L \int_0^1 r(t) dt [d\delta^n(t) p(t) + d\delta^\tau(t) \tau(t)] = \\ & = 2\pi L r^e \int_0^1 (d\{\epsilon\})^T \{\sigma\} dt, \end{aligned}$$

где S — площадь контактного элемента; $d\delta^n$ и $d\delta^\tau$ — вариации нормальных и касательных перемещений; $\delta^n(t)$ — нормальные смещения в контактном слое (в направлении, перпендикулярном оси ККЭ); $p(t)$ — давление в контактном слое; $\delta^\tau(t)$ — касательные смещения в контактном слое (вдоль оси ККЭ); $\tau(t)$ — касательные напряжения в контактном слое; r^e — радиус ККЭ; $\{\epsilon\}$ — вектор деформаций,

$$\{\epsilon\} = \begin{Bmatrix} \delta^n(t) \\ \delta^\tau(t) \end{Bmatrix};$$

$\{\sigma\}$ — вектор напряжений,

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} p(t) \\ \tau(t) \end{Bmatrix}.$$

Приняв для деформаций линейный закон распределения вдоль оси ККЭ, получаем

$$\begin{aligned} \{\epsilon\} & = \begin{Bmatrix} t(\delta_j^n - \delta_i^n) + \delta_i^n \\ t(\delta_j^\tau - \delta_i^\tau) + \delta_i^\tau \end{Bmatrix} = \\ & = \begin{Bmatrix} (1-t)\delta_i^n + t\delta_j^n \\ (1-t)\delta_i^\tau + t\delta_j^\tau \end{Bmatrix} = [B]\{\delta\}^e, \end{aligned}$$

где

$$[B] = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} (z_i - z_j)(1-t) & (r_j - r_i)(1-t) \\ (r_j - r_i)(1-t) & (z_j - z_i)(1-t) \\ (z_i - z_j)t & (r_j - r_i)t \\ (r_j - r_i)t & (z_j - z_i)t \\ (z_j - z_i)(1-t) & (r_i - r_j)(1-t) \\ (r_i - r_j)(1-t) & (z_i - z_j)(1-t) \\ (z_j - z_i)t & (r_i - r_j)t \\ (r_i - r_j)t & (z_i - z_j)t \end{bmatrix}^T.$$

Для связи касательных напряжений τ с касательными перемещениями δ_τ воспользуемся зависимостью (3), а для связи давления p с нормальными сближениями δ_n — линеаризованной формой записи (1):

$$\delta_n = k(p - p_0) + \delta_{n0},$$

где k — коэффициент контактной податливости, определенный по формуле (2); δ_{n0} — начальное сближение, вычисленное по выражению (1) при начальном давлении p_0 .

Тогда матрица упругости принимает вид

$$[D] = \begin{bmatrix} \frac{1}{k} & 0 \\ 0 & \frac{1}{k} \end{bmatrix}.$$

Приравнявая работу внешних и внутренних сил, получаем

$$\begin{aligned} (d\{\delta\}^e)^T \{F\}^e &= 2\pi r^e L \int_0^1 (d\{\varepsilon\})^T \{\sigma\} dt = \\ &= 2\pi r^e L \int_0^1 (d\{\delta\}^e)^T [B]^T [D][B] d\{\delta\}^e dt. \end{aligned} \quad (4)$$

Так как виртуальное перемещение не зависит от координаты t , а выражение (4) справедливо при любых виртуальных перемещениях, его можно записать в следующем виде:

$$\{F\}^e = 2\pi r^e L \int_0^1 [B]^T [D][B] d\{\delta\}^e dt.$$

Отсюда получаем выражение для матрицы жесткости ККЭ

$$[K] = 2\pi r^e L \int_0^1 [B]^T [D][B] dt.$$

Так как зависимость давления от нормального сближения является нелинейной в отрицательной области сближения и нулевой в положительной, для решения необходимо использовать итерационный подход. Поскольку искомым параметром является контактное давление, допустимо использование однослойного итерационного численного метода. Алгоритм этого метода включает в себя следующие шаги.

