



СПИЦЫНА Дагмара Николаевна (МГТУ им. Н.Э. Баумана)

SPITSYNA Dagmara Nikolaevna (Moscow, Russian Federation, Bauman Moscow State Technical University)



ЮРИН Антон Николаевич (МГТУ им. Н.Э. Баумана)

YURIN Anton Nikolaevich (Moscow, Russian Federation, Bauman Moscow State Technical University)

Влияние неточности укладки путей на уровень нагрузок, действующих на мостовые краны

Д.Н. Спицына, А.Н. Юрин

Проблеме увеличения долговечности ходовых колес мостовых кранов посвящено большое количество исследований. Долговечность ходовых колес определяется износом их реборд, который зависит от уровня и времени действия боковых сил, действующих на кран при длительном движении его с постоянной скоростью центра масс.

До настоящего времени одной из основных причин появления боковых сил считали наличие монтажных углов перекоса осей ходовых колес и их неблагоприятных сочетаний. В данной статье рассматривается изменение уровня боковых сил вследствие неточности укладки рельсовых путей.

Для проведения исследований кран представляется в виде одномассовой динамической модели. При этом учитывается, что кран имеет возможность перемещаться вдоль и поперек подкрановых путей, а также поворачиваться относительно центра масс. Под действием боковых сил ходовые колеса имеют линейные и угловые упругие перемещения, а оси колес могут иметь различные монтажные углы перекоса.

Дифференциальные уравнения движения крана учитывают движущие силы, создаваемые электродвигателями, силы сопротивления передвижению, а также боковые силы упругого проскальзывания и силы, возникающие при контакте реборд ходовых колес с рельсами, которые принимаются зависящими от жесткости подкрановых путей. Силы упругого проскальзывания представляются функциями линейных и угловых перемещений ходовых колес. При этом они зависят от монтажных углов перекоса их осей. При больших скоростях проскальзывания эти силы принимают постоянные значения, равные силам сухого трения.

В работе рассмотрены различные формы неточности укладки подкрановых путей и определены изменения боковых сил. При этом максимальные значения боковых сил оказались примерно в 2 раза больше соответствующих значений, полученных при тех же монтажных углах перекоса осей ходовых колес, но при параллельных прямолинейных путях.

Проведенные расчеты показали, что неточность укладки подкрановых путей в плане также является одним из главных факторов, влияющих на уровень боковых сил.

Результаты исследований могут быть использованы при уточнении норм на укладку и эксплуатацию подкрановых путей.

Ключевые слова: боковые силы, оси ходовых колес, зазор между ребордами и рельсами, динамическая модель, направления и величины углов перекоса осей, рельсовый путь.

The influence of inaccuracies of laying tracks on the loads acting on bridge cranes

D.N. Spitsyna, A.N. Yurin

The problem of increasing the life time of running wheels of bridge cranes is a subject of many studies. The life time is determined by the wear of wheel flanges,

which depends on the intensity and time of action of lateral forces applied to the crane during its extended motion with a constant velocity of the center of mass. Until now, the lateral forces were considered to appear mainly due to the adverse combinations of mounting angular misalignments of axles of running wheels. This article examines changes in the level of lateral forces due to the track laying inaccuracies. For this purpose, a single-mass dynamic model of a crane is introduced. The model takes into account that the crane can move along and across the crane tracks, as well as to rotate about the center of mass. Under the action of lateral forces, the running wheels can have linear and angular elastic displacements and the wheel axle can have different mounting angles of skew. The differential equations of motion of the crane take into account the driving forces generated by motors, resistance forces, lateral elastic slip forces and the forces generated due to the contact of wheel flanges and rails, which are considered to depend on the stiffness of crane tracks. The elastic slip forces are described by the functions of linear and angular movements of wheels. However, they depend on the mounting angular misalignments of wheel axles. At high speeds, these slip forces are constant and equal to the forces of dry friction. Various forms of crane runway inaccuracies are considered and the lateral forces are determined. The maximum values of lateral forces are about two times higher than the corresponding values obtained for the same mounting misalignments of wheel axles, but for the parallel straight paths. The calculations show that the inaccuracy of stacking crane tracks in the plane is also one of the main factors influencing the level of lateral forces. The research results can be used to revise specifications for the laying and operation of crane tracks.

Keywords: lateral forces, wheels axle, gap between a flange and a rail, dynamic model, direction and magnitude of angular misalignment of axles, rail track.

Малая долговечность ходовых колес мостовых кранов — проблема, с которой в краностроении сталкиваются уже многие годы. Основной причиной выхода колес из строя является износ их реборд, зависящий от уровня и времени действия боковых сил. Для увеличения долговечности колес использовали различные способы: подбирали износостойкие

материалы, предлагали различные методы термообработки, изменяли профиль реборд и др. Одновременно исследовались причины возникновения боковых сил, передающихся на ходовые колеса мостовых кранов при движении их с постоянной скоростью центра масс.

