

Расчет и конструирование машин

УДК 621.01

Манипулятор параллельной структуры для поступательных перемещений с приводами, установленными на основании

А.В. Козырев, В.А. Глазунов

Все более широкое распространение получают механизмы и манипуляторы с параллельной структурой; их конструкции постоянно совершенствуются, появляются новые. Поэтому актуальным является исследование конструкций, имеющих некоторые специфические особенности и, соответственно, преимущества. В статье рассмотрен механизм параллельной структуры для поступательных перемещений, у которого все линейные приводы расположены в горизонтальной плоскости.

В результате исследования составлена матрица плюккеровых координат, получено решение задачи о положениях, выполнено построение рабочей зоны манипулятора, а также сформирован трехмерный объект, по которому можно оценить примерную форму и габаритные размеры построенной рабочей зоны.

Ключевые слова: манипуляторы параллельной структуры, плюккеровы координаты, обратная задача кинематики, рабочая зона.

A Manipulator of Parallel Structure for Translational Movement

A.V. Kozyrev, V.A. Glazunov

Parallel structure mechanisms are used in technological, testing, measurement systems. There are lot of schemas exist with different degrees of freedom, but it is relevant to investigate new solutions corresponding specific technical tasks.

In the paper, a parallel structure mechanism for translational movements is considered, in which all the linear actuators are situated in the horizontal plane.

The matrix consisting of the Pluecker coordinates is formed, the solution of the kinematic problem is obtained, the working zone of the manipulator is built, its shape and size are determined.

Keywords: manipulator of parallel structure, Pluecker coordinates, inverse problem kinematic, active area.



КОЗЫРЕВ

Алексей Владимирович
(Институт машиноведения
им. А.А. Благонравова
Российской академии наук)

KOZYREV

Alexey Vladimirovich
(Moscow, Russian Federation,
Institute of Machines Science
named after A.A. Blagonravov
of the Russian Academy
of Sciences)



ГЛАЗУНОВ

Виктор Аркадьевич
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

GLAZUNOV

Victor Arkadievich
(Moscow, Russian Federation,
Bauman Moscow State
Technical University)

Среди механизмов параллельной структуры с несколькими кинематическими цепями, соединяющими основание с выходным звеном, особый интерес вызывают механизмы с поступательным движением выходного звена. Существуют разные способы построения кинематических цепей, обеспечивающих указанные поступательные движения [1–4].

В работе [5] предложена одна из возможных конфигураций манипулятора (рис. 1). Механизм состоит из основания и выходного звена, соединенных тремя идентичными кинематическими цепями, в каждой из которых расположен горизонтально линейный привод. Следует отметить, что, во-первых, здесь все приводы расположены в горизонтальной плоскости, а это упрощает конструкцию основания, во-вторых, присутствуют только вращательные кинематические пары, что увеличивает технологичность механизма. В упомянутой работе рассмотрены связи, налагаемые кинематическими цепями на движение выходного звена, получен вывод полной матрицы Якоби, однако отсутствует решение обратной задачи кинематики в явном виде и анализ рабочего пространства.

В данной статье составлена матрица плюккеровых координат, ее анализ является одним из основных методов исследования механизмов параллельной структуры и позволяет решать следующие задачи: о сингулярностях, о скоростях, силовой анализ. Также в статье приведено решение

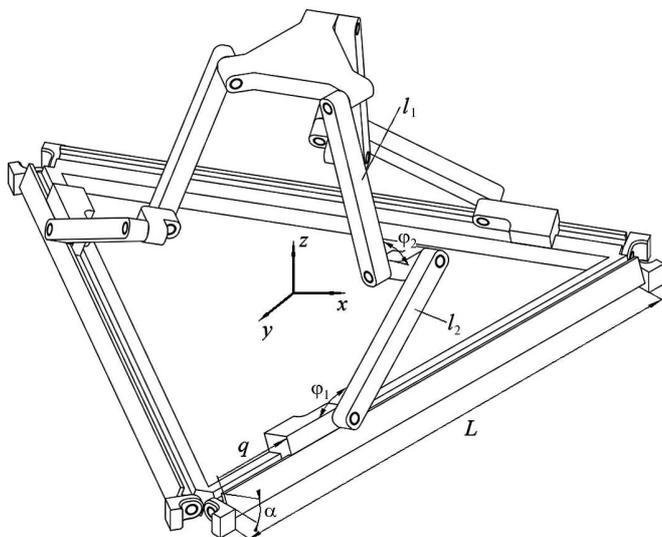


Рис. 1. Конструкция манипулятора

задачи о положениях и построение рабочей зоны манипулятора.

