

УДК 629.7.023; 539.3

doi: 10.18698/0536-1044-2023-10-114-125

Исследование нелинейного деформирования и устойчивости композитной цилиндрической оболочки при комбинированном нагружении крутящим моментом, краевой поперечной силой и внутренним давлением

Л.П. Железнов

ФАУ «Сибирский научно-исследовательский институт авиации имени С.А. Чаплыгина»

Investigation of nonlinear deformation and stability of a composite cylindrical shell under combined loading with torque, edge transversal force and internal pressure

L.P. Zheleznov

Chaplygin Siberian Scientific Research Institute of Aviation

Изложена конечно-элементная постановка решения задач устойчивости цилиндрических оболочек, выполненных из полимерного композиционного материала, с учетом моментности и нелинейности их докритического напряженно-деформированного состояния. Нелинейная задача прочности и устойчивости решена методами конечных элементов и линеаризации Ньютона — Канторовича. Критические нагрузки определены в процессе решения геометрически нелинейной задачи с использованием критерия Сильвестра. Используются ранее разработанные на основе гипотезы Тимошенко конечные элементы композитных цилиндрических оболочек естественной кривизны, в аппроксимации перемещений которых в явном виде выделены их жесткие перемещения. Исследована устойчивость круговой цилиндрической оболочки, выполненной из полимерного композиционного материала, при комбинированном нагружении крутящим моментом, поперечной силой и внутренним давлением. Получены кривые взаимодействия внешних нагрузок. Определено влияние способов укладки монослоев, нелинейности деформирования и внутреннего давления на критические нагрузки оболочки и весовую эффективность композитных оболочек.

Ключевые слова: композитная цилиндрическая оболочка, полимерные композиционные материалы, нелинейное деформирование, устойчивость оболочки, внутреннее давление, весовая эффективность

The paper presents a finite element formulation for solving stability problems of the composite cylindrical shells taking into account momentness and nonlinearity of their subcritical stress-strain state. The nonlinear problem of strength and stability was solved by the finite element methods and the Newton-Kantorovich linearization. Critical loads were determined in the process of solving the geometrically nonlinear problem using the Sylvester criterion. Finite elements of the composite cylindrical shells with natural curvature previously developed on the basis of Timoshenko's hypothesis were used. Their rigid motions were explicitly identified in the movement approximation. Stability of a circular cylindrical shell

made of the polymer composite material was studied under combined loading with torque, transverse force and internal pressure. Interaction curves of the external loads were obtained. Influence was determined of monolayers laying methods, nonlinearity of deformation and internal pressure on the critical loads of the shell buckling and the weight efficiency of composite shells in comparison with the metal ones.

Keywords: composite cylindrical shell, polymer composite materials, nonlinear deformation, shell stability, internal pressure, weight efficiency

Полимерные композиционные материалы (ПКМ) получили широкое применение в современных летательных аппаратах. Использование ПКМ существенно снижает массу конструкции при сохранении прочностных и жесткостных характеристик.

Основополагающий вклад в разработку методов расчета композитных конструкций внесла школа В.В. Васильева [1, 2]. Однако, несмотря на большое число работ по исследованию прочности таких конструкций, остаются нерешенными вопросы прочности и устойчивости в условиях их нелинейного исходного напряженно-деформированного состояния (НДС). Последнее особенно важно для фюзеляжей самолетов, в которых потеря устойчивости обшивки является недопустимой.

В большинстве опубликованных работ задачи устойчивости оболочек рассмотрены в классической постановке в условиях безмоментного или линейного исходного НДС [3–6]. Но до сих пор не решены многие вопросы, связанные с прочностью и устойчивостью композитных конструкций при их нелинейном деформировании. В частности, не определено влияние способа укладки однонаправленных монослоев на устойчивость оболочек из ПКМ при комбинированном нагружении.

Цель работы — исследование влияния способа укладки монослоев ПКМ на устойчивость и весовую эффективность композитных оболочек в сравнении с металлическими при нелинейном исходном НДС.

Задача прочности и устойчивости цилиндрических оболочек из ПКМ при произвольном нагружении решена методами конечных элементов и линеаризации Ньютона — Канторовича. Используются разработанные на основе гипотезы Тимошенко конечные элементы (КЭ) композитных цилиндрических оболочек естественной кривизны, в аппроксимации перемещений которых в явном виде выделены их жесткие перемещения [7, 8].

Исследовано влияние порядка укладки монослоев и нелинейности деформирования на устойчивость круговой цилиндрической оболочки из ПКМ при действии крутящего момента, поперечной силы и внутреннего давления. Результаты исследования получены с помощью программы «Комплекс программ для расчета на прочность и устойчивость подкрепленных некруговых цилиндрических оболочек», зарегистрированной в Федеральной службе по интеллектуальной собственности (свидетельство о государственной регистрации № 2013615613).

Рассмотрим композитную некруговую цилиндрическую оболочку, находящуюся под действием неоднородной краевой нагрузки в виде продольной силы N , изгибающего M и крутящего M_k моментов, поперечной силы Q и внутреннего (внешнего) давления q (рис. 1).

Основные соотношения для КЭ некруговой цилиндрической оболочки, выполненной из ПКМ, разработанные алгоритмы решения задачи ее прочности и устойчивости в условиях нелинейного исходного НДС опубликованы в работах [7–11]. Обшивка оболочки рассмотрена как ортотропная.

Алгоритм решения нелинейной задачи. Вариационное уравнение Лагранжа для КЭ оболочки запишем как

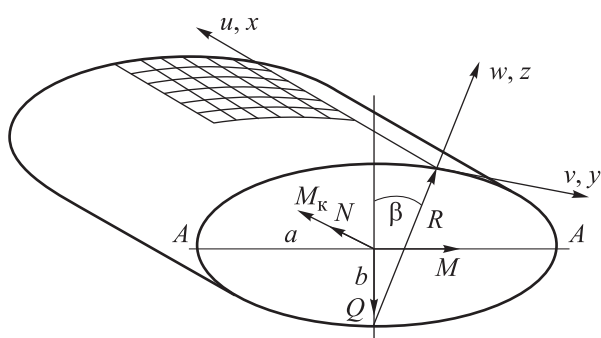


Рис. 1. Расчетная схема композитной некруговой цилиндрической оболочки:

a и b — большая и малая ось эллипса; β — угол поворота радиуса кривизны R поперечного сечения оболочки относительно вертикальной оси; u, v, w — перемещения точек срединной поверхности КЭ в направлении осей x, y, z соответственно

$$\delta\Pi = \delta W - \delta V = 0, \quad (1)$$

где δ — знак вариации; Π — потенциальная энергия; W — энергия деформации; V — работа внешних сил.

