

УДК 621.01(075.8)

doi: 10.18698/0536-1044-2020-2-11-25

Системный анализ и области применения многоконтурных рычажных механизмов с многократными шарнирами в современном машиностроении*

В.И. Пожбелко, Е.Н. Куц

ФГАОУ ВО «Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)»

Systematic Analysis and Application of Multi-Loop Linkages with Multiple Joints in Modern Mechanical Engineering

V.I. Pozhbelko, E.N. Kuts

Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education — South Ural State University (National Research University)

Исследованы разнообразные конструкции многозвенных рычажных механизмов с вращательными кинематическими парами в виде цилиндрических шарниров большой нагрузочной способности, нашедшие широкое применение в разных областях техники. Использование в таких рычажных механизмах многократных шарниров (в которых три и более соединяемых через шарнир звена имеют общую ось вращения) обеспечивает упрощение их конструкции, снижение габаритных размеров, массы и стоимости, а также расширение их функциональных возможностей и диапазона движения рабочего органа. Рассмотрена методика системного анализа строения и подвижности сложных плоских многоконтурных рычажных механизмов с многократными шарнирами, включающая в себя последовательное определение по простым алгебраическим уравнениям основных топологических характеристик замкнутой кинематической цепи и подвижности механизма в заданном пространстве возможных движений. Приведенные примеры системного анализа структуры и подвижности плоских многоконтурных рычажных механизмов, используемых в разных областях современного машиностроения, подтвердили эффективность применения предложенной методики для построения надежно работающих механизмов с любыми типами и числом многократных шарниров.

Ключевые слова: многоконтурный рычажный механизм, многократный шарнир, замкнутый контур, подвижность механизма

This work analyzes various designs of multi-link linkage mechanisms with rotational kinematic pairs in the form of cylindrical joints of high load capacity that are widely used in various fields of technology. The use of multiple joints in such linkage mechanisms simplifies their design, reduces dimensions, weight and cost, as well as expands their functionality and the range of movement of the working body. The considered methodology of the system analysis of the structure and mobility of plane multi-loop linkage mechanisms with multiple joints includes the sequential determination of all the basic topological characteristics of the closed kinematic chain of a complex mechanism and its mobility

* Работа поддержана Актом № 211 Правительства РФ, договором № 02.А03.21.0011.

in a given space of possible movements from a set of simple algebraic equations. The effectiveness of the proposed method for constructing reliable mechanisms with any given number and type of multi-loop joints is confirmed by the presented examples of the system analysis of the structure and mobility of plane multiple lever mechanisms used in various fields of modern engineering.

Keywords: multi-link lever mechanism, multiple joint, closed kinematic chain, mobility

Конструкции рычажных механизмов с многократными шарнирами (МКШ), называемые в зарубежной литературе multiple joints (MJ), нашли широкое применение в разных областях современного машиностроения [1], но их системный структурный анализ и синтез отсутствует в учебниках по теории механизмов и машин (ТММ) [2–8].

Структурный анализ строения сложных многоконтурных шарнирно-рычажных механизмов и правильное определение их подвижности W в задаваемом пространстве возможных движений (с числом степеней свободы F в диапазоне $1 \leq F \leq 6$) является одним из важных и достаточно трудных этапов создания надежно работающих механизмов [1–11].

Применяемые в ТММ [2–8, 12] методы структурного анализа и определения подвижности многозвенных механизмов имеют следующие недостатки:

- расчет подвижности проектируемого механизма по классическим структурным формулам (Чебышева, Грюблера, Куцбаха, Малышева, Добровольского) [2–8, 13, 14] требует подсчета в анализируемой структурной схеме всего множества кинематических пар, число которых в сложных многозвенных механизмах может достигать нескольких десятков таких пар;

- практикуемое во всех учебниках по ТММ разделение исходной схемы на группы Ассура нарушает исходную топологию звеньев анализируемого механизма (так как сопровождается отрывом кинематических пар у одного звена и присоединением их к другому звену другой группы Ассура); в итоге такого анализа, например, присутствующее в механизме трехшарнирное звено в группе Ассура искусственно превращается в двухшарнирное;

- используемый при структурном анализе сложных рычажных механизмов визуальный метод определения числа взаимно независимых замкнутых контуров (ЗК) K (т. е. различающихся хотя бы одним звеном или одной кинематической парой) является трудоемким и ненадежным либо вообще неприменимым при анализе строения механизмов с пересекающимися

звеньями; альтернативный метод расчета числа взаимно независимых ЗК по широко известной из теории графов формуле Эйлера [15] также требует трудоемкого подсчета всех десятков кинематических пар многозвенной структурной схемы;

- во всех расчетных структурных уравнениях анализа строения и синтеза механизмов отсутствует числовая интегральная характеристика (обозначим ее через V), которая бы явно учитывала наличие в сложной многозвенной системе любых типов и числа и МКШ и могла быть использована как при анализе строения, так и для направленного синтеза механизмов с МКШ (MJ-механизмов) во всем возможном диапазоне $1 \leq V \leq V_{\max}$, где V_{\max} — максимальное значение характеристики V .

Цель работы — разработка методики системного анализа структуры и подвижности плоских многоконтурных рычажных механизмов с МКШ, включающая в себя последовательное определение по простым алгебраическим уравнениям основных топологических характеристик замкнутой кинематической цепи (КЦ) сложного механизма и его подвижности в заданном пространстве возможных движений.

Приведенные примеры системного анализа структуры и подвижности плоских многоконтурных рычажных механизмов (используемых более чем в 20 областях современного машиностроения) подтвердили эффективность применения предложенной методики для построения надежно работающих механизмов с любыми типами и числом МКШ.

Области применения рычажных механизмов с МКШ в современном машиностроении. Системный анализ конструкторских разработок многоконтурных рычажных механизмов с разными типами и числом МКШ, приведенных в наиболее полном издании А.Ф. Крайнева [1], выявил следующие области их применения в современном машиностроении (рис. 1) [1, 16–31]:

- строительные, дорожные и горные машины;
- технологическое прессовое и станочное оборудование;



Рис. 1. Области применения многоконтурных рычажных механизмов с МКШ в современном машиностроении

- точные направляющие механизмы;
- авиационная техника (например, механизм убирающегося шасси самолета и многоцилиндровый звездообразный двигатель внутреннего сгорания (ДВС) самолета);
- механизмы переменной структуры с точными остановками;
- робототехника (например, четырехсторонний схват манипулятора);
- рычажные приводы мощных тяговых и транспортных машин с несколькими ведущими колесами.

Структурное представление базовых элементов механизмов с МКШ. Оно включает в себя представление многошарнирных звеньев K -контурной МЖ-цепи (рис. 2); перечень основных типов МКШ, задействованных для сборки такой замкнутой МЖ-цепи (рис. 3); разновидности сборок МКШ (рис. 4), образованных применением звеньев с общей осью вращения (число которых $n' \geq 3$) и используемых для синтеза разнообразных МЖ-механизмов; основные конструктивные виды МЖ-шарниров с осевым [1] (рис. 5, а) и радиальным [17] (рис. 5, б) подвижным соединением звеньев 1–4.

Для структурного описания базовых элементов МЖ-механизмов, показанных на рис. 2–5, приняты следующие обозначения: F — число степеней свободы (т. е. подвижность); L_i — ЗК; L_0 — наружный замкнутый контур; v_j — число j -кратных шарниров; v_K — максимальное значение v_j при $j_{max} = K$; J_{max} — максимальное число МКШ в K -контурной КЦ; j — кратность шарниров в МЖ-цепях ($j = n' - 1$); V — общий МЖ-фактор, являющийся основной структурной характеристикой возможного семейства многоконтурных МЖ-структур, учитывающей разные типы и число МКШ,

$$V = \sum_{j=2}^{j_{max}} (j-1)v_j,$$

для КЦ с однократными шарнирами (SJ — simple joint, $j = 1$) $V = 0$, для КЦ с МКШ ($j \geq 2$) $1 \leq V \leq V_{max}$; \tilde{n} — общее число звеньев МЖ-механизма с учетом стойки, $\tilde{n} = n_2 + n_3 + n_4 + \dots + n_{i_{max}}$, где n_2, n_3, n_4 и $n_{i_{max}}$ — число двух-, трех-, четырех- и i_{max} -вершинных (шарнирных) звеньев, $i = 2, 3, 4, \dots, i_{max}$ (i_{max} — наибольшее возможное число вершин (шарниров) в одном звене).