Формирование матрицы плюккеровых координат. Наиболее комплексным и универсальным методом исследования манипуляторов параллельной структуры является исследование кинематических и силовых винтов — векторов, характеризующих геометрию механизма, полученных методами винтового исчисления, а также матрицы плюккеровых координат, составленной из этих винтов [4, 6].

Единичный винт представляет собой вектор, содержащий шесть параметров: координаты единичных векторов, расположенных в каждой кинематической паре и момент каждого единичного вектора относительно центра координат. На основе единичных винтов определяются эквивалентные им силовые винты, необходимые для анализа манипулятора.

В предлагаемой работе исследуемый механизм состоит из трех кинематических цепей, в каждой из которых имеется одна поступательная кинематическая пара — линейный привод и четыре пассивные цилиндрические вращательные пары. Каждой кинематической паре соответствует единичный вектор, направленный вдоль оси кинематической пары. Момент единичного вектора относительно центра координат равен векторному произведению этого вектора и радиус-вектора, направленного от центра координат к центру кинематической пары. Из полученных данных составляют единичные винты, из которых с помощью линейных преобразований получают взаимные им силовые винты.

Добавление углов поворота $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ связано с необходимостью исключения особых положений механизма на всем рабочем пространстве: каждая кинематическая цепь ограничивает вращательное движение выходного звена только вокруг оси z , вокруг осей x и y возможно неконтролируемое вращение. Эти углы устанавливаются однократно и не изменяются при работе механизма.

Ниже приведен расчет силового винта, взаимного ортам осей кинематических пар одной из кинематических цепей. Поскольку кинематические цепи в механизме идентичны, то

расчет силовых винтов для остальных кинематических цепей выполняется аналогично.

Единичный вектор в поступательной кинематической паре имеет координаты

$$e_{10} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Радиус-вектор от центра координат к поступательной кинематической паре

$$\rho_{10} = \begin{pmatrix} q_1 - \frac{L}{2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Момент единичного вектора поступательной кинематической пары относительно центра координат

$$e_{o10} = \rho_{10} \times e_{10} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Следует отметить, что в данном случае имеет место кинематический винт бесконечно большого параметра, моментная часть которого не зависит от точки приведения.

Единичный вектор в первой вращательной кинематической паре

$$e_{11} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \cos \alpha_1 & -\sin \alpha_1 & 0 \\ \sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\sin \alpha_1 \\ \cos \alpha_1 \end{pmatrix}.$$

Радиус-вектор от центра координат к первой вращательной кинематической паре

$$\begin{aligned} \rho_{011} &= \begin{pmatrix} \cos\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) & -\sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) & 0 & q_1 \\ \sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) & \cos\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} q_1 - \frac{L}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}L}{6} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Переходя к стандартной форме, получаем

$$\rho_{11} = \begin{pmatrix} q_1 - \frac{L}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}L}{6} \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Момент единичного вектора в первой вращательной кинематической паре относительно центра координат

$$e_{o11} = \rho_{11} \times e_{11} = \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{3}L \cos \alpha_1}{6} \\ -\cos \alpha_1 \left(q_1 - \frac{L}{2} \right) \\ -\sin \alpha_1 \left(q_1 - \frac{L}{2} \right) \end{pmatrix}.$$

