

УДК 621.52

## Исследование возможностей оптимизации откачных характеристик молекулярновязкостного вакуумного насоса методами статистического моделирования

**К.Е. Демихов, Н.К. Никулин, Т.В. Дронова**

*Рассмотрено влияние основных параметров системы (геометрии откачной системы и динамики течения газа) на откачные характеристики насоса. Описана методика расчета вероятности прохождения канала частицей методом Монте-Карло с учетом времени движения частицы в канале. Влияние параметров рассмотрено применительно к условиям высокого вакуума.*

**Ключевые слова:** статистический метод, молекула, молекулярновязкостный насос, вероятность перехода, отношение давлений, быстрота действия, давление, геометрические параметры, форма канала.

## Investigation of opportunities to optimize pumping performance of molecular-viscous vacuum pump by statistical simulation methods

**K.E. Demikhov, N.K. Nikulin, T.V. Dronova**

*The paper deals with the influence of system main parameters — the pumping system geometry and the gas flow dynamics — on the pumping characteristics of the pump. The method of calculating the probability for a particle to pass the channel by Monte Carlo method taking into account the time of a particle movement in the channel is described. The influence of the parameters is considered in relation to work in high vacuum.*

**Keywords:** statistical method, molecule, molecular-viscous pump, transition probability, pressure ratio, operating speed, pressure, geometrical parameters, channel shape.

Принцип работы механических высоковакуумных насосов основан на передаче дополнительного импульса количества движения молекулам газа движущейся поверхностью при соударении в направлении откачки. Наиболее очевидное использование данного принципа положено в основу работы молекулярного вакуумного насоса (МВН), более поздняя модификация которого — молекулярновязкостный вакуумный насос (МВВН), использует тот же принцип, однако из-за конструктивных особенностей позволяет получить иные откачные характеристики.



**ДЕМИХОВ**

**Константин Евгеньевич**  
доктор технических наук,  
профессор, зав. кафедрой  
«Вакуумная и  
компрессорная техника  
физических установок»



**НИКУЛИН**

**Николай Константинович**  
кандидат технических  
наук, доцент



**ДРОНОВА**

**Татьяна Викторовна**  
аспирантка  
кафедры «Вакуумная и  
компрессорная техника  
физических установок»  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)  
e-mail: nkn@bmstu.ru

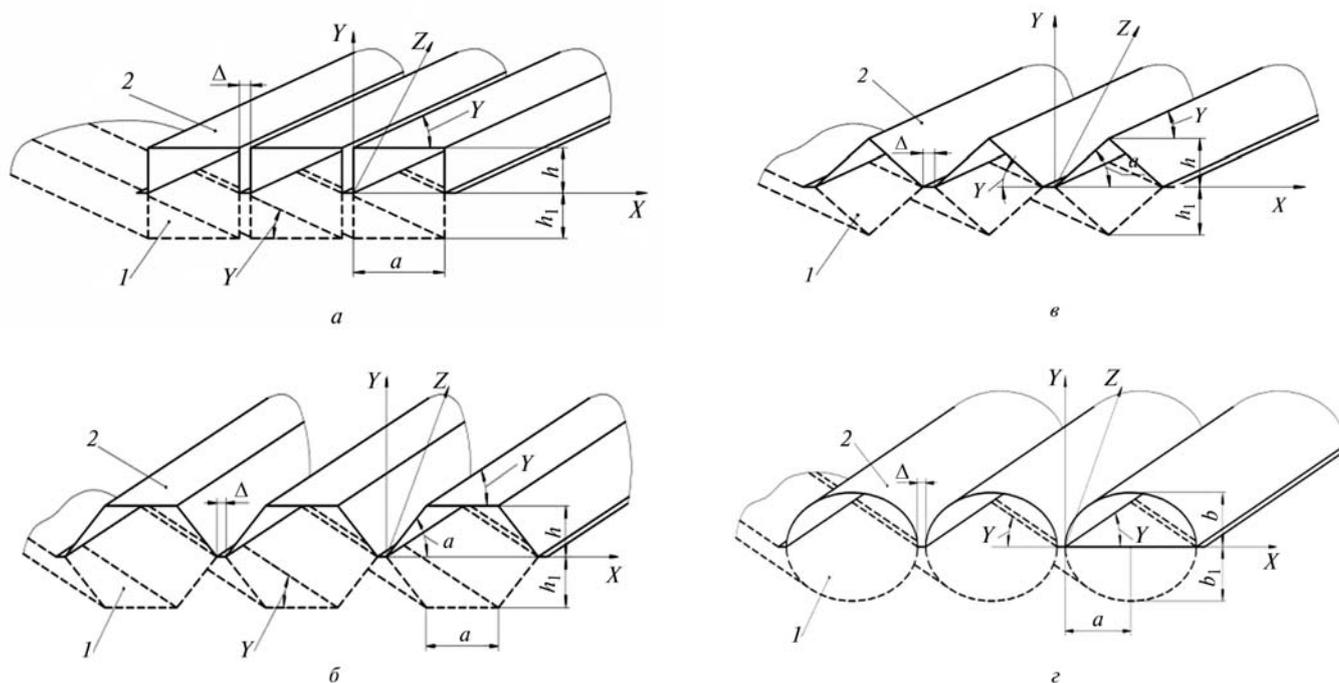


Рис. 1. Конструктивные схемы сечений каналов МВВН:

*a* — прямоугольное; *б* — трапецидальное; *в* — треугольное; *г* — полукруглое; 1 — ротор; 2 — статор

Цель работы — исследование степени и диапазона влияния основных параметров системы на откачные характеристики: максимальную быстроту действия и отношение давлений.