Варьируя выражения (1) по узловым перемещениям КЭ, получаем систему нелинейных алгебраических уравнений относительно узловых перемещений КЭ. С учетом условия совместности перемещений в узлах КЭ и граничных условий получаем систему нелинейных алгебраических уравнений относительно узловых перемещений оболочки

$$\mathbf{K}\mathbf{u}' - \mathbf{Q} = 0, \quad (2)$$

где \mathbf{K} — матрица жесткости оболочки, получаемая суммированием матриц жесткости отдельных КЭ с использованием матрицы индексов [12]; \mathbf{u}' — вектор узловых перемещений; \mathbf{Q} — вектор обобщенных узловых сил оболочки.

Для решения системы (2) воспользуемся методом Ньютона — Канторовича [13], уравнение которого имеет вид

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(\mathbf{u}'_n)\Delta &= \mathbf{Q} - \mathbf{G}(\mathbf{u}'_n); \\ \mathbf{G} &= \mathbf{K}(\mathbf{u}'_n)\mathbf{u}'_n; \quad \mathbf{u}'_{n+1} = \mathbf{u}'_n + \Delta, \end{aligned} \quad (3)$$

где \mathbf{H} — матрица Гессе системы, элементами которой являются элементы второй вариации потенциальной энергии деформации оболочки; \mathbf{u}'_n и Δ — вектор узловых перемещений оболочки на n -й итерации и вектор его приращения; \mathbf{G} — градиент потенциальной энергии деформации.

Решение системы (3) получаем с помощью метода последовательных приближений и шагового метода по нагрузке. На каждой итерации решение системы линейных алгебраических уравнений отыскиваем методом Краута [14] с использованием разложения матрицы Гессе $\mathbf{H} = \mathbf{L}^T \mathbf{D} \mathbf{L}$ на одну диагональную \mathbf{D} и две треугольные матрицы \mathbf{L} .

Определив компоненты вектора узловых перемещений \mathbf{u}' , находим все компоненты НДС оболочки. Критическую нагрузку определяем как предельную по расходимости итерационного процесса при резком возрастании перемещений в отдельных узлах конечно-элементной сетки, или как бифуркационную с использованием энергетического критерия устойчивости, согласно которому равновесное состояние устойчиво, если $\delta^2\Pi > 0$.

Это условие требует положительной определенности матрицы Гессе \mathbf{H} или положительности всех диагональных элементов матрицы \mathbf{D} в $\mathbf{L}^T \mathbf{D} \mathbf{L}$. Определив критическую нагрузку, находим форму потери устойчивости оболочки из решения системы $\mathbf{H}\ddot{\mathbf{u}} = 0$, где $\ddot{\mathbf{u}}$ — вектор бифуркационных узловых перемещений.

В случае предельной точки форму потери устойчивости оболочки определяют из нелинейного исходного НДС для нагрузки, близкой к предельной.

Особенность алгоритма заключается в том, что задачу устойчивости не выделяют отдельно. Критические нагрузки определяют в процессе решения нелинейной задачи. Это существенно снижает затраты машинного времени ЭВМ.

Исследование влияния порядка укладки монослоев на устойчивость цилиндрической оболочки. Рассмотрим консольно-закрепленную ($u = v = w = w_x = 0$) круговую цилиндрическую оболочку, выполненную из ПКМ и находящуюся под действием внутреннего давления $q = 0,15$ МПа, краевой нагрузки в виде крутящего момента M_k и поперечной силы Q , приложенных к свободному краю оболочки.

Нагруженный край оболочки подкреплен жестким в своей плоскости шпангоутом. Действие крутящего момента M_k заменим действием однородных по окружности оболочки касательных усилий $T_3 = M_k / (2\omega)$, где ω — площадь в свету поперечного сечения оболочки.

Действие поперечной силы заменим статически эквивалентными ей касательными усилиями $T_3 = QS/J$, где S — статический момент отсеченной части поперечного сечения; J — момент инерции площади поперечного сечения относительно оси AA (см. рис. 1)

Оболочка длиной $L = 2000$ мм, толщиной $h = 3,456$ мм и радиусом $R = 2000$ мм выполнена из 18-слойного ПКМ на основе волокна Тогауса Т700, механические характеристики монослоя которого указаны в работе [11]. Жесткостные характеристики материала оболочки получены с использованием формул, приведенных в работе [11].

Оболочку разбивали конечно-элементной сеткой (15×160), что обеспечивало сходимость решения по числу КЭ с погрешностью, не превышающей 5 %.

Введем следующие обозначения:

$$R_\tau = k_\tau / k_{\tau 0} = Q^* / Q_0^*;$$

Таблица 1

Варианты укладки монослоев

Вариант	Схема укладки
1	0°, 0°, ±45°, 90°, 0°, ±45°, 90°, 0°, ±45°, 90°, 0°, ±45°, 90°, 0°
2	0°, 0°, ±45°, 90°, 0°, ±45°, 90°, 90°, ±45°, 0°, 90°, ±45°, 0°, 0°
3	±45°, ±45°, ±45°, ±45°, ±45°, ±45°, ±45°, ±45°, ±45°
4	±45°, ±45°, ±45°, 0°, 90°, 0°, 0°, 90°, 0°, ±45°, ±45°, ±45°
5	±45°, ±45°, ±45°, 0°, 90°, 0°, 0°, 90°, 0°, -45°, 45°, -45°, 45°, -45°, 45°
6	0°, 90°, 0°, 90°, 0°, 90°, 0°, 90°, 0°, 90°, 0°, 90°, 0°, 90°, 0°, 90°
7	0°, 0°, 0°, 90°, 0°, ±45°, ±45°, ±45°, ±45°, 0°, 90°, 0°, 0°, 0°

$$R_p = k_p/k_{p0} = M_k^*/M_{k0}^*;$$

$$k_\tau = Q^*/Q_0; \quad k_{\tau 0} = Q_0^*/Q_0;$$

$$k_p = M_k^*/M_{k0}^*; \quad k_{p0} = M_{k0}^*/M_{k0}.$$

Здесь R_τ — отношение критической поперечной силы Q^* при комбинированном нагружении оболочки к таковой Q_0^* при раздельном нагружении; R_p — отношение критического крутящего момента M_k^* при комбинированном нагружении оболочки к таковому M_{k0}^* при раздельном нагружении; Q_0 и M_{k0} — верхние критические значения поперечной силы и крутящего момента изотропной оболочки [15],

$$Q_0 = \pi R C S_b; \quad M_{k0} = 2\pi C R^2 S_b;$$

$$S_b = 0,74 \frac{Eh}{(1-\nu^2)^{5/8}} \left(\frac{h}{R}\right)^{5/4} \left(\frac{R}{L}\right)^{1/2};$$

где $C = 0,953$; E — модуль упругости; ν — коэффициент Пуассона металлической оболочки.