В ряде работ [1–5] установлено, что главными факторами, вызывающими появление боковых сил, являются монтажные и упругие углы перекоса осей ходовых колес и их неблагоприятные сочетания. В работе [5] указаны и другие причины: неравенство тяговых или тормозных сил приводных колес, сил сопротивления передвижению на двух сторонах крана и др. Однако только в работе [6] силы, действующие на реборды, определялись в зависимости от неровностей подкрановых путей, которые рассматривались в виде случайной функции. В зарубежной литературе эти вопросы рассмотрены в работах [7–9].

В работе [5] исследовалось движение крана с различными начальными значениями зазоров между ребордами и рельсами, но подкрановые пути, как и в других работах [1–5] предполагались прямолинейными. В данной статье впервые рассматривается изменение уровня боковых сил и времени их действия в зависимости от различных форм неточности укладки подкрановых путей.

Для обеспечения возможности сравнения влияния этого фактора с другими, все расчеты проводились на примере крана Q = 10 т, L = 22,5 м, для которого в работе [5] приведены все исходные данные и результаты расчета боковых сил при прямолинейных подкрановых путях, а также замеренные отклонения подкрановых путей в плане и полученные экспериментальным путем зависимости изменения боковых сил.

Для упрощения численных решений в предлагаемой статье, как и работах [1–5], кран представляется одномассовой динамической моделью, изображенной на рис. 1. Грузовая тележка установлена в середине пролета.

Центр масс крана движется с постоянной скоростью v_0 в направлении оси *x* и перемещается в направлении, перпендикулярном подкрановым путям, на величину *y*. При этом происходит поворот крана относительно центра масс на угол φ .

Известия высших учебных заведений





Электродвигатели, установленные по двум сторонам крана, создают движущие силы P_1 и P_2 , которые принимаются линейно зависящими от скоростей передвижения ходовых колес.

Силы сопротивления передвижению по двум сторонам крана W_1 и W_2 увеличиваются на ΔW_1 и ΔW_2 при контакте реборд ходовых колес с рельсами. Колеса крана имеют монтажные углы перекоса осей β_i (i = 1, ..., 4) и углы поворота φ_{yi} за счет упругих деформаций металлоконструкции под действием боковых сил S_i и N_i . Между ребордами ходовых колес и головками рельсов имеются зазоры $d_{1\pi}$ и d_{1n} (рис. 2). При прямолинейных подкрановых путях эти зазоры принимаются одинаковыми и равными d.

До начала контакта реборд с рельсами и далее на поверхности дорожек катания возникают силы упругого проскальзывания S_i , которые можно представить в следующем виде [6, 4]:

$$S_i = k_i \frac{v_{\text{пр}i}}{v_0}$$
 при $\frac{v_{\text{пр}i}}{v_0} \le 0,004;$ (1)

$$S_i = k_i \cdot 0,004$$
 при $\frac{v_{\text{пр}i}}{v_0} > 0,004$,

где k_i — коэффициент пропорциональности; $v_{\text{пр}i}$ — скорость поперечного проскальзывания *i*-го колеса.

При $\frac{v_{\text{пр}i}}{v_0} > 0,004$ начинается пробуксовка *i*-го

колеса и сила S_i достигает значения $S_i = \mu R_i$, где μ — коэффициент сцепления колеса и рельса; R_i — вертикальное давление на *i*-е колесо.



Рис. 2. Схема контакта колеса с рельсом

Скорости поперечного проскальзывания колес:

$$v_{np1} = \dot{y} - \dot{\phi} \frac{B}{2} + \dot{y}_{1} - v_{0} (\phi + \beta_{1} - \phi_{y1});$$

$$v_{np2} = \dot{y} - \dot{\phi} \frac{B}{2} + \dot{y}_{2} - v_{0} (\phi + \beta_{2} - \phi_{y2});$$

$$v_{np3} = \dot{y} + \dot{\phi} \frac{B}{2} + \dot{y}_{3} - v_{0} (\phi + \beta_{3} + \phi_{y3});$$

$$v_{np4} = \dot{y} + \dot{\phi} \frac{B}{2} + \dot{y}_{4} - v_{0} (\phi + \beta_{4} + \phi_{y4}).$$
(2)

Здесь \dot{y}_i — скорость осевых перемещений колес за счет деформации металлоконструкции; *B* — база крана (см. рис. 1).

При контакте реборд с рельсами возникают дополнительные силы N_i и дополнительные силы трения ΔW_i , которые согласно [5] определяются по формуле

$$\Delta W_i = \frac{f|\beta_i + \varphi|}{\mathrm{tg}\psi} |N_i|, \qquad (3)$$

где *ψ* — угол наклона реборды (см. рис. 2)

Силы, действующие на реборды N_i , подобно тому, как это было сделано в работах [6, 4], принимаются зависящими от жесткости подкрановых путей c_n . Если полные перемещения ходовых колес в направлении оси *у* обозначить z_i , то значения их можно представить в следующем виде:

$$z_{1} = y - \varphi \frac{B}{2} + y_{1}; \ z_{3} = y + \varphi \frac{B}{2} + y_{3};$$

$$z_{2} = y - \varphi \frac{B}{2} + y_{2}; \ z_{4} = y + \varphi \frac{B}{2} + y_{4}.$$
(4)

2013. Nº 8

Зависимость сил N_i от перемещений z_i при прямолинейных параллельных путях показана на рис. 3. Из рисунка следует, что при $z_i > d$ появляется сила $N_i = -c_n(z_i - d)$, а при $z_i < -d$ сила $N_i = c_n(-z_i - d)$ действует в положительном направлении оси *у*. При $-d \le z_i \le d$ сила $N_i = 0$.