1. Создание конечно-элементной сетки. Определение матрицы жесткости $[K]_0$, соответствующей начальному давлению в контактном слое $p_0 \approx 1 \cdot 10^{-3}$ МПа (при нулевом значении матрица становится вырожденной, поэтому выбирается близкое к нулю значение).

2. Вычисление шага вектора нагрузки $\{\Delta F\}$, соответствующего шагу итерации.

3. Решение конечно-элементной задачи, определение приращений напряжений тела (в том числе давлений) $\{\Delta\sigma\}$.

4. Добавление приращения напряжений к суммарным $\{\sigma\} + = \{\Delta\sigma\}$, добавление приращения нагрузки к суммарной $\{F\} + = \{\Delta F\}$. Проведение проверки условия наличия поджатия $p^e \geq 0$. В случае его невыполнения давление обнуляется.

5. Вычисление матрицы жесткости при новом значении давления.

6. Повторение п. 2–5 до достижения исходной внешней нагрузки.

Согласно изложенному алгоритму, написана программа на языке Python. В качестве решателя системы линейных алгебраических уравнений использована функция `linalg.cg` модуля `sparse` библиотеки `scipy` [23].

Описание численного эксперимента и результаты моделирования. При моделировании исследовано влияние толщины стягиваемых деталей и шероховатости контактного слоя на радиус области с положительным давлением. Моделирование проведено для случая затяжки болтом М10 с диаметром шляпки, соответствующим диаметру приложения нагрузки $D_{load} = 17$ мм. Диаметр отверстия $d_i = 11$ мм, наружный диаметр стягиваемых пластин ограничен $D_o = 120$ мм и усилием затяжки $F_a = 17$ кН.

Пример напряженного состояния пластины (в виде поля осевой составляющей напряжений σ_z) толщиной $h = 20$ мм с шероховатостью контактной поверхности $Ra = 4,0$ мкм при усиллии затяжки болта $F_a = 5$ кН и шаге ко-

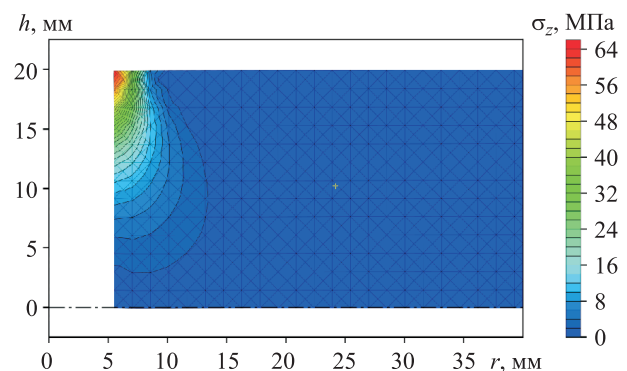


Рис. 4. Поле осевой составляющей напряжений σ_z в пластине при усиллии затяжки болта $F_a = 5$ кН и шаге сетки $s = 1,5$ мм

нечно-элементной сетки $s = 1,5$ мм показан на рис. 4.

Моделирование с разным шагом конечно-элементной сетки ($s = 1,5; 1,0; 0,7; 0,5$ мм) не выявило существенного различия получаемых результатов. При уменьшении размеров элементов изменения касались лишь зоны влияния концентратора, расположенного у верхней границы отверстия, что никак не сказывалось на распределении давления в контактном слое. Также уменьшение шага нагружения ΔF_a между итерациями показало, что при достижении $\Delta F_a = 1$ кН дальнейшее его уменьшение не приводит к существенному улучшению результата. Таким образом, при моделировании использо-

