

УДК 621.9.06

doi: 10.18698/0536-1044-2023-8-51-67

Влияние деформаций инструмента и заготовки в направлении скорости резания на динамику обработки*

В.Л. Заковоротный, В.Е. Гвинджилия, К.В. Кислов, Д.Н. Веремеев

Донской государственный технический университет

Tool and workpiece deformation effect in the cutting speed direction on the machining dynamics

V.L. Zakovorotny, V.E. Gvindjilia, K.V. Kislov, D.N. Veremeev

Don State Technical University

Изучению динамической системы резания, рассматриваемой в единстве подсистем со стороны инструмента и заготовки, взаимодействующих через динамическую связь, формируемую процессом обработки, посвящены многочисленные исследования. Динамическую связь моделируют силами резания, представленными в координатах состояния системы, от которой зависят ее свойства. Для описания динамической связи предложено много моделей, которые отражают различные экспериментально наблюдаемые эффекты, способствующие самовозбуждению. Рассмотрен регенеративный эффект следа от инструмента, оставленного на заготовке на предыдущем обороте. Изучение регенеративного эффекта основано на предположении, что запаздывающий аргумент при описании сил остается неизменным. Исследовано влияние регенеративного эффекта на динамические свойства процесса резания с учетом (в отличие от известных работ) зависимости запаздывающего аргумента от деформационных смещений инструмента, что может принципиально изменять свойства системы, рассматриваемые в единстве устойчивости и формируемых притягивающих множеств деформационных смещений (предельных циклов, инвариантных торов и хаотических аттракторов). Приведены результаты математического моделирования с учетом регенеративного самовозбуждения, в котором запаздывающий аргумент является функцией координат состояния. Рассмотрены диаграммы бифуркаций притягивающих множеств деформационных смещений, и обсуждены условия формирования их супернизкочастотных составляющих сложной пространственно-временной структуры. Результаты исследований направлены на определение условий обработки исходя из требований обеспечения заданного качества изготовления деталей на примере продольного точения.

Ключевые слова: динамическая система резания, регенеративное самовозбуждение, устойчивость траекторий, бифуркации притягивающих множеств

Numerous studies were devoted to studying the dynamic cutting system considered in combination of the tool and the workpiece sub-systems interacting through a dynamic connection formed by the machining process. Dynamic coupling is simulated by the cutting forces represented in the system state coordinates, which determines the system properties. Several models were proposed to describe the dynamic connection reflecting various experimentally observed effects and contributing to the self-excitation. Regenerative effect of the

* Исследование выполнено при финансовой поддержке Фонда содействия инновациям в рамках выполнения программы «УМНИК» по договору № 17362ГУ/2022.

tool trace left on the workpiece at the previous revolution was considered. The regenerative effect was studied on the basis of assumption that the retarding argument in the forces description was remaining unchanged. The paper studies the regenerative effect influence on dynamic properties of the cutting process taking into account (unlike the known works) the retarded argument dependence on the tool deformation displacement. This could fundamentally change properties of the system under consideration in the unity of stability and the attracted formed deformation displacement sets (limit cycles, invariant tori and chaotic attractors). Results of the mathematical simulation are presented taking into account the regenerative self-excitation, where the retarded argument is the state coordinates function. Bifurcation diagrams of attracting sets of the deformation displacements are considered, and conditions for formation of their superlow-frequency components of the complex spatial-temporal structure are discussed. Research results are aimed at determining the machining conditions based on requirements for ensuring the specified quality of parts manufacturing using the longitudinal turning example.

Keywords: dynamic cutting system, regenerative self-excitation, trajectory stability, attracting set bifurcation

Проблемы динамической системы резания (ДСР) являются предметом исследований практически с начала широкого использования металлорежущих станков [1–6]. Главное внимание уделяется трем факторам, потенциально способствующим потере устойчивости. Запаздыванию (временному и пространственному) изменения сил резания по отношению к вариациям деформаций [6–22]. Эффекту регенерации следа от деформаций, оставленному на заготовке на ее предыдущем обороте [23–35]. Нелинейным зависимостям изменения сил резания, а также трения в узлах сопряжения граней инструмента и зоны резания, от скорости и смещений [36–43].

Рассмотрены случаи параметрического самовозбуждения [44–48]. Этот перечень не исчерпывает публикаций по ДСР, в которых основное внимание уделено устойчивости траекторий и их автоколебаниям. Выполнен анализ притягивающих множеств деформационных смещений в вариациях относительно равновесия (предельных циклов, инвариантных торов и хаотических аттракторов).

При моделировании сил резания используют следующее представление о пространстве состояния ДСР (рис. 1). Рассматривают пространство траекторий исполнительных элементов станка (ТИЭС), задаваемое вектором

$$\mathbf{L} = \{L_1, L_2, L_3\}^T \in \mathfrak{R}^{(3)}.$$

Здесь L_1 и L_2 — траектории перемещения поперечного и продольного суппортов; L_3 — траектория перемещения заготовки по направлению скорости резания без учета упругих деформаций,

$$L_3(t) = \pi \int_0^t \Omega_0(\xi) D(\xi) d\xi,$$

где t — время; Ω_0 — частота вращения заготовки без учета крутильных деформаций; ξ — условная координата; D — диаметр заготовки.

Для вектора \mathbf{L} задают вектор

$$d\mathbf{L}/dt = \mathbf{v}(t) = \{v_1, v_2, v_3\}^T \in \mathfrak{R}^{(3)}.$$

Если диаметр $D = \text{const}$ и частоты вращения заготовки без учета ее крутильных деформационных смещений Ω_0 и включающих их Ω являются равными и постоянными величинами ($\Omega_0 = \Omega = \text{const}$), то

$$v_3 = \pi \Omega_0 D.$$

Таким образом, частота вращения заготовки измеряется в Гц (c^{-1}), а угловая координата α — в относительных величинах периода, равного πD . Векторы $\mathbf{L}(t)$ и $\mathbf{v}(t)$ задает, например, система ЧПУ.

Рассматривают деформационные смещения инструмента в подвижной системе координат, задаваемой ТИЭС, — вектор \mathbf{X} — и заготовки — вектор \mathbf{Y} :

$$\mathbf{X} = \{X_1, X_2, X_3\}^T \in \mathfrak{R}^{(3)};$$

$$\mathbf{Y} = \{Y_1, Y_2, Y_3\}^T \in \mathfrak{R}^{(3)},$$

а также

$$d\mathbf{X}/dt = \mathbf{v}^{(X)} = \{v_1^{(X)}, v_2^{(X)}, v_3^{(X)}\}^T;$$

$$d\mathbf{Y}/dt = \mathbf{v}^{(Y)} = \{v_1^{(Y)}, v_2^{(Y)}, v_3^{(Y)}\}^T.$$

Кроме того, рассматривают крутильные деформации заготовки, заданные угловыми скоро-

стями $\Delta\Omega = \Omega_0 - \Omega$ и деформациями $\Delta\alpha = \alpha_0 - \alpha$, где α_0 — угловая координата вращения заготовки. Их отсчитывают относительно угловых траекторий $\Omega_0(t)$ и $\alpha_0(t)$, заданных априорно. Векторы \mathbf{L} , \mathbf{X} и \mathbf{Y} определяют формообразующие движения $\mathbf{L}^{(\Phi)}$ по правилу $\mathbf{L}^{(\Phi)} = \mathbf{L} - \mathbf{X} - \mathbf{Y}$. Если $\mathbf{X} = 0$, $\mathbf{Y} = 0$ и $\Delta\alpha = 0$, то $\mathbf{L}^{(\Phi)} = \mathbf{L}$.

ДСР зависит от модели сил резания, представленных в координатах состояния (рис. 1, а). Большинство моделей построено на основе гипотезы: силы увеличиваются при возрастании площади срезаемого слоя S . Поэтому уменьшению S , обусловленному деформациями, соответствует снижение сил, действующих на вершину инструмента

$$\mathbf{F}_X = \{F_1^{(X)}, F_2^{(X)}, F_3^{(X)}\}^T \in \mathfrak{R}^{(3)}$$

и заготовку

$$\mathbf{F}_Y = \{F_1^{(Y)}, F_2^{(Y)}, F_3^{(Y)}\}^T \in \mathfrak{R}^{(3)},$$

заданных проекциями на координаты \mathbf{X} и \mathbf{Y} .

Для этих сил справедливы выражения

$$\mathbf{F}_X = F_0^{(X)} \{\chi_1^{(X)}, \chi_2^{(X)}, \chi_3^{(X)}\}^T \in \mathfrak{R}^{(3)};$$

$$\mathbf{F}_Y = F_0^{(Y)} \{\chi_1^{(Y)}, \chi_2^{(Y)}, \chi_3^{(Y)}\}^T \in \mathfrak{R}^{(3)},$$

где $F_0^{(X)}$ и $F_0^{(Y)}$ — результирующие силы для заданных проекций; $\{\chi_1^{(X)}, \chi_2^{(X)}, \chi_3^{(X)}\}^T = \chi^{(X)}$ и $\{\chi_1^{(Y)}, \chi_2^{(Y)}, \chi_3^{(Y)}\}^T = \chi^{(Y)}$ — угловые коэффициенты, удовлетворяющие условиям нормирования

$$\{[\chi_1^{(X)}]^2 + [\chi_2^{(X)}]^2 + [\chi_3^{(X)}]^2\}^{0,5} = 1;$$

$$\{[\chi_1^{(Y)}]^2 + [\chi_2^{(Y)}]^2 + [\chi_3^{(Y)}]^2\}^{0,5} = 1.$$

Во всех моделях учтено изменение площади S из-за деформационных смещений в плоскости перемещений поперечного и продольного суппортов. Вследствие зависимости сил от деформационных смещений ДСР образует внутреннюю отрицательную обратную связь. Однако деформации в направлении X_3 также приводят к изменению S . Это обусловлено, во-первых, изменением направления скорости