Рис. 3. Зависимость изменения сил *N_i* от перемещений *z_i* при прямолинейных параллельных путях

Упругие перемещения *y*₁... *y*₄ ходовых колес в направлении оси *y*:

$$y_i = (S_i + N_i)\delta, \ i = 1,...,4,$$
 (5)

где δ — податливость металлоконструкции в направлении действия боковых сил при закрепленном центре масс.

Аналогично углы поворота осей ходовых колес за счет упругих деформаций

$$\varphi_{yi} = (S_i + N_i)\delta_y.$$
(6)

Здесь δ_{y} — угловая податливость металлоконструкции при закрепленном центре масс.

Учитывая зависимости (2), (5) и (6), из услоv

вия (1) при
$$\frac{v_{npi}}{v_0} \le 0,004$$
 находим
 $S_i = -\frac{k_i}{v_0} \left[\dot{y} \mp \dot{\phi} \frac{B}{2} + \dot{y}_i - - v_0 \left[\phi + \beta_i \mp \delta_y \left(S_i + N_i \right) \right] \right].$
(7)

Введя обозначения

$$\overline{k_1} = \frac{k_1}{1 + k_1 \delta_y}; \quad \overline{k_3} = \frac{k_3}{1 - k_3 \delta_y};$$

$$\overline{k_2} = \frac{k_2}{1 + k_2 \delta_y}; \quad \overline{k_4} = \frac{k_4}{1 - k_4 \delta_y},$$
(8)

получим выражения для сил поперечного проскальзывания при $\frac{v_{\text{пр}i}}{v_0} \le 0,004$ в следующем виде:

$$S_{1} = -\frac{\overline{k_{1}}}{v_{0}} \left[\dot{y} - \dot{\varphi} \frac{B}{2} + \dot{y}_{1} - v_{0}(\varphi + \beta_{1} - \delta_{y} N_{1}) \right];$$

$$S_{2} = -\frac{\overline{k_{2}}}{v_{0}} \left[\dot{y} - \dot{\varphi} \frac{B}{2} + \dot{y}_{2} - v_{0}(\varphi + \beta_{2} - \delta_{y} N_{2}) \right];$$

$$S_{3} = -\frac{\overline{k_{3}}}{v_{0}} \left[\dot{y} + \dot{\varphi} \frac{B}{2} + \dot{y}_{3} - v_{0}(\varphi + \beta_{3} + \delta_{y} N_{3}) \right];$$

$$S_{4} = -\frac{\overline{k_{4}}}{v_{0}} \left[\dot{y} + \dot{\varphi} \frac{B}{2} + \dot{y}_{4} - v_{0}(\varphi + \beta_{4} + \delta_{y} N_{4}) \right].$$
(9)

Уравнения движения, соответствующие динамической модели крана (см. рис. 1) имеют вид

$$\begin{split} M\ddot{y} &= S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + N_1 + \\ &+ N_2 + N_3 + N_4; \\ J\ddot{\varphi} &= (P_2 - P_1 + W_1 - W_2 + \Delta W_1 + \\ &+ \Delta W_4 - \Delta W_2 - \Delta W_3) \frac{L}{2} + \\ &+ (S_3 + S_4 - S_1 - S_2 + N_3 + \\ &+ N_4 - N_1 - N_2) \frac{B}{2}, \end{split}$$
(10)

где J — момент инерции крана относительно центра масс; P_1 , P_2 — движущие силы,

$$P_{1} = P_{01} - \left(v_{0} - \dot{\varphi}\frac{l}{2}\right)B_{1};$$
$$P_{2} = P_{02} - \left(v_{0} + \dot{\varphi}\frac{l}{2}\right)B_{2}.$$

Здесь P_{01} и P_{02} — движущие силы, создаваемые электродвигателями при неподвижном роторе; B_1 и B_2 — коэффициенты жесткости, соответствующие естественным характеристикам двигателей.

Силы S_i , входящие в уравнения (10) определяются из выражений (9), если $\frac{v_{\text{пр}i}}{v_0} \le 0,004$, и принимаются равными μR_i , если $\frac{v_{\text{пр}i}}{v_0} > 0,004$.

Силы N_i изменяются в зависимости от z_i , как показано на рис. 3. Значения z_i находят из зависимостей (4). При наличии сил $N_i \neq 0$ по формулам (3) определяются дополнительные силы трения ΔW_i .