Рассмотрены семь вариантов укладки монослоев по толщине оболочки (далее варианты укладки монослоев), приведенных в табл. 1, а также (для сравнения) вариант металлической оболочки из алюминиевого сплава Д16Т.

Все расчеты проводили при условии пропорционального нагружения, т. е. задавали некоторые значения нагрузок Q и M_k , определяемые процентными значениями от верхних нагрузок Q_0 и M_{k0} , и находили для них значения параметров k_τ , k_p и k_n , где $k_n = Q^*/Q = M_k^*/M_k$.

Варианты комбинированного нагружения оболочки поперечной силой Q и крутящим моментом в виде отношений нагрузок $p_q = Q/Q_0$ и $p_k = M_k/M_{k0}$ указаны в табл. 2.

Значения параметра критической нагрузки k_n при различных значениях параметра p_q и

вариантах укладки монослоев для линейного и нелинейного исходных НДС оболочки приведены в табл. 3. Здесь и далее вариант 8 соответствует оболочке из алюминиевого сплава Д16Т. Жирным шрифтом выделены варианты с наибольшими значениями параметра критической нагрузки k_n .

Анализ данных табл. 3 показывает, что для композитных оболочек укладка монослоев практически не влияет на параметр критической нагрузки k_n , а с увеличением неоднородности нагрузок он снижается. Критические нагрузки для металлической и композитных оболочек практически совпадают для всех вариантов расчета.

Влияние нелинейности исходного НДС оболочки на параметр критической нагрузки k_n определяется выражением

$$\Delta_1 = (k_{n,n} - k_{n,l})/k_{n,l} \cdot 100 \%, \quad \%$$

где $k_{n,n}$ и $k_{n,l}$ — параметр критической нагрузки для нелинейного и линейного исходного НДС оболочки соответственно.

Таблица 2

Варианты комбинированного нагружения оболочки поперечной силой и крутящим моментом

Вариант	$p_q, \%$	$p_k, \%$
1	0	100
2	26	97
3	50	87
4	71	71
5	87	50
6	97	26
7	100	0

Таблица 3

Значения параметра критической нагрузки k_n при различных значениях параметра p_q и вариантах укладки монослоев для линейного и нелинейного исходных НДС оболочки

$p_q, \%$	Параметр критической нагрузки k_n для вариантов укладки монослоев							
	1	2	3	4	5	6	7	8
0	5,29/5,23	5,29/5,23	5,69/5,77	5,55/5,63	5,69/5,63	4,67/4,62	5,16/5,1	5,98/5,91
26	4,27/4,25	4,27/4,25	4,71/4,69	4,60/4,55	4,60/4,67	3,80/3,75	4,17/4,13	4,83/4,85
50	3,83/3,85	3,83/3,83	4,16/4,14	4,12/4,13	4,12/4,13	3,42/3,39	3,68/3,73	4,38/4,29
71	3,7/3,65	3,7/3,65	3,98/4,03	3,89/3,93	3,98/4,03	3,26/3,22	3,6/3,47	4,17/4,13
87	3,79/3,74	3,79/3,74	4,1/4,11	4,05/3,98	4,08/4,01	3,34/3,31	3,69/3,65	4,28/4,23
97	4,18/4,11	4,18/4,21	4,54/4,29	4,42/4,29	4,53/4,39	3,67/3,63	4,05/4,01	4,81/4,64
100	5,06/4,97	5,06/4,97	5,53/4,97	5,38/5,09	5,38/5,1	4,55/4,5	4,9/4,85	5,83/5,49

Примечание. В числителе дроби указаны значения для линейного исходного НДС оболочки, в знаменателе — для нелинейного.

Результаты исследования влияния нелинейности исходного НДС оболочки на параметр критической нагрузки k_n при различных значениях параметра p_q и вариантах укладки монослоев приведены в табл. 4. Жирным шрифтом выделены варианты оболочек с наибольшими значениями параметра Δ_1 .

Анализ данных табл. 4 показывает, что нелинейность, как правило, снижает значения параметра критической нагрузки k_n и в большинстве случаев является незначительной (1,5...3,5 %), за исключением вариантов расчета для оболочки, находящейся под действием только поперечной силы.

Влияние внутреннего давления q на параметр критической нагрузки k_n определяется выражением

$$\Delta_2 = \frac{k_n - k_n^0}{k_n^0} \cdot 100 \%, \%$$

где k_n^0 — параметр критической нагрузки при отсутствии внутреннего давления ($q = 0$).

Результаты исследования влияния внутреннего давления q на параметр критической нагрузки k_n при различных значениях параметра p_q и вариантах укладки монослоев для линейного и нелинейного исходных НДС оболочки приведены в табл. 5.