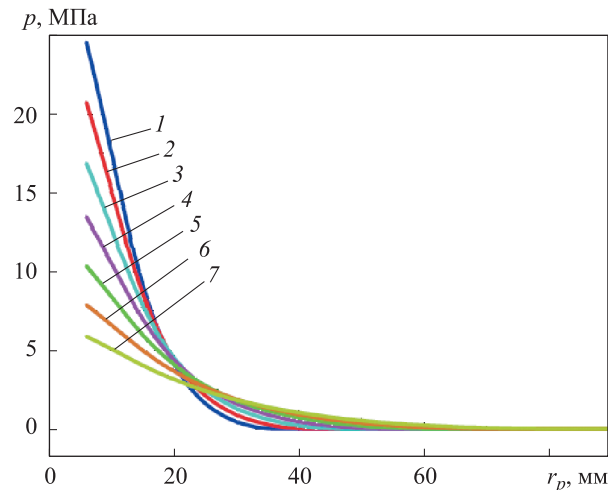


Рис. 5. Распределение давления по контактному слою в радиальном направлении при параметре шероховатости $Ra = 0,63$ (1), $1,00$ (2), $1,60$ (3), $2,50$ (4), $4,00$ (5), $6,30$ (6) и $10,00$ мкм (7)

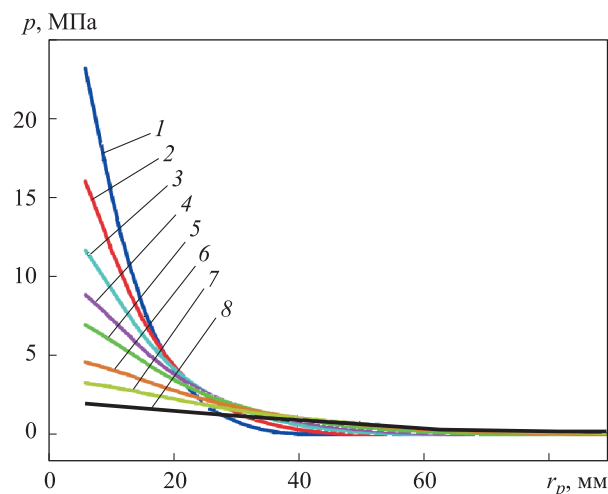


Рис. 6. Распределение давления по контактному слою в радиальном направлении при толщине стягиваемых деталей $h = 10,0$ (1), $12,5$ (2), $15,0$ (3), $17,5$ (4), $20,0$ (5), $25,0$ (6), $30,0$ (7) и $40,0$ мм (8)

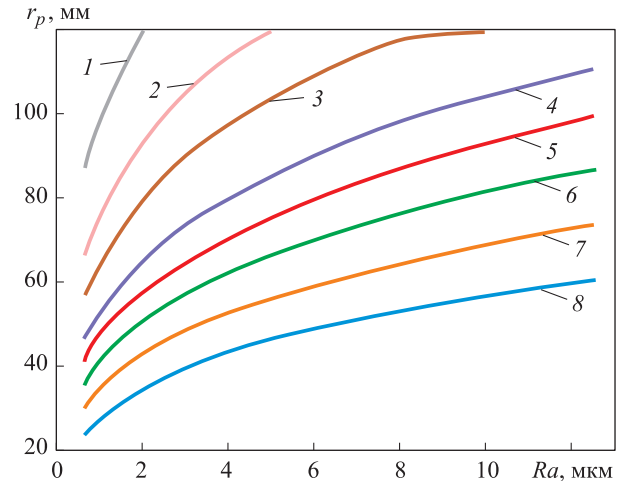


Рис. 7. Зависимость радиуса окрестности давления от параметра шероховатости Ra при толщине стягиваемых деталей $h = 10,0$ (1), $12,5$ (2), $15,0$ (3), $17,5$ (4), $20,0$ (5), 25 (6), $30,0$ (7) и $40,0$ мм (8)

вана регулярная сетка с шагом $0,7$ мм и шагом нагружения $\Delta F_a = 1$ кН.

На рис. 5 и 6 показано распределение давления по контактному слою в радиальном направлении при различных значениях параметра шероховатости контактирующих поверхностей и толщин стягиваемых фланцев.

На рис. 7 приведена зависимость радиуса окрестности давления от шероховатости при разной толщине нагружаемого диска.