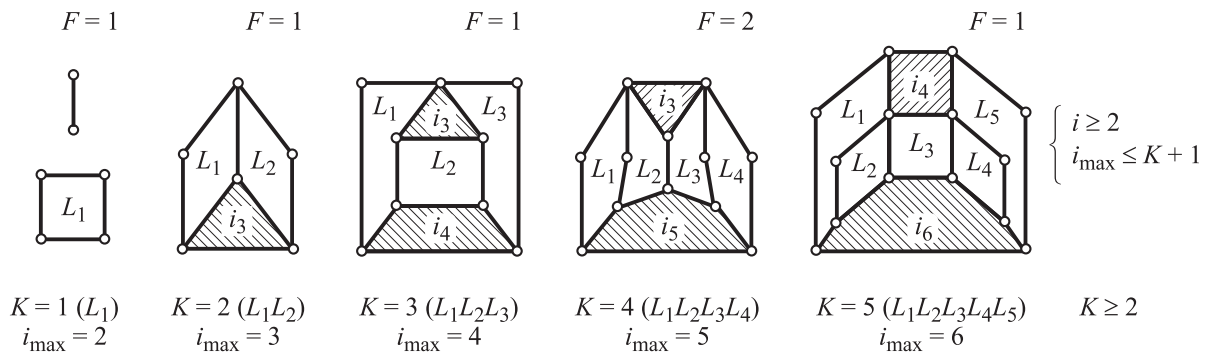


Рис. 2. Структурное представление многосферных звеньев в K -контурной МЖ-цепи

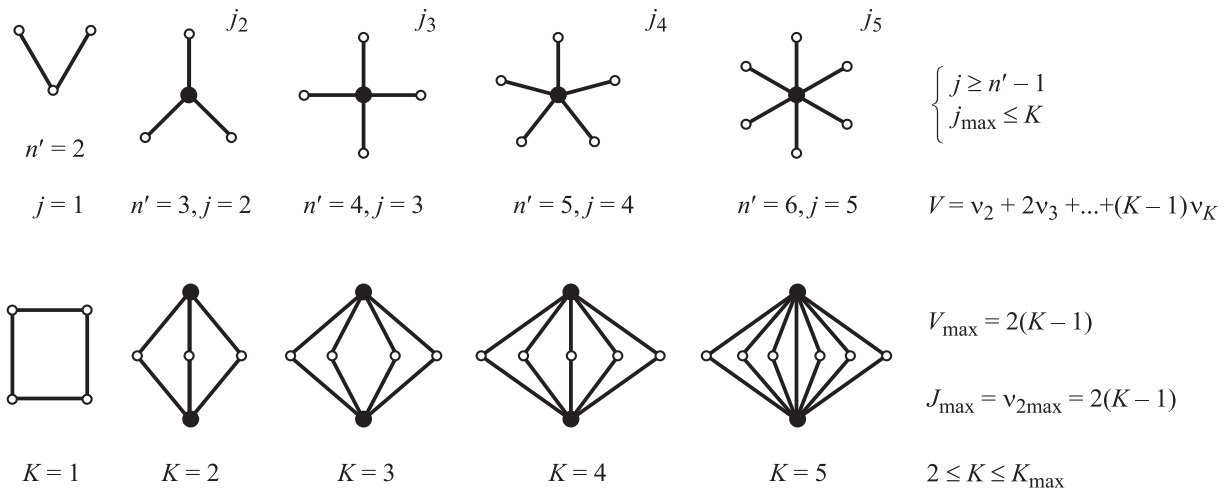


Рис. 3. Основные типы МКШ в K -контурной МЖ-цепи:

K_{\max} — максимальное число взаимно независимых ЗК; максимальное число j -кратных шарниров

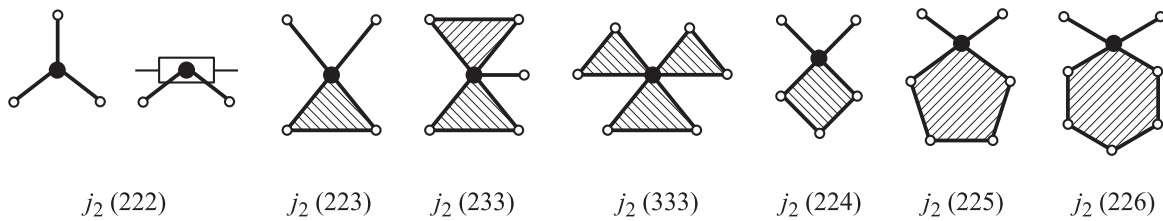


Рис. 4. Разновидности сборок МКШ для синтеза МЖ-механизмов

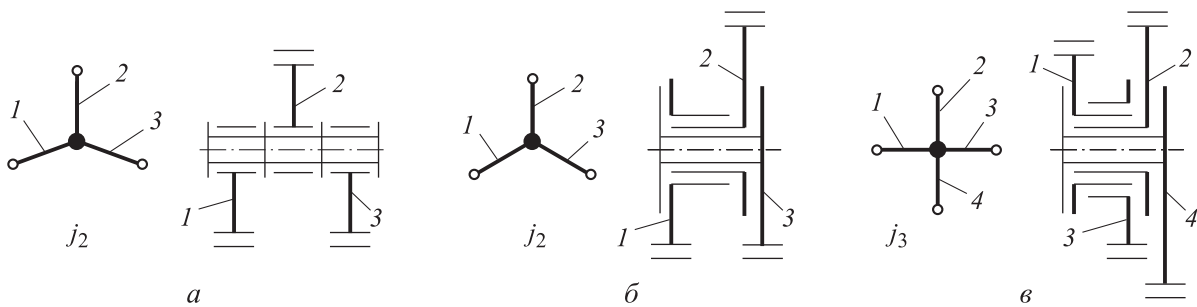


Рис. 5. Основные конструктивные виды МЖ-шарниров с осевым (а) и радиальным (б, в) подвижными соединениями звеньев

Алгоритм системного структурного анализа многоконтурных рычажных механизмов с МКШ. Предлагаемый алгоритм быстрого системного анализа сложных многоконтурных

рычажных механизмов с разным ассортиментом шарниров в полном диапазоне $1 \leq V \leq 2(K - 1)$ содержит решение (на основе базовых понятий и аналитических структурных

уравнений единой теории структуры механических систем [18–22]) следующего взаимосвязанного комплекса топологических задач и задач определения числа степеней свободы F (т. е. подвижности анализируемого механизма $F \geq 1$):

- определение ассортимента мног шарнирных звеньев в замкнутой многозвенной КЦ $[LA] = [n_2 n_3 n_4 n_5 n_6 \dots n_{i \max}]$ и общего числа звеньев \tilde{n} ;

- составление ассортимента МКШ $[MJA] = [v_2 v_3 v_4 v_5 \dots v_{j \max}]$, где $v_{j \max}$ — максимальное число j -кратных шарниров;

- расчет общего МJ-фактора V в диапазоне $1 \leq V \leq 2(K - 1)$;

- вычисление в данной МJ-цепи числа взаимно независимых ЗК K как главного структурного параметра для любых SJ- и МJ-цепей; в каждой замкнутой МJ-цепи с учетом наружного (периферического) контура общее число всех ее ЗК L будет на единицу больше ($L = K + 1$), поэтому конкретный набор взаимно независимых ЗК в пределах заданного K может быть разным;

- определение безразмерного критерия собираемости всех звеньев и МКШ в замкнутую КЦ в виде $AVC = 0$ (AVC — Assembly Verification Criterion);

- расчет числа степеней свободы F (т. е. подвижности) механизма относительно выбранной стойки, т. е. числа обобщенных координат, задаваемых установленными в механизм приводами (количество которых $N = F$) для реализации условия структурной работоспособности механизма $N \geq 1$;

- вычисление общего числа избыточных связей r_c для традиционного в машиностроении выбора из разных вариантов строения механизмов структур, где $r_c = 0$;

- составление топологической (по контурной) замкнутой КЦ механизма со всеми ЗК L с числом сторон α_k ; топологический анализ контуров L в данной МJ-цепи, включающий в себя:

- определение суммарного числа всех сторон $S_L = \sum \alpha_k$ контуров L (что можно рассчитать аналитически и проверить на схеме КЦ);

- расчет полного ассортимента ЗК в виде $[L_a]$ с учетом наружного контура L_0 и всех ЗК L ;

- сравнительный анализ на изоморфность (т. е. на структурную неповторимость) двух и более внешне похожих структур.