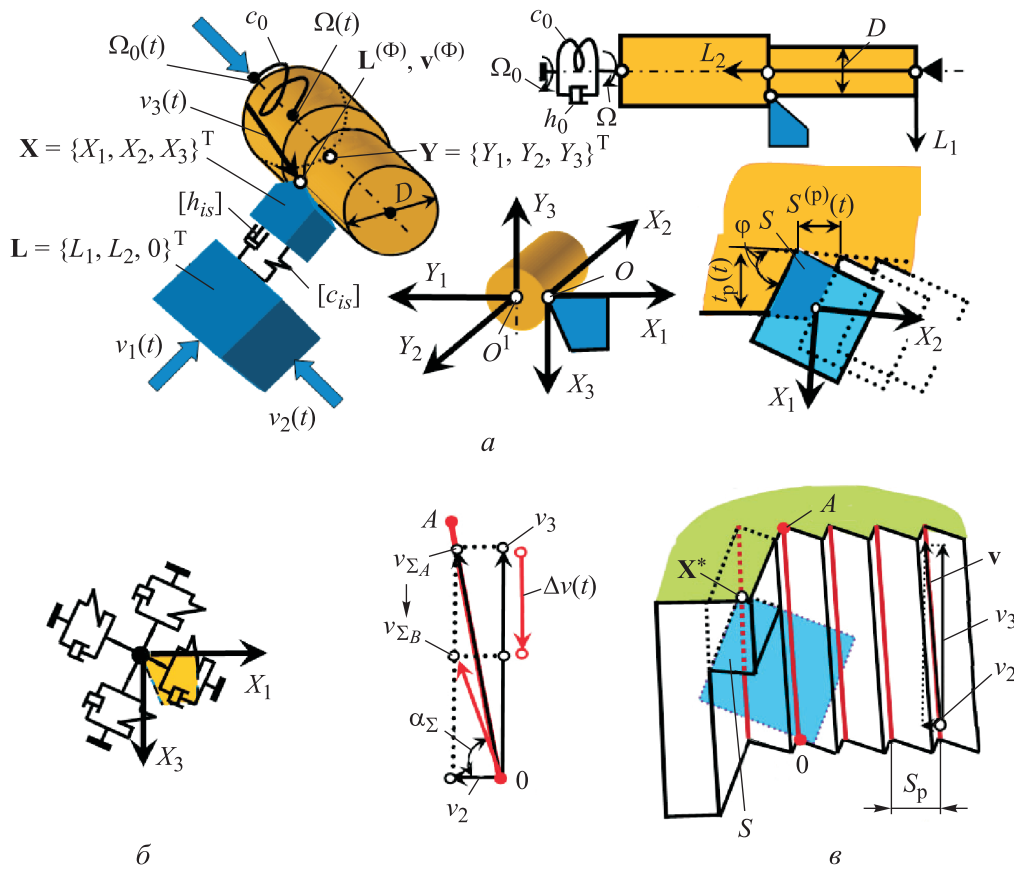


Рис. 1. Схемы:

а — взаимодействия ТИЭС и упругих деформационных смещений ($\varphi = 90^\circ$ — главный угол в плане); б — расположения подвесок инструмента в плоскости $X_1 - X_3$; в — изменения направления суммарной скорости резания v_Σ за счет скорости деформационных смещений $\Delta v = v_3 - dx_3/dt$ в направлении X_3 (α_Σ — суммарный угол приращения координаты вращения заготовки)

смещения вершины инструмента, которая после ее интегрирования во времени также вызывает изменение S , во-вторых, изменением запаздывающего аргумента в модели регенерации сил (рис. 1, в).

Цель работы — исследование влияния на ДСР деформационных смещений в направлении скорости резания, а также нелинейных эффектов, проявляющихся в формировании нового класса притягивающих их множеств.

Математическое моделирование. Для описания ДСР следует рассматривать упругодиссипативные подсистемы с распределенными параметрами. Однако главные их свойства можно раскрыть, если схематизировать конечномерными подсистемами, учитывающими две обобщенные массы, подвешенные в пространстве на ортогонально расположенных упругодиссипативных подвесках (рис. 1, б).

В схему на рис. 1 добавлена возможность крутильных деформационных смещений заготовки. Для определения влияния деформаций в направлении скорости резания на динамические свойства ограничимся продольным течением вала диаметром $D = \text{const}$. В этом случае $L_1(t) = L_{10} = \text{const}$, где L_{10} — траектория поперечного перемещения суппорта, заданная системой ЧПУ. Эта координата задает глубину резания без учета упругих деформаций $t_p^{(0)}$.

С учетом отмеченных положений уравнение ДСР имеет вид [20, 21, 49]

$$\begin{cases} \mathbf{m}^{(X)} \frac{d^2 \mathbf{X}}{dt^2} + \mathbf{h}^{(X)} \frac{d\mathbf{X}}{dt} + \mathbf{c}^{(X)} \mathbf{X} = \mathbf{F}^{(X)}(\mathbf{L}, \mathbf{v}, \mathbf{X}, \mathbf{Y}); \\ \mathbf{m}^{(Y)} \frac{d^2 \mathbf{Y}}{dt^2} + \mathbf{h}^{(Y)} \frac{d\mathbf{Y}}{dt} + \mathbf{c}^{(Y)} \mathbf{Y} = \mathbf{F}^{(Y)}(\mathbf{L}, \mathbf{v}, \mathbf{X}, \mathbf{Y}); \\ T^{(0)} dF^{(0)}/dt + F^{(0)} = \rho_0 [t_p^{(0)} - X_1 - Y_1] S_p(t), \end{cases} \quad (1)$$

где $\mathbf{m}^{(X)}$ и $\mathbf{m}^{(Y)}$ — диагональные матрицы инерционных коэффициентов подсистем инструмента и заготовки; $\mathbf{X} = \{X_1, X_2, X_3\}^T$ и $\mathbf{Y} = \{Y_1, Y_2, Y_3, \alpha\}^T$ — деформационные смещения инструмента и заготовки; $\mathbf{h}^{(X)}$, $\mathbf{h}^{(Y)}$ и $\mathbf{c}^{(X)}$, $\mathbf{c}^{(Y)}$ — матрицы (положительно определенные симметричные, т. е. потенциальные) скоростных коэффициентов и упругости подсистем инструмента и заготовки соответственно; $T^{(0)}$ — постоянная времени стружкообразования; $F^{(0)}$ — результирующий модуль силы резания; ρ_0 — параметр давления стружки на переднюю грань инструмента, уменьшающийся при возрастании скорости резания; $S_p(t)$ — подача.

В выражении (1):

$$\mathbf{m}^{(X)} = \begin{bmatrix} m^{(X)} & 0 & 0 \\ 0 & m^{(X)} & 0 \\ 0 & 0 & m^{(X)} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{m}^{(Y)} = \begin{bmatrix} m^{(Y)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m^{(Y)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m^{(Y)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{h}^{(X)} = \begin{bmatrix} h_{11}^{(X)} & h_{21}^{(X)} & h_{31}^{(X)} \\ h_{12}^{(X)} & h_{22}^{(X)} & h_{32}^{(X)} \\ h_{13}^{(X)} & h_{23}^{(X)} & h_{33}^{(X)} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{h}^{(Y)} = \begin{bmatrix} h_{11}^{(Y)} & h_{21}^{(Y)} & h_{31}^{(Y)} & 0 \\ h_{12}^{(Y)} & h_{22}^{(Y)} & h_{32}^{(Y)} & 0 \\ h_{13}^{(Y)} & h_{23}^{(Y)} & h_{33}^{(Y)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h_0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{c}^{(Y)} = \begin{bmatrix} c_{11}^{(Y)} & c_{21}^{(Y)} & c_{31}^{(Y)} & 0 \\ c_{12}^{(Y)} & c_{22}^{(Y)} & c_{32}^{(Y)} & 0 \\ c_{13}^{(Y)} & c_{23}^{(Y)} & c_{33}^{(Y)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{c}^{(X)} = \begin{bmatrix} c_{11}^{(X)} & c_{21}^{(X)} & c_{31}^{(X)} \\ c_{12}^{(X)} & c_{22}^{(X)} & c_{32}^{(X)} \\ c_{13}^{(X)} & c_{23}^{(X)} & c_{33}^{(X)} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{F}^{(X)} = F^{(0)} \{\chi_1^{(X)}, \chi_2^{(X)}, \chi_3^{(X)}\}^T;$$

$$\mathbf{F}^{(Y)} = F^{(0)} \{\chi_1^{(Y)}, \chi_2^{(Y)}, \chi_3^{(Y)}, \pi\chi_3^{(Y)}, D\}^T;$$

$$\rho_0 =$$

$$= \rho \{1 + \mu \exp[-\zeta(v_3 - v_3^{(X)} - v_3^{(Y)} - \pi D \Omega)]\} S_p(t).$$

Здесь J — суммарный момент инерции; h_0 и c_0 — коэффициенты диссипации и суммарной жесткости в подсистеме заготовки; ρ — давление стружки на переднюю грань инструмента; μ — безразмерный параметр, характеризующий степень влияния биений в тангенциальном направлении на ρ_0 ; ζ — коэффициент крутизны.

В модели сил большое значение имеет интегральный оператор формирования подачи $S_p(t)$, который определяет путь, пройденный вершиной инструмента относительно заготовки за время ее оборота:

$$S_p(t) = \int_{t-T}^t \{v_2(\xi) - v_2^{(X)}(\xi) - v_2^{(Y)}(\xi)\} d\xi, \quad (2)$$

где T — время оборота, зависящее от частоты вращения заготовки с учетом упругих деформационных смещений,

$$T(v_3^{(X)}, v_3^{(Y)}, \Omega) = \int_{L_3 - \pi D}^{L_3} \frac{d\xi}{V_3(\xi) - v_3^{(X)}(\xi) - v_3^{(Y)}(\xi) - \pi D \Omega(\xi)}. \quad (3)$$

При $\Omega_0 = \text{const}$ и $v_3^{(X)} = v_3^{(Y)} = 0$ время оборота $T = (\Omega_0)^{-1}$.

Если выражения (1)–(3) заданы, то можно вычислить траектории формообразующих движений $\mathbf{L}^{(\Phi)}$, соответствующие управлению (векторам \mathbf{L} и \mathbf{v}). При условии устойчивости полученные траектории позволяют оценить погрешность формируемой резанием детали.

Однако во многих случаях эти траектории не являются устойчивыми. Тогда система генерирует различные притягивающие множества деформационных смещений, изменяющие формируемую резанием геометрическую топологию. На потерю устойчивости и свойства притягивающих множеств оказывают влияние параметры взаимодействующих подсистем и свойства динамической связи. Здесь большое значение имеет свойство интегрального оператора (2).

Свойства интегрального оператора формирования подачи. Эффект регенерации сил определяется алгоритмом формирования подачи как интеграла от суммарной скорости v_2 за время оборота. Поэтому такой эффект существует всегда, оставляет инструмент след на обработанной части заготовки или не оставляет.

