

УДК 621.515

doi: 10.18698/0536-1044-2022-2-53-64

# Комбинированный метод расчета среднерасходной центробежной компрессорной ступени

Д.А. Калашников<sup>1,2</sup>, Ю.А. Борисов<sup>1,2</sup>, А.В. Чернышев<sup>2</sup><sup>1</sup> ФГБУН «Объединенный институт высоких температур РАН»<sup>2</sup> МГТУ им. Н.Э. Баумана

## Combined Method for Calculating the Average Flow Centrifugal Compressor Stage

D.A. Kalashnikov<sup>1,2</sup>, Yu.A. Borisov<sup>1,2</sup>, A.V. Chernyshev<sup>2</sup><sup>1</sup> Joint Institute for High Temperatures of the Russian Academy of Sciences<sup>2</sup> Bauman Moscow State Technical University

Рассмотрены проблемы проектирования оптимальных центробежных компрессорных ступеней. Предложен новый подход к проектированию центробежных компрессорных ступеней с заменой физического эксперимента численным. Эффективность такого подхода достигается путем численной апробации большого числа различных вариантов геометрии компрессорной ступени на одинаковые газодинамические параметры. На основании предложенного подхода разработан комбинированный метод расчета и оптимизации параметров компрессорной ступени, лишенный большинства эмпирических компонентов. В соответствии с комбинированным методом приведены методики расчета параметров и оптимизации геометрии компрессорной ступени.

**Ключевые слова:** центробежный компрессор, рабочее колесо, каналый диффузор, оптимизация ступени, вычислительная газовая динамика, турбулентное течение газа

The paper focuses on the optimal centrifugal compressor stage design and introduces a new approach to it that implies replacing a physical experiment with a numerical one. The efficiency of this approach is due to numerical testing of a large number of different variants of the compressor stage geometry for the same gas-dynamic parameters. Within the approach, for calculating and optimizing the compressor stage parameters, we developed a combined method not having the most empirical components. Relying on this method, we propose methods for calculating the parameters and optimizing the geometry of the compressor stage.

**Keywords:** centrifugal compressor, impeller, channel diffuser, stage optimization, computational gas dynamics, turbulent gas flow

Центробежные компрессоры находят широкое применение в таких важнейших отраслях экономики России и других стран, как черная и цветная металлургия, электроэнергетика, химическая, пищевая, нефтяная и газовая промышленность.

Вследствие большого объема газовой добычи Россия является одним из крупнейших в мире потребителей компрессорного оборудования [1]. Кроме того, в последние годы активно развивается так называемая распределенная

энергетика, имеющая в своем составе автономные турбогенераторные энергетические установки. Одним из важнейших узлов такой установки является центробежная компрессорная ступень (ЦКС).

В связи с этим становится очевидна необходимость разработки новых центробежных компрессорных установок повышенной эффективности в кратчайшие сроки.

Газодинамические процессы, протекающие в проточной части ЦКС, чрезвычайно сложны и

не поддаются исчерпывающему математическому описанию. Это обусловило значительное распространение эмпирических методов разработки новых ЦКС. За прошедшие десятилетия получены обширные экспериментальные данные по результатам испытаний большого числа различных компрессорных ступеней [2–4].

Обобщение этих данных позволило выработать набор рекомендуемых диапазонов безразмерных геометрических параметров и эмпирических формул, гарантирующих создание новых компрессорных ступеней высокой степени совершенства.

Однако относительная степень совершенства ЦКС, создаваемой таким методом, всецело зависит от опыта и интуиции разработчика в выборе конкретных значений из рекомендуемых диапазонов. Следовательно, с помощью этого метода нельзя создавать компрессоры нового поколения.

Следующим этапом развития расчетов ЦКС является создание методов, основанных на упрощенных математических моделях газодинамических процессов в проточной части ЦКС, адекватность которых обеспечена дополнением расчетных зависимостей эмпирическими коэффициентами и поправками, получаемыми в результате экспериментальных исследований ступеней со сходным сочетанием безразмерных газодинамических характеристик [5].

Недостатками таких методов является необходимость проведения сложной экспериментальной идентификации эмпирических коэффициентов в составе расчетных зависимостей, а также длительная и дорогостоящая отработка модельных ЦКС и обобщенных экспериментальных характеристик.

Значительное повышение мощности персональных компьютеров и совершенствование современных комплексов вычислительной газовой динамики позволяют сделать следующий шаг в развитии методов расчета ЦКС. Ряд исследований доказал, что применение трехмерного расчета течения вязкого газа в проточной части дозвуковых центробежных компрессоров обладает удовлетворительной для целей проектирования точностью: 2,5...5,0 % [6, 7].

Исключениями являются малорасходные ступени с условным коэффициентом расхода  $\Phi \leq 0,009$ , в которых наблюдалось расхождение экспериментальных и расчетных данных более чем на 16 % [8, 9]. На основании изложенного для среднерасходной ЦКС кажется

допустимой замена физического эксперимента численным в виде трехмерного расчета течения газа, что позволит в короткий срок апробировать большое число различных геометрий ЦКС, полученных путем упрощенных вычислений.

Цель статьи — разработка метода расчета, позволяющего провести осознанный поиск оптимальной геометрии ЦКС, лишенный большинства эмпирических компонентов.

**Комбинированный метод расчета центробежного компрессора.** Предлагаемый неэмпирический метод расчета центробежных компрессоров разработан для дозвуковых неохлаждаемых ЦКС, включающих в себя полуоткрытое рабочее колесо (РК) с осевым входом и каналный диффузор (КД).

Модель исследуемой ЦКС приведена на рис. 1, где индексы «1», «2», «3», «4» параметров (температур  $T$  и давлений газа  $p$ , абсолютной скорости его потока  $c$  и высоты лопатки  $b$ ) соответствуют сечениям перед РК, за РК, перед КД и за КД.

Такое представление ЦКС выбрано для повышения универсальности описываемой модели, так как за КД могут быть расположены выходное устройство, сборная камера или обратный направляющий аппарат произвольной формы, описание процессов и расчет которых не входит в задачи исследования.

Начальными данными для расчета ЦКС являются: массовый расход  $\bar{m}$  (кг/с), полное давление на ее входе  $p_0^*$  (Па) и статическое давление на выходе из нее  $p_k$  (Па), полная температура на ее входе  $T_0^*$  (К) и свойства рабочего тела (показатель адиабаты  $k$  и газовая постоянная  $R$ ). Также должны быть известны частота вращения ротора  $n$  (мин<sup>-1</sup>); свойства материала, из которого изготовлены детали ЦКС, — предел текучести  $\sigma_{0,2}$  (Н/м<sup>2</sup>) и толщина лопатки РК  $\delta_l$  (м); по крайней мере один из трех диаметров: втулки  $D_{вт}$  (м), вала  $D_v$  (м) и на входе в РК  $D_1$  (м); некоторые технологические ограничения, в том числе минимальная ширина канала  $\tau_{кан}^{min}$  (м).