Системный структурный анализ МJ-механизмов, используемых в современном машиностроении. Анализ многолетней конструкторско-эксплуатационной практики применения многоконтурных рычажных МJ-механизмов в различных областях современного машиностроения [1] показывает, что благодаря применению в их структуре разных типов и числа МКШ можно упростить звенья КЦ, получить компактную конструкцию, снизить массу и стоимость изготовления механизма, расширить функциональные возможности и реализовать выходные характеристики рычажного привода, которые нельзя обеспечить на основе традиционных механизмов только с однократными SJ-парами.

Приведенные далее примеры системного структурного анализа и определения подвижности плоских рычажных МJ-механизмов с МКШ для разных областей современного машиностроения выполнены по базовым аналитическим зависимостям [19–22] на основе заданных конструктивных схем анализируемых механизмов и эквивалентных им топологических (контурных) схем.

Все рассмотренные далее рычажные механизмы с разнообразными МКШ могут быть разделены на группы Ассура, приведенные во всех базовых учебниках по ТММ [2–8]. Следует отметить, что при разделении структурной схемы механизма на группы Ассура происходит искажение исходного строения его звеньев. Это вызвано тем, что существующие в реальной конструкции исходного рычажного механизма мног шарнирные звенья ($i \geq 3$) в группах Ассура превращаются в виртуальные звенья с другим (уменьшенным) числом шарниров (вследствие отрыва у трех-, четырехшарнирных и т. д. реальных звеньев). Кроме того, все группы Ассура представляют собой открытые КЦ, которых нет в топологии замкнутой КЦ анализируемого механизма.

Пример 1. Рычажный МJ-механизм для привода крючковых игл основовязальной трикотажной машины [3] приведен на рис. 6, где введены следующие обозначения: 1–9 — номера звеньев; А, В, С — МКШ; O_1 – O_4 — опорные шарниры соединения звеньев со стойкой; I — начальный механизм; Π_1 — группа Ассура класса II первого вида.

В результате системного анализа строения и подвижности рычажного МJ-механизма для привода крючковых игл основовязальной три-

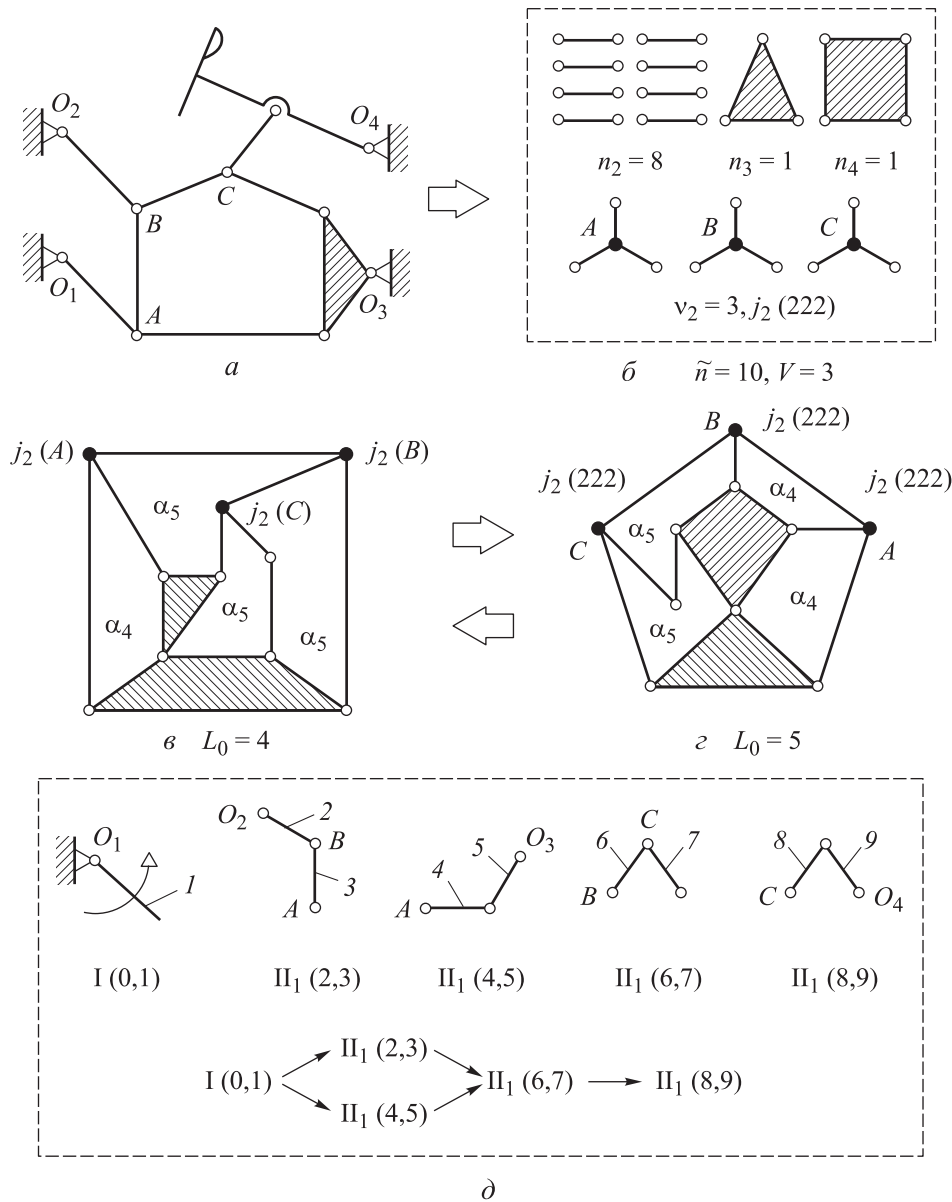


Рис. 6. Схемы рычажного МЖ-механизма для привода крючковых игл основовязальной трикотажной машины ($F = 1, K = 4, V = 3, r_c = 0$)

котажной машины по предложенному алгоритму получены следующие данные:

- общее число и ассортимент звеньев:

$$n_2 = 8, n_3 = 1, n_4 = 1 \Rightarrow \tilde{n} = 10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow [LA] = [n_2 n_3 n_4 n_5] = [8110];$$

- ассортимент МКШ:

$$v_2 = 3 \Rightarrow [MJA] = [v_2 v_3 v_4] = [300];$$

- общий МЖ-фактор

$$V = v_2 + 2v_3 + 3v_4 = 3 + 0 + 0 = 3;$$

- число взаимно независимых ЗК и общее число контуров, включая наружный контур L_0 :

$$K = 1 + \frac{1}{2}(V + n_3 + 2n_4) = 1 + 0,5(3 + 1 + 2 \cdot 1) = 4;$$

$$L = K + 1 = 4 + 1 = 5;$$

- общий критерий правильности структуры и возможности сборки из наборов $[LA]$ и $[MJA]$ замкнутой КЦ

$$AVC = 2(K - 1) - V - (n_3 + 2n_4) =$$

$$= 2(4 - 1) - 3 - (1 + 2 \cdot 1) = 6 - 6 = 0;$$

- число степеней свободы механизма, рассчитанное по разным формулам:

$$F = (n_2 - V - 3) - n_4 = (8 - 3 - 3) - 1 = 1;$$

$$F = (\tilde{n} - 1) - 2K = (10 - 1) - 2 \cdot 4 = 1;$$

• сумма сторон всех ЗК, вычисленная по двум выражениям:

$$S_L = 2(F + 3K) - V = 2(1 + 3 \cdot 4) - 3 = 23;$$

$$S_L = 2n_2 + 3n_3 + 4n_4 = 2 \cdot 8 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot 1 = 23;$$

• ассортимент всех ЗК, включая $L_0 = 5$,

$$[L_\alpha] = [\alpha_4 - \alpha_4 - \alpha_5 - \alpha_5 - \alpha_5] = [4 - 4 - 5 - 5 - 5] \Rightarrow \\ \Rightarrow S_L = 4 + 4 + 5 + 5 + 5 = 23;$$

• число избыточных связей для механизма с одним приводом ($N = F = 1$)

$$r_c = (N + V + 3) - (n_2 - n_4) = (1 + 3 + 3) - (8 - 1) = \\ = 7 - 7 = 0;$$

• структурный код замкнутой цепи и полный Code*:

$$Code = [LA]/V = [8110]/3;$$

$$Code^* = [LA]/[MJA] = [8110]/[3 \cdot 0 \cdot 0];$$

• полученный структурный код замкнутой цепи есть в универсальной структурной таблице всех возможных расчетных кодов правильного строения одноподвижных механизмов

[21]. Следовательно, приведенный на рис. 6 рычажный МЖ-механизм является статически определимой системой и может быть разделен на группы Ассура; согласно рис. 6, е, это механизм II класса;

• для выявления структурно-повторяющихся (т. е. изоморфных) МЖ-цепей у визуально непохожих схем, изображенных на рис. 6, а, в и г, проведено сравнение их безразмерных критериев — ассортиментов $[LA]$, $[MJA]$, $[L_\alpha]$ и наборов звеньев, образующих данный МКШ ($j_2 \geq 2$); установлено, что все три цепи имеют одинаковые безразмерные критерии, следовательно, они являются изоморфными, т. е. это одна и та же МЖ-структура.