Полагаем, что $T = \text{const}$, как это сделано во всех цитированных работах [23–35]. Скорость подачи запишем как

$$v_2(t) = v_2^{(0)} [1 + \varepsilon_2 \cos \omega t], \quad (4)$$

где $v_2^{(0)}$ — постоянная составляющая скорости; ε_2 — ее относительная безразмерная амплитуда, $\varepsilon_2 = \Delta v_2 / v_2^{(0)}$; ω — частота кинематических возмущений.

Тогда из выражения (2) получаем

$$S_p(t) = v_2^{(0)} T + S_p(T, \omega) \sin(\omega t - \theta), \quad (5)$$

где $S_p(T, \omega)$ — амплитуда переменной составляющей подачи, $S_p(T, \omega) = 2\Delta v_2(\omega)^{-1} \cos(0, 5\omega T)$; θ — ее фаза, $\theta = 0, 5\omega T$.

Здесь по мере увеличения времени оборота T имеют место следующие явления. Во-первых, периодическое обращение в нуль амплитуды переменной составляющей подачи. Во-вторых, амплитудно-частотная характеристика преобразования формулы (4) в выражение (5) по мере роста частоты вращения заготовки стремится к нулю. В третьих, фазовая частотная характеристика обладает свойством быстрого вращения фазы.

Полагаем $\varepsilon_2 = 0$, а параметр

$$T(t) = T_0 [1 + \varepsilon^{(T)} \sin(\omega^{(T)} t)],$$

где T_0 — время оборота детали без учета возмущающих воздействий; $\varepsilon^{(T)}$ и $\omega^{(T)}$ — относительная безразмерная амплитуда возмущающих колебаний и их частота.

Тогда получаем

$$S_p(t) = v_2^{(0)} T_0 [1 + \varepsilon^{(T)} \sin(\omega^{(T)} t)],$$

т. е. вариации подачи отличаются от изменений запаздывающего аргумента на постоянный коэффициент $v_2^{(0)}$.

В общем случае $\varepsilon_2 \neq 0$ и $\varepsilon^{(T)} \neq 0$. Тогда запишем

$$S_p(t) = v_2^{(0)} \left\{ T_0 [1 + \varepsilon^{(T)} \sin(\omega^{(T)} t)] + \frac{2\varepsilon_2}{\omega} \cos \left[\omega t - \frac{\omega T_0}{2} [1 + \varepsilon^{(T)} \sin(\omega^{(T)} t)] \right] \times \sin \left[\frac{\omega T_0}{2} (1 + \varepsilon^{(T)} \sin(\omega^{(T)} t)) \right] \right\}.$$

Таким образом, можно наблюдать сложные вариации значения подачи, состоящей из всегда учитываемой постоянной составляющей $v_2^{(0)}(\Omega_0)^{-1}$, с которой суммируются переменные составляющие. Если изменять отношение $\varepsilon_2 / \varepsilon^{(T)}$, то в переменных составляющих подачи наблюдается переход от одного предельного цикла с частотой ω к другому с частотой $\omega^{(T)}$.

При примерном равенстве $\varepsilon_2 \approx \varepsilon^{(T)}$ формируется тор, причем по периоду одного периодического движения наблюдается амплитудная модуляция второго периодического движения.

Здесь наблюдается большое разнообразие возможных сценариев формирования траекторий, которые в случае их устойчивости создают сложные притягивающие множества деформационных смещений. Даже если $\omega = \omega^{(T)}$, в вариациях подачи присутствуют не только составляющие с удвоенной частотой, но и периодические вариации фазы колебаний.

При формировании площади срезаемого слоя, т. е. сил резания, дополнительно за счет мультипликативных членов имеет место удвоение периода колебаний, что является одним из сценариев перехода к хаотическим аттракторам [50]. Таким образом, закономерности формирования сил могут приводить к образованию сложных притягивающих множеств деформаций.

Устойчивость траекторий при $T = \text{const}$. Ограничимся случаем обработки недеформируемой заготовки при $v_1 = 0$, $v_2 = v_2^{(0)} = \text{const}$ и $v_3 = \pi D \Omega_0 = \text{const}$. Также полагаем $\varphi = \pi/2$ (см. рис. 1, а).

Сначала необходимо определить устойчивость рассматриваемой траектории, затем получить уравнение в вариациях относительно этой траектории и линеаризовать его [51]. Если исследовать деформации в подвижной системе координат, движение которой определяется соотношениями $v_1 = 0$, $v_2 = v_2^{(0)}$ и $v_3 = \pi D \Omega_0$, то рассматриваемая траектория есть точка, где выполняются условия $dX_i/dt = 0$ ($i = 1, 2, 3$), $T = (\Omega_0)^{-1} = \text{const}$ и $X_2(t) = X_2(t - T)$. Следовательно, для определения точки равновесия $\mathbf{X}^* = \{X_1^*, X_2^*, X_3^*\}^T$ из выражения (1) имеем

$$\mathbf{c}_\Sigma \mathbf{X}^* = \mathbf{F}^{(0,*)},$$

где

$$\mathbf{c}_\Sigma = \begin{bmatrix} c_{11} + \rho_0 S_p^{(0)} \chi_1 & c_{21} & c_{31} \\ c_{12} + \rho_0 S_p^{(0)} \chi_2 & c_{22} & c_{32} \\ c_{13} + \rho_0 S_p^{(0)} \chi_3 & c_{23} & c_{33} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{F}^{(0,*)} = \rho_0 S_p^{(0)} t_p^{(0)} \{\chi_1, \chi_2, \chi_3\}^T.$$

Линеаризованное уравнение в вариациях является линейным уравнением с постоянными параметрами и запаздывающим аргументом. Поэтому можно использовать критерий Найквиста [52].

Тогда вместо выражения (1) для анализа устойчивости получаем следующее линеаризованное уравнение в вариациях на участке $t \in (0, T)$:

$$\begin{cases} \mathbf{m}^{(x)} \frac{d^2 \mathbf{x}}{dt^2} + \mathbf{h}^{(x)} \frac{d\mathbf{x}}{dt} + \mathbf{c}^{(x)} \mathbf{x} = \mathbf{f}; \\ T^{(0)} \frac{df^{(0)}}{dt} + f^{(0)} = \rho [C dx_3/dt - \mathbf{A} x_1 - \mathbf{B} x_2]. \end{cases} \quad (6)$$

Здесь $f^{(0)}$ — сила резания в вариациях относительно точки равновесия при линеаризации системы уравнения (6),

$$\mathbf{A} = S_p^{(0)} [1 + \mu \exp(-\zeta \pi D \Omega)];$$

$$\mathbf{B} = t_p^{(*)} [1 + \mu \exp(-\zeta \pi D \Omega)];$$

$$\mathbf{C} = t_p^{(*)} S_p^{(0)} \zeta \mu \exp(-\zeta \pi D \Omega),$$

где $t_p^{(*)}$ — глубина резания с учетом деформационных смещений инструмента в радиальном направлении, $t_p^{(*)} = t_p^{(0)} - X_1^*$ ($t_p^{(0)}$ — глубина резания без учета упругих деформационных смещений); $S_p^{(0)}$ — подача без учета упругих деформационных смещений.

На участке $t \in (T, \infty)$ необходимо учитывать влияние запаздывающего аргумента T при формировании подачи (2). Для этого случая вместо выражения (6) имеем

$$\begin{cases} \mathbf{m}^{(x)} \frac{d^2 \mathbf{x}}{dt^2} + \mathbf{h}^{(x)} \frac{d\mathbf{x}}{dt} + \mathbf{c}^{(x)} \mathbf{x} = \mathbf{f}; \\ T^{(0)} \frac{df^{(0)}}{dt} + f^{(0)} = \rho \{C dx_3/dt - \\ - \mathbf{A} k_T [x_1(t) - x_1(t - T)] - \mathbf{B} [x_2(t) - x_2(t - T)]\}, \end{cases} \quad (7)$$

где k_T — безразмерный коэффициент влияния следа, оставленного на заготовке на предыдущем обороте.

В выражении (7) $T = \text{const}$, так как рассматриваются малые вариации деформационных смещений относительно точки равновесия. Линеаризованные уравнения в вариациях являются линейными с постоянными параметрами и запаздывающим аргументом при $t \in (T, \infty)$.

Отметим, что при представлении сил резания в координатах состояния всю динамическую систему резания (1) можно рассматривать как подсистему инструмента, охваченную обратной связью. Тогда для анализа устойчивости можно воспользоваться критерием Найквиста [48]. Заметим, что из-за наличия запаздывающего аргумента использовать алгебраические критерии, а также критерий Михайлова не представляется возможным.

Тогда имеем амплитудно-фазочастотную характеристику (АФЧХ) системы в разомкнутом состоянии

$$W_\Sigma(j\omega) = \frac{\rho}{1 + T^{(0)} \omega j} \{ \mathbf{A} k_T W_1(j\omega) + \mathbf{B} [1 - \exp(-T\omega j)] W_2(j\omega) - \mathbf{C} W_3(j\omega) \}.$$

Здесь $W_i(p)_{p=j\omega}$ — передаточные функции,

$$W_i(p)_{p=j\omega} = \frac{\Delta_i}{\Delta}, \quad i = 1, 2, 3,$$

где p — оператор Лапласа;

$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} mp^2 + h_{11}p + c_{11} & \chi_1 & h_{31}p + c_{31} \\ h_{12}p + c_{12} & \chi_2 & h_{32}p + c_{32} \\ h_{13}p + c_{13} & \chi_3 & mp^2 + h_{33}p + c_{33} \end{bmatrix};$$

$$\Delta_3 = \begin{bmatrix} mp^2 + h_{11}p + c_{11} & h_{21}p + c_{21} & \chi_1 \\ h_{12}p + c_{12} & mp^2 + h_{22}p + c_{22} & \chi_2 \\ h_{13}p + c_{13} & h_{23}p + c_{23} & \chi_3 \end{bmatrix};$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} mp^2 + h_{11}p + c_{11} & h_{21}p + c_{21} & h_{31}p + c_{31} \\ h_{12}p + c_{12} & mp^2 + h_{22}p + c_{22} & h_{32}p + c_{32} \\ h_{13}p + c_{13} & mp^2 + h_{22}p + c_{22} & mp^2 + h_{33}p + c_{33} \end{bmatrix}.$$

Передаточные функции можно представить в виде

$$W_i(p) = \frac{g_i \left[1 + 2\xi_1^{(i)} T_1^{(i)} p + (T_1^{(i)})^2 p^2 \right]}{(1 + 2\xi_1 T_1 p + T_1^2 p^2)(1 + 2\xi_2 T_2 p + T_2^2 p^2)} \times \frac{1 + 2\xi_2^{(i)} T_2^{(i)} p + (T_2^{(i)})^2 p^2}{(1 + 2\xi_3 T_3 p + T_3^2 p^2)},$$

$i = 1, 2, 3.$

Здесь

$$g_1 = \Delta_{g1} / \Delta_g; \quad g_2 = \Delta_{g2} / \Delta_g; \quad g_3 = \Delta_{g3} / \Delta_g;$$

где

$$\Delta_{g1} = \begin{bmatrix} \chi_1 & c_{21} & c_{31} \\ \chi_2 & c_{22} & c_{32} \\ \chi_3 & c_{23} & c_{33} \end{bmatrix}; \quad \Delta_g = [c_{is}], \quad s = 1, 2, 3;$$

$$\Delta_{g2} = \begin{bmatrix} c_{11} & \chi_1 & c_{31} \\ c_{12} & \chi_2 & c_{32} \\ c_{13} & \chi_3 & c_{33} \end{bmatrix}; \quad \Delta_{g3} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{21} & \chi_1 \\ c_{12} & c_{22} & \chi_2 \\ c_{13} & c_{23} & \chi_3 \end{bmatrix}.$$

При этом резонансы

$$\Omega_i = (T_i)^{-1}, \quad i = 1, 2, 3,$$

а антирезонансы

$$\Omega_i^{(s)} = (T_i^{(s)})^{-1}, \quad s = 1, 2, 3.$$

Анализ показывает, что в системе существует три канала самовозбуждения. Однако направление деформационных смещений, вызывающее максимальное приращение сил, нормально к главному режущему лезвию.