Для всех этапов расчета приняты следующие допущения [10]:

- газ — идеальный и гомогенный;
- коэффициент сжимаемости  $z = 1$ ;
- процессы в проточной части ступени — квазистационарные, происходящие без внешнего теплообмена;
- на частицу газа не действует сила земного притяжения.

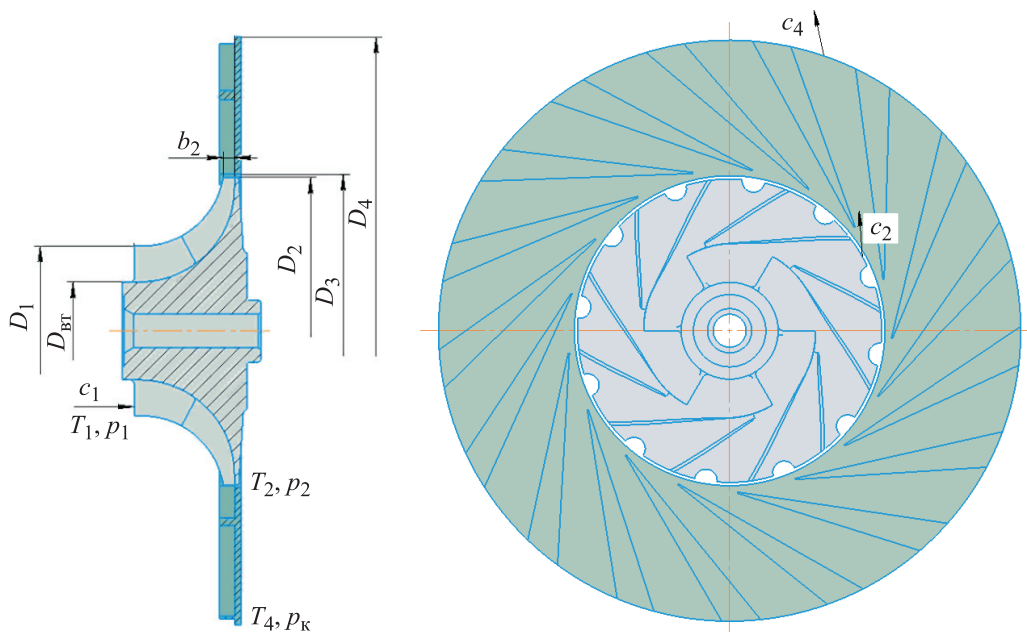


Рис. 1. Модель исследуемой ЦКС

Результатом расчета является геометрия ЦКС, обеспечивающая требуемые газодинамические параметры с наилучшей эффективностью. Получение такой ЦКС можно записать в виде задачи оптимизации, где целевой функцией служит ее коэффициент полезного действия (КПД).

В ходе разработки метода выделены недостающие для однозначного определения геометрических и газодинамических параметров ЦКС переменные:  $v_{вт} = D_{вт}/D_1$  — втулочное отношение на входе в РК;  $z_l$  — число лопаток РК;  $\varphi_2$  — коэффициент расхода ЦКС;  $D_4$  — выходной диаметр КД;  $v_p$  — угол раскрытия канала КД,  $f_{эф}/f_4$  — отношение площади каналов к площади выходной поверхности КД.

Следовательно, задачу оптимизации можно свести к нахождению набора значений этих переменных, при которых ЦКС обладает наибольшим КПД в расчетной точке. Суть такого метода заключается в проведении осознанного поиска наиболее эффективной ЦКС, реализованного в виде нескольких циклов расчета и профилирования ступени при различных значениях переменных оптимизации.

При этом недостатки упрощенных подходов к определению геометрии ступени, обеспечивающей требуемые газодинамические параметры, компенсируются возможностью апробации большого числа вариантов геометрий с помощью трехмерного расчета вязкого течения газа в проточной части каждого варианта.

В результате сравнения значений КПД ступеней, полученных при трехмерных расчетах, определяется геометрия ЦКС, обладающая наибольшим КПД в расчетной точке и называемая оптимальной. Так как данный метод подразумевает комбинацию различных подходов к расчету ЦКС, он был назван комбинированным.

Первым этапом расчета комбинированным методом является определение геометрических и газодинамических параметров в контрольных сечениях проточной части ЦКС (рис. 2). Далее нижние индексы «0», «1», «2», «3» и «4», использованные в обозначениях параметров, соответствуют этим сечениям.

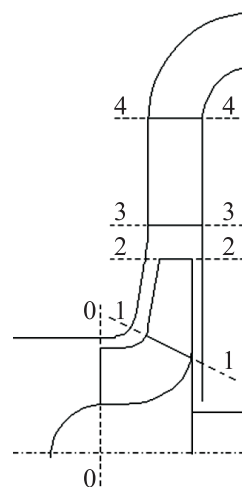


Рис. 2. Схема проточной части ЦКС с контрольными сечениями

Расчет параметров газа на входе в ЦКС — плотности  $\rho_0$ , абсолютной скорости  $c_0$ , температуры  $T_0$  и давления  $p_0$  — выполняется исходя из начальных данных:

$$\rho_0 = \frac{p_0^*}{RT_0^*};$$

$$c_0 = \frac{4\bar{m}}{\rho_0 \pi (D_1^2 - D_{\text{вт}}^2)};$$

$$T_0 = T_0^* - \frac{c_0^2}{2C_p};$$

$$p_0 = p_0^* \left( \frac{T_0}{T_0^*} \right)^{\frac{k}{k-1}},$$

где  $C_p$  — теплоемкость газа при постоянном давлении.

Диаметр втулки  $D_{\text{вт}}$  определяется в результате решения системы уравнений, основанной на упрощенной прочностной схеме на входе в РК [11]:

$$\begin{cases} \sigma_{0,2} = \frac{N_{\text{цб}1} + z_{\text{л}1} N_{\text{цб}2}}{s}; \\ N_{\text{цб}1} = \omega^2 \frac{\sqrt{D_{\text{вт}}^2 + D_{\text{в}}^2}}{4} \pi \Delta z \left( \frac{D_{\text{вт}} - D_{\text{в}}}{2} \right)^2 \rho_{\text{мат}}; \\ N_{\text{цб}2} = \omega^2 \frac{D_1 + D_{\text{вт}}}{4} \Delta z \left( \frac{D_1 - D_{\text{вт}}}{2} \right) \delta_{\text{л}} \rho_{\text{мат}}; \\ s = \pi \Delta z D_{\text{вт}}, \end{cases}$$

где  $z_{\text{л}1}$  — количество лопаток на входе в РК;  $\omega$  — угловая скорость вращения РК;  $\rho_{\text{мат}}$  — плотность материала, из которого изготовлены детали ЦКС;  $\Delta z$  — единичная длина в осевом направлении.