Единичный вектор во второй вращательной кинематической паре

$$e_{12} = e_{11}.$$

Радиус-вектор от центра координат ко второй вращательной кинематической паре

$$\begin{aligned} \rho_{012} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \rho_{110} \\ 0 & \cos \alpha_1 & -\sin \alpha_1 & \rho_{111} \\ 0 & \sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 & \rho_{112} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \\ &\times \begin{pmatrix} \cos \varphi_{11} & -\sin \varphi_{11} & 0 & 0 \\ \sin \varphi_{11} & \cos \varphi_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ l_1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} q_1 - \frac{L}{2} - l_1 \sin \varphi_{11} \\ l_1 \cos \alpha_1 \cos \varphi_{11} - \frac{\sqrt{3}L}{6} \\ l_1 \cos \alpha_1 \sin \alpha_1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Переходя к стандартной форме, получаем

$$\rho_{12} = \begin{pmatrix} q_1 - \frac{L}{2} - l_1 \sin \varphi_{11} \\ l_1 \cos \alpha_1 \cos \varphi_{11} - \frac{\sqrt{3}L}{6} \\ l_1 \cos \alpha_1 \sin \alpha_1 \end{pmatrix}.$$

Момент единичного вектора во второй вращательной кинематической паре относительно центра координат

$$e_{o12} = \rho_{12} \times e_{12} = \begin{pmatrix} \cos \alpha_1 \left(l_1 \cos \alpha_1 \cos \varphi_{11} - \frac{\sqrt{3}L}{6} \right) + \\ + \cos \varphi_{11} \sin^2 \alpha_1 \\ \cos \alpha_1 \left(\frac{L}{2} - q_1 + l_1 \sin \varphi_{11} \right) \\ \sin \alpha_1 \left(\frac{L}{2} - q_1 + l_1 \sin \varphi_{11} \right) \end{pmatrix}.$$

Единичный вектор в третьей кинематической паре

$$e_{13} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Радиус-вектор от центра координат к третьей вращательной кинематической паре

$$\rho_{13} = \rho_{12} = \begin{pmatrix} q_1 - \frac{L}{2} - l_1 \sin \varphi_{11} \\ l_1 \cos \alpha_1 \cos \varphi_{11} - \frac{\sqrt{3}L}{6} \\ l_1 \cos \alpha_1 \sin \alpha_1 \end{pmatrix}.$$

Момент третьего единичного вектора относительно центра координат

$$e_{o13} = \rho_{13} \times e_{13} = \begin{pmatrix} 0 \\ l_1 \cos \varphi_{11} \sin \alpha_1 \\ \frac{\sqrt{3}L}{6} - l_1 \cos \alpha_1 \cos \varphi_{11} \end{pmatrix}.$$

Единичный вектор в четвертой кинематической паре

$$e_{14} = e_{13}.$$

Радиус-вектор от центра координат к четвертой вращательной кинематической паре

$$\rho_{o14} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \rho_{13_0} \\ 0 & \cos \varphi_{12} & -\sin \varphi_{12} & \rho_{13_1} \\ 0 & \sin \varphi_{12} & \cos \varphi_{12} & \rho_{13_2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ l_2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_1 - \frac{L}{2} - l_1 \sin \varphi_{11} \\ l_1 \cos \alpha_1 \cos \varphi_{11} - l_2 \sin \varphi_{12} - \frac{\sqrt{3}L}{6} \\ l_2 \cos \varphi_{12} + l_1 \cos \varphi_{11} \sin \alpha_1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Переходя к стандартной форме, получаем

$$\rho_{14} = \begin{pmatrix} q_1 - \frac{L}{2} - l_1 \sin \varphi_{11} \\ l_1 \cos \alpha_1 \cos \varphi_{11} - l_2 \sin \varphi_{12} - \frac{\sqrt{3}L}{6} \\ l_2 \cos \varphi_{12} + l_1 \cos \varphi_{11} \sin \alpha_1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Момент четвертого единичного вектора относительно центра координат

$$e_{o14} = \rho_{14} \times e_{14} = \begin{pmatrix} 0 \\ l_2 \cos \varphi_{12} + l_1 \cos \varphi_{11} \sin \alpha_1 \\ \frac{\sqrt{3}L}{6} + l_2 \sin \varphi_{12} - l_1 \cos \alpha_1 \cos \varphi_{11} \end{pmatrix}.$$

