

УДК 532.5, 534—143

## Расчет присоединенной массы и коэффициента демпфирования вибрирующих в жидкости тел методом конечных объемов с применением к расчету параметров пучка твэлов реактора ВВЭР-440

**Е.С. Крутько, Ф.Д. Сорокин**

*Преодоление повышенного виброизноса трубчатых элементов, применяемых в энергетическом машиностроении, требует создания математических моделей гидроупругих систем и на их основе выработки рекомендаций по снижению интенсивности вибраций. При разработке адекватных математических моделей теплообменников и тепловыделяющих сборок, насчитывающих сотни трубчатых элементов, учет влияния жидкости выполняют с помощью присоединенных масс и коэффициентов демпфирования. В данном исследовании для вычисления указанных величин предложено рассматривать установившиеся вынужденные колебания жидкости при заданном гармоническом законе движения твердых тел методом конечных объемов. При этом присоединенная масса связывается с кинетической энергией жидкости, а коэффициент демпфирования — с рассеянной в жидкости энергией. Предлагаемая методика показала хорошую точность при тестировании и позволила вычислить важные для практики параметры пучка твэлов реактора ВВЭР-440. Впервые выполнен расчет присоединенной массы пучка твэлов реактора ВВЭР-440.*

**Ключевые слова:** присоединенная масса, коэффициент демпфирования, метод конечных объемов, тепловыделяющая сборка.

## The calculation of added masses and damping coefficients of vibrating bodies in a fluid by the finite volume method as applied to the calculation of the fuel bundle parameters for the reactor VVER-440

**E.S. Krut'ko, F.D. Sorokin**

*To overcome high vibrational wear of tubular elements in power engineering, adequate mathematical models of hydroelastic systems must be developed and analyzed in order to reduce the intensity of vibrations. In the mathematical models of heat exchangers and fuel assemblies with hundreds of tubular elements, the effect of liquid can be taken into account by added masses and damping coefficients. To calculate these quantities, steady-state forced oscillations of a liquid under a*



**КРУТЬКО**  
Евгений Сергеевич  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

**KRUT'KO**  
Evgeniy Sergeevich  
(Moscow, Russian Federation,  
Bauman Moscow State  
Technical University)



**СОРОКИН**  
Федор Дмитриевич  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

**SOROKIN**  
Fedor Dmitrievich  
(Moscow, Russian Federation,  
Bauman Moscow State  
Technical University)

given harmonic law of motion of solid bodies are considered and investigated by the finite volume method. In this case, the added mass is associated with the kinetic energy of the fluid and the damping factor is associated with the energy dissipated in the liquid. The proposed method showed good accuracy during testing and made it possible to calculate important parameters of the fuel bundle in the reactor VVER-440. Thus, the added mass of the fuel bundle of the reactor VVER-440 was calculated for the first time.

**Keywords:** added mass, damping coefficient, finite volume method, fuel assembly.

Одна из причин выхода из строя трубчатых элементов, применяемых в энергетическом машиностроении — виброизнос. Следовательно, актуальной задачей является построение адекватных математических моделей гидроупругих систем энергетических установок и выработка на их основе рекомендаций по снижению интенсивности вибраций.

При проведении расчетов напряженно-деформированного состояния элементов активной зоны водо-водяных энергетических реакторов (ВВЭР) в случае динамических нагрузок необходимо учитывать специфические конструктивные и эксплуатационные особенности. К таким особенностям можно отнести нелинейный характер деформирования, заполняющих активную зону тепловыделяющих сборок (ТВС), а также их взаимодействие с потоком теплоносителя. Практически подобные задачи взаимодействия механической конструкции с потоком жидкости, как правило, могут быть решены с помощью прямого численного моделирования методом конечных элементов (МКЭ) для механической части и МКЭ или методом конечных объемов (МКО) для жидкой части. Однако наличие большого количества ТВС в активной зоне и их сложная конструкция не позволяют проводить полномасштабное моделирование всей активной зоны при динамических нагрузках, вследствие ограниченности вычислительных ресурсов. Поэтому на практике для подобных расчетов вводятся различные упрощения [1]: полномасштабные конечно-элементные модели ТВС могут быть заменены на эквивалентные стержневые модели; влияние жидкости часто учитывают

изменением инерционно-демпфирующих свойств движущейся конструкции путем введения коэффициентов присоединенной массы и демпфирования. В случае гидродинамически связанных колебаний нескольких тел должны быть известны взаимные коэффициенты влияния как инерционного, так и демпфирующего характера [2—4]. Расчет этих характеристик аналитическим путем удается выполнить лишь для ряда объектов, обладающих простейшей геометрией. Определение коэффициентов присоединенной массы и демпфирования для конструкций со сложной геометрией, таких как ТВС, возможно только путем проведения прямых физических экспериментов [5] или численным расчетом.