Расчет параметров газа на входе в РК осуществляется итерационно. В качестве первого приближения приняты следующие параметры на входе в ЦКС:

$$b_1 = \frac{D_1 - D_{\text{вт}}}{2};$$

$$\rho_1^{\text{ит}0} = \frac{p_0}{RT_0};$$

$$c_1^{\text{ит}0} = \frac{4\bar{m}}{\rho_1^{\text{ит}0} \pi (D_1^2 - D_{\text{вт}}^2)};$$

$$T_1^{\text{ит}0} = T_0^* - \frac{(c_1^{\text{ит}0})^2}{2C_p};$$

$$p_1^{\text{ит}0} = p_0^* \left( \frac{T_1^{\text{ит}0}}{T_0^*} \right)^{\frac{k}{k-1}};$$

$$\rho_1^{\text{ит}1} = \frac{p_1^{\text{ит}0}}{RT_1^{\text{ит}0}};$$

$$c_1^{\text{ит}1} = \frac{4\bar{m}}{\rho_1^{\text{ит}1} \pi (D_1^2 - D_{\text{вт}}^2)};$$

$$T_1^{\text{ит}1} = T_0^* - \frac{(c_1^{\text{ит}1})^2}{2C_p};$$

$$p_1^{\text{ит}1} = p_0^* \left( \frac{T_1^{\text{ит}1}}{T_0^*} \right)^{\frac{k}{k-1}},$$

где  $b_1$  — высота лопатки на входе в РК; здесь и далее индекс «ит0» соответствует начальным данным для проведения первой итерации, индекс «ит1» — первой итерации.

Вычисления повторяются до тех пор, пока значения  $n$ -й итерации не будут отличаться от значений  $(n-1)$ -й итерации менее чем на 1 %.

Расчет параметров на выходе из РК также ведется итерационно. Для вычисления начальных значений параметров итерационного расчета составляется система уравнений, основанная на допущении об отсутствии потерь энергии в проточной части ЦКС и о выборе относительной доли кинетической энергии на выходе из ЦКС:

$$u_2 = \frac{\pi D_2 n}{60};$$

$$M_{u_2} = \frac{u_2}{\sqrt{RkT_0}};$$

$$p_4^* = p_k / k_3; \quad k_3 = 0,95.$$

$$p_4^* = p_2^*,$$

где  $u_2$  — окружная скорость вращения лопаток на выходе из РК;  $M_{u_2}$  — условное число Маха;  $p_4^*$  и  $p_2^*$  — полное давление на выходе из КД и РК соответственно.

Диаметр  $D_2$  определяется в результате решения системы уравнений, основанной на упрощенной прочностной схеме на выходе из РК:

$$\begin{cases} \sigma_{0,2} = N_{\text{цб}} / s; \\ N_{\text{цб}} = 2\rho_{\text{мат}} (R_2^2 - R_{\text{в}}^2) (\pi n)^2 \pi \Delta z \sqrt{R_2^2 + R_{\text{в}}^2}; \\ s = 2\pi \Delta z r_2, \end{cases}$$

где  $R_2$  — выходной радиус РК;  $R_{\text{вт}}$  — радиус втулки.

Значения параметров  $p_{2\text{ит}0}$ ,  $T_{2\text{ит}0}$ ,  $\rho_{2\text{ит}0}$ ,  $c_2$  и  $\psi_{\text{т}}$  можно найти путем решения следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} p_2^* = p_2^{ит0} + \frac{\rho_2^{ит0} c_2^2}{2}; \\ T_2^{ит0} = T_1 \left( \frac{p_2^{ит0}}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}}; \\ \rho_2^{ит0} = \frac{p_2^{ит0}}{RT_2^{ит0}}; \\ c_2 = u_2 \sqrt{\varphi_2^2 + \psi_\tau^2}; \\ \frac{k}{k-1} RT_1 \left( \frac{p_2^{ит0}}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} + \frac{c_2^2}{2} - \frac{k}{k-1} RT_1 - \frac{c_1^2}{2} = \psi_\tau u_2^2, \end{cases}$$

где  $\psi_\tau$  — коэффициент теоретического напора. На этом этапе расчета появляется возможность определить все недостающие компоненты треугольника скоростей на выходе из РК:

$$\begin{aligned} \beta_2 &= \arctg \frac{\varphi_2}{1 - \psi_\tau}; \\ w_2 &= \frac{\varphi_2 u_2}{\sin \beta_2}; \\ \alpha_2 &= \arcsin \frac{w_2 \sin \beta_2}{c_2}, \end{aligned}$$

где  $\beta_2$  и  $\alpha_2$  — угол потока в относительном и абсолютном движении на выходе из РК соответственно;  $w_2$  — относительная скорость потока на выходе из РК.

В случае конечного числа лопаток неизбежно возникает явление скольжения, при котором выходной угол потока отличается от выходного угла лопатки  $\beta_{2л}$ . Для определения выходного угла лопатки предлагается использовать выражение Стодолы, основанное на упрощенной схематизации течения газа в канале РК в виде суперпозиции транзитного и циркуляционного потоков [12] и широко применяемое при разработке дозвуковых среднерасходных центробежных компрессоров:

$$\psi_\tau = 1 - \varphi_2 \operatorname{tg} \beta_{2л} - \frac{\pi}{z_\pi} \sin \beta_{2л}.$$

Неудобство применения выражения Стодолы связано с невозможностью выражения угла  $\beta_{2л}$  в явном виде. Для нахождения значения выходного угла лопатки это выражение предлагается решать как уравнение методом касательных [13].

Выходной угол лопатки необходим для определения стеснения потока на выходе из РК

$$\tau_2 = 1 - \frac{\delta_\pi z_\pi}{2\pi D_2 \sin \beta_{2л}}.$$

На основании полученных данных можно определить высоту лопатки на выходе из РК в первом приближении, а затем найти потери от протечек в зазоре и трения дисков [14] и уточнить параметры на выходе из РК:

$$\begin{aligned} b_2^{ит0} &= \frac{\bar{m}}{\pi D_2 \varphi_2 u_2 \rho_2^{ит0} \tau_2}; \\ \beta_{пр}^{ит0} &= \frac{0,99(0,2 + 0,4D_2) \cdot 10^{-3}}{D_2 b_2^{ит0} \varphi_2} \times \\ &\times D_1 \sqrt{\frac{3}{4} \left[ 1 - \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^2 \right]}; \\ \beta_{тр}^{ит0} &= \frac{k_{тр} \cdot 10^{-3} D_2}{\psi_\tau \varphi_2 b_2^{ит0}}; \\ \psi_i^{ит0} &= (1 + \beta_{пр}^{ит0} + \beta_{тр}^{ит0}) \psi_\tau; \\ \eta^{ит0} &= \frac{\psi_\tau}{\psi_i^{ит0}}; \\ n_\pi^{ит0} &= \frac{k \eta^{ит0} / (k-1)}{k \eta^{ит0} / (k-1) - 1}; \\ \Omega_{РК}^{ит0} &= 1 - \frac{\varphi_2^2 + \psi_\tau^2}{2 \psi_i^{ит0}}; \\ T_2^{ит1} &= T_0 \left[ 1 + (k-1) M_{u_2}^2 \Omega_{РК}^{ит0} \psi_i^{ит0} \right]; \\ p_2^{ит1} &= p_1 \left( \frac{T_2^{ит1}}{T_1} \right)^{\frac{n_\pi}{n_\pi - 1}}; \\ \rho_2^{ит1} &= \frac{p_2^{ит1}}{RT_2^{ит1}}, \end{aligned}$$

где  $k_{тр}$  — коэффициент трения дисков,  $k_{тр} = 0,100 \dots 0,172$ ;  $\beta_{пр}$  и  $\beta_{тр}$  — коэффициент протечек в зазоре и трения дисков соответственно;  $\psi_i$  — коэффициент внутреннего напора;  $\eta$  — политропный КПД РК;  $n_\pi$  — политропный коэффициент;  $\Omega_{РК}$  — степень реактивности РК.