Как следует из табл. 5, влияние внутреннего давления на параметр критической нагрузки k_n зависит и от способа укладки монослоев, и от поперечной силы Q (наиболее существенно для вариантов укладки 1, 2, 6, 7). С увеличением параметра p_q влияние внутреннего давления значи-

Таблица 4

Результаты исследования влияния нелинейности исходного НДС оболочки на параметр критической нагрузки k_n

$p_q, \%$	Параметр $\Delta_1, \%$ для вариантов укладки монослоев							
	1	2	3	4	5	6	7	8
0	-1,1	-1,1	1,3	1,3	-1,1	-1,1	-1,1	-1,1
26	-0,5	-0,5	-0,5	-1,0	1,5	-1,1	-1,0	0,5
50	0,5	0,1	-0,4	0,1	0,1	-1,0	1,3	-2,0
71	-1,3	-1,3	1,2	1,1	1,2	-1,0	-3,5	-1,1
87	-1,3	-1,3	0,1	-1,8	-1,8	-1,0	-1,1	-1,1
97	-1,8	0,7	-5,6	-3,0	-3,0	-1,1	-1,1	-3,5
100	-1,8	-1,8	-10,2	-5,3	-5,3	-1,1	-1,1	-5,9

Таблица 5

Результаты исследования влияния внутреннего давления на критический параметр k_n для линейного и нелинейного исходных НДС оболочки

$p_q, \%$	Параметр $\Delta_2, \%$, для вариантов укладки монослоев							
	1	2	3	4	5	6	7	8
0	720,0/740,5	827,8/827,8	740,6/769,5	642,8/668,5	624,8/631,5	783,1/791,3	874,7/883,8	452,4/451,9
26	687,3/711,8	791,5/818,4	727,8/732,1	631,7/632,3	596,5/614,4	767,5/774,2	851,8/860,8	430,3/443,9
50	679,8/712,6	782,2/815,4	706,3/732,9	624,1/651,3	589,3/597,5	762,3/771,2	828,7/884,2	430,8/417,7
71	690,6/689,2	772,6/793,0	690,7/729,2	599,3/633,0	581,8/597,6	741,3/750,1	830,2/838,1	418,7/436,1
87	671,3/689,4	772,6/793,1	695,2/704,8	611,9/589,8	581,7/577,1	741,3/749,9	830,2/838,1	418,7/423,0
97	670,7/665,4	751,3/787,5	677,8/642,9	585,6/590,1	569,0/572,4	725,1/744,9	802,7/832,	415,6/407,7
10	647,4/660,7	745,6/760,8	677,7/606,5	585,1/556,0	602,2/589,4	739,8/739,7	797,4/826,9	412,5/390,3

Примечание. В числителе дроби указаны значения для линейного исходного НДС оболочки, в знаменателе — для нелинейного.

тельно снижается как для линейного исходного НДС оболочки, так и для нелинейного. Внутреннее давление существенно повышает параметр критической нагрузки k_n , причем у композитных оболочек больше, чем у металлических.

Зависимости параметра критической нагрузки k_τ от параметра p_k при различных вариантах укладки монослоев для линейного и нелинейного исходных НДС оболочки приведены на рис. 2. Здесь и далее номера кривых соответствуют вариантам укладки монослоев.

Как видно из рис. 2, нелинейность снижает параметр критической поперечной силы k_τ во всем диапазоне изменения параметра крутящего момента p_k для всех вариантов укладки монослоев. Влияние нелинейности является незначительным (около 3,5 %).

Зависимости параметра критического крутящего момента k_p от параметра p_q при различных вариантах укладки монослоев для линейного и нелинейного исходных НДС оболочки приведены на рис. 3.

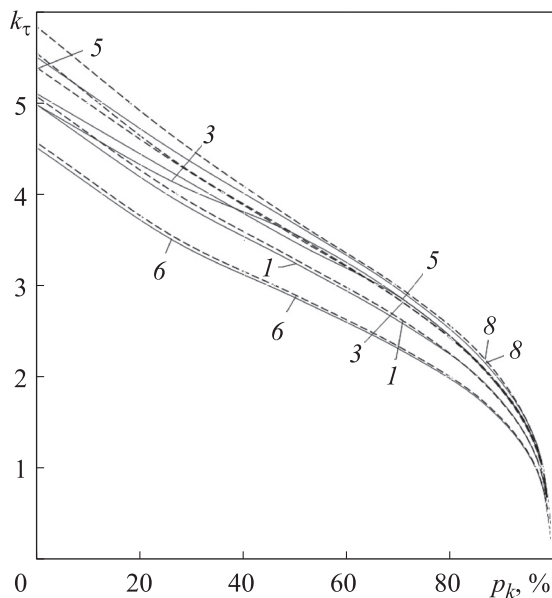


Рис. 2. Зависимости параметра критической нагрузки k_τ от параметра p_k при различных вариантах укладки монослоев для линейного (----) и нелинейного (—) исходных НДС оболочки

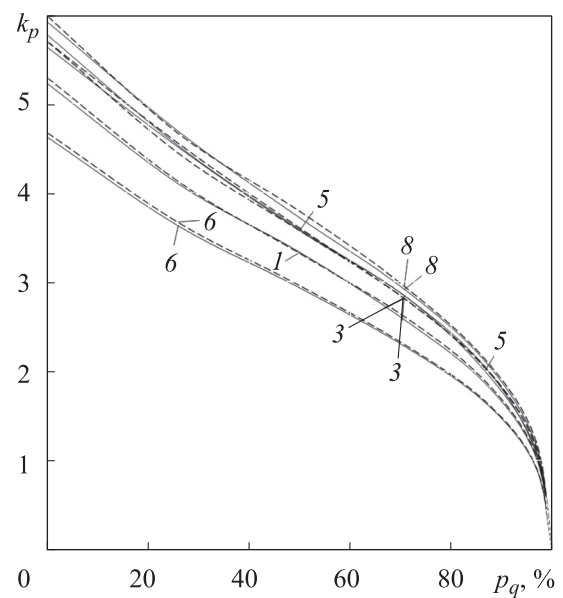


Рис. 3. Зависимости параметра критического крутящего момента k_p от параметра p_q при различных вариантах укладки монослоев для линейного (----) и нелинейного (—) исходных НДС оболочки

Анализ рис. 3 показывает, что нелинейность, как правило, снижает параметр критического крутящего момента k_p во всем диапазоне изменения параметра p_q для всех вариантов укладки монослоев. Влияние нелинейности оказалось незначительным (около 1...3 %).

Кривые взаимодействия критических поперечной силы и крутящего момента R_τ (R_p) при

различных вариантах укладки монослоев для линейного и нелинейного исходных НДС оболочки приведены на рис. 4, а и б. Видно, что кривые взаимодействия имеют в основном линейную зависимость при линейном и нелинейном исходных НДС оболочки.