В настоящей работе рассмотрена методика получения коэффициентов присоединенной массы и демпфирования для вибрирующих в жидкости тел на основе результатов прямого численного моделирования МКО. Для верификации методики использовано полученное ранее авторами численно-аналитическое решение тестовой задачи, в котором интегрируются уравнения Навье — Стокса.

**Методика определения коэффициентов присоединенной массы и демпфирования.** В настоящей работе для оценки инерционно-демпфирующих свойств жидкости использован энергетический подход, описанный в работах [6, 7], в соответствии с которым для тела, совершающего гармонические колебания в жидкости, кинетическая энергия присоединенной массы равна кинетической энергии жидкости:

$$E_{\text{liq}}^{\text{max}} = E_{\text{add } M}^{\text{max}}, \quad (1)$$

где  $E_{\text{liq}}^{\text{max}}$  — максимальная кинетическая энергия жидкости за период колебания;  $E_{\text{add } M}^{\text{max}}$  — максимальная за период колебания кинетическая энергия присоединенной массы,

$$E_{\text{liq}}^{\text{max}} = \max_T \left( \int_V \rho \frac{\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)^2}{2} dV \right); \quad (2)$$

$$E_{\text{add } M}^{\text{max}} = \max_T \left( \frac{\Delta m (A \omega \cos(\omega t + \psi))^2}{2} \right) = \frac{\Delta m (A \omega)^2}{2}. \quad (3)$$

Здесь  $A$  — амплитуда;  $\omega$  — круговая частота;  $\psi$  — начальная фаза;  $T$  — период;  $V$  — объем, зани-

маемый жидкостью;  $\rho$  — плотность жидкости;  $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$  — векторное поле амплитуд скоростей жидкости ( $t$  — время;  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор жидкой частицы в исходном состоянии);  $\Delta m$  — искомая величина присоединенной массы. Из выражений (1)—(3) следует соотношение для величины присоединенной массы:

$$\Delta m = \frac{\rho}{A^2 \omega^2} \max_T \left( \int_V \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)^2 dV \right). \quad (4)$$

При решении плоской задачи интеграл должен вычисляться по площади сечения жидкости  $S$ :

$$\Delta m_0 = \frac{\rho}{A^2 \omega^2} \max_S \left( \int_S \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)^2 dS \right). \quad (5)$$

В этом случае формула (5) дает значение удельной (на единицу длины) присоединенной массы, имеющей размерность кг/м.

Часто в задачах гидроупругости используется коэффициент присоединенной массы  $\alpha$ , определяемый как отношение присоединенной массы к массе вытесненной жидкости:

$$\alpha = \frac{\Delta m}{m}.$$

В случае плоской задачи

$$\alpha = \frac{\Delta m_0}{m_0}.$$

Удобство использования коэффициента присоединенной массы заключается в том, что он является безразмерным.

Для определения коэффициента демпфирования  $\xi$  согласно энергетическому подходу вычисляется энергия, рассеянная в жидкости за период колебания тела, — работа сил гидродинамического сопротивления жидкости на перемещении тела за период колебания:

$$E_{\text{dis}}^T = \int_{x(t)}^{x(t+T)} F dx = \int_0^T F(t) x'(t) dt,$$

где  $F$  — полная сила сопротивления жидкости, действующая на тело вдоль направления колебаний;  $x(t) = A \sin(\omega t + \psi)$ . Учитывая предположение об инерционно-вязком характере силы

сопротивления жидкости  $F(t) = \Delta m x''(t) + \xi x'(t)$ , правую часть последнего выражения можно записать в следующем виде:

$$E_{\text{dis}}^T = \xi \int_0^T (x'(t))^2 dt,$$

поскольку интеграл от инерционного слагаемого обращается в нуль.