Расчет повторяется до тех пор, пока значения  $n$ -й итерации не будут отличаться от значений  $(n-1)$ -й итерации менее чем на 1 %.

Завершив вычисления газодинамических и геометрических параметров на входе в РК и на выходе из РК, следует перейти к расчету параметров КД. Неизвестными геометрическими параметрами КД являются входной диаметр  $D_3$ , высота канала на входе  $b_3$  и выходе  $b_4$ , количество каналов  $z_{кан}$  и угол клина  $\delta$ .

По опыту проектирования таких машин, допустимо определять эти параметры исходя из следующих зависимостей:

$$D_3 = 1,05D_2; \quad b_3 = 1,1b_2; \quad b_3 = b_4.$$

Далее вычисляются основные газодинамические параметры в контрольных сечениях КД:

$$\alpha_3 = \arctg\left(\frac{b_2}{b_3} \operatorname{tg} \alpha_2\right);$$

$$\alpha_4 = \frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\frac{D_3}{D_4} \cos \alpha_3\right);$$

$$T_4 = T_2 \left(\frac{p_4}{p_2}\right)^{\frac{n_2-1}{n_2}};$$

$$\rho_4 = \frac{p_4}{RT_4};$$

$$c_4 = \sqrt{\frac{2(p_4^* - p_4)}{\rho_4}};$$

$$T_4^* = T_4 + \frac{c_4^2}{2C_p},$$

где  $T_4^*$  — полная температура на выходе из КД.

Угол клина КД  $\delta$  и количество каналов  $z_{\text{кан}}$  определяются при решении планиметрической задачи (рис. 3) с известными переменными оптимизации — углом раскрытия канала  $\nu_p$  и выходным диаметром КД  $D_4$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} z_{\text{кан}} = \frac{2\pi}{\delta + \nu_p}; \\ a = \frac{(2\pi R_4 b_3 - f_{\text{эф}})(\delta + \nu_p)}{2\pi b_3}; \\ \cos \alpha_{\text{ц}} = 1 - \frac{a^2}{2R_4^2}; \\ b^2 = \frac{R_4^2}{2}(1 - \cos \alpha_{\text{ц}}) + (R_4 - R_3)^2; \\ \cos \alpha_{d3} = 1 - \frac{R_4^2(1 - \cos \alpha_{\text{ц}})}{\frac{R_4^2}{2}(1 - \cos \alpha_{\text{ц}}) + (R_4 - R_3)^2}; \\ n^2 = K^2 + b^2 - 2Kb \cos\left(\chi + \frac{\alpha_{d3}}{2}\right); \\ m^2 = K^2 + b^2 - 2Kb \cos\left(\chi - \frac{\alpha_{d3}}{2}\right); \\ a^2 = m^2 + n^2 - 2mn \cos \delta. \end{array} \right.$$

Здесь

$$f_{\text{эф}} = \frac{c_2 \sin \alpha_3 \pi D_3 b_3 \rho_2}{c_4 \sin \alpha_4 \rho_4};$$

$$K = \sqrt{2R_3^2(1 - \cos \alpha_{\nu})};$$

$$\chi = \arccos \frac{(R_4 - R_3)^2 + K^2 - g^2}{2K(R_4 - R_3)},$$

$$\alpha_{\nu} = \arcsin \frac{g \cos \alpha_3}{R_4};$$

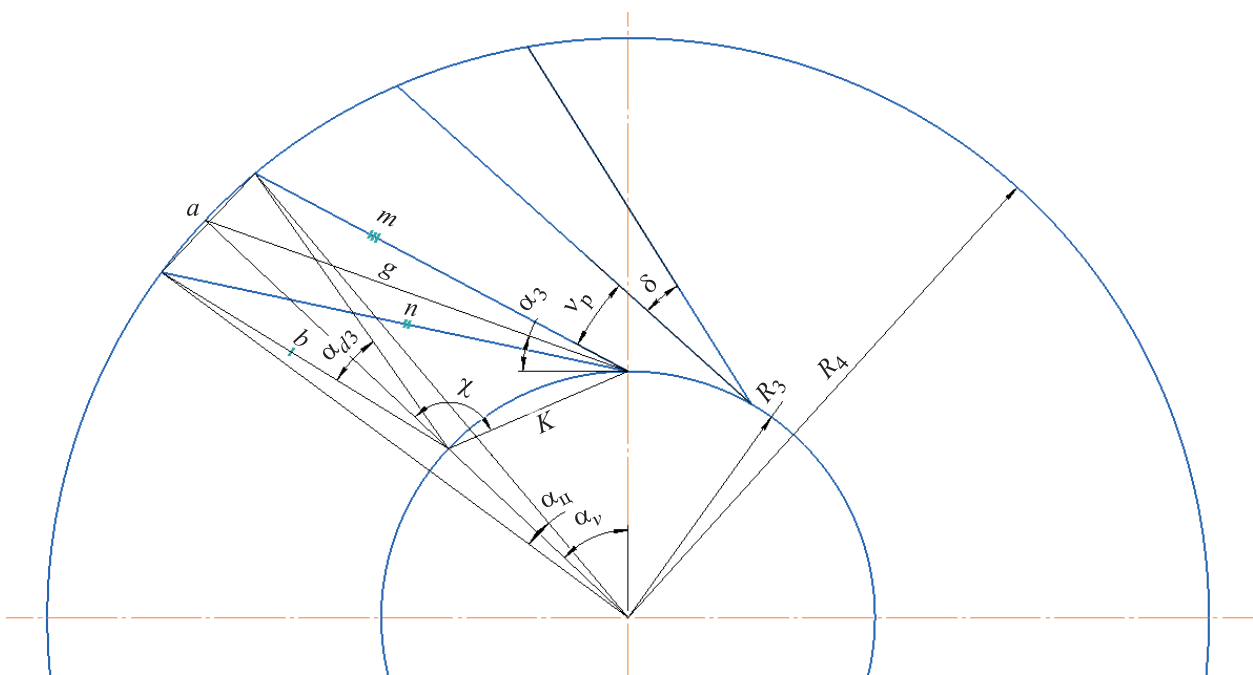


Рис. 3. Схема для определения геометрических параметров КД

$$g = \sqrt{R_4^2 - R_3^2 + (R_3 \sin \alpha_3)^2} - R_3 \sin \alpha_3;$$

$$f_4 = \pi D_4 b_3.$$

Отношение вычисленных площадей  $f_{эф}/f_4$  формирует начальное значение последней переменной оптимизации в рамках метода.