Пример 2. Рычажный МЖ-механизм авиационного многоцилиндрового звездообразного двигателя [6] приведен на рис. 7, где А — МКШ. Следует отметить, что соединение шатунов всех цилиндров двигателя с ведомым кривошипом через МКШ, кратность j которого равна числу цилиндров, позволяет расположить последние в одной вертикальной плоскости, что обеспечивает требуемую в мощных самолетах осевую компактность двигателя.

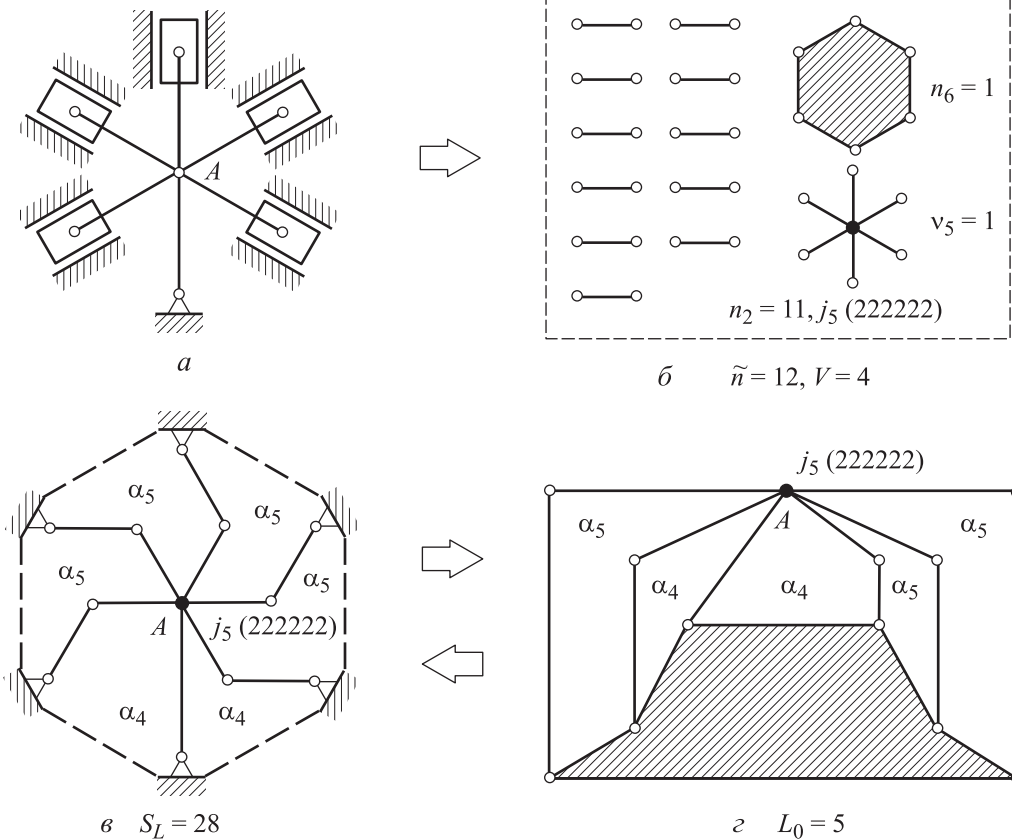


Рис. 7. Схемы рычажного МЖ-механизма авиационного многоцилиндрового звездообразного двигателя ($F = 1, K = 5, V = 4, r_c = 0$)

В результате системного анализа строения и подвижности рычажного МЖ-механизма авиационного многоцилиндрового звездообразного двигателя получены следующие данные:

- общее количество и ассортимент звеньев:

$$n_2 = 11, n_6 = 1 \Rightarrow \tilde{n} = 12 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow [LA] = [n_2 n_3 n_4 n_5 n_6] = [11.0001];$$

- ассортимент МКШ:

$$v_5 = 1 \Rightarrow [MJA] = [v_2 v_3 v_4 v_5] = [0 0 0 1];$$

- общий МЖ-фактор

$$V = v_2 + 2v_3 + 3v_4 + 4v_5 = 0 + 0 + 0 + 4 \cdot 1 = 4;$$

- число взаимно независимых ЗК и общее число контуров, включая наружный контур L_0 :

$$K = 1 + \frac{1}{2}(V + 4n_6) = 1 + 0,5(4 + 4 \cdot 1) = 5;$$

$$L = K + 1 = 5 + 1 = 6;$$

- общий критерий правильности структуры и возможности сборки

$$AVC = 2(K - 1) - V - 4n_6 = 2(5 - 1) - 4 - 4 \cdot 1 = 8 - 8 = 0;$$

- число степеней свободы механизма, рассчитанное по разным формулам:

$$F = (n_2 - V - 3) - 3n_6 = (11 - 4 - 3) - 3 \cdot 1 = 1;$$

$$F = (\tilde{n} - 1) - 2K = (12 - 1) - 2 \cdot 5 = 1;$$

- сумма сторон всех ЗК, вычисленная по двум выражениям:

$$S_L = 2(F + 3K) - V = 2(1 + 3 \cdot 5) - 4 = 28;$$

$$S_L = 2n_2 + 6n_6 = 2 \cdot 11 + 6 \cdot 1 = 28;$$

- ассортимент всех ЗК, включая L_0 ,

$$[L_\alpha] = [\alpha_4 - \alpha_4 - \alpha_5 - \alpha_5 - \alpha_5 - \alpha_5] =$$

$$= [4 - 4 - 5 - 5 - 5 - 5] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_L = 4 + 4 + 5 + 5 + 5 + 5 = 28;$$

- число избыточных связей

$$r_c = (N + V + 3) - (n_2 - 3n_6) =$$

$$= (1 + 4 + 3) - (11 - 3 \cdot 1) = 8 - 8 = 0;$$

- структурный код замкнутой цепи и полный код:

$$Code = [LA]/V = [11.0001]/4;$$

$$Code^* = [LA]/[MJA] = [11.0001]/[0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 1];$$

- полученный структурный код замкнутой цепи есть в универсальной структурной таблице всех возможных расчетных кодов правиль-

ного строения одноподвижных механизмов [19]; следовательно, приведенный на рис. 7 рычажный МЖ-механизм является статически определимой системой и может быть разделен на группы Ассура.

Пример 3. Базовое оборудование гидравлического экскаватора [1, 4], выполненное на основе рычажного МЖ-механизма, приведено на рис. 8, где А — МКШ.