Таким образом боковые силы S_i и N_i зависят от скоростей и перемещений, определяющихся путем интегрирования системы дифференциальных уравнений, которая может быть представлена в виде

$$\dot{X} = A\overline{X} + B,\tag{11}$$

где *A* и *B* — матрицы коэффициентов; $\overline{\dot{X}}$ — вектор состояния, причем

$$\overline{X^{\mathrm{T}}} = [x_1; x_2...x_8] = [\dot{y}; \dot{\varphi}; y; \varphi; y_1; y_2; y_3; y_4].$$

Два первых уравнения в системе (11) получают из уравнений движения (10), в которых выполняется замена $\ddot{y} = \dot{x}_1$ и $\ddot{\varphi} = \dot{x}_2$. Третье и четвертое уравнения системы (11) составляют условия

$$\dot{y} = x_1 \ \text{i} \ \dot{\phi} = x_2.$$
 (12)

Остальные четыре уравнения получают из зависимостей (9), в которых силы S_i , в соответствии с (5), представляются в виде $S_i = \frac{y_i}{\delta} - N_i$. Тогда для \dot{y}_i (i = 1,...,4) или (\dot{x}_5 , \dot{x}_6 , \dot{x}_7 , \dot{x}_8) можно получить следующие выражения:

$$\dot{y}_{i} = -\dot{y} + -\dot{\varphi}\frac{B}{2} - \frac{v_{0}}{\delta k_{i}}y_{i} + v_{0}(\varphi + \beta_{i}) + v_{0}N_{i}\left(\frac{1}{\overline{k_{1}}} - \delta_{y}\right).$$
(13)

Если оказывается, что $\frac{v_{npi}}{v_0} > 0,004$, то систе-

ма уравнений (11) упрощается, поскольку тогда силы S_i находятся по формуле $S_i = \mu R_i$ и соответствующие уравнения (9), определяющие \dot{y}_i , не требуются.

Если пути прямолинейны, то расчет выполняют в такой последовательности:

1) задается вектор начальных параметров X(0) в момент времени t = 0;

2) задаются начальные значения боковых сил S_i , N_i и дополнительных сил трения ΔW_i ;

3) интегрируется система уравнений (11) на интервале времени $t_{_{\rm ИНТ}}$;

4) по формулам (4) вычисляют перемещения z_i и сравнивают с величинами зазоров *d* на интервале времени $t_{\text{инт}}$;

5) если $d < z_i < -d$, находят силы, действующие на реборды N_i и ΔW_i ;

6) определяют скорости поперечного проскальзывания по формулам (2) с учетом (6);

7) в зависимости от отношений $\frac{v_{\text{пр}i}}{v_0}$ вычисляют силы S_i либо согласно выражениям (9), либо в виде $S_i = \mu R_i$ (если $\frac{v_{\text{пр}i}}{v_0} > 0,004$);

8) полученные значения боковых сил S_i , N_i и дополнительных сил трения ΔW_i вносят в систему уравнений (11), задают новый вектор начальных параметров **X**($t_{\text{инт}}$) и систему (11) интегрируют снова на участке времени от $t_{\text{инт}}$ до $2t_{\text{инт}}$;

9) все действия повторяют в цикле, а графики изменения боковых сил $S_i(t)$, $N_i(t)$ выводят на печать.

Зависимости боковых сил $S_{3,4}$ и $N_{3,4}$ от времени, возникающие при углах перекоса осей $\beta_1 = \beta_2 = 0,001$ рад и $\beta_3 = \beta_4 = -0,001$ рад, представлены на рис. 4.

Расчеты показали, что в этом случае большие боковые силы действуют только на передние ходовые колеса крана ($N_{3 \text{ max}} = N_{4 \text{ max}} =$ = 17 424 H и $S_{3 \text{ max}} = S_{4 \text{ max}} = -17$ 181 H). Контакт реборд с рельсами возникает через 5 с от момента начала движения.

Если оси всех ходовых колес перекошены в одном направлении $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 0,001$ рад, то боковые силы, действующие на все колеса одинаковы: $S_{1 \text{ max}} = S_{2 \text{ max}} = S_{3 \text{ max}} = S_{4 \text{ max}} = 4920$ H, а





 $N_{1 \max} = N_{2 \max} = N_{3 \max} = N_{4 \max} = -4$ 920 Н. При этом время контакта колеса с рельсом начинается через 11,5 с от момента начала движения (рис. 5).



Рис. 5. Зависимости боковых сил S_i и N_i от времени при $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 0,001$ рад

В случае симметричного перекоса осей ходовых колес, когда $\beta_2 = \beta_3 = 0,002$, а $\beta_1 = \beta_4 =$ = -0,002 контакт реборд с рельсами не возникает, а силы поперечного проскальзывания у колес, расположенных по одну сторону крана S_2 и S_3 , равны, но противоположны по знаку силам S_1 и S_4 . Максимальные значение этих сил $S_3 = -S_4 = 13\,000$ H (рис. 6).