Имеет смысл рассмотреть два режима движения: в пределах $t \leq (\Omega)^{-1}$ и $t > (\Omega)^{-1}$ при $t \rightarrow \infty$. Для этих режимов на рис. 2 приведены примеры АФЧХ системы в разомкнутом состоянии

$$W_{01}(j\omega) = \frac{\rho}{(1 + T^{(0)}\omega j)} [g_2 \mathbf{B} W_2(j\omega)]$$

$$\text{и } W_{02}(j\omega) = \frac{\rho g_2 \mathbf{B} W_2(j\omega) [1 - \exp(-T\omega j)]}{1 + T^{(0)}\omega j}.$$

В окрестностях точек АФЧХ формируются кривые типа циклоид. Вследствие быстрого вращения фазы в окрестностях точек чередования областей устойчивости и неустойчивости при вариациях частоты вращения заготовки во многих случаях являются слабо выраженными.

При $\Omega > \Omega_i$ вариации T могут повышать запас устойчивости (рис. 2 $a-z$). В зависимости от соотношения частот вращения шпинделя и собственных частот упругой системы даже малые вариации T могут влиять на устойчивость.

Однако необходимо учитывать, что интегральный оператор формирования подачи по свойствам близок к оператору скользящего среднего. Поэтому при $\Omega_i = (T_i)^{-1} \gg \Omega = (T)^{-1}$ наблюдается не только сближение циклоид, что нивелирует периодичность областей устойчивости при изменении Ω , но и затухание.

Условие $\Omega_i = (T_i)^{-1} \gg \Omega = (T)^{-1}$ является типичным для реальных динамических систем продольного точения. Практически во всех случаях силы резания, представленные в координатах состояния, формируют отрицательную обратную связь, так как увеличению деформационных смещений в плоскости $X_1 - X_2$ соответствует уменьшение сил резания.

В этом случае можно выделить три обобщенных параметра, от которых зависит устойчивость ДСР: общий коэффициент возбуждения $K_0 = \rho g_2 \mathbf{B}$, постоянную времени стружкообразования $T^{(0)}$ и запаздывающий аргумент T . Ситуация принципиально меняется, если учитывать зависимость T от скорости деформационных смещений в направлении скорости резания. Здесь образуется гибкая положительная обратная связь.

Устойчивость и притягивающие множества при $T = T(\mathbf{v}_3^{(X)}, \mathbf{v}_3^{(Y)}, \Delta\Omega)$. Рассмотрим систему в виде (1). Это связано, во-первых, с тем, что в реальной системе величины $\mathbf{v}_3^{(Y)}$ и $\Delta\Omega = \Omega_0 - \Omega$ могут превышать $\mathbf{v}_3^{(X)}$. Во-вторых, собственные частоты колебаний заготовки могут быть в 10 раз меньше собственных частот подсистемы инструмента, а на свойства ДСР большое влияние оказывает соотношение частот вращения

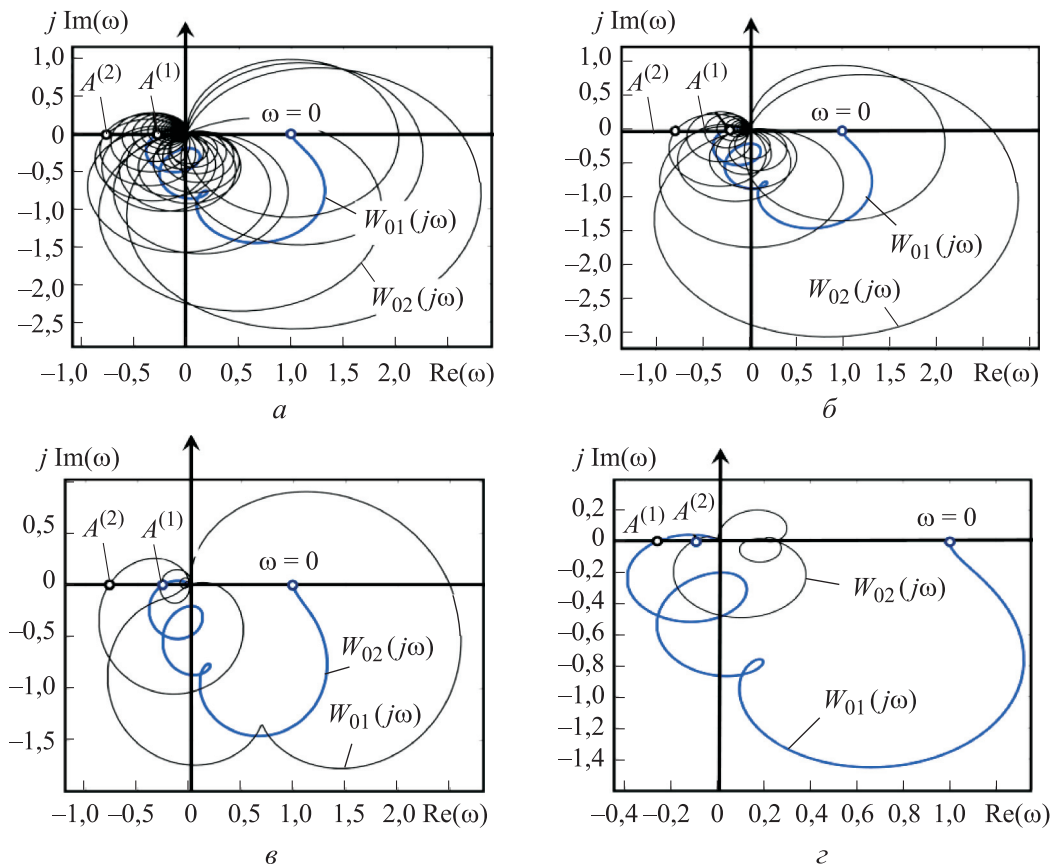


Рис. 2. АФЧХ передаточных функций $W_{01}(j\omega)$ и $W_{02}(j\omega)$ при $T_1 = 1, T_2 = 3, T_3 = 5, T_1^{(2)} = 2, T_2^{(2)} = 4$ и $T = 100,0$ (а), 50,0 (б), 1,0 (в) и 0,5 с (г)

шпинделя и собственных частот взаимодействующих подсистем.

Изучение изменения свойств системы (1) выполнено методами прямого цифрового моделирования в среде MATLAB & Simulink. Все координаты перемещений и деформационных смещений на отрезке $(0, t)$ являлись наблюдаемыми, и каждому дискретному значению времени $\Delta t_i = \Delta t$ соответствовали $X_3(i), Y_3(i)$ и $\alpha(i)$.

В момент $t_s = k\Delta t, k = 1, 2, \dots, s$ можно записать следующие последовательности на отрезке $t_s - t_k$:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_3^{(sk)}(s) &= \{X_3(k), X_3(k+1), \dots, X_3(s)\}; \\ \mathbf{Y}_3^{(sk)}(s) &= \{Y_3(k), Y_3(k+1), \dots, Y_3(s)\}; \\ \boldsymbol{\alpha}^{(sk)}(s) &= \{\alpha(k), \alpha(k+1), \dots, \alpha(s)\}. \end{aligned}$$

Следовательно, для $\Delta t_i = i\Delta t$ имеем последовательности

$$\mathbf{X}_3^{(i,i-k)}(i); \mathbf{Y}_3^{(i,i-k)}(i); \boldsymbol{\alpha}^{(i,i-k)}(i).$$

Поэтому за время $t_i - t_k = (i-k)\Delta t$ можно вычислить путь

$$\begin{aligned} L_3^{(i,i-k)}(i) &= \pi D \Omega_0 (i-k) \Delta t - \\ &- \mathbf{X}_3^{(i,i-k)}(i) - \mathbf{Y}_3^{(i,i-k)}(i) - \boldsymbol{\alpha}^{(i,i-k)}(i). \end{aligned}$$

От точки i обратным отсчетом необходимо определить такое значение $k = s$, при котором $L_3^{(i,i-k)}(i) = \pi D$. Тогда в момент времени t_i запаздывающий аргумент $T(i) = s\Delta t$. Так как приращение Δt определяется точностью симуляции (в рассматриваемом случае $\Delta t = 10^{-5} \dots 10^{-6}$ с), частота дискретизации минимум в 100 раз больше собственных частот взаимодействующих подсистем. Это обеспечивает требуемую точность вычисления $T(i)$.

Однако в зависимости от соотношения скоростей резания и деформационных смещений возможно ветвление получаемых решений. Эти условия определяются как

$$\begin{aligned} \pi D \Omega_0 (i-k) > \\ > \left[\mathbf{v}_3^{(X)(i,i-k)}(i) + \mathbf{v}_3^{(Y)(i,i-k)}(i) + \Delta \boldsymbol{\Omega}^{(i,i-k)}(i) \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Ограничения (8) характеризуют область определения координат состояния ДСР. Эти условия в реальной ДСР, как правило, выполняются.

Приведем пример областей устойчивости и бифуркаций притягивающих множеств деформационных смещений для случая продольного течения горячекатаного вала из стали 45 диаметром $D = 40$ мм неперетачиваемыми трехгранными пластинами из Т15К6. Глубина резания $t_p^{(0)} = 1,0$ мм, подача $S_p^{(0)} = 0,1$ мм.