В результате системного анализа строения и подвижности рычажного МЖ-механизма для поддержания и манипулирования ковша гидравлического экскаватора получены следующие данные:

- общее число и ассортимент звеньев:

$$n_2 = 10, n_4 = 1, n_5 = 1 \Rightarrow \tilde{n} = 12 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow [LA] = [n_2 n_3 n_4 n_5] = [10.011];$$

- ассортимент МКШ:

$$v_2 = 1 \Rightarrow [MJA] = [v_2 v_3 v_4] = [1 0 0];$$

- общий МЖ-фактор

$$V = v_2 + 2v_3 + 3v_4 = 1 + 0 + 0 = 1;$$

- число взаимно независимых ЗК и общее число контуров, включая $L_0 = 5$,

$$K = 1 + \frac{1}{2}(V + 2n_4 + 3n_5) = 1 + 0,5(1 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 1) = 4;$$

$$L = K + 1 = 4 + 1 = 5;$$

- общий критерий правильности структуры и возможности сборки

$$AVC = 2(K - 1) - V - (2n_4 + 3n_5) =$$

$$= 2(4 - 1) - 1 - (2 \cdot 1 + 3 \cdot 1) = 6 - 6 = 0;$$

- число степеней свободы механизма, рассчитанное по разным формулам:

$$F = (n_2 - V - 3) - n_4 - 2n_5 = (10 - 1 - 3) - 1 - 2 \cdot 1 = 3;$$

$$F = (\tilde{n} - 1) - 2K = (12 - 1) - 2 \cdot 4 = 3;$$

- сумма сторон всех ЗК, вычисленная по двум выражениям:

$$S_L = 2(F + 3K) - V = 2(3 + 3 \cdot 4) - 1 = 29;$$

$$S_L = 2n_2 + 4n_4 + 5n_5 = 2 \cdot 10 + 4 \cdot 1 + 5 \cdot 1 = 29;$$

- ассортимент всех ЗК, включая $L_0 = 5$,

$$[L_\alpha] = [\alpha_4 - \alpha_4 - \alpha_4 - \alpha_4 - \alpha_{13}] =$$

$$= [4 - 4 - 4 - 4 - 13] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_L = 4 + 4 + 4 + 4 + 13 = 29;$$

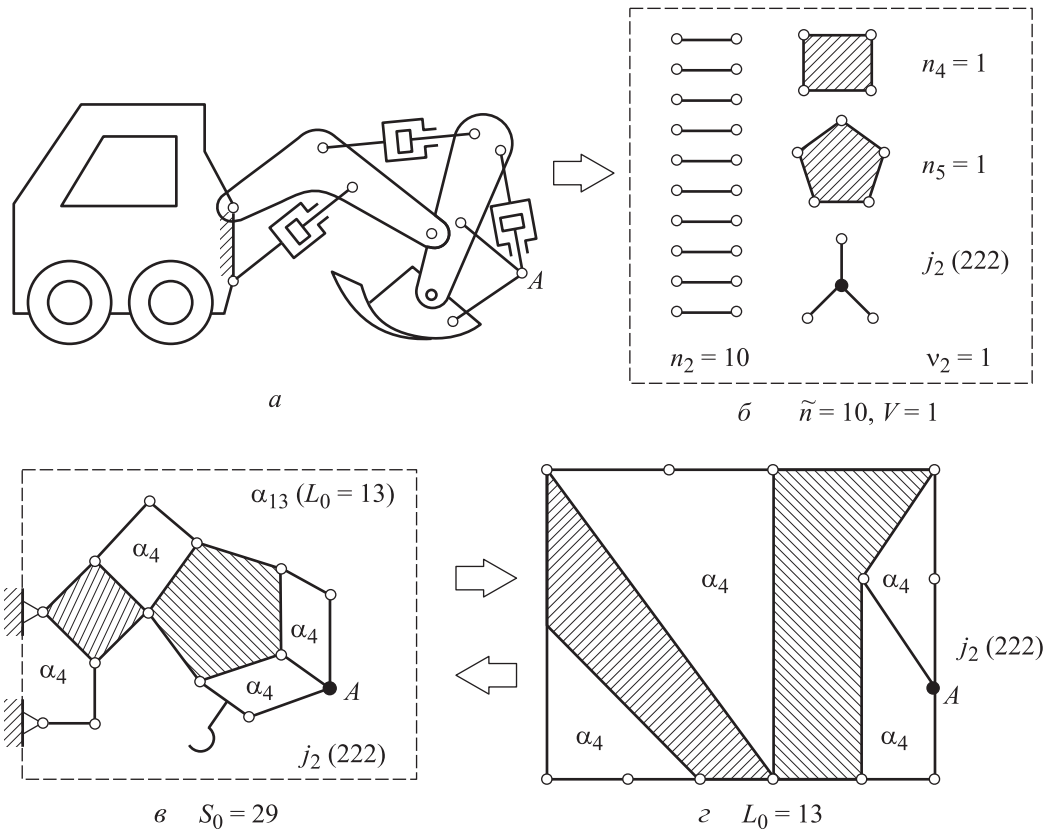


Рис. 8. Схемы рычажного МЖ-механизма для поддержания и манипулирования ковша гидравлического экскаватора ($F = 3, K = 4, V = 1, r_c = 0$)

• число избыточных связей для механизма с тремя приводами ($N = F = 3$)

$$r_c = (N + V + 3) - (n_2 - n_4 - 2n_5) = (3 + 1 + 3) - (10 - 1 - 2 \cdot 1) = 7 - 7 = 0;$$

• структурный код замкнутой цепи и полный код:

$$Code = [LA]/V = [10.011]/1;$$

$$Code^* = [LA]/[MJA] = [10.011]/[1 \cdot 0 \cdot 0];$$

• полученный структурный код замкнутой цепи есть в универсальной структурной таблице [19]; следовательно, изображенный на рис. 8 рычажный МЖ-механизм является статически определимой системой и может быть разделен на группы Ассра;

• анализ на изоморфность структурных схем, приведенных на рис. 8, а, в и г, позволил установить, что все эти внешне непохожие замкнутые цепи имеют одинаковые наборы $[LA]$, $[MJA]$, $[L_\alpha]$, $j_2(222)$, а значит, это одна и та же МЖ-структура.

Пример 4. Рычажный МЖ-механизм для поворотного навесного устройства привода ковша экскаватора приведен на рис. 9, где А — МКШ.

В результате системного анализа строения и подвижности рычажного МЖ-механизма для поворотного навесного устройства привода ковша экскаватора получены следующие данные:

• общее число и ассортимент звеньев:

$$n_2 = 8, n_5 = 1 \Rightarrow \tilde{n} = 9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow [LA] = [n_2 n_3 n_4 n_5] = [8001];$$

• ассортимент МКШ:

$$v_2 = 1 \Rightarrow [MJA] = [v_2 v_3] = [1 0];$$

• общий МЖ-фактор

$$V = v_2 + 2v_3 = 1 + 0 = 1;$$

• число взаимно независимых ЗК и общее число контуров, включая L_0 :