Так как образующие каналов КД являются прямыми, для полного определения формы КД достаточно рассчитать параметры в контрольных сечениях. Чтобы найти форму РК, обладающую определенными ранее геометрическими и газодинамическими параметрами в контрольных сечениях, необходимо провести операции профилирования.

В самом простом случае все образующие кривые представляют в виде дуг окружностей. Поэтому для полного определения формы РК достаточно известных входных и выходных углов лопаток в совокупности с характерными диаметрами РК.

Также не возникает проблем, если в качестве формы образующих кривых выбраны лопатки в форме дуг логарифмических спиралей. Известны методы профилирования лопатки по выбору закона изменения по длине проточной части газодинамической нагрузки или различных сочетаний характерных относительных скоростей потока [3].

Результатом операций профилирования выступает массив координат точек, характеризующих форму РК ступени, на основании которой строится трехмерная модель для дальнейших расчетов трехмерного течения газа.

Проведенные ранее расчеты основаны на допущениях о невязкости и идеальности газа в проточной части ЦКС. Применение этих допущений оправдано малой толщиной пограничного слоя по сравнению с объемом пространства, занимаемого ядром потока. Однако параметры реального компрессора будут отличаться от идеальных вследствие существования вторичных течений и низкоэнергетических областей, влияние которых на эффективность ЦКС невозможно оценить без учета вязких эффектов [15].

Течение газа в проточной части большинства комплексов вычислительной газовой динамики описывается уравнениями Навье — Стокса с теми или иными упрощениями. Уравнения Навье — Стокса совместно с уравнением неразрывности среды, законом сохранения энергии и уравнением состояния газа однозначно определяют связь между составляющи-

ми абсолютной скорости, давлением  $p$ , температурой  $T$  и плотностью  $\rho$  газа в расчетной точке проточной части:

$$\frac{\partial c_r}{\partial t} + \frac{\partial c_r}{\partial r} c_r + \frac{\partial c_r}{r \partial \varphi} c_u + \frac{\partial c_r}{\partial z} c_z - \frac{c_u^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial r} +$$

$$+ \frac{\mu}{\rho} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial c_r}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 c_r}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 c_r}{\partial z^2} - \frac{c_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial c_u}{\partial \varphi} \right];$$

$$\frac{\partial c_u}{\partial t} + \frac{\partial c_u}{\partial r} c_r + \frac{\partial c_u}{r \partial \varphi} c_u + \frac{\partial c_u}{\partial z} c_z + \frac{c_r c_u}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{r \partial \varphi} +$$

$$+ \frac{\mu}{\rho} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial c_u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 c_u}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 c_u}{\partial z^2} - \frac{c_u}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial c_r}{\partial \varphi} \right];$$

$$\frac{\partial c_z}{\partial t} + \frac{\partial c_z}{\partial r} c_r + \frac{\partial c_z}{r \partial \varphi} c_u + \frac{\partial c_z}{\partial z} c_z =$$

$$= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} + \frac{\mu}{\rho} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial c_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 c_z}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 c_z}{\partial z^2} \right];$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho c_r)}{r \partial r} + \frac{\partial(\rho c_u)}{r \partial \varphi} + \frac{\partial(\rho c_z)}{\partial z} = 0;$$

$$dh_i = dp \frac{\mu}{\rho} + C_v dT + d \frac{c^2}{2};$$

$$\rho = \frac{p}{RT},$$

где  $c_r$ ,  $c_u$  и  $c_z$  — радиальная, окружная и осевая составляющие абсолютной скорости потока соответственно;  $r$ ,  $\varphi$ ,  $z$  — радиальная, угловая и осевая координаты в цилиндрической системе координат соответственно;  $\mu$  — динамическая вязкость газа;  $h_i$  — внутренний напор;  $c$  — модуль суммарного вектора абсолютной скорости потока;  $C_v$  — теплоемкость газа при постоянном объеме.

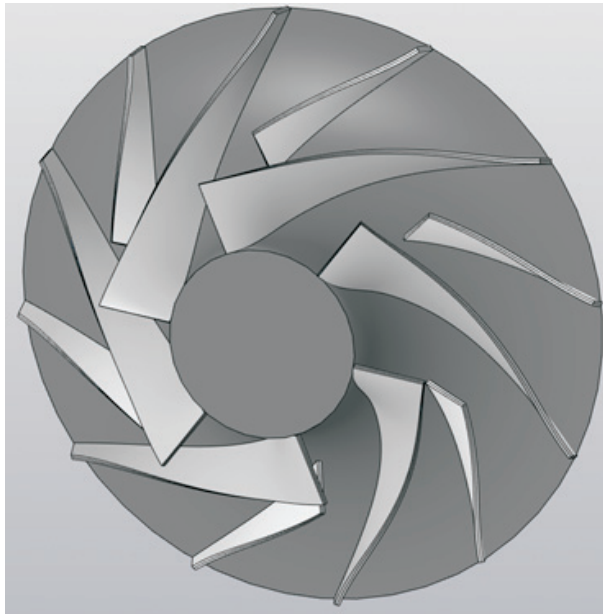
Вязкие эффекты в проточной части ЦКС проявляются в пограничных слоях у поверхностей стенок проточной части, в отрывах потока как в РК, так и на КД, а также в зазорах между РК и неподвижными корпусными деталями. Так как характеристические скорости газа велики, а рабочим телом служит газ невысокой вязкости, его течение в проточной части ЦКС является развитым турбулентным. Следовательно, турбулентными будут и пограничные слои (не считая ламинарного подслоя).

Для описания таких течений используют, как правило, уравнения Рейнольдса. Последние представляют собой уравнения Навье — Стокса, дополненные членами, характеризующими хаотические компоненты скоростей, возникающих вследствие турбулентности. Систему уравнений Рейнольдса невозможно решить

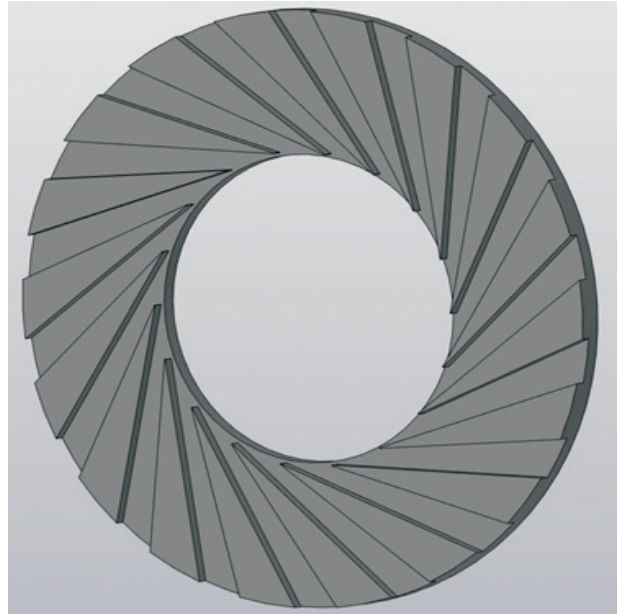
аналитически в общем виде вследствие преобладания числа неизвестных над числом уравнений в системе.