Полученные плюккеровы координаты единичных винтов имеют следующие значения:

$$E_{10} = (e_{10_0} \ e_{10_1} \ e_{10_2} \ e_{o10_0} \ e_{o10_1} \ e_{o10_2});$$

$$E_{11} = (e_{11_0} \ e_{11_1} \ e_{11_2} \ e_{o11_0} \ e_{o11_1} \ e_{o11_2});$$

$$E_{12} = (e_{12_0} \ e_{12_1} \ e_{12_2} \ e_{o12_0} \ e_{o12_1} \ e_{o12_2});$$

$$E_{13} = (e_{13_0} \ e_{13_1} \ e_{13_2} \ e_{o13_0} \ e_{o13_1} \ e_{o13_2});$$

$$E_{14} = (e_{14_0} \ e_{14_1} \ e_{14_2} \ e_{o14_0} \ e_{o14_1} \ e_{o14_2}),$$

где

$$E_{10} = (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0);$$

$$E_{11} = \left(\left(0 - \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 - \frac{\sqrt{3}L \cos \alpha_1}{6} - \cos \alpha_1 \left(q_1 - \frac{L}{2} \right) - \sin \alpha_1 \left(q_1 - \frac{L}{2} \right) \right) \right).$$

Остальные выражения не приведены, так как имеют более сложный характер.

Далее, путем решения системы из пяти уравнений, выражающих относительные моменты силового и кинематических винтов, определяется силовой винт, взаимный пяти полученным единичным винтам. Указанные относительные моменты должны быть равны нулю, т. е. винты взаимны. У силового винта шесть составляющих, а уравнений пять. Однако, поскольку плюккеровы координаты определяются с точностью до множителя (так как они являются коэффициентами линейной системы уравнений, и их изменение в одно и то же число раз не влияет на результат), то одна из координат задается произвольно, но таким образом, чтобы система уравнений имела решения, и решение было бы ненулевым.

Система уравнений силового винта имеет следующий вид:

$$r_{o1x} e_{10_0} + r_{o1y} e_{10_1} + r_{o1z} e_{10_2} + r_{1x} e_{o10_0} + r_{1y} e_{o10_1} + r_{1z} e_{o10_2} = 0;$$

$$r_{o1x} e_{11_0} + r_{o1y} e_{11_1} + r_{o1z} e_{11_2} + r_{1x} e_{o11_0} + r_{1y} e_{o11_1} + r_{1z} e_{o11_2} = 0;$$

$$r_{o1x} e_{12_0} + r_{o1y} e_{12_1} + r_{o1z} e_{12_2} + r_{1x} e_{o12_0} + r_{1y} e_{o12_1} + r_{1z} e_{o12_2} = 0;$$

$$r_{o1x} e_{13_0} + r_{o1y} e_{13_1} + r_{o1z} e_{13_2} + r_{1x} e_{o13_0} + r_{1y} e_{o13_1} + r_{1z} e_{o13_2} = 0;$$

$$r_{o1x} e_{14_0} + r_{o1y} e_{14_1} + r_{o1z} e_{14_2} + r_{1x} e_{o14_0} + r_{1y} e_{o14_1} + r_{1z} e_{o14_2} = 0.$$

Произвольная координата силового винта

$$r_{o1z} = 0.$$

Решение системы уравнений и формирование первого силового винта первой кинематической цепи имеет вид

$$R_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \cot \alpha_1 \end{pmatrix}.$$

Таким образом найден силовой винт, взаимный пяти единичным винтам первой кинематической цепи. Выполнив аналогичные вычисления для оставшихся двух кинематических цепей, можно получить матрицу плюккерových координат, строки которой содержат найденные координаты силовых винтов:

$$R = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \cot \alpha_1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\sqrt{3} \cot \alpha_2}{2} & -\frac{\cot \alpha_2}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\sqrt{3} \cot \alpha_3}{2} & -\frac{\cot \alpha_3}{2} & 1 \end{pmatrix}.$$

Поскольку в полученной матрице плюккерových координат манипулятора присутствует только моментная часть, то кинематические цепи ограничивают только вращение платформы вокруг трех осей. Из этого следует, что механизм имеет три поступательные степени свободы.

Решение обратной задачи кинематики. Целью решения обратной задачи кинематики является нахождение положений всех приводов при заданном положении подвижной платформы. Для каждой кинематической цепи расчет выполняется отдельно.