$$K = 1 + \frac{1}{2}(V + 3n_5) = 1 + 0,5(1 + 3 \cdot 1) = 3;$$

$$L = K + 1 = 3 + 1 = 4;$$

• общий критерий правильности структуры и возможности сборки

$$AVC = 2(K - 1) - V - 3n_5 = 2(3 - 1) - 1 - 3 \cdot 1 = 4 - 4 = 0;$$

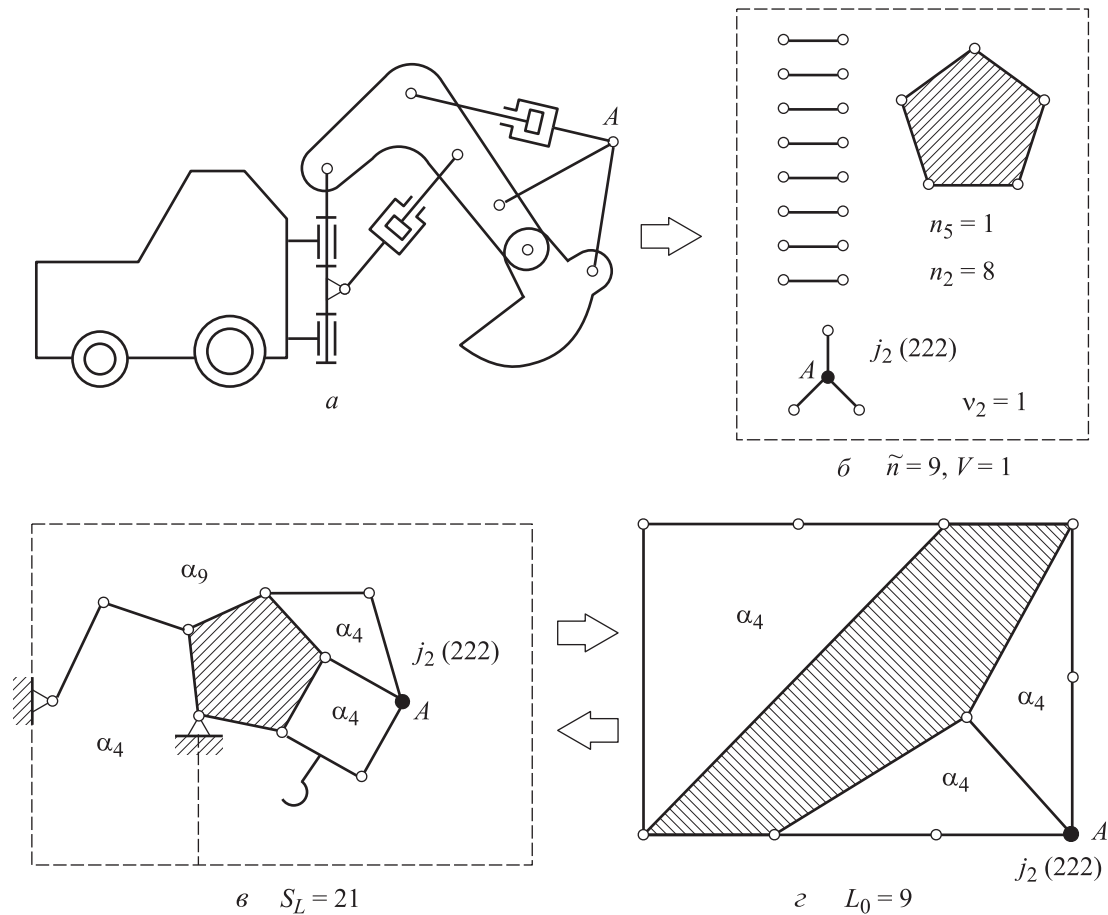


Рис. 9. Схемы рычажного МЖ-механизма привода ковша поворотного навесного устройства экскаватора ($F = 2$, $K = 3$, $V = 1$, $r_c = 0$)

- число степеней свободы механизма, рассчитанное по разным формулам:

$$F = (n_2 - V - 3) - 2n_5 = (8 - 1 - 3) - 2 \cdot 1 = 2;$$

$$F = (\tilde{n} - 1) - 2K = (9 - 1) - 2 \cdot 3 = 2;$$

- сумма сторон всех ЗК, вычисленная по двум выражениям:

$$S_L = 2(F + 3K) - V = 2(2 + 3 \cdot 3) - 1 = 21;$$

$$S_L = 2n_2 + 4n_4 + 5n_5 = 2 \cdot 8 + 5 \cdot 1 = 21;$$

- ассортимент всех ЗК, включая $L_0 = 9$,

$$[L_\alpha] = [\alpha_4 - \alpha_4 - \alpha_4 - \alpha_9] = [4 - 4 - 4 - 9] \Rightarrow \\ \Rightarrow S_L = 4 + 4 + 4 + 9 = 21;$$

- число избыточных связей для механизма с двумя приводами ($N = F = 2$)

$$r_c = (N + V + 3) - (n_2 - 2n_5) = \\ = (2 + 1 + 3) - (8 - 2 \cdot 1) = 6 - 6 = 0;$$

- структурный код замкнутой цепи и полный код:

$$\text{Code} = [LA]/V = [8001]/1;$$

$$\text{Code}^* = [LA]/[MJA] = [8001]/[1 \cdot 0];$$

- полученный структурный код замкнутой цепи есть в универсальной структурной таблице всех возможных расчетных кодов правильного строения двухподвижных механизмов [19]; следовательно, изображенный на рис. 9 рычажный МЖ-механизм является статически определимой системой и может быть разделен на группы Ассура;

- из сравнительного анализа для различно изображенных на рис. 9 а, в и г замкнутых кинематических структур по указанному комплексу безразмерных критериев установлено, что все три цепи являются изоморфными, так как имеют одинаковые наборы $[LA]$, $[MJA]$, $[L_\alpha]$ и $j_2(222)$, т. е. это одна и та же МЖ-структура.

Проблемы применения традиционных методов структурного анализа сложных рычажных МЖ-механизмов. Известные в ТММ и рассмотренные далее альтернативные методы определения K и F (т. е. W) для приведенного на рис. 9 МЖ-механизма ($K = 11$, $\tilde{n} = 24$) имеют следующие недостатки:

- определение числа взаимно независимых ЗК при большом числе K является трудоемким, а для схем механизмов с пересекающимися звеньями — невозможным;

- расчет числа K по классической формуле Эйлера через общее число пар p и общее число звеньев \tilde{n} цепи для МЖ-механизма требует трудоемкого подсчета всего массива кинематических пар ($p = 34$) и звеньев ($\tilde{n} = 24$), но дает тот же результат

$$K = p - \tilde{n} + 1 = 34 - 24 + 1 = 11,$$

что и новая более простая формула

$$K = 1 + \frac{1}{2}(V + n_3) = 1 + 0,5(2 + 18) = 11;$$

- предложенный в работе [32] оригинальный метод компьютерного расчета подвижности, не требующий никаких формул для определения W , использует компьютерную сборку всех возможных положений звеньев через каждый 1° угла поворота кривошипа; там же показана огромная трудоемкость этого метода, так как за цикл (360°) нужно рассмотреть $360 \cdot 360 = 129\,600$ положений звеньев, а для замыкания КЦ выполнить $360 \cdot 129\,600 = 46\,656\,000$ операций;

- вычисление F (т. е. подвижности W) по классической формуле Чебышева — Грюблера также требует трудоемкого подсчета всех пар ($p = 34$) и дает тот же результат: $W = 3(\tilde{n} - 1) - 2p = 3(24 - 1) - 2 \cdot 34 = 1$, что и новая более простая формула $F = n_2 - V - 3 = 6 - 2 - 3 = 1$.

Область существования многоконтурных механизмов с МКШ. Для установления в общем виде области возможного существования всего нового класса плоских и пространственных многоконтурных рычажных, зубчатых и кулачковых МЖ-механизмов (с разнообразными наборами МКШ) использованы указанные ранее три обобщенных критерия:

- численный показатель кратности многократных шарниров j , определяемый через число сходящихся в одной точке звеньев (см. рис. 3);
- общий МЖ-фактор V ;
- число взаимно независимых ЗК K , которое можно рассчитать по новой формуле, предложенной в работах [19, 33].

Между тремя обобщенными критериями j , V и K многоконтурных ($K \geq 2$) МЖ-структур ($j \geq 2$, $V \geq 1$) существует взаимосвязь, с учетом которой в координатах V - j можно установить область

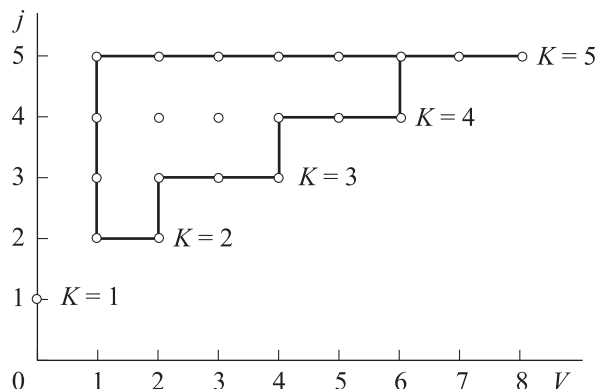


Рис. 10. Область существования многоконтурных механизмов с МКШ ($j \leq K$, $V \leq 2(K - 1)$)

существования многоконтурных механизмов с МКШ (плоских и пространственных, одно- и многоподвижных), показанную на рис. 10.

Выделенные на рис. 10 точки (о) пересечения структурных параметров j и V представляют собой все возможные ячейки для целочисленного структурного синтеза многоконтурных МЖ-структур (например, рычажных механизмов) в диапазоне $2 \leq K \leq 5$. Анализ рисунка показал существование 20 таких ячеек для синтеза нового класса МЖ-структур, тогда как для синтеза SJ-структур ($V = 0$, $K = 1$) существует только одна ячейка синтеза (о).

В действительности с учетом точно рассчитанного на основе новой базовой теоремы в работе [33] конечного множества числа возможных ассортиментов МЖ-шарниров общее число вариантов синтеза МЖ-структур, реализуемых в указанных двадцати ячейках структурного синтеза, будет значительно больше.

Это означает, что число многоконтурных, например рычажных механизмов нового МЖ-класса, синтезируемых на основе разнообразных МКШ для различных областей машиностроения, может быть во много раз больше, чем у уже сконструированных на основе только однократных шарниров (приведенных в фундаментальном словаре по механизмам А.Ф. Крайнева 2000 г. [1]).