Обсуждение результатов. Анализ полученных данных показал, что закон распределения давления в окрестности ОБС близок к экспоненциальному затуханию, но имеется точка, где давление становится нулевым. Это служит подтверждением гипотезы Ретчера о конусе давления, согласно которой деформированию подвергается материал, находящийся внутри конуса, начинающегося от опорной поверхности гайки или головки болта.

Однако из рис. 7 следует, что для деталей с параметром шероховатости поверхности Ra , превышающим 2 мкм, радиус зоны с положительными давлениями превышает толщину детали более чем в 3 раза. Это означает, что действительные углы конуса могут быть больше, чем обычно принимаемый в расчетах угол $\alpha = 45^\circ$. Кроме того, в практике машиностроения принято делать фланцы деталей толщиной $h > 2,5d_b$ (d_b — диаметр винта) для обеспечения их жесткости [24]. В этом случае радиус окрестности давления r_p составляет не менее $6d_b$ для деталей, у которых $Ra > 1,0$ мкм

(см. рис. 7). Это позволяет устанавливать болты с большим шагом.

Следует отметить, что данный подход позволяет учесть при оценке верхнее значение жесткости контактного слоя, так как в действительности в стыке соединяемых деталей присутствуют макронеровности, значения которых не стандартизированы, что уменьшает суммарную жесткость контактного слоя.

Выводы

1. Разработаны зависимости для интерфейсного ККЭ, позволяющие определить давление в окрестности ОБС. Использование ККЭ позволяет решать осесимметричные контакт-

ные задачи, где контакт осуществляется по шероховатой поверхности без дополнительного редактирования геометрии, поскольку контактный слой сохраняет нулевую толщину.

2. Получены зависимости распределения контактного давления в окрестности ОБС при различных значениях параметра шероховатости и толщин соединяемых деталей. Эти зависимости могут быть использованы для определения жесткости контактного слоя неподвижных резьбовых соединений при проведении динамического моделирования.

3. Результаты исследования показали, что при наличии неровностей податливость контактного слоя увеличивается, а следовательно, происходит размытие окрестности давления.

Литература

- [1] Воронов С.А., Киселев И.А. Нелинейные задачи динамики процессов резания. *Машиностроение и инженерное образование*, 2017, № 2(51), с. 9–23.
- [2] Voronov S.A., Kiselev I.A. Dynamics of flexible detail milling. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*, 2011, vol. 225, pp. 299–309, doi: 10.1177/1464419311418735
- [3] Voronov S.A., Ivanov I.I., Kiselev I.A. Investigation of the milling process based on a reduced dynamic model of cutting tool. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 2015, vol. 44, pp. 70–78, doi: 10.3103/S1052618815010100
- [4] Gaul L., Mayer M. Modeling of contact interfaces in built-up structures by zero-thickness elements. *26th Conference and Exposition on Structural Dynamics*, Orlando, FL, United States, 4–7 February 2008, code 89651.
- [5] Ewins D.J. *Modal testing: theory, practice and application*. Wiley, 2009. 576 p.
- [6] Géradin M., Rixen D.J. *Mechanical vibrations: theory and application to structural dynamics*. John Wiley & Sons, 2014. 616 p.
- [7] Nikolaev S., Voronov S., Kiselev I. Estimation of damping model correctness using experimental modal analysis. *Vibroengineering Procedia*, 2014, vol. 3, pp. 50–54.
- [8] Berman A., Nagy E.J. Improvement of a large analytical model using test data. *AIAA journal*, 1983, vol. 21, pp. 1168–1173, doi: 10.2514/3.60140
- [9] Guo T., Li L., Cai L., Zhao Y. Alternative method for identification of the dynamic properties of bolted joints. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2012, no. 26(10), pp. 3017–3027, doi: 10.1007/s12206-012-0815-7
- [10] Левина З.М., Решетов Д.Н. *Контактная жесткость машин*. Москва, Машиностроение, 1971. 264 с.
- [11] Демкин Н.Б., Рыжов Э.В. *Качество поверхности и контакт деталей машин*. Москва, Машиностроение, 1981. 224 с.
- [12] Рыжов Э.В. *Контактная жесткость деталей машин*. Москва, Машиностроение, 1966. 196 с.
- [13] Иванов А.С. Нормальная, угловая и касательная контактные жесткости плоского стыка. *Вестник машиностроения*, 2007, № 7, с. 34–37.
- [14] Иванов А.С., Измайлов В.В. Расчет контактной деформации при конструировании машин. *Трение и смазка в машинах и механизмах*, 2006, № 8, с. 3–10.
- [15] Ермолаев М.М. Расчет клеммовых соединений с учетом податливости контактного слоя. *Вестник машиностроения*, 2016, № 2, с. 26–30.
- [16] Иванов А.С., Ермолаев М.М. Нагружение сдвигающей силой соединения болтами, установленными с зазором. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2010, no. 1, pp. 54–66.