Выражая коэффициент демпфирования, получаем:

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{\int_0^T F(t) x'(t) dt}{\int_0^T (x'(t))^2 dt} = \frac{\int_0^T F(t) A \omega \cos(\omega t + \psi) dt}{\int_0^T (A \omega \cos(\omega t + \psi))^2 dt} = \\ &= \frac{1}{\pi A} \int_0^T F(t) \cos(\omega t + \psi) dt. \end{aligned} \quad (6)$$

Формула (6) справедлива как для трехмерной, так и для плоской задач, но при решении плоской задачи сила сопротивления  $F(t)$  относится к единице длины, т. е. имеет размерность Н/м, в этом случае размерность коэффициента демпфирования выражается в Н·с/м<sup>2</sup>.

Основной проблемой при вычислении присоединенной массы и коэффициента демпфирования по соотношениям (4) и (6) является получение выражений для поля скоростей  $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$  и силы сопротивления жидкости  $F(t)$ , а также вычисление соответствующих интегралов. Аналитические решения с введением ряда допущений удается получить только для тел простейшей геометрии. Для преодоления этого ограничения в настоящей работе предложено использовать прямое численное моделирование процесса гармонических колебаний тела в жидкости на основе МКО.

В качестве инструмента численного моделирования авторами выбран пакет прикладных программ решения задач вычислительной гидродинамики OpenFOAM [8]. Как и многие программные комплексы, приспособленные для решения задач гидродинамики, такие как Star-CD, ANSYS и др., OpenFOAM имеет все необходимые модели сред и стандартное математическое обеспечение для исследования движения твердых тел в жидкости на основе МКО. Отличительной особенностью выбран-

ного комплекса является открытость его исходных текстов, что позволяет более детально изучить его работу, модифицировать существующее или создавать новое математическое обеспечение, новые модели сред и учитывать специфические граничные условия. Также комплекс OpenFOAM допускает запуск в параллельном режиме, что дает возможность использовать его в распределенных кластерных системах. Последнее обстоятельство дает возможность проводить расчеты задач, требования которых к размеру оперативной памяти или времени счета не позволяют осуществлять моделирование на отдельной рабочей станции.

**Верификация расчетной методики.** Для верификации методики расчета коэффициентов присоединенной массы и демпфирования, а также для проверки выбранных моделей среды и математического обеспечения было выполнено моделирование процесса вынужденных колебаний жесткого цилиндра, находящегося в концентрическом зазоре, заполненном жидкостью (рис. 1). В работе [9] построено практически точное численно-аналитическое решение данной задачи на основе интегрирования уравнений Навье—Стокса в предположении о ламинарном характере течения.

Для решения тестовой задачи на основе МКО была создана сеточная модель сечения жидкости в концентрическом зазоре, представляющая собой структурированную сетку 4-узловых элементов со сгущением вблизи стенок канала. Сгущение сетки необходимо для более точного учета влияния пограничных слоев. Параметры системы задавались в соответствии

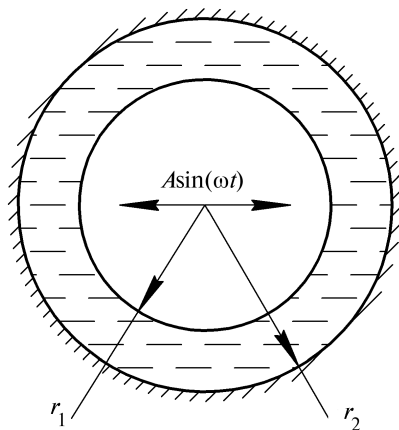


Рис. 1. Жесткий цилиндр в концентрическом зазоре, заполненном жидкостью

с выбранными в работе [9]:  $r_1 = 0,0745$  м,  $r_2 = 0,08$  м,  $\nu = 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с ( $\nu$  — кинематическая вязкость),  $\rho = 1\ 000$  кг/м<sup>3</sup>,  $\omega = 25$  рад/с,  $A = 10^{-4}$  м. В результате выполнения прямого моделирования движения жидкости при гармонических колебаниях внутреннего цилиндра были получены поля скоростей жидкости и значения сил сопротивления в фиксированные моменты времени в пределах нескольких периодов колебаний (одного периода недостаточно из-за наличия переходных процессов). Полученные значения скоростей и сил использовались для вычисления коэффициентов присоединенной массы и демпфирования по формулам (5) и (6):

$$\alpha = \frac{\Delta m_0}{\rho \pi r_1^2} = 14,65, \quad \xi = 366,9 \text{ Н}\cdot\text{с}/\text{м}^2.$$