Траектории вычислены методом цифрового моделирования системы (1) для инерционных коэффициентов $m^{(X)} = 0,5 \cdot 10^{-3}$ кг·с²/мм, $m^{(Y)} = 2,0 \cdot 10^{-3}$ кг·с²/мм и $J = 2,0 \cdot 10^{-2}$ кг·м·с². Для варьирования T введен коэффициент k_b , определяемый по правилу $T(t) = (\Omega_0)^{-1} + k_b \Delta T(t)$, где ΔT — вариации времени запаздывания.

Для моделирования использованы следующие параметры динамической связи между инструментом и заготовкой: $\rho = 200 \dots 1000$ кг/мм²; $\Omega_0 = 5 \dots 50$ с⁻¹; $T^{(0)} = 0,0002$ с; $\mu = 0,5$; $k_b = 0 \dots 5$. Значения элементов матрицы скоростных коэффициентов и упругости подсистемы инструмента и заготовки приведены в таблице. Кроме того, учтена зависимость $T^{(0)}$ от скорости резания [6].

В отличие от ранее выполненных исследований [20, 21], сосредоточим внимание на влиянии деформационных смещений в направлении скорости резания на динамические свойства. Рассмотрим типичный пример изменения во времени запаздывающего аргумента $T(t)$, скорости резания $dX_3^{(Z)}/dt = v_3^{(X)} + v_3^{(Y)} + \Delta\Omega\pi D$ и деформационных смещений $X_1(t)$, непосредственно влияющих на геометрическую топологию формируемой резанием поверхности

Значения элементов матрицы скоростных коэффициентов и упругости подсистемы инструмента и заготовки

Элемент матрицы	Значение, кг/мм	Элемент матрицы	Значение, кг·с/мм
c_0	-/200	h_0	-/0,5
c_{11}	2000/800	h_{11}	1,3/2,5
c_{22}	4000/2000	h_{22}	1,1/3,0
c_{33}	1000/800	h_{33}	0,8/2,5
$c_{12} = c_{21}$	200/100	$h_{12} = h_{21}$	0,6/0,2
$c_{13} = c_{31}$	150/200	$h_{13} = h_{31}$	0,5/0,3
$c_{23} = c_{32}$	80/100	$h_{23} = h_{32}$	0,4/0,2

Примечание. В числителе дроби указаны значения для подсистемы инструмента, в знаменателе — для подсистемы заготовки.

при $\rho = 500$ кг/мм²; $\Omega_0 = 5,0$ с⁻¹ и $k_b = 1,0$ (рис. 3).

Здесь в системе устанавливаются притягивающие множества деформационных смещений супер низкой частоты (0,21 Гц). Вдоль этой низкочастотной составляющей колебаний можно выделить участок устойчивого движения 1–2 и участок 2–3, в вариациях относительно которого образуется притягивающее множество типа предельного цикла с перестраиваемой амплитудой (рис. 3, в). Им соответствуют участки колебательной скорости деформационных смещений (рис. 3 б, г) и участки переменных значений запаздывающего аргумента (рис. 3, а).

Наглядную картину перестройки свойств дают приведенные на рис. 4 диаграммы бифуркаций притягивающих множеств в плоскости $v_{03} - K_0$, где $v_{03} = \pi D \Omega_0$; $K_0 = \rho_0 g_2 (t_p^{(0)} - X_1^*)$. Видно, что участки с притягивающими множествами супернизкочастотной составляющей образуются в том случае, если учтено влияние на запаздывающий аргумент деформационного смещения в направлении скорости резания. Причем область параметров в плоскости $v_{03} - K_0$ при увеличении коэффициента k_b расширяется.

Анализ результатов. Деформационные смещения вершины инструмента относительно заготовки в точке их контакта вызывают изменение площади срезаемого слоя и, следовательно, формируемых при резании сил. Представление сил в координатах состояния и ТИЭС позволяет интерпретировать ДСР как подсистемы инструмента и заготовки, охваченные обратной связью, свойства которой описываются моделью сил в координатах состояния.

Обратные связи при деформациях по направлению продольной и поперечной подачи формируют отрицательную обратную связь, а по направлению скорости резания — гибкую положительную обратную связь. В связи с этим увеличение динамической податливости подсистем в направлении скорости резания всегда повышает ее склонность к самовозбуждению.

При возрастании этой податливости в окрестности равновесия, рассматриваемого в подвижной системе координат ТИЭС, возможно образование супернизкочастотных притягивающих множеств деформационных смещений сложной временной структуры.

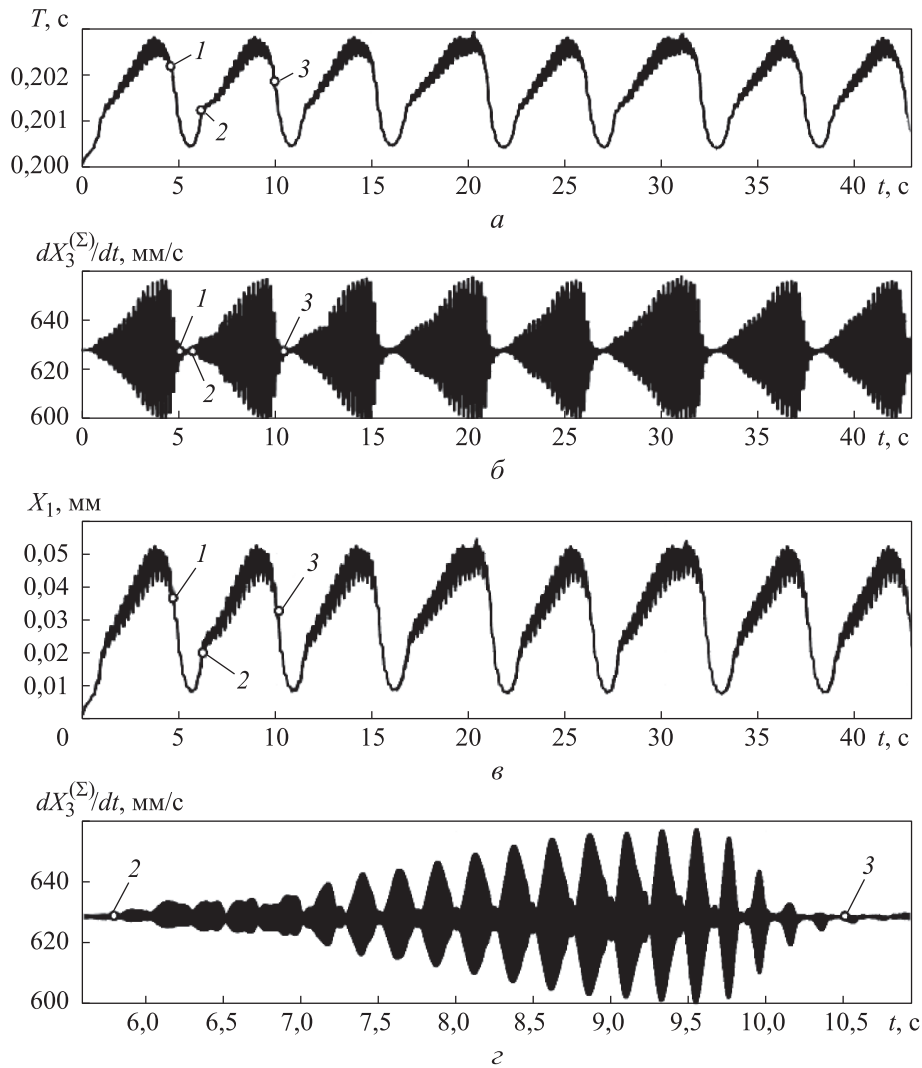


Рис. 3. Примеры траекторий запаздывающего аргумента T (а), скорости резания $dX_3^{(\Sigma)}/dt$ (б, г) и деформационных смещений в направлении X_1 (в)

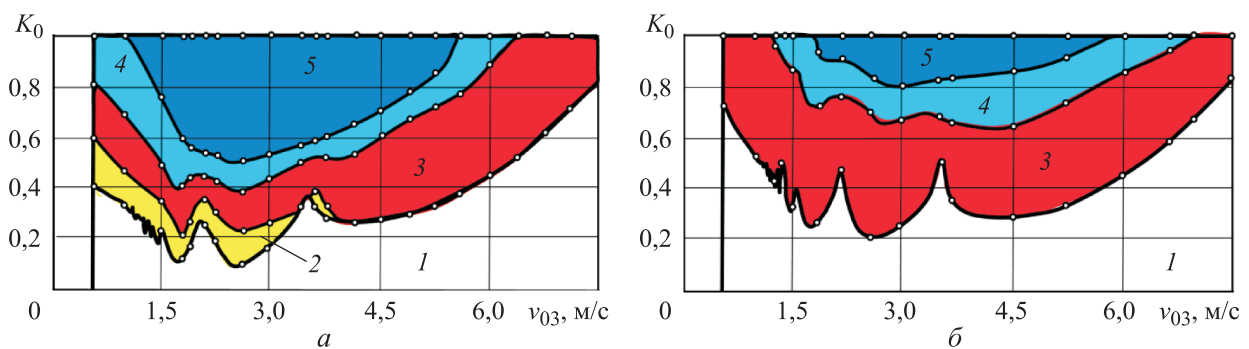


Рис. 4. Диаграммы бифуркаций притягивающих множеств деформационных смещений при коэффициенте $k_B = 1$ (а) и 0 (б):

1 — область асимптотической устойчивости; 2 — область формирования супернизкочастотных притягивающих множеств сложной структуры; 3 — область автоколебаний; 4 — область формирования хаотических аттракторов; 5 — система, неустойчивая в целом

Во всех случаях по мере увеличения коэффициента возбуждения K_0 после потери устойчивости равновесия сначала формируется при-

тягивающее множество типа предельного цикла, который после каскада бифуркаций удвоения периода колебаний вызывает образование

хаотических аттракторов. Они возникают в результате влияния мультипликативных членов, обусловленных, с одной стороны, зависимостью сил от площади, а с другой — участием в образовании хаотических аттракторов интегральных операторов формирования подачи в траекториях системы.

Обобщенный параметр, способствующий самовозбуждению системы K_0 , формируется как произведение давления стружки на переднюю поверхность инструмента, суммарной податливости подсистем и глубины резания. Он зависит от угловых коэффициентов ориентации сил в пространстве, изменяющихся при варьировании геометрических параметров инструмента и его износа, а также от механических характеристик обрабатываемого материала.