- [17] Иванов А.С., Муркин С.В. Расчет резьбовых соединений приводов. *Вестник машиностроения*, 2016, № 5, с. 3–10.
- [18] Иванов А.С. Толщина контактного слоя. *Вестник машиностроения*, 2006, no. 12, pp. 21–23.
- [19] Муркин С.В., Иванов А.С., Ермолаев А.С., Руднев С.К., Куц М.С. Экспериментально-теоретическое исследование положения оси перекоса резьбового соединения, нагруженного опрокидывающим моментом. *Вестник машиностроения*, 2015, № 10, с. 31–34.
- [20] Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. *The finite element method for solid and structural mechanics*. Elsevier, 2005. 736 p.
- [21] Gould H.H., Mikic B.B. Areas of Contact and Pressure Distribution in Bolted. *Translation of ASME, Journal of Engineering for Industry*, 1972, vol. 94, iss. 3, pp. 864–870, doi: 10.1115/1.3428263
- [22] Bfer G. An isoparametric joint/interface element for finite element analysis. *International journal for numerical methods in engineering*, 1985, vol. 21, pp. 585–600, doi: 10.1002/nme.1620210402
- [23] *SciPy.org.scipy.sparse.linalg.cg – SciPy v1.1.0 Reference Guide*. URL: <https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.sparse.linalg.cg.html> (accessed 15 May 2018).
- [24] Иванов А.С., Муркин С.В. *Расчет и проектирование резьбовых соединений приводов*. Москва, Инновационное машиностроение, 2015. 108 с.

References

- [1] Voronov S.A., Kiselev I.A. Nonlinear problems of cutting process dynamics. *Mashinostroyeniye i inzhenernoye obrazovaniye*, 2017, no. 2(51), pp. 9–23 (in Russ.).
- [2] Voronov S.A., Kiselev I.A. Dynamics of flexible detail milling. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*, 2011, vol. 225, pp. 299–309, doi: 10.1177/1464419311418735
- [3] Voronov S.A., Ivanov I.I., Kiselev I.A. Investigation of the milling process based on a reduced dynamic model of cutting tool. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 2015, vol. 44, pp. 70–78, doi: 10.3103/S1052618815010100
- [4] Gaul L., Mayer M. Modeling of contact interfaces in built-up structures by zero-thickness elements. *26th Conference and Exposition on Structural Dynamics*, Orlando, FL, United States, 4–7 February 2008, code 89651.
- [5] Ewins D.J. *Modal testing: theory, practice and application*. Wiley, 2009. 576 p.
- [6] Géradin M., Rixen D.J. *Mechanical vibrations: theory and application to structural dynamics*. John Wiley & Sons, 2014. 616 p.
- [7] Nikolaev S., Voronov S., Kiselev I. Estimation of damping model correctness using experimental modal analysis. *Vibroengineering Procedia*, 2014, vol. 3, pp. 50–54.
- [8] Berman A., Nagy E.J. Improvement of a large analytical model using test data. *AIAA journal*, 1983, vol. 21, pp. 1168–1173, doi: 10.2514/3.60140
- [9] Guo T., Li L., Cai L., Zhao Y. Alternative method for identification of the dynamic properties of bolted joints. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2012, no. 26(10), pp. 3017–3027, doi: 10.1007/s12206-012-0815-7
- [10] Levina Z.M., Reshetov D.N. *Kontaktная zhestkost' mashin* [Contact rigidity of machines]. Moscow, Mashinostroyeniye publ., 1971. 264 p.
- [11] Demkin N.B., Ryzhov E.V. *Kachestvo poverkhnosti i kontakt detaley mashin* [Surface quality and contact details of machines]. Moscow, Mashinostroyeniye publ., 1981. 224 p.
- [12] Ryzhov E.V. *Kontaktная zhestkost' detaley mashin* [Contact stiffness of machine parts]. Moscow, Mashinostroyeniye publ., 1966. 196 p.
- [13] Ivanov A.S. Normal, angular and tangent contact rigidity of plane joints. *Vestnik mashinostroyeniya*, 2007, no. 7, pp. 34–37 (in Russ.).
- [14] Ivanov A.S., Izmaylov V.V. Calculation of contact strain in the design of machines. *Treniye i smazka v mashinakh i mekhanizmax*, 2006, no. 8, pp. 3–10 (in Russ.).
- [15] Ermolaev M.M. Taking account of the contact-layer pliability in end clip design. *Russian Engineering Research*, 2016, vol. 36, no. 5, pp. 355–359, doi: 10.3103/S1068798X16050051