Рис. 6. Зависимости боковых сил S_i от времени при $\beta_2 = \beta_3 = 0,002$ рад, $\beta_1 = \beta_4 = -0,002$ рад, $N_i = 0$

Для сравнения на рис. 7 приведены зависимости наибольших усилий S_3 и N_3 , полученные в данной работе при перекосах осей $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$, и $\beta_4 = 0,002$ с подобными зависимостями, для того же случая перекоса осей, представленными в работе [5, рис. 4.11]. Отличие обусловлено тем, что в работе [5] не учитывается податливость подкрановых путей, они принимаются абсолютно жесткими. В связи с этим боковые силы на переднем колесе (в ра-



Рис. 7. Зависимости боковых сил S_i и N_i от времени при $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$, $\beta_4 = 0,002$ рад

боте [5] они обозначены N_1 , R_1) при контакте резко возрастают до значений, превышающих $N_{3 \text{ max}} = -14\ 000\ \text{H}$ и $S_{3 \text{ max}} = 17\ 000\ \text{H}$ (рис. 7). В работе [5] $N_{1 \text{ max}} = 21\ 000\ \text{H}$, а сила упругого проскальзывания $R_{1 \text{ max}} = -19\ 000\ \text{H}$.

Влияние величин углов перекоса ходовых колес для случаев когда $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4$ иллюстрирует рис. 8. При изменении $\beta_i = 0,001...$ 0,002 рад наибольшие усилия $S_{\max i}$ и $N_{\max i}$ возрастают также в 2 раза, а время контакта в 2 раза уменьшается.



Рис. 8. Зависимости сил S_i и N_i от угла перекоса β_i

Измерению углов перекоса осей ходовых колес посвящен стандарт [10].

Все приведенные выше результаты расчетов относились к движению крана по прямолинейным путям. Рассмотрим некоторые варианты неточной укладки подкрановых путей.

1. Пути прямолинейны, но на длине цеха *L* расстояние между ними уменьшается на величину $2\varepsilon d$, где $0 < \varepsilon \le 1$, d — начальные значения зазоров между ребордами 1 и 2 колеса и рельсами (рис. 9).



Рис. 9. Схема изменения зазоров между ребордами и рельсами при сужении подкрановых путей

Поскольку пролет моста крана не изменяется, то при перемещении его по неровным путям изменяются зазоры между ребордами ходовых колес и рельсами. В начале движения полагаем, что колеса 1 и 2 имеют одинаковые зазоры между ребордами и рельсами (как справа, так и слева), равные d. Тогда передние колеса уже при t = 0 будут иметь разные зазоры:

$$d_{3\pi} = d\left(1 - \frac{\varepsilon B}{L}\right); \quad d_{3\pi} = d\left(1 + \frac{\varepsilon B}{L}\right);$$
$$d_{4\pi} = d\left(1 + \frac{\varepsilon B}{L}\right); \quad d_{4\pi} = d\left(1 - \frac{\varepsilon B}{L}\right).$$

При движении крана со скоростью v_0 в направлении, показанном на рис. 9, левые и правые зазоры всех колес будут изменяться по следующим законам:

$$\begin{split} \widetilde{d}_{1\pi} &= d \left(1 + \varepsilon \frac{v_0 t}{L} \right); \qquad \widetilde{d}_{1\pi} = d \left(1 - \varepsilon \frac{v_0 t}{L} \right); \\ \widetilde{d}_{2\pi} &= d \left(1 - \varepsilon \frac{v_0 t}{L} \right); \qquad \widetilde{d}_{2\pi} = d \left(1 + \varepsilon \frac{v_0 t}{L} \right); \\ \widetilde{d}_{3\pi} &= d \left(1 - \varepsilon \frac{(B + v_0 t)}{L} \right); \qquad \widetilde{d}_{3\pi} = d \left(1 + \varepsilon \frac{(B + v_0 t)}{L} \right); \\ \widetilde{d}_{4\pi} &= d \left(1 + \varepsilon \frac{(B + v_0 t)}{L} \right); \qquad \widetilde{d}_{4\pi} = d \left(1 - \varepsilon \frac{(B + v_0 t)}{L} \right). \end{split}$$

При этом колеса *1* и *4* смещаются относительно сужающегося пути в положительном направлении оси *z* (см. рис. 3). Свободные перемещения z_1 и z_4 будут ограничиваться зазорами \tilde{d}_{1n} и \tilde{d}_{4n} . При $z_1 > \tilde{d}_{1n}$ и $z_4 > \tilde{d}_{4n}$ появятся силы, действующие на реборды $N_1 = -c_n(z_1 - \tilde{d}_{1n})$ и $N_4 = -c_n(z_4 - \tilde{d}_{4n})$.

Колеса 2 и 3 смещаются в отрицательном направлении оси z. Силы N_2 и N_3 появятся, когда будет $-z_2 < \tilde{d}_{2\pi}$ и $-z_3 < \tilde{d}_{3\pi}$. При этом $N_2 = c_{\pi}(-z_2 - \tilde{d}_{2\pi})$, а $N_3 = c_{\pi}(-z_3 - \tilde{d}_{3\pi})$. Изменение боковых сил S_3 , S_4 , N_3 и N_4 при $\varepsilon = 1$ в случае наиболее неблагоприятного перекоса осей ходовых колес при $\beta_1 = \beta_2 = 0,001$ рад и $\beta_3 = \beta_4 = -0,001$ рад, показано на рис. 10.