Зависимости параметров k_p и k_τ от процентного нагружения другой нагрузкой (кру-

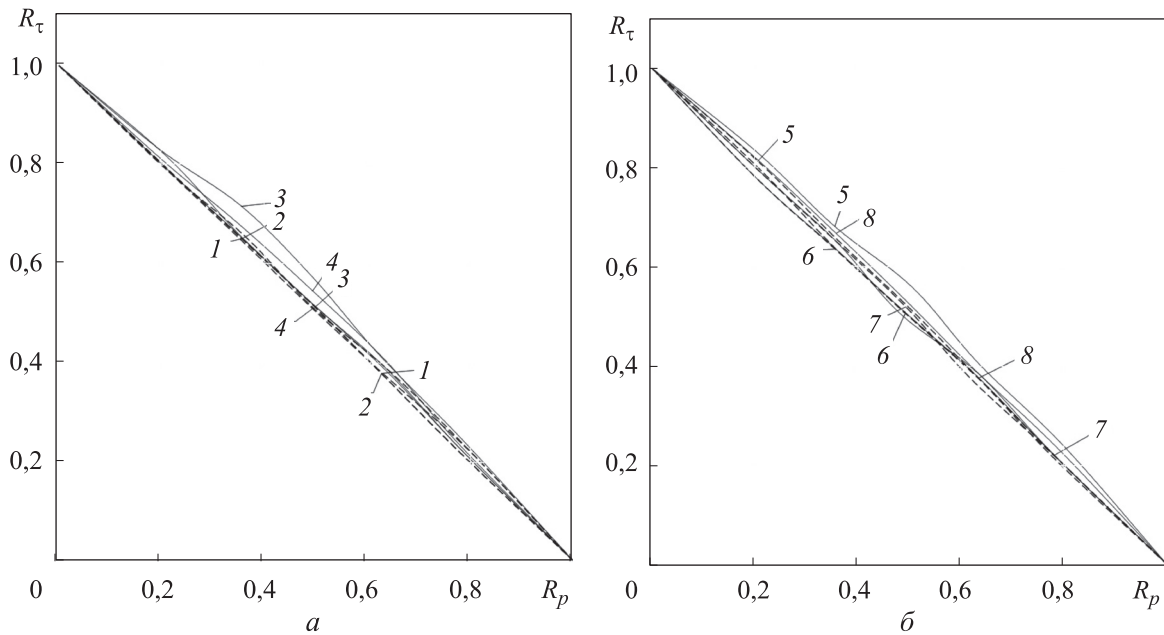


Рис. 4. Кривые взаимодействия R_τ (R_p) для первого-четвертого (а) и пятого-восьмого (б) вариантов укладки монослоев при линейном (----) и нелинейном (—) исходных НДС

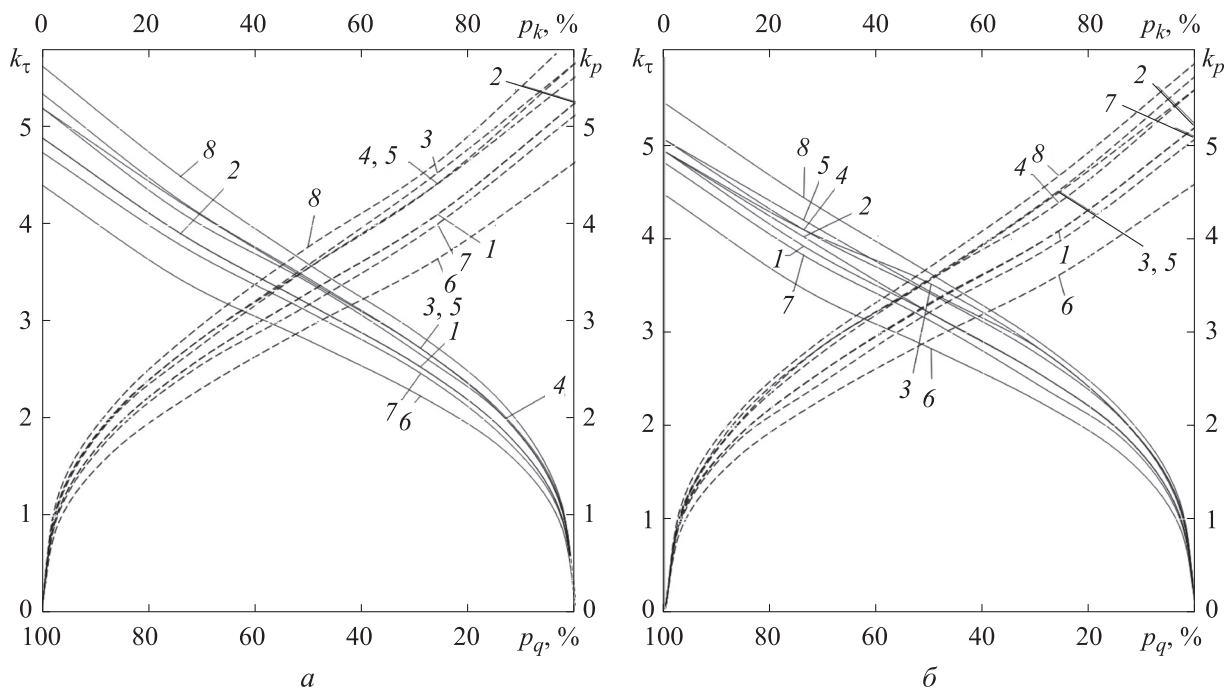


Рис. 5. Зависимости параметров k_τ (—) и k_p (----) от параметров p_q и p_k при различных вариантах укладки монослоев для линейного (а) и нелинейного (б) исходных НДС оболочки

тящего момента M_k для k_t и поперечной силы Q для k_p) при различных вариантах укладки монослоев для линейного и нелинейного исходных НДС оболочки приведены на рис. 5. Видно, что четвертый и пятый варианты укладки монослоев являются наиболее эффективными, а шестой и седьмой — самыми неэффективными. Характеры поведения кривых при линейном и нелинейном решениях качественно совпадают.

Весовая эффективность оболочки определяется выражением

$$\bar{k}_n = \frac{k_n}{k_{н.э}(G/G_э)},$$

где G — масса расчетного отсека; $k_{н.э}$ и $G_э$ — параметр критической нагрузки и масса эталонного отсека (металлической оболочки).

Значения весовой эффективности оболочки \bar{k}_n при различных значениях параметра p_q и вариантах укладки монослоев для линейного и нелинейного исходных НДС оболочки приведены в табл. 6. Жирным шрифтом выделены наиболее эффективные в весовом отношении варианты оболочек.