На устойчивость оказывает заметное влияние диссипативное свойство процесса, возрастающее при увеличении объема пластической деформации в зоне резания. Оно проявляется и в изменении постоянной времени стружкообразования. Изменение притягивающих множеств деформаций (предельных циклов, инвариантных торов, странных аттракторов и пр.) зависит от ориентации пространственной динамической податливости подсистем и сил резания.

Выводы

1. Устойчивость равновесия упругих деформаций, рассматриваемых в подвижной системе координат, задаваемых ТИЭС, зависит от параметров взаимодействующих подсистем и формируемой резанием динамической связи. Она характеризует обратную связь в упругой системе станка, которой охватываются подсистемы со стороны инструмента и заготовки. В зависимости от направления деформационных смещений изменяется знак обратной связи. Деформационные смещения в направлении ско-

ростей продольной и поперечной подачи формируют отрицательную обратную связь, так как их увеличению соответствует уменьшение площади срезаемого слоя, от которой зависят силы резания. Деформационные смещения в направлении скорости резания формируют гибкую положительную обратную связь, которая не только способствует потере устойчивости равновесия, но и приводит к формированию сложных притягивающих множеств, в том числе супернизкочастотных деформаций сложной структуры.

2. Если не принимать во внимание зависимости деформационных смещений в направлении скорости резания от сил, то на устойчивость и притягивающие множества деформационных смещений оказывает влияние регенеративный эффект самовозбуждения. Он существует и в тех случаях, когда отсутствует след на заготовке, оставленный деформациями на предыдущем обороте, так как значение подачи образуется в результате интегрирования скорости вершины инструмента в течение оборота. Эта скорость определяется суммой скоростей суппорта и деформаций. Условия самовозбуждения зависят от отношения собственных частот взаимодействующих подсистем и частоты вращения заготовки. Влияние запаздывающего аргумента на самовозбуждение противоречиво, так как интегральный оператор преобразования суммарной скорости подачи в силы одновременно усредняет вариации скорости подачи в окне, определяемом запаздывающим аргументом.

3. Смещения в направлении скорости резания, формируемые единством деформаций инструмента, заготовки и ее крутильных деформаций, не только способствуют потере устойчивости, но и приводят к образованию в окрестности равновесия нового разнообразия притягивающих множеств, в том числе к появлению хаотических аттракторов через серию бифуркаций удвоения периода колебаний.

Литература

- [1] Hahn R.S. On the theory of regenerative chatter in precision-grinding operations. *Trans. ASME*, 1954, vol. 76, no. 4, pp. 593–597, doi: <https://doi.org/10.1115/1.4014908>
- [2] Tobias S.A., Fishwick W. Theory of regenerative machine tool chatter. *The Engineer*, 1958, vol. 205, no. 7, pp. 199–203.
- [3] Соколовский А.П. Вибрации при работе на металлорежущих станках. В: *Исследование колебаний при резании металлов*. Москва, Машгиз, 1958, с. 15–18.
- [4] Tobias S.A. *Machine tool vibrations*. Blackie, 1965. 351 p.

- [5] Merrit N.E. Theory of self-excited machine-tool chatter—contribution to machine tool chatter research. *J. Eng. Ind.*, 1965, vol. 87, no. 4, pp. 447–454, doi: <https://doi.org/10.1115/1.3670861>
- [6] Кудинов В.А. *Динамика станков*. Москва, Машиностроение, 1967. 359 с.
- [7] Danek O., Špaček L., Berthold H. et al. *Selbsterregte Schwingungen an Werkzeugmaschinen*. VEB Verlag Technik, 1962. 431 p.
- [8] Заковоротный В.Л. Исследование динамической характеристики резания при автоколебаниях инструмента. *Известия Северо-Кавказского научного центра высшей школы. Технические науки*, 1976, № 2, с. 37–41.
- [9] Заковоротный В.Л., Бегун В.Г., Палагнюк Г.Г. Частотный анализ динамики процесса резания. *Известия Северо-Кавказского научного центра высшей школы. Технические науки*, 1979, № 1, с. 24–27.
- [10] Tlustý J., Ismail F. Basic non-linearity in machining chatter. *CIRP Annals*, 1981, vol. 30, no. 1, pp. 299–304, doi: [https://doi.org/10.1016/S0007-8506\(07\)60946-9](https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)60946-9)
- [11] Жарков И.Г. *Вибрации при обработке лезвийным инструментом*. Ленинград, Машиностроение, 1986. 180 с.
- [12] Эльясберг М.Е. *Автоколебания металлорежущих станков*. Санкт-Петербург, ОКБС, 1993. 182 с.
- [13] Вейц В.Л., Васильков Д.В. Задачи динамики, моделирования и обеспечения качества при механической обработке мало жестких заготовок. *СТИН*, 1999, № 6, с. 9–13.
- [14] Altintas Y., Budak E. Analytical prediction of stability lobes in milling. *CIRP Annals*, 1995, vol. 44, no. 1, pp. 357–362, doi: [https://doi.org/10.1016/S0007-8506\(07\)62342-7](https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)62342-7)
- [15] Altintas Y., Weck M. Chatter stability of metal cutting and grinding. *CIRP Annals*, 2004, vol. 53, no. 2, pp. 619–642, doi: [https://doi.org/10.1016/S0007-8506\(07\)60032-8](https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)60032-8)
- [16] Altintas Y. Analytical prediction of three dimensional chatter stability in milling. *JSME Int. J. Ser. C*, 2001, vol. 44, no. 3, pp. 717–723, doi: <https://doi.org/10.1299/jsmec.44.717>
- [17] Городецкий Ю.И. Теория нелинейных колебаний и динамика станков. *Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. Сер. Математическое моделирование и оптимальное управление*, 2001, № 2, с. 69–88.
- [18] Васин Л.А., Васин С.А., Кошелева А.А. Эмерджентный подход к созданию виброустойчивых режущих инструментов. *Известия ТулГУ. Технические науки*, 2014, № 11–2, с. 377–385.
- [19] Insperger T., Stepan G. Semi-discretization method for delayed systems. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 2002, vol. 55, no. 5, pp. 503–518, doi: <https://doi.org/10.1002/nme.505>
- [20] Zakovorotny V. Bifurcations in the dynamic system of the mechanic processing in metal-cutting tools. *WSEAS Transactions on Applied and Theoretical Mechanics*, 2015, vol. 10, pp. 102–116.
- [21] Zakovorotny V.L., Lukyanov A.D., Gubanova A.A. et al. Bifurcation of stationary manifolds formed in the neighborhood of the equilibrium in a dynamic system of cutting. *J. Sound Vib.*, 2016, vol. 368, pp. 174–190, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2016.01.020>
- [22] Hanna N.H., Tobias S.A. Theory of nonlinear regenerative chatter. *J. Eng. Ind.*, 1974, vol. 96, no. 1, pp. 247–255, doi: <https://doi.org/10.1115/1.3438305>
- [23] Gousskov A.M., Voronov S.A., Paris H. et al. Nonlinear dynamics of a machining system with two interdependent delays. *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.*, 2002, vol. 7, no. 4, pp. 207–221, doi: [https://doi.org/10.1016/S1007-5704\(02\)00014-X](https://doi.org/10.1016/S1007-5704(02)00014-X)
- [24] Litak G. Chaotic vibrations in a regenerative cutting process. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2002, no. 13, no. 7, pp. 1531–1535, doi: [https://doi.org/10.1016/S0960-0779\(01\)00176-X](https://doi.org/10.1016/S0960-0779(01)00176-X)
- [25] Namachchivaya N.S., Beddini R. Spindle speed variation for the suppression of regenerative chatter. *J. Nonlinear Sci.*, 2003, no. 13, no. 3, pp. 265–288, doi: <https://doi.org/10.1007/s00332-003-0518-4>
- [26] Wahi P., Chatterjee A. Self-interrupted regenerative metal cutting in turning. *Int. J. Nonlinear Mech.*, 2008, vol. 43, no. 2, pp. 111–123, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2007.10.010>
- [27] Warminski J., Litak G., Lipski J. et al. Chaotic vibrations in regenerative cutting process. IUT AM / IFToMM Symposium on Synthesis of Nonlinear Dynamical Systems. *Springer*, 2000, vol. 73, pp. 275–284, doi: https://doi.org/10.1007/978-94-011-4229-8_29