Из анализа рис. 4 и рис. 10 следует, что при сужении подкрановых путей боковые силы изменяются по другим законам. Усилия N_3 и N_4 становятся разными. При этом сила N_3 возрастает до значения $N_{3 \text{ max}} = 32\ 290$ H, а N_4 падает до нуля. Силы S_i также перестают быть равными: $S_{4 \text{ max}} = -19\ 665$ H, а $S_{3 \text{ max}} = -11\ 781$ H. Боковые силы, действующие на задние колеса (1 и 2) $N_1 = N_2 = 0$, а силы S_1 , S_2 остаются в пределах 600 H. Время начала контакта реборд с рельсами изменяется незначительно, но значение $N_{3 \text{ max}}$ увеличивается в 1,86 раз.

2. Пути расширяются по синусоидальному закону (рис. 11). Расстояние между ними *l* увеличивается на величину $2\varepsilon d \sin \frac{\pi z}{L}$.

Полагаем, что в начале движения все зазоры между ребордами и рельсами одинаковы и рав-



Рис. 10. Зависимость сил *S_i* и *N_i* от времени при линейном сужении подкрановых путей



Рис. 11. Схема изменения зазоров при изменении расстояния между путями по закону $l + 2\varepsilon d \sin \frac{\pi z}{L}$

ны *d*. При этом зазоры передних колес (*3* и *4*) будут соответственно равны:

$$d_{3\pi} = d\left(1 - \varepsilon \sin\frac{\pi B}{L}\right); \quad d_{3\pi} = d\left(1 + \varepsilon \sin\frac{\pi B}{L}\right);$$
$$d_{4\pi} = d\left(1 + \varepsilon \sin\frac{\pi B}{L}\right); \quad d_{4\pi} = d\left(1 - \varepsilon \sin\frac{\pi B}{L}\right),$$

где ε — число, определяющее величину наибольшего отклонения одного рельса от прямой линии, $0 < \varepsilon \le 1$.

При движении крана зазоры между ребордами и рельсами изменяются по следующим законам:

$$\begin{aligned} \widetilde{d}_{1n} &= d \left(1 - \varepsilon \sin \frac{\pi v_0 t}{L} \right); \quad \widetilde{d}_{1n} &= d \left(1 + \varepsilon \sin \frac{\pi v_0 t}{L} \right); \\ \widetilde{d}_{2n} &= d \left(1 + \varepsilon \sin \frac{\pi v_0 t}{L} \right); \quad \widetilde{d}_{2n} &= d \left(1 - \varepsilon \sin \frac{\pi v_0 t}{L} \right); \\ \widetilde{d}_{3n} &= d \left(1 + \varepsilon \sin \frac{\pi (v_0 t + B)}{L} \right); \quad \widetilde{d}_{3n} &= d \left(1 - \varepsilon \sin \frac{\pi (v_0 t + B)}{L} \right); \\ \widetilde{d}_{3n} &= d \left(1 - \varepsilon \sin \frac{\pi (v_0 t + B)}{L} \right); \quad \widetilde{d}_{3n} &= d \left(1 + \varepsilon \sin \frac{\pi (v_0 t + B)}{L} \right). \end{aligned}$$
(15)

При этом колеса 1 и 4 смещаются относительно левого подкранового пути вправо, т. е. в отрицательном направлении оси z. Тогда силы N_1 и N_4 будут определяться по формулам $N_1 = c_n (-z_1 - \tilde{d}_{1n})$ и $N_4 = c_n (-z_4 - \tilde{d}_{4n})$. Колеса 2 и 3 смещаются относительно правого подкранового пути влево, т. е. в положительном направлении оси z. При этом $N_2 = -c_{\pi}(z_2 - \tilde{d}_{2\pi})$ и $N_3 = -c_{\pi}(z_3 - \tilde{d}_{3\pi}).$

Расчеты, приведенные при том же варианте перекоса осей, когда $\beta_1 = \beta_2 = 0,001$ рад, а $\beta_3 = \beta_4 = -0,001$ рад при $\varepsilon = 1$, показали, что и в этом случае наиболее нагруженными оказываются передние ходовые колеса. Колесо *3* вступает в контакт с рельсом через 1,75 с от момента начала движения (рис. 12), колесо *4* через 13,45 с. Однако наибольшее усилие действует на реборды колеса *4*, где $N_{4 \text{ max}} = 39$ 233 H. При этом $S_{4\text{min}} = -17$ 507 H; $N_{3 \text{ max}} = 24$ 360 H; $S_{3 \text{ min}} = -19$ 665 H.



Рис. 12. Зависимость боковых сил от времени при расширении расстояния между путями по закону $l+2\varepsilon d\sin\frac{\pi z}{L}$

Таким образом, при синусоидальном законе расширения подкрановых путей при $\varepsilon = 1$ наибольшее усилие $N_{4 \text{ max}}$ увеличивается по сравнению с $N_{4 \text{ max}} = 17$ 424 H, полученным при прямолинейных путях в 2,25 раза.

Для того чтобы оценить влияние величины наибольшего синусоидального отклонения подкрановых путей от прямолинейного закона были проведены расчеты при $\varepsilon = 2/3$. Это соответствовало наибольшему отклонению одного пути от прямой линии, равному 10 мм. При этом расстояние между путями сокращалось на 20 мм.