Влияние нелинейности исходного НДС оболочки на ее весовую эффективность \bar{k}_n определяется как

$$\Delta_3 = (\bar{k}_{н.н} - \bar{k}_{н.л}) / \bar{k}_{н.л} \cdot 100 \%, \%$$

где $\bar{k}_{н.н}$ и $\bar{k}_{н.л}$ — весовая эффективность для нелинейного и линейного исходного НДС соответственно.

Результаты исследования влияния нелинейности исходного НДС на весовую эффективность композитных оболочек при различных

Таблица 6

Значения весовой эффективности \bar{k}_n при различных значениях параметра p_q и вариантах укладки монослоев для линейного и нелинейного исходных НДС оболочки

$p_q, \%$	Весовая эффективность \bar{k}_n для вариантов укладки монослоев						
	1	2	3	4	5	6	7
0	1,58/1,58	1,58/1,58	1,70/1,75	1,66/1,70	1,7/1,7	1,40/1,40	1,54/1,54
26	1,58/1,57	1,58/1,57	1,75/1,73	1,70/1,68	1,7/1,72	1,41/1,39	1,54/1,52
50	1,57/1,61	1,57/1,60	1,70/1,73	1,69/1,72	1,69/1,72	1,40/1,41	1,51/1,56
71	1,59/1,58	1,59/1,58	1,71/1,75	1,67/1,70	1,71/1,75	1,40/1,40	1,54/1,51
87	1,59/1,58	1,59/1,58	1,72/1,74	1,70/1,69	1,71/1,70	1,40/1,40	1,54/1,54
97	1,56/1,58	1,56/1,62	1,69/1,65	1,64/1,65	1,68/1,69	1,37/1,40	1,51/1,54
100	1,56/1,62	1,56/1,62	1,70/1,62	1,65/1,66	1,65/1,66	1,40/1,47	1,51/1,58

Примечание. В числителе дроби указаны значения для линейного исходного НДС оболочки, в знаменателе — для нелинейного.

Таблица 7

Результаты исследования влияния нелинейности исходного НДС композитной оболочки на ее весовую эффективность при различных значениях параметра p_q и вариантах укладки монослоев

$p_q, \%$	Параметр $\Delta_3, \%$ для вариантов укладки монослоев						
	1	2	3	4	5	6	7
0	0,0	0,0	2,5	2,5	0,0	0,0	0,0
26	-1,0	-1,0	-1,0	-1,4	1,0	-1,6	-1,4
50	2,5	2,1	1,7	2,1	2,1	1,0	3,4
71	-0,2	-0,2	2,3	2,3	2,3	0,2	-2,4
87	-0,2	-0,2	1,2	-0,7	-0,7	0,2	0,0
97	1,8	4,4	-2,2	0,6	0,6	2,5	2,5
100	4,3	4,3	-4,6	0,6	0,6	5,0	5,0

значениях параметра p_q и вариантах укладки монослоев приведены в табл. 7.

Как следует из табл. 6 и 7, весовая эффективность композитных оболочек существенно зависит от способа укладки монослоев. Наиболее эффективными в весовом отношении (выделены жирным шрифтом) являются варианты укладки монослоев 3–5 практически при любых значениях поперечной силы и крутящего момента. Весовая эффективность может достигать 75 % по сравнению с таковой металлической оболочки. Незначительная нелинейность (1...4 %) снижает весовую эффективность, а в отдельных случаях повышает до 5 % (седьмой вариант укладки).

Значения весовой эффективности композитной оболочки \bar{k}_n для различных значений параметра p_q и вариантов укладки монослоев при отсутствии внутреннего давления приведены в табл. 8.

Анализ данных табл. 8 показывает, что весовая эффективность композитных оболочек при отсутствии внутреннего давления существенно зависит от способа укладки монослоев. Наиболее эффективными в весовом отношении (выделены жирным шрифтом) являются первый, третий, четвертый и пятый варианты укладки монослоев практически при любых значениях поперечной силы и крутящего момента. Весовая эффективность может до-

Таблица 8

Значения весовой эффективности композитной оболочки \bar{k}_n для различных значений параметра p_q и вариантов укладки монослоев при отсутствии внутреннего давления

$p_q, \%$	Весовая эффективность оболочки \bar{k}_n для вариантов укладки монослоев						
	1	2	3	4	5	6	7
0	1,07/1,04	0,94/0,94	1,12/1,11	1,24/1,23	1,3/1,29	0,88/0,87	0,88/0,87
26	1,07/1,05	0,94/0,93	1,12/1,13	1,24/1,25	1,3/1,31	0,86/0,86	0,86/0,86
50	1,07/1,03	0,94/0,91	1,12/1,08	1,24/1,19	1,3/1,28	0,86/0,84	0,86/0,82
71	1,04/1,08	0,94/0,95	1,12/1,13	1,24/1,25	1,3/1,34	0,86/0,88	0,86/0,86
87	1,07/1,05	0,94/0,93	1,12/1,13	1,24/1,28	1,3/1,31	0,86/0,86	0,86/0,86
97	1,04/1,05	0,94/0,93	1,12/1,13	1,24/1,22	1,3/1,28	0,86/0,84	0,86/0,84
100	1,07/1,05	0,94/0,93	1,12/1,13	1,24/1,24	1,21/1,18	0,86/0,86	0,86/0,84