Решение сводится к поиску условий, при которых координаты точки в месте соединения двух звеньев рассматриваемой кинематической цепи, полученные геометрически при отсчете от центра платформы, были бы равны координатам этой же точки, полученным при отсчете от привода. Решение аналогично для всех кинематических цепей, за исключением того, что в различных кинематических цепях используют соответствующие точки крепления звеньев к платформе и вычисления выполняют в локальных системах координат, таких, что положение соответствующего привода в них одинаково.

Рассмотрим решение для одной из трех кинематических цепей. Переход от центра плат-

формы к точке крепления второго звена первой кинематической цепи осуществляется отрицательным смещением по оси y на расстояние r :

$$X_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -r \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y-r \\ z \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Переход от первой точки платформы к точке соединения двух звеньев выполняется поворотом на угол φ_2 первой кинематической цепи вокруг оси x и отрицательным смещением по оси z на l_2 :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & \cos\varphi_{12} & -\sin\varphi_{12} & y-r \\ 0 & \sin\varphi_{12} & \cos\varphi_{12} & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -l_2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y-r+l_2\sin\varphi_{12} \\ z-l_2\cos\varphi_{12} \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Далее необходимо найти координаты этой же точки относительно центра координат. Определим положение привода первой кинематической цепи относительно центра координат, находящегося в центре равнобедренного треугольника со стороной L , лежащего на основании. Это осуществляется поворотом на угол $\frac{7\pi}{6}$ вокруг оси z первой кинематической цепи и положительным смещением по оси x на R :

$$q = \begin{pmatrix} \cos\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) & -\sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) & 0 & x \\ \sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) & \cos\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_1 \\ 0 \\ -l_2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_1 - \frac{L}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}L}{6} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Переход от точки привода к точке соединения двух звеньев осуществляется поворотом на угол α вокруг оси x первой кинематической цепи, поворотом на угол φ_1 вокруг оси z второй кинематической цепи и положительным смещением по оси y на l_1 :

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & ql_0 \\ 0 & \cos\alpha_1 & -\sin\alpha_1 & ql_1 \\ 0 & \sin\alpha_1 & \cos\alpha_1 & ql_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \cos\varphi_{11} & -\sin\varphi_{11} & 0 & x \\ \sin\varphi_{11} & \cos\varphi_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ l_1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_1 - \frac{L}{2} - l_1 \sin\varphi_{11} \\ l_1 \cos\alpha_1 \cos\varphi_{11} - \frac{\sqrt{3}L}{6} \\ l_1 \cos\varphi_{11} \sin\alpha_1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Далее необходимо приравнять координаты точки соединения двух звеньев первой кинематической цепи, определенные двумя способами и решить полученную систему уравнений:

$$x = q_1 - \frac{L}{2} - l_1 \sin\varphi_{11}; \tag{1}$$

$$y - r + l_2 \sin\varphi_{12} = l_1 \cos\alpha_1 \cos\varphi_{11} - \frac{\sqrt{3}L}{6}; \tag{2}$$

$$z - l_2 \cos\varphi_{12} = l_1 \cos\varphi_{11} \sin\alpha_1. \tag{3}$$

Из формулы (3) следует

$$\cos\varphi_{11} = \frac{z - l_2 \cos\varphi_{12}}{l_1 \sin\alpha_1}. \tag{4}$$

Подставив (4) в (2), получим уравнение

$$y - r + l_2 \sin\varphi_{12} = l_1 \cos\alpha_1 \frac{z - l_2 \cos\varphi_{12}}{l_1 \sin\alpha_1} - \frac{\sqrt{3}L}{6}, \tag{5}$$

которое имеет два решения. Однако, поскольку одно из них соответствует положению, при котором манипулятор находится под основанием, это решение не учитывается в дальнейшем.

Решение уравнения (5) имеет вид

$$\varphi_{12} = \pi + \alpha_1 + \arccos\left(\frac{1}{l_2} \sin\alpha_1 \left(y - r + \frac{\sqrt{3}L}{6}\right) - z \cos\alpha_1\right). \quad (6)$$

Из уравнения (4) получаем два значения угла поворота второго звена относительно под-

вижной платформы. Одно из них соответствует положению привода до прохождения центра L , другое — после:

$$\varphi_{11} = \pm \arccos\left(\frac{z - l_2 \cos\varphi_{12}}{l_1 \sin\alpha_1}\right). \quad (7)$$