Характер изменения боковых сил S_3 , S_4 , N_3 и N_4 получился такой же, что и при $\varepsilon = 1$ (см. рис. 12), однако значения максимальных боковых сил стали несколько меньше: $N_{4 \text{ max}} = 33$ 144 H; $S_{4 \min} = -15$ 106 H; $N_{3 \max} = 22$ 268 H. Значение $S_{3 \min} = -19$ 665 H не изменилось.

Следовательно, и в этом случае наибольшие усилия $N_{4 \text{ max}}$ за счет искривления подкрановых путей увеличиваются в $\frac{33 \ 144}{17 \cdot 424} = 1,9$ раза.



Рис. 13. Схема изменения зазоров при изменении расстояния между путями по закону $l+2\varepsilon d\sin \frac{2\pi z}{L}$

3. Расстояние между путями изменяется по закону $l + 2\varepsilon d \sin \frac{2\pi z}{L}$ (рис. 13).

В этом случае зазоры между ребордами и рельсами изменяются по следующим законам:

$$\widetilde{d}_{1\pi} = d\left(1 - \varepsilon \sin\frac{2\pi\nu_0 t}{L}\right); \quad \widetilde{d}_{1\pi} = d\left(1 + \varepsilon \sin\frac{2\pi\nu_0 t}{L}\right);$$
$$\widetilde{d}_{2\pi} = d\left(1 + \varepsilon \sin\frac{2\pi\nu_0 t}{L}\right); \quad \widetilde{d}_{2\pi} = d\left(1 - \varepsilon \sin\frac{2\pi\nu_0 t}{L}\right);$$

$$\begin{split} \widetilde{d}_{3\pi} &= d \bigg(1 + \varepsilon \sin \frac{2\pi(v_0 t + B)}{L} \bigg); \ \widetilde{d}_{3\pi} &= d \bigg(1 - \varepsilon \sin \frac{2\pi(v_0 t + B)}{L} \bigg); \\ \widetilde{d}_{3\pi} &= d \bigg(1 - \varepsilon \sin \frac{2\pi(v_0 t + B)}{L} \bigg); \ \widetilde{d}_{3\pi} &= d \bigg(1 + \varepsilon \sin \frac{2\pi(v_0 t + B)}{L} \bigg). \end{split}$$

На первом участке пути, когда $v_0 t < \frac{L}{2}$, расстояние между путями увеличивается и тогда (подобно второму варианту) силы N_i определяются согласно следующим зависимостям:

$$N_{1} = c_{\pi}(-z_{1} - \tilde{d}_{1\pi}); N_{2} = -c_{\pi}(z_{2} - \tilde{d}_{2\pi});$$
$$N_{3} = -c_{\pi}(z_{3} - \tilde{d}_{3\pi}); N_{4} = c_{\pi}(-z_{4} - \tilde{d}_{4\pi}).$$

На втором участке, когда $v_0 t > \frac{L}{2}$ расстояние между путями уменьшается, силы N_i находятся (как в первом варианте) из выражений

$$N_{1} = -c_{\pi}(z_{1} - \tilde{d}_{1\pi}); N_{2} = c_{\pi}(-z_{2} - \tilde{d}_{2\pi});$$
$$N_{3} = c_{\pi}(z_{3} - \tilde{d}_{3\pi}); N_{4} = -c_{\pi}(z_{4} - \tilde{d}_{4\pi}).$$

Изменение боковых сил, полученные при $\varepsilon = 1$ и при тех же перекосах осей для $\beta_1 = \beta_2 = 0,001$ рад и $\beta_3 = \beta_4 = -0,001$ рад, представлены на рис. 14. В этом случае наибольшая сила действует на реборды колеса $3 - N_{3 \text{ max}} = 40579$ H, т. е. при увеличении в 2 раза частоты изменения синусоидального закона наибольшие усилия на реборды растут. Максимальное усилие увеличивается в $\frac{40579}{17\cdot 424} = 2,329$ раз. Последнее можно объяснить

тем, что в этом случае увеличивается угол между плоскостью качения колеса и касательной к оси искривленного пути.





Выводы

1. Значения боковых сил зависят от направлений и величин монтажных углов перекоса осей ходовых колес. При прямолинейных путях значения максимальных боковых сил линейно зависят от монтажных углов перекоса.

2. Наиболее неблагоприятным вариантом монтажного перекоса осей является случай, когда передние колеса повернуты относительно направления движения в одну сторону,

а задние — в другую. При этом происходит разворот крана, и он упирается ребордой одного из передних колес в рельс. Время контакта реборды с рельсом в этом случае максимально.

3. Наиболее благоприятным случаем монтажного перекоса осей ходовых колес при прямолинейных путях является вариант, при котором плоскости качения передних колес симметрично повернуты в сторону направления движения крана, а плоскости качения задних колес повернуты в обратном направлении. В этом случае контакт реборд с рельсами не возникает.

4. Не менее важное значение на величины боковых сил оказывают неточности укладки рельсовых путей в плане. Нагрузки на реборды растут как при плавном уменьшении расстояния между двумя рельсовыми путями, так и при увеличении этого расстояния по синусоидальному закону.

5. Уровень боковых сил зависит от изменения максимального расстояния между рельсами.