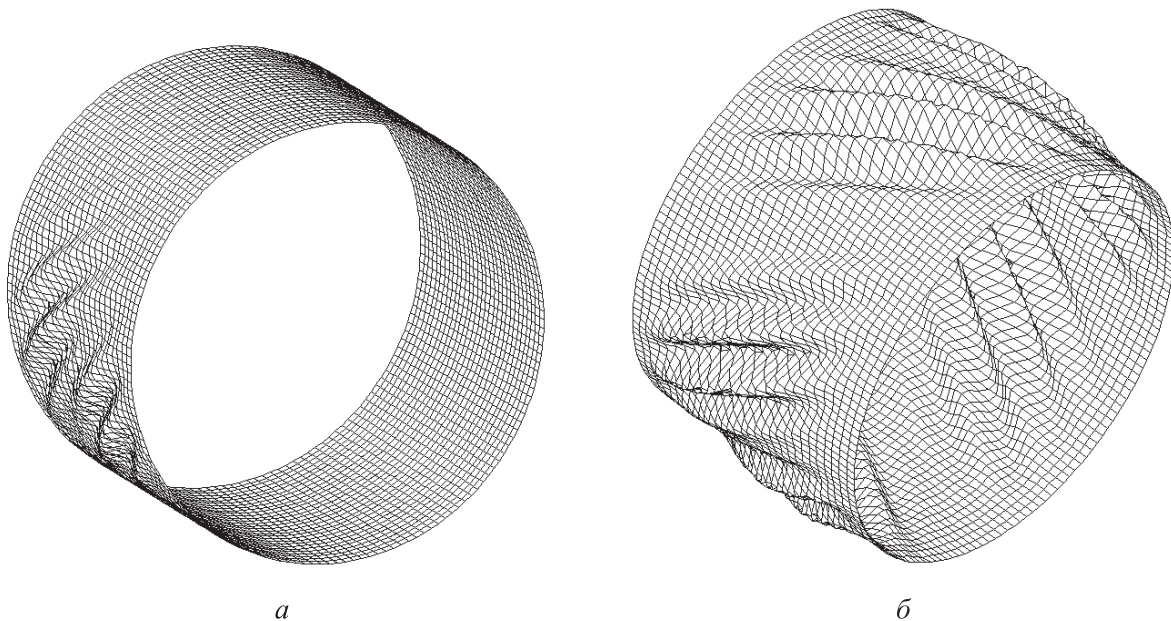


Рис. 6. Формы потери устойчивости при различных соотношениях параметров нагрузок:
а — $p_q = 26 \%$, $p_k = 97 \%$; б — $p_k = 100 \%$

стигать 30 % по сравнению с таковой металлической оболочки. При отсутствии внутреннего давления весовая эффективность композитных оболочек ниже, чем при его наличии.

Формы потери устойчивости композитной оболочки для третьего варианта укладки монослоев при различных соотношениях параметров нагрузок Q и M_k показаны на рис. 6, а и б. Оболочки, как правило, теряют устойчивость при действии максимальных касательных сил в виде наклонных продольных волн по всей поверхности оболочки под действием только крутящего момента (см. рис. 6, б) и на боковой поверхности при других комбинациях Q и M_k (см. рис. 6, а).

Выводы

1. Кривые взаимодействия R_t (R_p) имеют практически линейную зависимость как при линейном исходном НДС, так и нелинейном.

2. Нелинейность исходного НДС оболочки оказывает незначительное влияние на параметр критической нагрузки (1...5 %).

3. Внутреннее давление существенно (более чем 8 раз) повышает параметр критической нагрузки как при линейном исходном НДС оболочки, так и при нелинейном.

4. Весовая эффективность композитных оболочек существенно зависит от способа укладки монослоев и от соотношения поперечной силы и крутящего момента. Наиболее эффективной в весовом отношении является укладка монослоев под углами $\pm 45^\circ$ практически при любых соотношениях внешних нагрузок.

5. Весовая эффективность композитных оболочек при всех вариантах укладки монослоев выше, чем у металлической оболочки, и может достигать 70 %.

6. Внутреннее давление повышает весовую эффективность композитных оболочек.

Литература

- [1] Васильев В.В. *Механика конструкций из композитных материалов*. Москва, Машиностроение, 1988. 272 с.
- [2] Vasiliev V.V., Morozov E.V. *Advanced mechanics of composite materials and structures*. Elsevier, 2018. 900 p.
- [3] Ванин Г.А., Семенюк Н.П., Емельянов Р.Ф. *Устойчивость оболочек из армированных материалов*. Киев, Наукова Думка, 1978. 211 с.
- [4] Алфутов Н.А., Зиновьев П.А., Попов Б.Г. *Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов*. Москва, Машиностроение, 1984. 263 с.
- [5] Бакулин В.Н., Гусев Е.Л., Марков В.Г. *Методы оптимального проектирования и расчета композиционных конструкций*. Москва, Физматлит, 2008. Т. 1, 256 с.
- [6] Кармишин А.В., Лясковец В.А., Мяченков В.И. и др. *Статика и динамика тонкостенных оболочечных конструкций*. Москва, Машиностроение, 1975. 376 с.
- [7] Кабанов В.В., Железнов Л.П. К расчету цилиндрической оболочки методом конечных элементов. *Прикладная механика*, 1985, т. 21, № 9, с. 35–38.
- [8] Железнов Л.П., Кабанов В.В. Исследование нелинейного деформирования и устойчивости некруговых цилиндрических оболочек при осевом сжатии и внутреннем давлении. *Прикладная механика и техническая физика*, 2002, т. 43, № 4, с. 155–160.
- [9] Железнов Л.П., Серьезнов А.Н. Исследование нелинейного деформирования и устойчивости композитного отсека фюзеляжа самолета при поперечном изгибе. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2021, № 10, с. 106–116, doi: <http://dx.doi.org/10.18698/0536-1044-2021-10-106-116>
- [10] Бойко Д.В., Железнов Л.П., Кабанов В.В. Нелинейное деформирование и устойчивость дискретно-подкрепленных эллиптических цилиндрических композитных оболочек при кручении и внутреннем давлении. *Известия высших учебных заведений. Авиационная техника*, 2018, № 2, с. 27–34.
- [11] Железнов Л.П., Серьезнов А.Н. Нелинейное деформирование и устойчивость композитного отсека фюзеляжа самолета при чистом изгибе. *Известия высших учебных заведений. Авиационная техника*, 2021, № 3, с. 22–30.
- [12] Постнов В.А., Хархурим И.Я. *Метод конечных элементов в расчетах судовых конструкций*. Ленинград, Судостроение, 1974. 341 с.

- [13] Канторович Л.В., Акилов Г.П. *Функциональный анализ в нормированных пространствах*. Москва, Физматгиз, 1959. 684 с.
- [14] Уилкинсон Д., Райнш К. *Справочник алгоритмов на языке Алгол. Линейная алгебра*. Москва, Машиностроение, 1976. 390 с.
- [15] Кабанов В.В. Устойчивость неоднородных цилиндрических оболочек. Москва, Машиностроение, 1982. 253 с.