- [28] Stepan G., Szalai R., Insperger T. Nonlinear dynamics of high-speed milling subjected to regenerative effect. In: *Nonlinear dynamics of production systems*. Wiley, 2004, pp. 111–127.
- [29] Stepan G., Insperger T., Szalai R. Delay, parametric excitation, and the nonlinear dynamics of cutting processes. *Int. J. Bifurcat. Chaos*, 2005, vol. 15, no. 9, pp. 2783–2798, doi: <https://doi.org/10.1142/S0218127405013642>
- [30] Stepan G. Modelling nonlinear regenerative effects in metal cutting. *Philos. Trans. Royal Soc. A*, 2001, vol. 359, no. 1781, pp. 739–757, doi: <https://doi.org/10.1098/rsta.2000.0753>
- [31] Reith M.J., Bachrathy D., Stepan G. Improving the stability of multi-cutter turning with detuned dynamics. *Mach. Sci. Technol.*, 2016, vol. 20, no. 3, pp. 440–459, doi: <https://doi.org/10.1080/10910344.2016.1191029>
- [32] Brissaud D., Gousskov A., Guibert N. et al. Influence of the ploughing effect on the dynamic behavior of the self-vibratory drilling head. *CIRP Annals*, 2008, vol. 57, no. 1, pp. 385–388, doi: <https://doi.org/10.1016/j.cirp.2008.03.101>
- [33] Gousskov A., Gousskov M., Lorong Ph. et al. Influence of flank face on the condition of chatter self-excitation during turning. *Int. J. Mach. Mach. Mater.*, 2017, vol. 19, no. 1, pp. 17–40, doi: <https://doi.org/10.1504/IJMMM.2017.081186>
- [34] Воронов С.А., Киселев И.А. Нелинейные задачи динамики процессов резания. *Машиностроение и инженерное образование*, 2017, № 2, с. 9–23.
- [35] Гуськов М., Динь Дык Т., Пановко Г. и др. Моделирование и исследование устойчивости процесса многолезцового резания «по следу». *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2018, № 3, с. 19–27, doi: <https://doi.org/10.31857/S023571190000533-7>
- [36] Мурашкин Л.С., Мурашкин С.Л. *Прикладная нелинейная механика станков*. Ленинград, Машиностроение, 1977. 192 с.
- [37] Rusinek R., Wiercigroch M., Wahi P. Influence of tool flank forces on complex dynamics of cutting process. *Int. J. Bifurcat. Chaos*, 2014, vol. 24, no. 9, art. 1450115, doi: <https://doi.org/10.1142/S0218127414501156>
- [38] Rusinek R., Wiercigroch M., Wahi P. Modelling of frictional chatter in metal cutting. *Int. J. Mech. Sci.*, 2014, vol. 89, pp. 167–176, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2014.08.020>
- [39] Grabec I. Chaos generated by the cutting process. *Phys. Lett. A*, 1986, vol. 117, no. 8, pp. 384–386, doi: [https://doi.org/10.1016/0375-9601\(86\)90003-4](https://doi.org/10.1016/0375-9601(86)90003-4)
- [40] Wiercigroch M., Budak E. Sources of nonlinearities, chatter generation and suppression in metal cutting. *Philos. Trans. Royal Soc. A*, 2001, vol. 359, no. 1781, pp. 663–693, doi: <https://doi.org/10.1098/rsta.2000.0750>
- [41] Wiercigroch M., Krivtsov A.M. Frictional chatter in orthogonal metal cutting. *Philos. Trans. Royal Soc. A*, 2001, vol. 359, no. 1781, pp. 713–738, doi: <https://doi.org/10.1098/rsta.2000.0752>
- [42] Ariaratnam S.T., Fofana M.S. The effects of nonlinearity in turning operation. *J. Eng. Math.*, 2002, vol. 42, no. 2, pp. 143–156, doi: <https://doi.org/10.1023/A:1015203721926>
- [43] Rusinek R., Wiercigroch M., Wahi P. Influence of tool flank forces on complex dynamics of a cutting process. *Int. J. Bifurcat. Chaos*, 2014, vol. 24, no. 9, pp. 189–201, doi: <https://doi.org/10.1142/S0218127414501156>
- [44] Zakovorotny V.L., Gubanova A.A., Lukyanov A.D. Attractive manifolds in end milling. *Russ. Engin. Res.*, 2017, vol. 37, no. 2, pp. 158–163, doi: <https://doi.org/10.3103/S1068798X17020198>
- [45] Zakovorotnyi V.L., Bykador V.S. Cutting-system dynamics. *Russ. Engin. Res.*, 2016, vol. 36, no. 7, pp. 591–598, doi: <https://doi.org/10.3103/S1068798X16070182>
- [46] Заковоротный В.Л., Фам Д.Т., Фам Т.Х. Параметрические явления при управлении процессами обработки на станках. *Вестник Донского государственного технического университета*, 2012, т. 12, № 7, с. 52–61.
- [47] Заковоротный В.Л., Фам Т.Х. Параметрическое самовозбуждение динамической системы резания. *Вестник Донского государственного технического университета*, 2013, т. 13, № 5–6, с. 97–103.
- [48] Masoumi F., Pellicano F.S., Samani M. et al. Symmetry breaking and chaos-induced imbalance in planetary gears. *Nonlinear Dyn.*, 2015, vol. 80, 1–2, pp. 561–582, doi: <https://doi.org/10.1007/s11071-014-1890-3>

- [49] Заковоротный В.Л., Фам Д.Т., Нгуен С.Т. Математическое моделирование и параметрическая идентификация динамических свойств подсистем инструмента и заготовки при точении. *Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Технические науки*, 2011, № 2, с. 38–46.
- [50] Магницкий Н.А., Сидоров С.В. *Новые методы хаотической динамики*. Москва, Эдиториал УРСС, 2004. 318 с.
- [51] Ляпунов А.М. *Общая задача об устойчивости движения*. Москва, Гостехиздат, 1950. 471 с.
- [52] Бесекеерский В.А., Попов Е.П. *Теория систем автоматического регулирования*. Москва, Наука, 1975. 768 с.

References

- [1] Hahn R.S. On the theory of regenerative chatter in precision-grinding operations. *Trans. ASME*, 1954, vol. 76, no. 4, pp. 593–597, doi: <https://doi.org/10.1115/1.4014908>
- [2] Tobias S.A., Fishwick W. Theory of regenerative machine tool chatter. *The Engineer*, 1958, vol. 205, no. 7, pp. 199–203.
- [3] Sokolovskiy A.P. Vibratsii pri rabote na metallorezhushchikh stankakh [Vibrations at work on metal-cutting machines]. V: *Issledovanie kolebaniy pri rezanii metallov* [In: Investigation of vibrations at metal cuttinoscow]. Moscow, Mashgiz Publ., 1958, pp. 15–18. (In Russ.).
- [4] Tobias S.A. *Machine tool vibrations*. Blackie, 1965. 351 p.
- [5] Merrit H.E. Theory of self-excited machine-tool chatter-contribution to machine tool chatter research. *J. Eng. Ind.*, 1965, vol. 87, no. 4, pp. 447–454, doi: <https://doi.org/10.1115/1.3670861>
- [6] Kudinov V.A. *Dinamika stankov* [Machine dynamics]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1967. 359 p. (In Russ.).
- [7] Danek O., Špaček L., Berthold H. et al. *Selbsterregte Schwingungen an Werkzeugmaschinen*. VEB Verlag Technik, 1962. 431 p.
- [8] Zakovorotnyy V.L. The study of the dynamic characteristic of cutting at autoscillations of the tool. *Izvestiya Severo-Kavkazskogo nauchnogo tsentra vysshey shkoly. Tekhnicheskie nauki*, 1976, no. 2, pp. 37–41. (In Russ.).
- [9] Zakovorotnyy V.L., Begun V.G., Palagnyuk G.G. Frequency analysis of the dynamics of the cutting process. *Izvestiya Severo-Kavkazskogo nauchnogo tsentra vysshey shkoly. Tekhnicheskie nauki*, 1979, no. 1, pp. 24–27. (In Russ.).
- [10] Tlusty J., Ismail F. Basic non-linearity in machining chatter. *CIRP Annals*, 1981, vol. 30, no. 1, pp. 299–304, doi: [https://doi.org/10.1016/S0007-8506\(07\)60946-9](https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)60946-9)
- [11] Zharkov I.G. *Vibratsii pri obrabotke lezviynym instrumentom* [Vibrations during machining with blade tool]. Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1986. 180 p. (In Russ.).
- [12] Elyasberg M.E. *Avtokolebaniya metallorezhushchikh stankov* [Autoscillations of metal-cutting machines]. Sankt-Petersburg, OKBS Publ., 1993. 182 p. (In Russ.).
- [13] Veyts V.L., Vasilkov D.V. Problems of dynamics, modeling and quality assurance in machining of low-rigid workpieces. *STIN*, 1999, no. 6, pp. 9–13. (In Russ.).
- [14] Altitias Y., Budak E. Analytical prediction of stability lobes in milling. *CIRP Annals*, 1995, vol. 44, no. 1, pp. 357–362, doi: [https://doi.org/10.1016/S0007-8506\(07\)62342-7](https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)62342-7)
- [15] Altitias Y., Weck M. Chatter stability of metal cutting and grinding. *CIRP Annals*, 2004, vol. 53, no. 2, pp. 619–642, doi: [https://doi.org/10.1016/S0007-8506\(07\)60032-8](https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)60032-8)
- [16] Altitias Y. Analytical prediction of three dimensional chatter stability in milling. *JSME Int. J. Ser. C*, 2001, vol. 44, no. 3, pp. 717–723, doi: <https://doi.org/10.1299/jsmec.44.717>
- [17] Gorodetskiy Yu.I. Theory of nonlinear oscillations and machine tool dynamics. *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo. Ser. Matematicheskoe modelirovanie i optimalnoe upravlenie*, 2001, no. 2, pp. 69–88. (In Russ.).
- [18] Vasin L.A., Vasin S.A., Kosheleva A.A. Emergent approach to creation of vibration-proof cutting tools. *Izvestiya TulGU. Tekhnicheskie nauki* [News of the Tula State University. Technical Sciences], 2014, no. 11–2, pp. 377–385. (In Russ.).
- [19] Insperger T., Stepan G. Semi-discretization method for delayed systems. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 2002, vol. 55, no. 5, pp. 503–518, doi: <https://doi.org/10.1002/nme.505>