Окончательно решение системы уравнения (1)–(3) можно представить в следующем виде:

$$q_1 = \frac{L}{2} + x - l_1 \sqrt{1 - \frac{\left(z - l_2 \cos\left(\alpha_1 \pm \arccos\left(\frac{\sin\alpha_1 \left(y - r + \frac{\sqrt{3}L}{6}\right) - z \cos\alpha_1}{l_2}\right)\right)\right)^2}{l_1^2 \sin^2\alpha_1}}.$$

Таким образом получено выражение, содержащее зависимость между координатами подвижной платформы и положением привода первой кинематической цепи. Выполнив ана-

логичные расчеты для двух оставшихся кинематических цепей, получим следующие выражения:

$$q_2 = \frac{L}{2} - \frac{x}{2} - l_1 \sqrt{1 - \frac{\left(z - l_2 \cos\left(\alpha_2 \mp \arccos\left(\frac{\sin\alpha_2 \left(\frac{y}{2} + r - \frac{\sqrt{3}L}{6} - \frac{\sqrt{3}x}{2}\right) + z \cos\alpha_2}{l_2}\right)\right)\right)^2}{l_1^2 \sin^2\alpha_2}} - \frac{\sqrt{3}y}{2},$$

$$q_3 = \frac{L}{2} - \frac{x}{2} - l_1 \sqrt{1 - \frac{\left(z - l_2 \cos\left(\alpha_3 \mp \arccos\left(\frac{\sin\alpha_3 \left(\frac{y}{2} + r - \frac{\sqrt{3}L}{6} - \frac{\sqrt{3}x}{2}\right) + z \cos\alpha_3}{l_2}\right)\right)\right)^2}{l_1^2 \sin^2\alpha_3}} + \frac{\sqrt{3}y}{2}.$$

Анализ рабочего пространства. Рабочее пространство — один из важнейших критериев для оценки характеристик манипулятора [4]. Поскольку аналитически определить свойства данного манипулятора весьма затруднительно, так как невозможно найти общее решение прямой задачи кинематики, необходимо вычислить доступное рабочее пространство, используя найденное решение обратной задачи кинематики. Результаты, полученные в про-

цессе моделирования для манипулятора, представлены на рис. 2.

Поскольку анализ массива точек в трехмерном пространстве является затруднительным по причине отсутствия наглядности изображения, к полученному множеству была построена выпуклая оболочка, «натянутая» на это множество. В результате было получено изображение трехмерного объекта (рис. 3), анализ и исследование которого является более простой задачей. Недостаток такого метода состоит в том,