References

- [1] Vasilyev V.V. *Mekhanika konstruksiy iz kompozitnykh materialov* [Mechanics of structures from composite materials]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1988. 272 p. (In Russ.).
- [2] Vasiliev V.V., Morozov E.V. *Advanced mechanics of composite materials and structures*. Elsevier, 2018. 900 p.
- [3] Vanin G.A., Semenyuk N.P., Emelyanov R.F. *Ustoychivost obolochek iz armirovannykh materialov* [Stability of shells of reinforced materials]. Kiev, Naukova Dumka Publ., 1978. 211 p. (In Russ.).
- [4] Alfutov N.A., Zinovyev P.A., Popov B.G. *Raschet mnogosloynnykh plastin i obolochek iz kompozitsionnykh materialov* [Calculation of multilayer plates and shells of composite materials]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1984. 263 p. (In Russ.).
- [5] Bakulin V.N., Gusev E.L., Markov V.G. *Metody optimalnogo proektirovaniya i rascheta kompozitsionnykh konstruksiy* T. 1. [Methods for optimal design and calculation of composite structures. Vol. 1.]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2008. 256 p. (In Russ.).
- [6] Karmishin A.V., Lyaskovets V.A., Myachenkov V.I. et al. *Statika i dinamika tonkostennykh oblochechnykh konstruksiy* [Statics and dynamics of thin-walled sheath structures]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1975. 376 p. (In Russ.).
- [7] Kabanov V.V., Zheleznov L.P. Calculation of cylindrical shells by the finite-element method. *Prikladnaya mekhanika*, 1985, vol. 21, no. 9, pp. 35–38. (In Russ.). (Eng. version: *Sov. Appl. Mech.*, 1985, vol. 21, no. 9, pp. 851–856, doi: <https://doi.org/10.1007/BF00886970>)
- [8] Zheleznov L.P., Kabanov V.V. Nonlinear deformation and stability of noncircular cylindrical shells under internal pressure and axial compression. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika*, 2002, vol. 43, no. 4, pp. 155–160. (In Russ.). (Eng. version: *J. Appl. Mech. Tech. Phy.*, 2002, vol. 43, no. 4, pp. 617–621, doi: <https://doi.org/10.1023/A:1016066001346>)
- [9] Zheleznov L.P., Seryeznov A.N. Research on nonlinear deformation and stability of an aircraft fuselage composite section under transverse bending. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroenie* [BMSTU Journal of Mechanical Engineering], 2021, no. 10, pp. 106–116, doi: <http://dx.doi.org/10.18698/0536-1044-2021-10-106-116> (in Russ.).
- [10] Boyko D.V., Zheleznov L.P., Kabanov V.V. Nonlinear deformation and stability of discrete-reinforced elliptical cylindrical composite shells under torsion and internal pressure. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Aviatcionnaya tekhnika*, 2018, no. 2, pp. 27–34. (In Russ.). (Eng. version: *Russ. Aeronaut.*, 2018, vol. 61, no. 2, pp. 175–182, doi: <https://doi.org/10.3103/S1068799818020046>)
- [11] Zheleznov L.P., Seryeznov A.N. Nonlinear deformation and stability of the aircraft fuselage composite section under pure bending. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Aviatcionnaya tekhnika*, 2021, no. 3, pp. 22–30. (In Russ.). (Eng. version: *Russ. Aeronaut.*, 2021, vol. 64, no. 3, pp. 385–393, doi: <https://doi.org/10.3103/S106879982103003X>)
- [12] Postnov V.A., Kharkhurim I.Ya. *Metod konechnykh elementov v raschetakh sudovykh konstruksiy* [Finite element method in calculations of ship structures]. Leningrad, Sudostroenie Publ., 1974. 341 p. (In Russ.).
- [13] Kantorovich L.V., Akilov G.P. *Funktsionalnyy analiz v normirovannykh prostranstvakh* [Functional analysis in normalized spaces]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1959. 684 p. (In Russ.).
- [14] Wilkinson J.H., Reinsch C. *Handbook for automatic computation*. Vol. II. *Linear algebra*. Springer, 2012. 441 p. (Russ. ed.: *Spravochnik algoritmov na yazyke Algol. Lineynaya algebra*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1976. 390 p.)

- [15] Kabanov V.V. *Ustoychivost neodnorodnykh tsilindricheskikh obolochek* [Stability of inhomogeneous cylindrical shells]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1982. 253 p. (In Russ.).

Статья поступила в редакцию 00.00.2023

Информация об авторе

ЖЕЛЕЗНОВ Лев Петрович — доктор технических наук, старший научный сотрудник, заместитель начальника отделения усталостной и статической прочности конструкций, начальник аспирантуры. ФАУ «Сибирский научно-исследовательский институт авиации имени С.А. Чаплыгина» (630051, Новосибирск, Российская Федерация, ул. Ползунова, д. 21, e-mail: Zzeleznov@sibnia.ru).

Information about the author

ZHELEZNOV Lev Petrovich — Doctor of Science (Eng.), Senior Researcher, Deputy Head of Department of Fatigue and Static Strength of Structures, Head of Postgraduate Department. Chaplygin Siberian Scientific Research Institute of Aviation (630051, Novosibirsk, Russian Federation, Polzunova St., Bldg. 21, e-mail: Zzeleznov@sibnia.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Железнов Л.П. Исследование нелинейного деформирования и устойчивости композитной цилиндрической оболочки при комбинированном нагружении крутящим моментом, краевой поперечной силой и внутренним давлением. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2023, № 10, с. 114–125, doi: 10.18698/0536-1044-2023-10-114-125

Please cite this article in English as:

Zheleznov L.P. Investigation of nonlinear deformation and stability of a composite cylindrical shell under combined loading with torque, edge transversal force and internal pressure. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2023, no. 10, pp. 114–125, doi: 10.18698/0536-1044-2023-10-114-125



Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана предлагает читателям учебник В.В. Девяткова «Системы искусственного интеллекта»

Исследованы системы искусственного интеллекта как сообщества рассуждающих агентов. Каждый агент имеет возможность восприятия состояния среды, в которой он находится, и воздействия на нее с помощью реакций, вырабатываемых в результате осуществляемого им рассуждения в том или ином исчислении, на языке которого представляются знания агента. Создание системы искусственного интеллекта рассматривается как задача построения процедур такого рассуждения.

Для студентов и аспирантов вузов, обучающихся по специальностям «Информационные системы и технологии» и «Автоматизированные системы обработки информации и управления» по направлениям подготовки «Информационные системы» и «Информатика и вычислительная техника».

По вопросам приобретения обращайтесь:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.
Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;
press@bmstu.ru; <https://bmstu.press>