- [20] Zakovorotny V. Vifurcations in the dynamic system of the mechanic processing in metal-cutting tools. *WSEAS Transactions on Applied and Theoretical Mechanics*, 2015, vol. 10, pp. 102–116.
- [21] Zakovorotny V.L., Lukyanov A.D., Gubanova A.A. et al. Bifurcation of stationary manifolds formed in the neighborhood of the equilibrium in a dynamic system of cutting. *J. Sound Vib.*, 2016, vol. 368, pp. 174–190, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2016.01.020>
- [22] Hanna N.H., Tobias S.A. Theory of nonlinear regenerative chatter. *J. Eng. Ind.*, 1974, vol. 96, no. 1, pp. 247–255, doi: <https://doi.org/10.1115/1.3438305>
- [23] Gousskov A.M., Voronov S.A., Paris H. et al. Nonlinear dynamics of a machining system with two interdependent delays. *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.*, 2002, vol. 7, no. 4, pp. 207–221, doi: [https://doi.org/10.1016/S1007-5704\(02\)00014-X](https://doi.org/10.1016/S1007-5704(02)00014-X)
- [24] Litak G. Chaotic vibrations in a regenerative cutting process. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2002, no. 13, no. 7, pp. 1531–1535, doi: [https://doi.org/10.1016/S0960-0779\(01\)00176-X](https://doi.org/10.1016/S0960-0779(01)00176-X)
- [25] Namachchivaya N.S., Beddini R. Spindle speed variation for the suppression of regenerative chatter. *J. Nonlinear Sci.*, 2003, no. 13, no. 3, pp. 265–288, doi: <https://doi.org/10.1007/s00332-003-0518-4>
- [26] Wahi P., Chatterjee A. Self-interrupted regenerative metal cutting in turning. *Int. J. Non Linear Mech.*, 2008, vol. 43, no. 2, pp. 111–123, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2007.10.010>
- [27] Warminski J., Litak G., Lipski J. et al. Chaotic vibrations in regenerative cutting process. IUT AM IFToMM Symposium on Synthesis of Nonlinear Dynamical Systems. *Springer*, 2000, vol. 73, pp. 275–284, doi: https://doi.org/10.1007/978-94-011-4229-8_29
- [28] Stepan G., Szalai R., Insperger T. Nonlinear dynamics of high-speed milling subjected to regenerative effect. In: *Nonlinear dynamics of production systems*. Wiley, 2004, pp. 111–127.
- [29] Stepan G., Insperger T., Szalai R. Delay, parametric excitation, and the nonlinear dynamics of cutting processes. *Int. J. Bifurcat. Chaos*, 2005, vol. 15, no. 9, pp. 2783–2798, doi: <https://doi.org/10.1142/S0218127405013642>
- [30] Stepan G. Modelling nonlinear regenerative effects in metal cutting. *Philos. Trans. Royal Soc. A*, 2001, vol. 359, no. 1781, pp. 739–757, doi: <https://doi.org/10.1098/rsta.2000.0753>
- [31] Reith M.J., Bachrathy D., Stepan G. Improving the stability of multi-cutter turning with detuned dynamics. *Mach. Sci. Technol.*, 2016, vol. 20, no. 3, pp. 440–459, doi: <https://doi.org/10.1080/10910344.2016.1191029>
- [32] Brissaud D., Gousskov A., Guibert N. et al. Influence of the ploughing effect on the dynamic behavior of the self-vibratory drilling head. *CIRP Annals*, 2008, vol. 57, no. 1, pp. 385–388, doi: <https://doi.org/10.1016/j.cirp.2008.03.101>
- [33] Gousskov A., Gousskov M., Lorong Ph. et al. Influence of flank face on the condition of chatter self-excitation during turning. *Int. J. Mach. Mach. Mater.*, 2017, vol. 19, no. 1, pp. 17–40, doi: <https://doi.org/10.1504/IJMMM.2017.081186>
- [34] Voronov S.A., Kiselev I.A. Nonlinear problems of cutting process dynamics. *Mashinostroenie i inzhenernoe obrazovanie* [Mechanical Engineering and Engineering Education], 2017, no. 2, pp. 9–23. (In Russ.).
- [35] Gousskov M., Din Dyk T., Panovko G. et al. Modeling and investigation of the stability of a multicutter turning process by a trace. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin*, 2018, no. 3, pp. 19–27, doi: <https://doi.org/10.31857/S023571190000533-7> (in Russ.). (Eng. version: *J. Mach. Manuf. Reliab.*, 2018, vol. 47, no. 4, pp. 317–323, doi: <https://doi.org/10.3103/S1052618818040052>)
- [36] Murashkin L.S., Murashkin S.L. *Prikladnaya nelineynaya mekhanika stankov* [Applied nonlinear mechanics of machines]. Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1977. 192 p. (In Russ.).
- [37] Rusinek R., Wiercigroch M., Wahi P. Influence of tool flank forces on complex dynamics of cutting process. *Int. J. Bifurcat. Chaos*, 2014, vol. 24, no. 9, art. 1450115, doi: <https://doi.org/10.1142/S0218127414501156>
- [38] Rusinek R., Wiercigroch M., Wahi P. Modelling of frictional chatter in metal cutting. *Int. J. Mech. Sci.*, 2014, vol. 89, pp. 167–176, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2014.08.020>
- [39] nGrabec I. Chaos generated by the cutting process. *Phys. Lett. A*, 1986, vol. 117, no. 8, pp. 384–386, doi: [https://doi.org/10.1016/0375-9601\(86\)90003-4](https://doi.org/10.1016/0375-9601(86)90003-4)

- [40] Wiercigroch M., Budak E. Sources of nonlinearities, chatter generation and suppression in metal cutting. *Philos. Trans. Royal Soc. A*, 2001, vol. 359, no. 1781, pp. 663–693, doi: <https://doi.org/10.1098/rsta.2000.0750>
- [41] Wiercigroch M., Krivtsov A.M. Frictional chatter in orthogonal metal cutting. *Philos. Trans. Royal Soc. A*, 2001, vol. 359, no. 1781, pp. 713–738, doi: <https://doi.org/10.1098/rsta.2000.0752>
- [42] Ariaratnam S.T., Fofana M.S. The effects of nonlinearity in turning operation. *J. Eng. Math.*, 2002, vol. 42, no. 2, pp. 143–156, doi: <https://doi.org/10.1023/A:1015203721926>
- [43] Rusinek R., Wiercigroch M., Wahi P. Influence of tool flank forces on complex dynamics of a cutting process. *Int. J. Bifurcat. Chaos*, 2014, vol. 24, no. 9, pp. 189–201, doi: <https://doi.org/10.1142/S0218127414501156>
- [44] Zakovorotny V.L., Gubanova A.A., Lukyanov A.D. Attractive manifolds in end milling. *Russ. Engin. Res.*, 2017, vol. 37, no. 2, pp. 158–163, doi: <https://doi.org/10.3103/S1068798X17020198>
- [45] Zakovorotnyi V.L., Bykador V.S. Sutting-system dynamics. *Russ. Engin. Res.*, 2016, vol. 36, no. 7, pp. 591–598, doi: <https://doi.org/10.3103/S1068798X16070182>
- [46] Zakovorotnyy V.L., Fam D.T., Fam T.Kh. Parametrical phenomena under on-machine process control. *Vestnik Donskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Vestnik of Don State Technical University], 2012, vol. 12, no. 7, pp. 52–61. (In Russ.).
- [47] Zakovorotnyy V.L., Fam T.Kh. Parametric self-excitation of cutting dynamic system. *Vestnik Donskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Vestnik of Don State Technical University], 2013, vol. 13, no. 5–6, pp. 97–103. (In Russ.).
- [48] Masoumi F., Pellicano F.S., Samani M. Et al. Symmetry breaking and chaos-induced imbalance in planetary gears. *Nonlinear Dyn.*, 2015, vol. 80, 1–2, pp. 561–582, doi: <https://doi.org/10.1007/s11071-014-1890-3>
- [49] Zakovorotnyy V.L., Fam D.T., Nguen S.T. Mathematical modeling and parametric identification of dynamic properties of the subsystems of the cutting tool and workpiece in the turning. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Severo-Kavkazskiy region. Tekhnicheskie nauki* [Bulletin of Higher Educational Institutions. North Caucasus Region. Technical Sciences], 2011, no. 2, pp. 38–46. (In Russ.).
- [50] Magnitskiy N.A., Sidorov S.V. *Novye metody khaoticheskoy dinamiki* [New methods of chaotic mechanics]. Moscow, Editorial URSS Publ., 2004. 318 p. (In Russ.).
- [51] Lyapunov A.M. *Obshchaya zadacha ob ustoychivosti dvizheniya* [Main problem of motion stability]. Moscow, Gostekhizdat Publ., 1950. 471 p. (In Russ.).
- [52] Besekerskiy V.A., Popov E.P. *Teoriya sistem avtomaticheskogo regulirovaniya* [Theory of automated regulation systems]. Moscow, Nauka Publ., 1975. 768 p. (In Russ.).

Статья поступила в редакцию 20.01.2023

Информация об авторах

ЗАКОВОРОТНЫЙ Вилор Лаврентьевич — доктор технических наук, профессор кафедры «Автоматизация производственных процессов». Донской государственный технический университет (344000, Ростов-на-Дону, Российская Федерация, пл. Гагарина, д. 1, e-mail: vzakovorotny@dstu.edu.ru).

ГВИНДЖИЛИЯ Валерия Енвериевна — кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры «Автоматизация производственных процессов». Донской государственный технический университет (344000, Ростов-на-Дону, Российская Федерация, пл. Гагарина, д. 1, e-mail: vvgvindjiliya@donstu.ru).

Information about the authors

ZAKOVOROTNY Vilor Lavrentyevich — Doctor of Science (Eng.), Professor, Department of Automation of Manufacturing Processes. Don State Technical University (344000, Rostov-on-Don, Russian Federation, Gagarina Sq., Bldg. 1, e-mail: vzakovorotny@dstu.edu.ru).

GVINDJILIYA Valeriya Enverievna — Candidate of Science (Eng.), Senior Lecturer, Department of Automation of Manufacturing Processes. Don State Technical University (344000, Rostov-on-Don, Russian Federation, Gagarina Sq., Bldg. 1, e-mail: vvgvindjiliya@donstu.ru).

КИСЛОВ Кирилл Вадимович — аспирант кафедры «Математика и информатика». Донской государственный технический университет (344000, Ростов-на-Дону, Российская Федерация, пл. Гагарина, д. 1, e-mail: kyrylr12@gmail.ru).

KISLOV Kirill Vadimovich — Postgraduate, Department of Mathematics and Informatics. Don State Technical University (344000, Rostov-on-Don, Russian Federation, Gagarina Sq., Bldg. 1, e-mail: kyrylr12@gmail.com).

ВЕРЕМЕЕВ Данил Николаевич — аспирант кафедры «Математика и информатика». Донской государственный технический университет (344000, Ростов-на-Дону, Российская Федерация, пл. Гагарина, д. 1, e-mail: danvert1990@gmail.com).

VEREMEEV Danil Nikolaevich — Postgraduate, Department of Mathematics and Informatics. Don State Technical University (344000, Rostov-on-Don, Russian Federation, Gagarina Sq., Bldg. 1, e-mail: danvert1990@gmail.com).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е., Кислов К.В., Веремеев Д.Н. Влияние деформаций инструмента и заготовки в направлении скорости резания на динамику обработки. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2023, № 8, с. 51–67, doi: 10.18698/0536-1044-2023-8-51-67

Please cite this article in English as:

Zakovorotny V.L., Gvindjilia V.E., Kislov K.V., Veremeev D.N. Tool and workpiece deformation effect in the cutting speed direction on the machining dynamics. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2023, no. 8, pp. 51–67, doi: 10.18698/0536-1044-2023-8-51-67



**Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана
предлагает читателям учебное пособие
«Основы академического письма»**

Авторы: Е.А. Орлов, Н.Н. Романова, Т.П. Скорикова

Посвящено выработке навыков академического письма на русском языке как иностранном (РКИ). Издание структурировано по тематическому принципу и содержит материал по развитию грамматических навыков академического письма, созданию вторичных научных текстов, а также написанию первичного научного текста — статьи и доклада (презентации). Пособие соответствует содержанию и требованиям государственного стандарта по РКИ (уровень ТРКИ-2), а также рабочим программам по дисциплине «Русский язык как иностранный» для учащихся указанного уровня на различных образовательных этапах.

Для иностранных магистрантов и аспирантов МГТУ им. Н.Э. Баумана, владеющих русским языком в объеме первого сертификационного уровня. Материалы пособия также могут использоваться для занятий по учебным курсам «Русский язык и культура речи», «Культура научной речи» для российских и иностранных студентов и аспирантов.

По вопросам приобретения обращайтесь:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.
Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;
press@bmstu.ru; <https://bmstu.press>