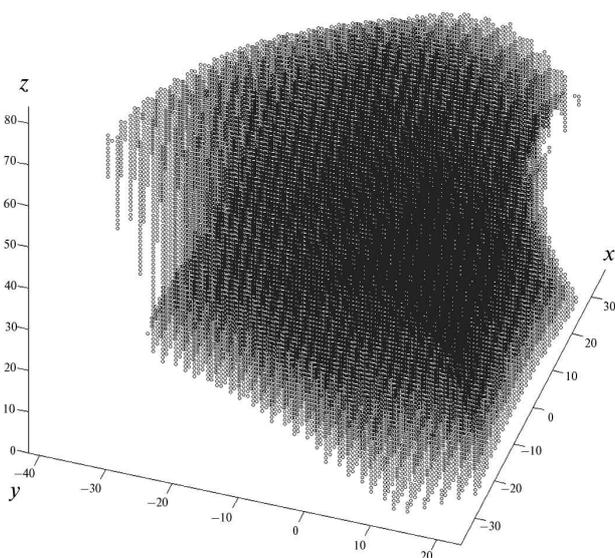


Рис. 2. Рабочая зона

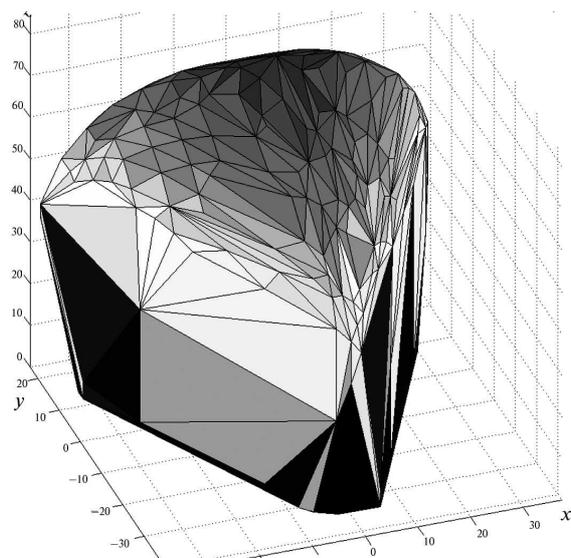


Рис. 3. Изображение «оболочки» рабочей зоны

что полученная трехмерная фигура не отображает возможные вогнутые участки области, поэтому не является точным подобием рабочей зоны, однако позволяет оценить примерную ее форму и габаритные размеры.

Литература

1. Merlet J.P. *Parallel robots*. Kluwer Academic Publishers, 2000. 372 p.
2. Kong X., Gosselin C. *Type Synthesis of Parallel Mechanisms*. Springer, 2007. 275 p.
3. Tsai L.-W. *Robot analysis: the mechanics of serial and parallel manipulators*. John Wiley & Sons, 1999. 505 p.
4. Глазунов В.А., Колискор А.Ш., Крайнев А.Ф. Пространственные механизмы параллельной структуры. М.: Наука, 1991. 95 с.
5. Bamberger H., Wolf A., Shoham M. *Architectures of Translational Parallel Mechanism for MEMS Fabrication* / The 12-th World Congress IFToMM, June 18–21, Besançon, France, 2007. 6 p.
6. Глазунов В.А. Структура пространственных механизмов. Группы винтов и структурные группы // Справочник. Инженерный журнал. 2010. Приложение № 3. 24 с.

References

1. Merlet J.P. *Parallel robots*. Kluwer Academic Publishers, 2000. 372 p.
2. Kong X., Gosselin C. *Type Synthesis of Parallel Mechanisms*. Springer, 2007. 275 p.
3. Tsai L.-W. *Robot analysis: the mechanics of serial and parallel manipulators*. John Wiley & Sons, 1999. 505 p.
4. Glazunov V.A., Koliskor A.Sh., Krainev A.F. *Prostranstvennyye mekhanizmy parallel'noi struktury* [The spatial arrangements of parallel structure]. Moscow, Nauka publ., 1991. 95 p.
5. Bamberger H., Wolf A., Shoham M. *Architectures of Translational Parallel Mechanism for MEMS Fabrication*. The 12-th World Congress IFToMM, June 18–21, Besançon, France, 2007. 6 p.
6. Glazunov V.A. *Struktura prostranstvennykh mekhanizmov. Gruppy vintov i strukturnye gruppy* [The structure of spatial mechanisms. Group of screws and structural group]. *Spravochnik. Inzhenernyi zhurnal*. [Handbook. An Engineering Journal]. 2010, app no. 3. 24 p.

Статья поступила в редакцию 18.04.2013

Информация об авторах

КОЗЫРЕВ Алексей Владимирович (Москва) — аспирант кафедры «Прикладная механика». ИМАШ им. А.А. Благонравова РАН (101990, Москва, Российская Федерация, Малый Харитоньевский переулок, д. 4, e-mail: lexkko@yandex.ru).

ГЛАЗУНОВ Виктор Аркадьевич (Москва) — доктор технических наук, доктор философских наук, профессор кафедры «Компьютерные системы автоматизации производства». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: vaglznv@mail.ru).

Information about the authors

KOZYREV Alexey Vladimirovich (Moscow) — Post-Graduate of «Applied Mechanics» Department. Institute of Machines Science named after A.A. Blagonravov of the Russian Academy of Sciences (Maly Kharitonyevsky Pereulok, 4, 101990, Moscow, Russian Federation, e-mail: lexkko@yandex.ru).

GLAZUNOV Victor Arkadievich (Moscow) — Dr. Sc. (Eng.), Dr. Sc. (Philos.), Professor of «Computer Systems of Production Automation» Department. Bauman Moscow State Technical University (BMSTU, building 1, 2-nd Baumanskaya str., 5, 105005, Moscow, Russian Federation, e-mail: vaglznv@mail.ru).