- [16] Ivanov A.S., Ermolayev M.M. Shear force loading of joint bolted with gap. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Ser. Mechanical Engineering*, 2010, no. 1, pp. 54–66 (in Russ.).
- [17] Ivanov A.S., Murkin S.V. Screw tightening in dynamically loaded threaded joints. *Russian Engineering Research*, 2016, vol. 36, pp. 809–810, doi: 10.3103/S1068798X16100099
- [18] Ivanov A.S. The thickness of the contact layer. *Vestnik mashinostroyeniya*, 2006, no. 12, pp. 21–23 (in Russ.).
- [19] Murkin S.V., Ivanov A.S., Ermolaev M.M., Rudnev S.K., Kuts M.S. Position of the skew axis of a threaded joint under the action of a tipping torque. *Russian engineering research*, 2016, no. 1, pp. 16–19, doi: 10.3103/S1068798X16010159
- [20] Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. *The finite element method for solid and structural mechanics*. Elsevier, 2005. 736 p.
- [21] Gould H.H., Mikic B.B. Areas of Contact and Pressure Distribution in Bolted. *Translation of ASME, Journal of Engineering for Industry*, 1972, vol. 94, iss. 3, pp. 864–870, doi: 10.1115/1.3428263
- [22] Bfer G. An isoparametric joint/interface element for finite element analysis. *International journal for numerical methods in engineering*, 1985, vol. 21, pp. 585–600, doi: 10.1002/nme.1620210402
- [23] *SciPy.org.scipy.sparse.linalg.cg* – *SciPy v1.1.0 Reference Guide*. Available at: <https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.sparse.linalg.cg.html> (accessed 15 May 2018).
- [24] Ivanov A.S., Murkin S.V. *Raschet i proyektirovaniye rez'bovykh soyedineniy privodov* [Calculation and design of threaded connections drives]. Moscow, Innovatsionnoye mashinostroyeniye publ., 2015. 108 p.

Статья поступила в редакцию 15.11.2018

Информация об авторе

КУЦ Михаил Сергеевич — ассистент кафедры «Основы конструирования машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: kuts@bmstu.ru).

Information about the author

KUTS Mikhail Sergeevich — Teaching Assistant, Department of Fundamentals of Machine Design. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: kuts@bmstu.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Куц М.С. Распределение давления в окрестности затянутого одноболтового соединения. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2019, № 1, с. 3–11, doi: 10.18698/0536-1044-2019-1-3-11

Please cite this article in English as:

Kuts M.S. Pressure Distribution in the Area Around a Tightened Single Bolt Joint. *Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building*, 2019, no. 1, pp. 3–11, doi: 10.18698/0536-1044-2019-1-3-11