По этой причине применяют упрощение уравнений в виде удаления малозначащих членов, а также введение дополнительных выражений в зависимости от выбранной модели турбулентности.

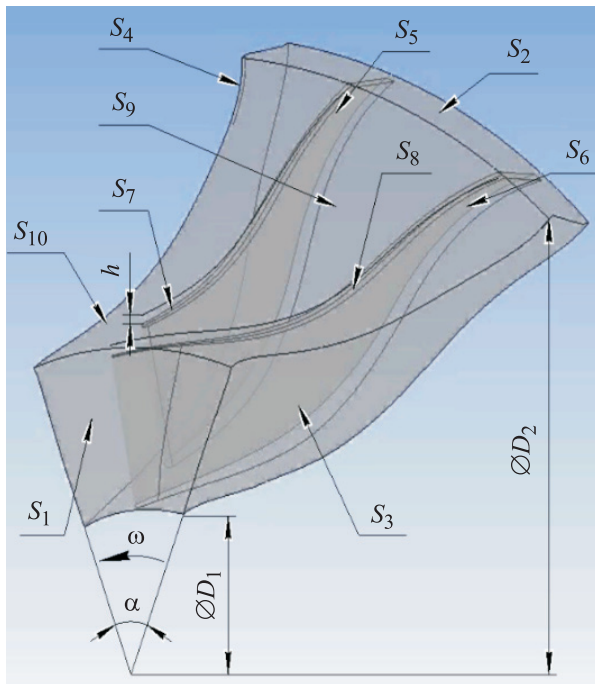
При проектировании машин динамического действия наиболее адекватное описание картины турбулентного течения дает модель турбулентности SST, являющаяся комбинацией моделей турбулентности  $k-\omega$  и  $k-\epsilon$ . В турбулентности SST течение потока в вязком подслое вблизи стенок описывается  $k-\omega$  моделью, несущей в себе дополнительные уравнения для



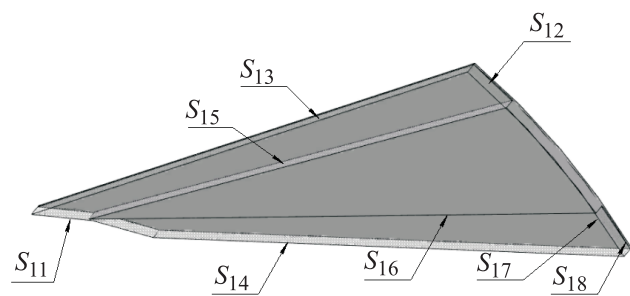
а



б



в



г

Рис. 4. Модели расчетной области ЦКС:

а и б — трехмерные модели ПК и КД, полученные в результате предыдущих расчетов; в и г — расчетные области ПК и КД



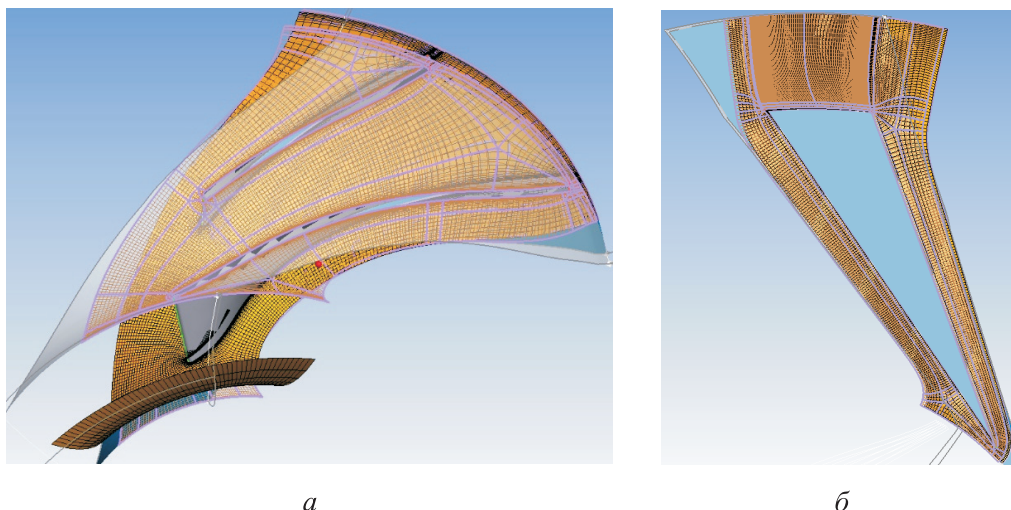


Рис. 5. Модели разбиения расчетной области расчетной сеткой РК (а) и КД (б)

расчета кинетической энергии турбулентности и скорости диссипации кинетической энергии. Развитое турбулентное течение газа описывается  $k-\epsilon$ -моделью, в которой уравнение расчета кинетической энергии диссипации дополнено уравнением удельной скорости диссипации кинетической энергии [16].

На основании геометрии, полученной упрощенными методами, строят модель расчетной области (рис. 4), представляющую собой проточную часть сегмента ЦКС, разбитую на элементарные объемы расчетной сеткой [17] (рис. 5).

На рис. 4 введены следующие обозначения:  $S_1$  и  $S_2$  — поверхность входа в РК и выхода из РК соответственно;  $S_3, S_4$  — циклические поверхности сегментов расчетной области РК ( $S_3 = S_4$ , так как замыкаются);  $S_5, S_6$  — поверхность лопаток;  $S_7, S_8$  — верхние кромки лопаток;  $S_9$  — стенка основного диска РК;  $S_{10}$  — эквидистанта на расстоянии  $h$  от кромок  $S_7, S_8$ ;  $S_{11}$  и  $S_{12}$  — поверхность входа в КД и выхода из КД соответственно;  $S_{13}, S_{14}$  — циклические поверхности сегментов расчетной области КД ( $S_{13} = S_{14}$ , так как замыкаются);  $S_{15}, S_{16}$  — поверхность клина КД,  $S_{17}, S_{18}$  — меридиональные стенки КД. Поверхности  $S_1-S_4, S_{11}-S_{14}$  являются свободными поверхностями, остальные — поверхностями-стенками.

В качестве граничных условий выступают начальное и конечное давление на поверхностях входа и выхода из ЦКС, а также неподвижность газа на поверхностях-стенках проточной части. Результатом трехмерного расчета являются поля температур, давлений и скоростей, на основании которых можно

определить параметры в любой точке проточной части.