Эти значения хорошо согласуются с аналогичными значениями, полученными авторами в работе [9]:

$$\alpha = \frac{\Delta m_0}{\rho \pi r_1^2} = 14,81, \quad \xi = 362,2 \text{ Н}\cdot\text{с}/\text{м}^2.$$

В настоящей работе также было исследовано влияние частоты колебаний жесткого цилиндра и кинематической вязкости жидкости на коэффициенты присоединенной массы и демпфирования (рис. 2–5).

Из приведенных результатов следует, что значения коэффициентов присоединенной массы и демпфирования, полученные по предложенной методике, отличаются от аналогичных значений, рассчитанных на основе интегрирования уравнений Навье — Стокса, не более чем на 5%.

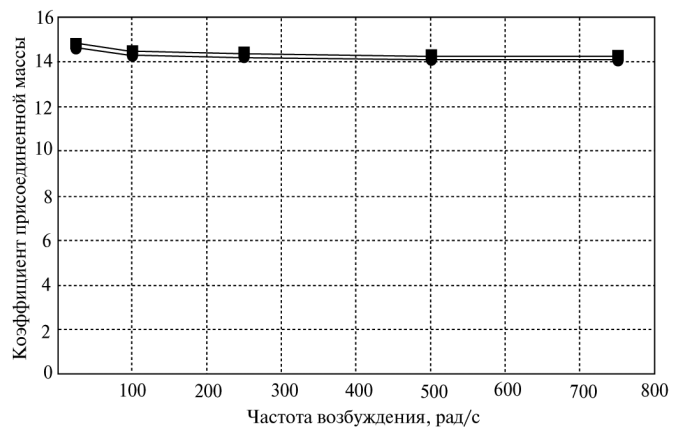


Рис. 2. Зависимость коэффициента присоединенной массы от частоты возбуждения при заданной кинематической вязкости  $\nu = 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с,

● — МКО; ■ — численно-аналитическая

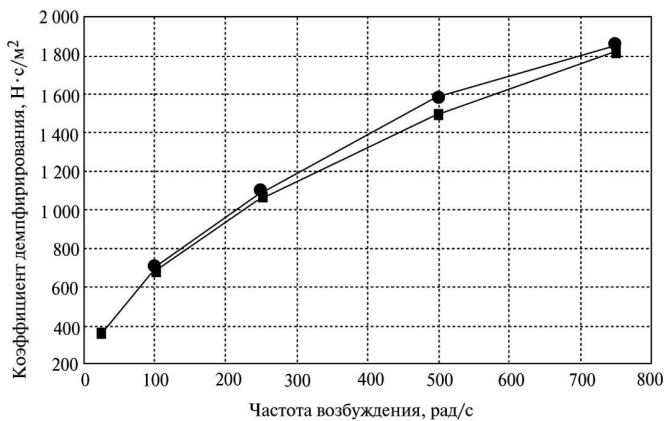


Рис. 3. Зависимость коэффициента демпфирования от частоты возбуждения при заданной кинематической вязкости  $\nu = 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ :

● — МКО; ■ — численно-аналитическая

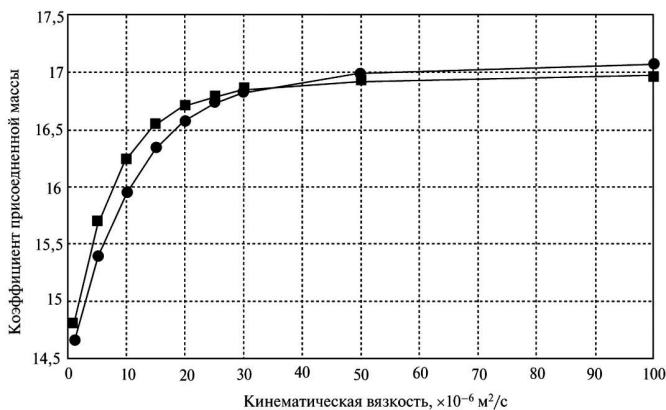


Рис. 4. Зависимость коэффициента присоединенной массы от кинематической вязкости при заданной частоте возбуждения 25 рад/с:

● — МКО; ■ — численно-аналитическая

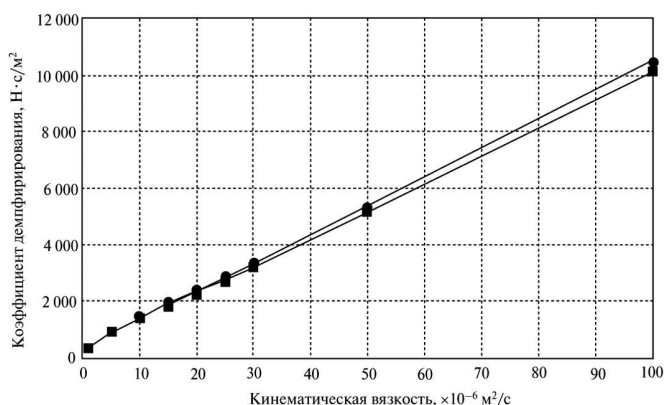


Рис. 5. Зависимость значения коэффициента демпфирования от кинематической вязкости при заданной частоте возбуждения 25 рад/с:

● — МКО; ■ — численно-аналитическая

**Исследование наведенных жидкостью инерционно-демпфирующих характеристик пучка твэлов ТВС ВВЭР-440.** Как отмечалось выше, достоинством предлагаемой методики является возможность расчета присоединенных масс и коэффициентов демпфирования для тел, обладающих сложной геометрией. К таким объектам можно отнести ТВС ВВЭР, состоящие из большого числа цилиндрических стержней (твэлов) и поддерживающих элементов — дистанционирующих решеток. В настоящей работе решена задача колебаний пучка твэлов ТВС ВВЭР-440, состоящего из 127 цилиндрических стержней, заключенных в чехол шестиугольного сечения (рис. 6). Задача решалась в плоской постановке, сечение пучка рассматривалось как жесткое целое, т. е. движение всех твэлов принималось одинаковым. Как и в тестовой задаче, вблизи границ твэлов и чехла, в конечно-объемной модели было предусмотрено сгущение сетки для учета влияния пограничных слоев. Кинематическое возбуждение пучка твэлов выполнялось на частоте 3,9 Гц ( $\omega = 24,50 \text{ рад/с}$ ) с амплитудой  $A = 10^{-4} \text{ м}$ , кинематическая вязкость и плотность жидкости были заданы следующими:  $\nu = 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ . Методом прямого численного моделирования были получены векторные и скалярные поля величин, необходимые для оценки инерционно-демпфирующих свойств пучка твэлов. Часть модели вблизи границы чехла, векторное поле скоростей жидкости, а также профиль скорости в одном из сечений

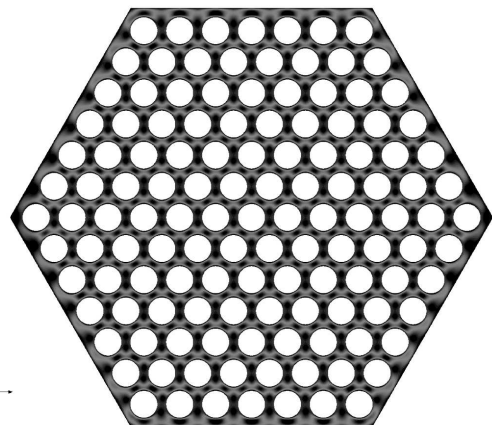


Рис. 6. МКО — модель сечения ТВС ВВЭР-440 (внутренний размер чехла «под ключ» — 143,2 мм, наружный диаметр твэлов — 9,1 мм, расстояние между осями твэлов — 12,2 мм)