Выводы

1. Предложена методика системного анализа строения и подвижности сложных рычажных механизмов с МКШ на основе введения интегральной характеристики V , учитывающей любые типы и число МКШ, которая позволяет выполнить комплексный анализ их топологии

и подвижности без трудоемкого подсчета в анализируемой схеме МЖ-механизма всего множества кинематических пар.

2. Приведены примеры системного анализа применяемых в разных областях современного

машиностроения рычажных механизмов с числом звеньев до $\tilde{n} = 24$, общим числом ЗК до $K = 11$ и числом многократных МЖ-механизмов до $V = v_2 = 3$, подтвердившие эффективность использования разработанной методики.

Литература

- [1] Крайнев А.Ф. *Механика (искусство построения) машин. Фундаментальный словарь*. Москва, Машиностроение, 2000. 904 с.
- [2] Артоболевский И.И. *Теория механизмов и машин*. Москва, URSS, 2019. 640 с.
- [3] Вульфсон И.И., Ерихов М.Л., Коловский М.З., Пейсах Э.Е., Семенов Ю.А., Слоущ А.В., Смирнов Г.А. *Механика машин*. Москва, Высшая школа, 1996. 511 с.
- [4] Коловский М.З., Евграфов А.Н., Семенов Ю.А., Слоущ А.В. *Теория механизмов и машин*. Москва, Академия, 2006. 560 с.
- [5] Тимофеев Г.А. *Теория механизмов и механика машин*. Москва, Юрайт, 2019. 368 с.
- [6] Баранов Г.Г. *Курс теории механизмов и машин*. Москва, Машиностроение, 1975. 496 с.
- [7] Uicker J.J., Pennock G.R., Shigley J.E. *Theory of Mechanisms*. New York, Oxford University Press, 2016. 976 p.
- [8] Kolovsky M.Z., Evgrafov A.N., Semenov Yu.A., Slousch A.V. *Advanced theory of mechanism and machines*. Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2000. 394 p.
- [9] Ассур Л.В. *Исследование плоских стержневых механизмов с точки зрения их структуры и классификации*. Москва, Изд-во АН СССР, 1952. 529 с.
- [10] Кожевников С.Н. *Основания структурного синтеза механизмов*. Киев, Наукова думка, 1979. 232 с.
- [11] Tuttle E.R., Peterson S.W., Titus J.E. Enumeration of basic kinematic chains. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, 1989, vol. 111, iss. 4, pp. 498–503, doi: 10.1115/1.3259028
- [12] Yan H.-S., Chiu Y.-T. On the number synthesis of kinematic chains. *Mechanism and Machine Theory*, 2015, no. 9, vol. 89, pp. 128–144, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2014.08.012
- [13] Gogu G. Mobility of mechanisms: a critical review. *Mechanism and Machine Theory*, 2005, vol. 40, pp. 1068–1097, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2004.12.014
- [14] Gogu G. Chebychev–Grubler–Kutzbach’s criterion for mobility calculation of multi-loop mechanisms revisited via theory of linear transformations. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 2005, vol. 24, pp. 427–441, doi: 10.1016/j.euromechsol.2004.12.003
- [15] Оре О. *Графы и их применение*. Москва, УРСС, 2015. 208 с.
- [16] Ceccarelli M. *Fundamentals of Mechanics of Robotic Manipulation*. Springer Science & Business Media, 2004. 312 p.
- [17] Пожбелко В.И. *Многократный шарнир передачи*. Пат. 2543135 РФ, 2015, бюл. № 6, 12 с.
- [18] Пожбелко В.И., Лившиц В.А. *Теория механизмов и машин в вопросах и ответах*. Челябинск, Изд-во ЮУрГУ, 2004. 439 с.
- [19] Пожбелко В.И. Единая теория структуры, структурный синтез и анализ статически определимых механических систем на основе новой формулы подвижности. *Теория механизмов и машин*, 2013, т. 11, № 2(22), с. 15–37.
- [20] Пожбелко В.И., Куц Е.Н. Разработка метода структурного синтеза многоконтурных рычажных механизмов с многократными шарнирами на основе базисных групп. *Теория механизмов и машин*, 2018, т. 16, № 4(40), с. 136–149, doi: 10.5862/ТММ.40.1
- [21] Пожбелко В.И. Универсальная теория структуры, общие свойства и алгоритмы направленного синтеза и анализа статически определимых механических систем. Часть 2. Направленный структурный синтез и анализ. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2014, № 2, с. 3–15.
- [22] Pozhbelko V. A unified structure theory of multibody open-, closed-, and mixed-loop mechanical systems with simple and multiple joint kinematic chains. *Mechanism and Machine Theory*, 2016, no. 6, vol. 100, pp. 1–16, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2016.01.001
- [23] Марковец А.В., Полотебнов В.О. Синтез механизмов транспортирования материалов с прямолинейным участком траектории движения зубчатой рейки. *Известия высших учебных заведений. Технология легкой промышленности*, 2018, т. 38, № 1, с. 117–121.

- [24] Chu J., Zou Y. An algorithm for structural synthesis of planar simple and multiple joint kinematic chains. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2014, vol. 228, pp. 2178–2192, doi: 10.1177/0954406213516306
- [25] Ding H., Yang W., Huang P., Kecskemethy A. Automatic structural synthesis of planar multiple joint kinematic chains. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, 2013, vol. 135, pp. 091007–1, doi: 10.1115/1.4024733
- [26] Liu J. Representations & isomorphism identification of planar kinematic chains with multiple joints based on the converted adjacent matrix. *Journal of Mechanical Engineering*, 2012, vol. 48, pp. 15–21, doi: 10.3901/JME.2012.05.015
- [27] Pozhbelko V. Type Synthesis Method of Planar and Spherical Mechanisms Using the Universal Structural Table with All Possible Link Assortments. *Mechanism and Machine Science*, 2019, vol. 73, pp. 1517–1526, doi: 10.1007/978-3-030-20131-9_150
- [28] Pozhbelko V. Advanced technique of type synthesis and construction of veritable complete atlases of multiloop F-DOF generalized kinematic chains. *EuCoMeS 2018. Proceedings of the 7th European Conference on Mechanism Science. Mechanism and Machine Science*, Switzerland, Springer, 2019, vol. 59, pp. 207–214.
- [29] Артоболевский И.И. *Механизмы в современной технике. Элементы механизмов. Простейшие рычажные и шарнирно-рычажные механизмы. В 7 т. Т. 1.* Москва, URSS, 2019. 500 с.
- [30] Решетов Л.Н. *Конструирование самоустанавливающихся механизмов.* Москва, Машиностроение, 1967. 205 с.
- [31] Кожевников С.Н. *Механизмы. Справочник.* Москва, Машиностроение, 1965. 1058 с.
- [32] Мингазов М.Р., Галиуллин И.А. Программа структурного синтеза пространственных механизмов. *Проблемы механики современных машин. Тр. V Междунар. конф., Улан-Удэ, 25–30 июня 2012, Улан-Удэ, Изд-во ВСГУТУ*, 2012, с. 93–95.
- [33] Pozhbelko V., Ermoshina E. Number structural synthesis and enumeration process of all possible sets of multiple joints for 1-DOF up to 5-loop 12-link mechanisms on base of new mobility equation. *Mechanism and Machine Theory*, 2015, vol. 90, no. 8, pp. 108–127, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2015.03.006