Определение требуемых для вычисления КПД РК  $\eta_{РК}$ , КД  $\eta_{КД}$ , ЦКС  $\eta_{ЦКС}$  и газодинамических параметров осуществляется путем расчета средних значений по всем точкам поверхности, описываемой линией каждого конкретного контрольного сечения:

$$\eta_{РК} = \frac{T_1^* \left[ \left( \frac{p_2^*}{p_1^*} \right)^{(k-1)/k} - 1 \right]}{(T_2^* - T_1^*)};$$

$$\eta_{КД} = \frac{\frac{p_4}{\rho_4} + \frac{c_4^2}{2}}{\frac{p_2}{\rho_2} + \frac{c_2^2}{2}};$$

$$\eta_{ЦКС} = \frac{T_1^* \left[ \left( \frac{p_4^*}{p_1^*} \right)^{(k-1)/k} - 1 \right]}{(T_4^* - T_1^*)}.$$

Определением КПД ЦКС завершается один цикл расчетов. Далее изменяются значения переменных оптимизации, и вычисления повторяются до тех пор, пока не будет найдена геометрия, обеспечивающая наибольший КПД ЦКС в расчетной точке.

Для минимизации числа циклов расчета и сравнения различных геометрий ЦКС разработана методика, включающая в себя следующие этапы [18]:

1) выбор начальных значений для каждой переменной с учетом рекомендаций, основанных на опыте проектирования машин такого типа;

2) последовательный расчет параметров ЦКС в контрольных сечениях; профилирование РК и КД; трехмерный расчет течения газа в полученной проточной части;

3) вычисление КПД РК, ЦКС и КД по результатам трехмерного расчета процессов;

4) изменение первой переменной на шаг в положительном направлении, и повтор расчета до получения значений КПД;

5) сравнение полученных значений КПД и выбор направления их роста по первой переменной;

6) изменение значений первой переменной по выбранному направлению с проведением цикла расчетов до тех пор, пока следующий шаг переменной не даст уменьшение КПД; останов расчета по первой переменной на предыдущем шаге; для повышения качества расчета значения переменной, соответствующей наибольшему КПД, необходимо провести несколько циклов вычислений при уменьшенном шаге в диапазоне между последним и предпоследним шагами;

7) фиксирование найденного значения первой переменной, переход к оптимизации ЦКС по второй переменной, третьей и т. д. аналогично п. 4–6.

## Выводы

1. Обоснована возможность и необходимость развития методов проектирования ЦКС. Создан и апробирован комбинированный метод расчета среднерасходной ЦКС.

2. Установлен набор переменных, необходимых и достаточных для однозначного определения геометрии ЦКС.

3. Предложен подход к оптимизации ЦКС, подразумевающий перебор значений этих переменных для определения геометрии, обладающей наибольшим КПД ЦКС в расчетной точке. Для исследуемой конфигурации ступени изложена методика расчета, необходимого для нахождения параметров ЦКС в контрольных сечениях.

4. Описаны основные положения трехмерного расчета процессов в проточной части полученного варианта геометрии. Даны критерии сравнения вариантов геометрий между собой.

5. Приведена методика поиска оптимальной геометрии ЦКС, подразумевающая проведение нескольких циклов расчета в контрольных сечениях, профилирование и трехмерный расчет.

## Литература

- [1] Шнепп В.Б. *Конструкция и расчет центробежных компрессорных машин*. Москва, Машиностроение, 1995. 240 с.
- [2] Хисамеев И.Г. *Проектирование и эксплуатация промышленных центробежных компрессоров*. Казань, Фэн, 2010. 671 с.
- [3] Рис В.Ф. *Центробежные компрессорные машины*. Москва, Машиностроение, 1964. 336 с.
- [4] Селезнев К.П., ред. *Теория и расчет турбокомпрессоров*. Москва, Машиностроение, 1986. 300 с.
- [5] Галеркин Ю.Б. *Турбокомпрессоры. Рабочий процесс, расчет и проектирование проточной части*. Москва, КХТ, 2010. 581 с.
- [6] Данилишин А.М., Кожухов Ю.В., Гилева Л.В. и др. Верификация CFD-расчета на суперкомпьютере среднерасходных модельных ступеней. *Суперкомпьютерные дни в России*. Москва, МГУ, 2016, с. 816–826.
- [7] Хисамеев И.Г., Футин В.А., Шубкин И.М. Проведение верификации моделей проточной части турбомшины на программе Flow Vision. *Вестник Казанского технологического университета*, 2011, № 22, с. 106–109.
- [8] Штаничев Р.А., Яблоков А.М., Садовский Н.И. Верификации результатов численного моделирования малорасходной ступени центробежного компрессора с экспериментальными данными с помощью программных комплексов NUMECA FINE/TURBO и ANSYS CFX. *Вестник международной академии холода*, 2021, № 3, с. 32–38, doi: <https://doi.org/10.17586/1606-4313-2021-20-3-32-38>
- [9] Иванов В.М., Кожухов Ю.В., Данилишин А.М. и др. Моделирование и валидация рабочего процесса в модельной малорасходной ступени центробежного компрессора. *Новое в российской электроэнергетике*, 2019, № 6. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=38243525>

- [10] Ден Г.Н. *Проектирование проточной части центробежных компрессоров*. Ленинград, Машиностроение, 1980. 232 с.
- [11] Анурьев В.И., Жестикова И.Н., ред. *Справочник конструктора-машиностроителя*. Т. 1. Москва, Машиностроение, 2001. 920 с.
- [12] Кампсти Н. *Аэродинамика компрессоров*. Москва, Мир, 2000. 688 с.
- [13] Вержбицкий В.М. *Численные методы. Линейная алгебра и нелинейные уравнения*. Москва, Оникс 21 век, 2005. 432 с.
- [14] Ваняшов А.Д., Кустиков Г.Г. *Расчет и конструирование компрессорных машин*. Омск, Изд-во ОмГТУ, 2005. 208 с.
- [15] Амосов Е.А., Журавель Л.В. Моделирование вязкого поведения жидкости и газа. *Современные материалы, техника и технологии*, 2019, № 1, с. 70–75.
- [16] Снегирев А.Ю. *Высокопроизводительные вычисления в технической физике. Численное моделирование турбулентных течений*. Санкт-Петербург, Изд-во Политехн. ун-та, 2009. 143 с.
- [17] Калашников Д.А., Пугачук А.С., Чудотворова Е.О. и др. Определение потерь мощности в компрессорной ступени турбогенератора при динамических испытаниях. *Омский научный вестник. Серия Авиационно-ракетное и энергетическое машиностроение*, 2018, т. 2, № 3, с. 21–24, doi: <https://doi.org/10.25206/2588-0373-2018-2-3-21-25>
- [18] Лачуга Ю.Ф., Самсонов В.А. *Прикладная математика*. Москва, Юрайт, 2021. 304 с.