6. При одних и тех же максимальных отклонениях рельсовых путей значения боковых сил, действующих на реборды, растут при увеличении частоты изменения этих отклонений.

Литература

1. *Соболев В.М.* Монтажный перекос ходовых колес и его влияние на движение четырехколесного мостового крана // Вестник машиностроения. 1975. № 9. С. 30—34.

2. Лобов Н.А. Нагрузки мостового крана вследствие поперечного и вращательного движений моста // Вестник машиностроения. 1982. № 6. С. 31—35.

3. Лобов Н.А. Нагрузки мостовых кранов при контакте реборд ходовых колес с рельсами // Вестник машиностроения. 1984. № 7. С. 22—26.

4. Спицына Д.Н. Исследование боковых сил, действующих на многоколесные мостовые краны // Вестник машиностроения. 2003. № 3. С. 3–9.

5. Лобов Н.А. Динамика передвижения кранов по рельсовому пути. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. 230 с.

6. *Липатов А.С.* Исследование случайных нагрузок на реборды колес мостовых кранов: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. М., 1967. 16 с.

7. *Krettek O*. Kraftschuss zwichen Kranrad und Schiene — Förden und Heben. 1979. No. 5. P. 459–465.

8. *Ricker D.T.* Tips for avoiding crane runway problems // Engineering Journal, American Institute of Steel Construction. Fourth quarter, 1982. Vol. 19. No. 4. P. 181–205.

9. Berkelder A. Kranfahn — Entwurf unter besonderer Berücksichtigung der Wechselbeziehungen zwischen Kran und Kranbahn Hebe und Fördertechnik, 1984. Vol. 30. No. 11. P. 21–26.

10. Cranes–Measurement of wheel aligment, International Standard ISO 11630: 1997 (E). Printed in Switzerland ICS 53.020.20.

References

1. Sobolev V.M. Montazhnyi perekos khodovykh koles i ego vliianie na dvizhenie chetyrekhkolesnogo mostovogo krana [Misalignment of wheels and its effect on the movement of four-wheeled crane]. *Vestnik mashinostroeniia* [Russian Engineering Research]. 1975, no. 9, pp. 30–34.

2. Lobov N.A. Nagruzki mostovogo krana vsledstvie poperechnogo i vrashchatel'nogo dvizhenii mosta [Load the crane due to transverse and rotational motions of the bridge]. *Vestnik mashinostroeniia* [Russian Engineering Research]. 1982, no. 6, pp. 31–35.

3. Lobov N.A. Nagruzki mostovykh kranov pri kontakte rebord khodovykh koles s rel'sami [Load bridge cranes when exposed flanges of wheels and rails]. *Vestnik mashinostroeniia* [Russian Engineering Research]. 1984, no. 7, pp. 22–26.

4. Spitsyna D.N. Issledovanie bokovykh sil, deistvuiushchikh na mnogokolesnye mostovye krany [The study of lateral forces acting on the multiwheel bridge cranes]. *Vestnik mashinostroeniia* [Russian Engineering Research]. 2003, no. 3, pp. 3–9.

5. Lobov N.A. *Dinamika peredvizheniia kranov po rel'sovomu puti* [The dynamics of movement of cranes on rails]. Moscow, MSTU named after N.E. Bauman publ., 2003. 230 p.

6. Lipatov A.S. *Issledovanie sluchainykh nagruzok na rebordy koles mostovykh kranov*: Avtoref. diss. kand. tekhn. nauk [The study of random loads on the flange of the wheel overhead cranes. Synopsis cand. eng. sci. diss.]. Moscow, 1967. 16 p.

7. Krettek O. Traction between road bike and rail – conveying and lifting. 1979, no. 5, pp. 459–465.

8. Ricker D.T. *Tips for Avoiding Crane Runway Problems*. Engineering Journal, American Institute of Steel Construction, Fourth Quarter, 1982, vol. 19, no. 4, pp. 181–205.

9. Berkelder A. G. J. *Crane runway design with special reference* to the interaction between the crane and crane runway. Dtsch. Lifting and Forder technology, 1984, vol. 30, no. 11, pp. 21–26.

10. Cranes–Measurement of wheel alignent. International Standard ISO 11630: 1997 (E). Printed in Switzerland ICS 53.020.20.

Статья поступила в редакцию 30.04.2013

Информация об авторах

СПИЦЫНА Дагмара Николаевна (Москва) — кандидат технических наук, доцент кафедры «Прикладная механика». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Россия, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

ЮРИН Антон Николаевич (Москва) — студент кафедры «Прикладная механика». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Россия, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: tonik0791@mail.ru).

Information about the authors

SPITSYNA Dagmara Nikolaevna (Moscow) – Cand. Sc. (Eng.), Associate Professor of «Applied Mechanics» Department. Bauman Moscow State Technical University (BMSTU, building 1, 2-nd Baumanskaya str., 5, 105005, Moscow, Russian Federation).

YURIN Anton Nikolaevich (Moscow) — Student of «Applied Mechanics» Department. Bauman Moscow State Technical University (BMSTU, building 1, 2-nd Baumanskaya str., 5, 105005, Moscow, Russian Federation, e-mail: tonik0791@mail.ru).