References

- [1] Kravnev A.F. *Mekhanika (iskusstvo postroyeniya) mashin. Fundamental'nyy slovar'* [Mechanics (the art of building) machines. Fundamental Dictionary]. Moscow, Mashinostroyeniye publ., 2000. 904 p.
- [2] Artobolevskiy I.I. *Teoriya mekhanizmov i mashin* [Theory of mechanisms and machines]. Moscow, URSS publ., 2019. 640 p.
- [3] *Mekhanika mashin* [Machine mechanics]. Ed. Smirnov G.A. Moscow, Vysshaya shkola publ., 1996. 511 p.
- [4] Vul'fson I.I., Erikhov M.L., Kolovskiy M.Z., Peysakh E.E., Semenov Yu.A., Sloushch A.V., Smirnov G.A. *Teoriya mekhanizmov i mashin* [Theory of mechanisms and machines]. Moscow, Akademiya publ., 2006. 560 p.
- [5] Timofeyev G.A. *Teoriya mekhanizmov i mekhanika mashin* [Theory of mechanisms and mechanics of machines]. Moscow, Yurayt publ., 2019. 368 p.
- [6] Baranov G.G. *Kurs teorii mekhanizmov i mashin* [The course of the theory of mechanisms and machines]. Moscow, Mashinostroyeniye publ., 1975. 496 p.
- [7] Uicker J.J., Pennock G.R., Shigley J.E. *Theory of Mechanisms*. New York, Oxford University Press, 2016. 976 p.
- [8] Kolovsky M.Z., Evgrafov A.N., Semenov Yu.A., Slousch A.V. *Advanced theory of mechanism and machines*. Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2000. 394 p.
- [9] Assur L.V. *Issledovaniye ploskikh sterzhnevnykh mekhanizmov s tochki zreniya ikh struktury i klassifikatsii* [The study of flat bar mechanisms in terms of their structure and classification]. Moscow, AN SSSR publ., 1952. 529 p.
- [10] Kozhevnikov S.N. *Osnovaniya strukturnogo sinteza mekhanizmov* [The foundations of structural synthesis of mechanisms]. Kiev, Naukova dumka publ., 1979. 232 p.
- [11] Tuttle E.R., Peterson S.W., Titus J.E. Enumeration of basic kinematic chains. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, 1989, vol. 111, iss. 4, pp. 498–503, doi: 10.1115/1.3259028

- [12] Yan H.-S., Chiu Y.-T. On the number synthesis of kinematic chains. *Mechanism and Machine Theory*, 2015, no. 9, vol. 89, pp. 128–144, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2014.08.012
- [13] Gogu G. Mobility of mechanisms: a critical review. *Mechanism and Machine Theory*, 2005, vol. 40, pp. 1068–1097, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2004.12.014
- [14] Gogu G. Chebychev–Grubler–Kutzbach’s criterion for mobility calculation of multi-loop mechanisms revisited via theory of linear transformations. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 2005, vol. 24, pp. 427–441, doi: 10.1016/j.euromechsol.2004.12.003
- [15] Ore O. *Grafy i ikh primeneniye* [Graphs and their application]. Moscow, URSS publ., 2015. 208 p.
- [16] Ceccarelli M. *Fundamentals of Mechanics of Robotic Manipulation*. Springer Science & Business Media, 2004. 312 p.
- [17] Pozhbelko V.I. *Mnogokratnyy sharnir peredachi* [Multiple gear hinge]. Patent no. 2543135 RF. 2015, 12 p.
- [18] Pozhbelko V.I., Livshits V.A. *Teoriya mekhanizmov i mashin v voprosakh i otvetakh* [Theory of mechanisms and machines in questions and answers]. Chelyabinsk, YUURSU publ., 2004. 439 p.
- [19] Pozhbelko V.I. Unified theory of structure, structural synthesis and analysis of statically determinable mechanical systems based on a new mobility formula. *Teoriya mekhanizmov i mashin*, 2013, vol. 11, no. 2(22), pp. 15–37 (in Russ.).
- [20] Pozhbelko V.I., Kuts E.N. Structural synthesis of multiloop linkages with multiple joints. *Teoriya mekhanizmov i mashin*, 2018, vol. 16, no. 4(40), pp. 136–149 (in Russ.), doi: 10.5862/TMM.40.1
- [21] Pozhbelko V.I. Universal theory of structures, general properties and algorithms for the directed synthesis and analysis of statically determinate mechanical systems. Part 2. Directed structural synthesis and analysis. *Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building*, 2014, no. 2, pp. 3–15 (in Russ.), doi: 10.18698/0536-1044-2014-2-3-15
- [22] Pozhbelko V. A unified structure theory of multibody open-, closed-, and mixed-loop mechanical systems with simple and multiple joint kinematic chains. *Mechanism and Machine Theory*, 2016, no.6, vol. 100, pp. 1–16, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2016.01.001
- [23] Markovets A.V., Polotebnov V.O. Synthesis of mechanisms of material handling mechanism with a toothed bar straight line section of the movement. *The News of higher educational institutions. Technology of Light Industry*, 2018, vol. 38, no. 1, pp. 117–121 (in Russ.).
- [24] Chu J., Zou Y. An algorithm for structural synthesis of planar simple and multiple joint kinematic chains. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2014, vol. 228, pp. 2178–2192, doi: 10.1177/0954406213516306
- [25] Ding H., Yang W., Huang P., Kecskemethy A. Automatic structural synthesis of planar multiple joint kinematic chains. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, 2013, vol. 135, pp. 091007–1, doi: 10.1115/1.4024733
- [26] Liu J. Representations & isomorphism identification of planar kinematic chains with multiple joints based on the converted adjacent matrix. *Journal of Mechanical Engineering*, 2012, vol. 48, pp. 15–21, doi: 10.3901/JME.2012.05.015
- [27] Pozhbelko V. Type Synthesis Method of Planar and Spherical Mechanisms Using the Universal Structural Table with All Possible Link Assortments. *Mechanism and Machine Science*, 2019, vol. 73, pp. 1517–1526, doi: 10.1007/978-3-030-20131-9_150
- [28] Pozhbelko V. Advanced technique of type synthesis and construction of veritable complete atlases of multiloop F-DOF generalized kinematic chains. *EuCoMeS 2018. Proceedings of the 7th European Conference on Mechanism Science. Mechanism and Machine Science*, Switzerland, Springer, 2019, vol. 59, pp. 207–214.
- [29] Artobolevskiy I.I. *Mekhanizmy v sovremennoy tekhnike. Elementy mekhanizmov. Prosteyshkiye rychazhnyye i sharnirno-rychazhnyye mekhanizmy* [Mechanisms in modern technology. Image elements. The simplest lever and articulated lever mechanisms]. In 7 vol. Vol. 1. Moscow, URSS publ., 2019. 500 p.
- [30] Reshetov L.N. *Konstruirovaniye samoustanavlivayushchikhsya mekhanizmov* [Design of self-locking mechanisms]. Moscow, Mashinostroyeniye publ., 1967. 205 p.
- [31] Kozhevnikov S.N. *Mekhanizmy. Spravochnik* [The mechanisms. Directory]. Moscow, Mashinostroyeniye publ., 1965. 1058 p.
- [32] Mingazov M.R., Galiullin I.A. The program of structural synthesis of spatial mechanisms. *Problemy mekhaniki sovremennykh mashin. Trudy V Mezhd. konf.* [Problems of the mechanics of Modern machines. Proceedings of the V International Conference]. Ulan-Ude, 2012, pp. 93–95.

- [33] Pozhbelko V., Ermoshina E. Number structural synthesis and enumeration process of all possible sets of multiple joints for 1-DOF up to 5-loop 12-link mechanisms on base of new mobility equation. *Mechanism and Machine Theory*, 2015, vol. 90, no. 8, pp. 108–127, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2015.03.006

Статья поступила в редакцию 31.10.2019

Информация об авторах

ПОЖБЕЛКО Владимир Иванович — заслуженный работник высшей школы РФ, доктор технических наук, профессор. ФГАОУ ВО «Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)» (454080, Челябинск, Российская Федерация, проспект Ленина, д. 76, e-mail: pozhbelkovi@susu.ru).

КУЦ Екатерина Николаевна — ассистент кафедры строительного производства и теории сооружений. ФГАОУ ВО «Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)» (454080, Челябинск, Российская Федерация, проспект Ленина, д. 76).

Information about the authors

POZHBELKO Vladimir Ivanovich — Honored Worker of Higher School of the Russian Federation, Doctor of Science (Eng.), Professor. Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education — South Ural State University (National Research University) (454080, Chelyabinsk, Russian Federation, Lenin Ave., Bldg. 76, e-mail: pozhbelkovi@susu.ru).

KUTS Ekaterina Nikolaevna — Teaching Assistant, Department of Construction Operations and Theory of Structures. Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education — South Ural State University (National Research University) (454080, Chelyabinsk, Russian Federation, Lenin Ave., Bldg. 76).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Пожбелко В.И., Куц Е.Н. Системный анализ и области применения многоконтурных рычажных механизмов с многократными шарнирами в современном машиностроении. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2020, № 2, с. 11–25, doi: 10.18698/0536-1044-2020-2-11-25

Please cite this article in English as:

Pozhbelko V.I., Kuts E.N. Systematic Analysis and Application of Multi-Loop Linkages with Multiple Joints in Modern Mechanical Engineering. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2020, no. 2, pp. 11–25, doi: 10.18698/0536-1044-2020-2-11-25