## References

- [1] Shnepp V.B. *Konstruktsiya i raschet tsentrobezhnykh kompressornykh mashin* [Design and calculation of centrifugal compressor machines]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1995. 240 p. (In Russ.).
- [2] Khisameev I.G. *Proektirovanie i ekspluatatsiya promyshlennykh tsentrobezhnykh kompressorov* [Design and exploitation of industrial centrifugal compressors]. Kazan', Fen Publ., 2010. 671 p. (In Russ.).
- [3] Ris V.F. *Tsentrobezhnye kompressornye mashiny* [Centrifugal compressor machines]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1964. 336 p. (In Russ.).
- [4] Seleznev K.P., ed. *Teoriya i raschet turbokompressorov* [Theory and calculation of turbo compressors]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1986. 300 p. (In Russ.).
- [5] Galerkin Yu.B. *Turbokompressor. Rabochiy protsess, raschet i proektirovanie protochnoy chasti* [Turbo compressors. Working process, calculation and design of a flow part]. Moscow, KKhT Publ., 2010. 581 p. (In Russ.).
- [6] Danilishin A.M., Kozhukhov Yu.V., Gileva L.V. et al. [Verification of supercomputer CFD calculation of model stages with medium consumption]. *Superkomp'yuternye dni v Rossii* [Supercomputer Days in Russia]. Moscow, MGU Publ., 2016, pp. 816–826. (In Russ.).
- [7] Khisameev I.G., Futin V.A., Shubkin I.M. Verification of flow part models for turbo machines using Flow Vision software. *Vestnik Kazanskogo tekhnologicheskogo universiteta*, 2011, no. 22, pp. 106–109. (In Russ.).
- [8] Shtanichev R.A., Yablokov A.M., Sadovskiy N.I. Verification of numerical simulation results for low-flow centrifugal compressor stage with experimental data by Numeca Fine/Turbo and Ansys CFX software packages. *Vestnik mezhdunarodnoy akademii kholoda* [Journal of International Academy of Refrigeration], 2021, no. 3, pp. 32–38, doi: <https://doi.org/10.17586/1606-4313-2021-20-3-32-38> (in Russ.).
- [9] Ivanov V.M., Kozhukhov Yu.V., Danilishin A.M. et al. Working process modeling and validation for centrifugal compressor stage with low consumption. *Novoe v rossiyskoy elektroenergetike* [New in Russian Electrical Power-Engineering], 2019, no. 6. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=38243525> (in Russ.).
- [10] Den G.N. *Proektirovanie protochnoy chasti tsentrobezhnykh kompressorov* [Design of flow part for centrifugal compressors]. Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1980. 232 p. (In Russ.).
- [11] Anur'yev V.I., Zhestikova I.N., eds. *Spravochnik konstruktora-mashinostroitelya*. Т. 1 [Handbook of designer — mechanical engineer. Vol. 1]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2001. 920 p. (In Russ.).
- [12] Cumpsty N.A. *Compressor aerodynamics*. Longman Scientific & Technical, 1989. 509 p. (Russ. ed.: *Aerodinamika kompressorov*. Moscow, Mir Publ., 2000. 688 p.)

- [13] Verzhbitskiy V.M. *Chislennyye metody. Lineynaya algebra i nelineynyye uravneniya* [Numerical methods. Linear algebra and nonlinear equations]. Moscow, Oniks 21 vek Publ., 2005. 432 p. (In Russ.).
- [14] Vanyashov A.D., Kustikov G.G. *Raschet i konstruirovaniye kompressornyykh mashin* [Design and calculation of compressor machines]. Omsk, Izd-vo OmGTU Publ., 2005. 208 p. (In Russ.).
- [15] Amosov E.A., Zhuravel' L.V. Modelling of oil and gas viscous behavior. *Sovremennyye materialy, tekhnika i tekhnologii*, 2019, no. 1, pp. 70–75. (In Russ.).
- [16] Snegirev A.Yu. *Vysokoproizvoditel'nyye vychisleniya v tekhnicheskoy fizike. Chislennoye modelirovaniye turbulentnykh techeniy* [High-performance computing in technical physics. Numerical modelling of turbulent flows]. Sankt-Petersburg, Izd-vo Politekhn. un-ta Publ., 2009. 143 p. (In Russ.).
- [17] Kalashnikov D.A., Pugachuk A.S., Chudotvorova E.O. et al. Determination of power loss in compressor stage of turbogenerator in dynamic experiments. *Omskiy nauchnyy vestnik. Seriya Aviatsionno-raketnoye i energeticheskoye mashinostroyeniye* [Omsk Scientific Bulletin. Series «Aviation-Rocket and Power Engineering»], 2018, vol. 2, no. 3, pp. 21–24, doi: <https://doi.org/10.25206/2588-0373-2018-2-3-21-25> (in Russ.).
- [18] Lachuga Yu.F., Samsonov V.A. *Prikladnaya matematika* [Applied mathematics]. Moscow, Yurayt Publ., 2021. 304 p. (In Russ.).

Статья поступила в редакцию 01.02.2022

## Информация об авторах

**КАЛАШНИКОВ Дмитрий Алексеевич** — аспирант кафедры «Вакуумная и компрессорная техника». МГТУ им. Н.Э. Баумана; младший научный сотрудник лаборатории №10.1. ФГБУН «Объединенный институт высоких температур РАН» (125412, Москва, Российская Федерация, ул. Ижорская д. 13, стр. 2, e-mail: kalashnikovniten@mail.ru).

**БОРИСОВ Юрий Александрович** — кандидат технических наук, доцент кафедры «Вакуумная и компрессорная техника». МГТУ им. Н.Э. Баумана; старший научный сотрудник лаборатории №10.1. ФГБУН «Объединенный институт высоких температур РАН» (125412, Москва, Российская Федерация, ул. Ижорская д. 13, стр. 2, e-mail: boricovyu@gmail.com).

**ЧЕРНЫШЕВ Андрей Владимирович** — доктор технических наук, заведующий кафедрой «Вакуумная и компрессорная техника». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, к. 1, e-mail: av-chernyshev@yandex.ru).

## Information about the authors

**KALASHNIKOV Dmitry Alekseevich** — Postgraduate, Department of Vacuum and Compressor Equipment. Bauman Moscow State Technical University; Research Assistant, Laboratory No. 10.1, Joint Institute for High Temperatures of the Russian Academy of Sciences (125412, Moscow, Russian Federation, Izhorskaya St., Bldg.13. Block 2, e-mail: kalashnikovniten@mail.ru).

**BORISOV Yury Aleksandrovich** — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Department of Vacuum and Compressor Equipment. Bauman Moscow State Technical University; Senior Researcher, Laboratory No. 10.1, Joint Institute for High Temperatures of the Russian Academy of Sciences (125412, Moscow, Russian Federation, Izhorskaya St., Bldg.13. Block 2, e-mail: boricovyu@gmail.com).

**CHERNYSHEV Andrey Vladimirovich** — Doctor of Science (Eng.), Head of the Department of Vacuum and Compressor Equipment. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2<sup>nd</sup> Baumanskaya St., Bldg. 5, Block, 1, e-mail: av-chernyshev@yandex.ru).

### Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Калашников Д.А., Борисов Ю.А., Чернышев А.В. Комбинированный метод расчета среднерасходной центробежной компрессорной ступени. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2022, № 2, с. 53–64, doi: 10.18698/0536-1044-2022-2-53-64

### Please cite this article in English as:

Kalashnikov D.A., Borisov Yu.A., Chernyshev A.V. Combined Method for Calculating the Average Flow Centrifugal Compressor Stage. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2022, no. 2, pp. 53–64, doi: 10.18698/0536-1044-2022-2-53-64