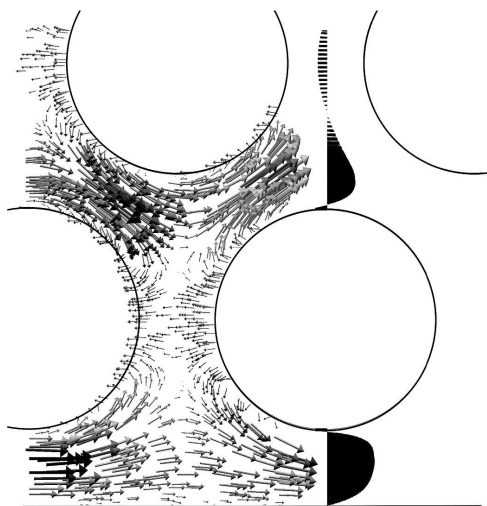


Рис. 7. Векторное поле скоростей жидкости вблизи стенки чехла и профиль скоростей в сечении, перпендикулярном направлению вибрации (направление вибрации параллельно стенке, скорость твэлов на рисунке направлена влево)

показаны на рис. 7. По приведенной выше методике по формулам (5) и (6) были вычислены удельная присоединенная масса и коэффициент демпфирования пучка твэлов ТВС ВВЭР-440:  $\Delta m_0 = 30,7$  кг/м,  $\xi = 56,9$  Н·с/м<sup>2</sup>.

## Выводы

1. На основе численного моделирования методом конечных объемов разработана методика определения величин присоединенной массы и коэффициента демпфирования для тел сложной геометрии, совершающих колебания в жидкости.

2. Тестирование на задаче о колебаниях жесткого цилиндра в концентрическом канале, заполненном жидкостью, для которой авторами ранее было получено численно-аналитическое решение, продемонстрировало хорошую точность предлагаемой методики.

3. Получены важные для практики значения присоединенной массы  $\Delta m_0 = 30,7$  кг/м и коэффициента демпфирования  $\xi = 56,9$  Н·с/м<sup>2</sup> пучка твэлов ТВС реактора ВВЭР-440.

## Литература

1. Тутнов А.А., Крутько Е.С., Киселев А.С., Киселев И.А. Анализ нагрузок на ТВС при сейсмическом воздействии // Материалы 6-й Российской конференции «Методы и программное обеспечение расчетов на прочность». г. Геленджик, 4–8 октября 2010 г. С. 40–48.
2. Viallet E., Kestens T. Prediction of flow induced damping of a PWR fuel assembly in a case of seismic and LOCA load case

Structural Mechanics in Reactor Technology (SmiRt 17) // Transactions of 17-th International Conference. Prague, 2003. 8 p.

3. Collard B. Flow induced damping of PWR fuel assembly // Structural behavior of fuel assemblies for water cooled reactors: Proceeding of technical meeting. Vienna, 2005. P. 279–288.

4. Федотовский В.С., Верещагина Т.Н., Беспрозванных В.А. Гидродинамически связанные колебания стержневых систем // Гидродинамика и безопасность АЭС (Теплофизика-99): Тез. докл. отраслевой конф. Обнинск, 1999. С. 297–299.

5. Makarov V., Afanasiev A., Matvienko I., Volkov S., Dolgov A. // Tests of Models the FA for WWER-2006 and the Fuel Assembly-Q for PWR with a Drive of the Control System of Protection on Seismic and Vibrating Influence. Proceedings of the 9-th International conference WWER Fuel Performance, Modelling and Experimental Support. Bulgaria, September 17–24, 2011. P. 324–331.

6. Синявский В.Ф., Федотовский В.С., Кухтин А.Б., Тереник Л.В. Инерционность и гидродинамическое демпфирование при колебаниях труб и трубных пучков жидкости // Динамические характеристики и колебания элементов энергетического оборудования // Сб. ст. М.: Наука, 1980. С. 86–97.

7. Joseph A. Schetz, Allen E. Fuhs. Fundamentals of fluid mechanics. New York: John Wiley & Sons, 1999. 935 p.

8. The OpenFOAM Foundation [Электронный ресурс]. URL: <http://www.openfoam.org/>. Дата обращения 08.05.2013.

9. Сорокин Ф.Д., Крутько Е.С. Расчет присоединенной массы и коэффициента демпфирования для вибрирующего в цилиндрическом канале жесткого цилиндра на основе численного интегрирования уравнений движения вязкой жидкости // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2012. № 10. С. 46–51.

## References

1. Tutnov A.A., Krut'ko E.S., Kiselev A.S., Kiselev I.A. *Analiz nagruzok na TVS pri seismicheskom vozdeistvii* [Analysis of loads on the seismic impact of TVS]. *Materialy 6-th Rossiiskoi konferentsii «Metody i programnoe obespechenie raschetov na prochnost'»* [Proceedings of the 6-th Russian Conference «Methods and software calculations of strength»]. Gelendzhik, 4–8 October 2010, pp. 40–48.
2. Viallet E., Kestens T. *Prediction of flow induced damping of a PWR fuel assembly in a case of seismic and LOCA load case* *Structural Mechanics in Reactor Technology (SmiRt 17)*. Transactions of 17-th International Conference. Prague, 2003. 8 p.
3. Collard B. *Flow induced damping of PWR fuel assembly*. Structural behavior of fuel assemblies for water cooled reactors: Proceeding of technical meeting. Vienna, 2005. pp. 279–288.
4. Fedotovskii V.S., Vereshchagina T.N., Besprozvannykh V.A. *Gidrodinamicheski svyazannye kolebaniia stержnevyykh sistem* [Fluidly coupled oscillations of rod systems]. *Gidrodinamika i bezopasnost' AES (Teplofizika-99): Tezisy Dokladov Otrasevoi konferentsii* [Hydrodynamics and safety of nuclear power plants (Thermal Physics-99): Proceedings of the Industry Conference]. Obninsk, 1999, pp. 297–299.
5. Makarov V., Afanasiev A., Matvienko I., Volkov S., Dolgov A. *Tests of Models the FA for WWER-2006 and the Fuel Assembly-Q for PWR with a Drive of the Control System of Protection on Seismic and Vibrating Influence*. Proceedings of the 9-th International conference WWER Fuel Performance, Modelling and Experimental Support. Bulgaria, 17–24 September 2011, pp. 324–331.
6. Siniavskii V.F., Fedotovskii V.S., Kukhtin A.B., Terenik L.V. *Inertionnost' i gidrodinamicheskoe dempfirovanie pri kolebaniiaakh trub i trubnykh puchkov zhidkosti* [The inertia and hydrodynamic damping vibrations in pipes and tube bundles in liquid]. *Dinamicheskie kharakteristiki i kolebaniia elementov*

*energeticheskogo oborudovaniia* [The dynamic characteristics and vibration elements energy equipment]. Collection of articles. Moscow, Nauka publ., 1980, pp. 86—97.

7. Joseph A. Schetz, Allen E. Fuhs. *Fundamentals of fluid mechanics*. New York, John Wiley & Sons, 1999. 935 p.

8. *The OpenFOAM Foundation*. Available at: URL: <http://www.openfoam.org/> (accessed 8 May 2013).

9. Sorokin F.D., Krut'ko E.S. Raschet prisoedinennoi massy i koeffitsienta dempfirovaniia dlia vibriruiushchego v tsilindricheskom kanale zhestkogo tsilindra na osnove chislenno-

go integrirovaniia uravnenii dvizheniia viazkoi zhidkosti [Added mass and damping coefficient calculation for the rigid cylinder vibrating in cylindrical channel based on viscous fluid motion equation numerical integration]. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii. Mashinostroenie* [Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building]. 2012, no. 10, pp. 46—51.

Статья поступила в редакцию 13.05.2013

## Информация об авторах

**КРУТ'КО Евгений Сергеевич** (Москва) — аспирант кафедры «Прикладная механика». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: e.s.krutko@gmail.com).

**СОРОКИН Федор Дмитриевич** (Москва) — профессор кафедры «Прикладная механика». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: sorokin\_fd@mail.ru).

## Information about the authors

**KRUT'KO Evgeniy Sergeevich** (Moscow) — Post-Graduate of «Applied Mechanics» Department. Bauman Moscow State Technical University (BMSTU, building 1, 2-nd Baumanskaya str., 5, 105005, Moscow, Russian Federation, e-mail: e.s.krutko@gmail.com).

**SOROKIN Fedor Dmitrievich** (Moscow) — Professor of «Applied Mechanics» Department. Bauman Moscow State Technical University (BMSTU, building 1, 2-nd Baumanskaya str., 5, 105005, Moscow, Russian Federation, e-mail: sorokin\_fd@mail.ru).