На рисунке 1 показаны конструктивные схемы сечений каналов МВВН: прямоугольное, трапецидальное, треугольное и полукруглое.

Поскольку в данной статье рассматривается работа МВВН в условиях высокого вакуума с молекулярным режимом течения газа, принимается допущение об отсутствии столкновений между молекулами. При этом их движение зависит только от взаимодействия с поверхностями, ограничивающими траектории. В качестве допущения также принимается модель идеального газа для описания поведения реального газа в рассматриваемых условиях.

Учитывая принятые допущения можно сделать вывод о применимости методов статистического моделирования для расчета откачных характеристик МВВН.

Наиболее зарекомендовавшим себя на практике методом статистического моделирования, ввиду своей наглядности и универсальности, является метод Монте-Карло. Метод основан на моделировании случайных величин и функ-

ций для вычисления производных характеристик системы.

Для модели идеального газа, где взаимодействие между частицами отсутствует, применим следующий алгоритм расчета. Частицы запускаются в систему по очереди, каждая последующая частица запускается после того как закончила полет предыдущая.

Применительно к исследованию возможностей оптимизации МВВН был использован иной алгоритм расчета, основное отличие которого заключается в одновременном испускании частиц с ограниченным временем пребывания в канале  $\Delta t_{вр}$ .

Алгоритм представляет более наглядную картину движения потока идеального газа в системе, определяя его основные параметры в целом, а не каждой частицы в отдельности.

Принимаемые допущения [1]:

- газ — идеальный;
- режим течения — молекулярный;
- распределения тепловых скоростей движения молекул газа описывается уравнением Максвелла;
- отражение частиц газа от поверхностей подчиняется диффузному закону;

- поглощение газа на поверхности отсутствует;
- процесс рассматривается при постоянной температуре;
- коэффициент аккомодации равен 1;
- натекания извне и газовыделения отсутствуют.

Алгоритм расчета представлен на рис. 2.

Трехмерная система координат связана с поверхностью входа в канал, начало системы координат установлено в центре этой поверхности так, что ось  $z$  направлена вдоль канала, ось  $y$  — по нормали к подвижной поверхности.

Задаются геометрические параметры системы  $a, h, L_{\text{кан}}$ . Датчиком случайных чисел задаются значения точек старта частицы  $x_0, y_0, z_0$ , а также направляющие косинусы движения частицы  $l, m, n$ . Вычисляются расстояния от

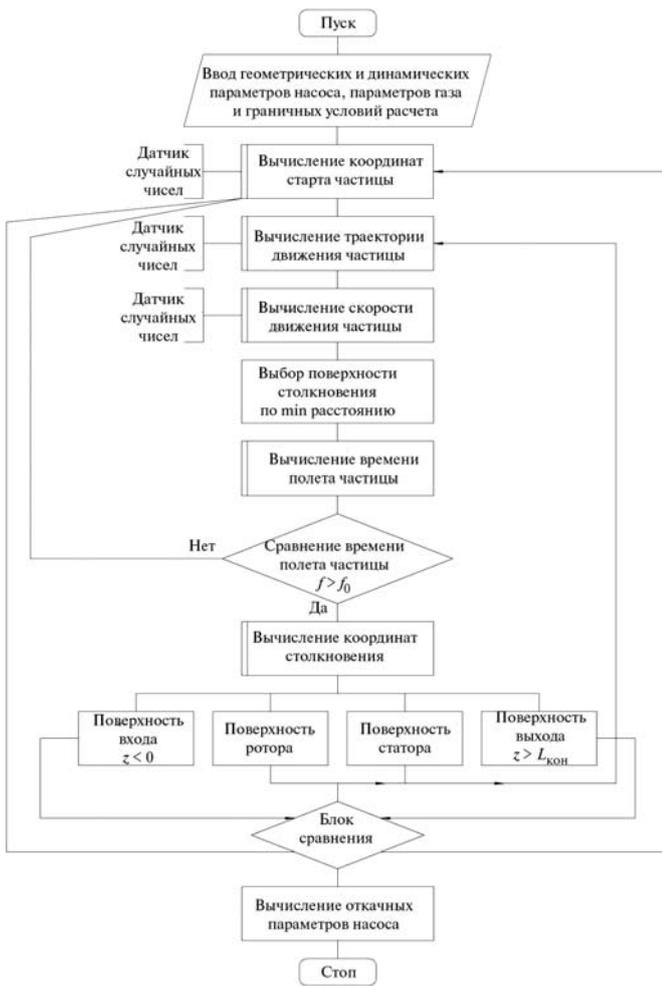


Рис. 2. Алгоритм расчета вероятности прохождения частицы через заданный канал методом Монте-Карло

точки старта частицы до всех поверхностей канала  $\delta_1, \delta_2 \dots \delta_n$  и находится минимальное расстояние от точки старта до какой-либо поверхности  $\delta_{\text{min}}$ . На основе этого вычисляется точка столкновения с поверхностью.

Аналогичным образом происходит дальнейшее движение частицы в канале.

По координате  $z$  определяется поверхность выхода частицы из канала. При  $z < 0$  — частица не прошла канал (вернулась в откачиваемый объем). При  $z > L_{\text{кан}}$ , — частица прошла канал (перешла на сторону нагнетания). Отслеживанием времени нахождения частицы в полете  $t$  определяются число «пропавших» частиц, которое учитываются при определении вероятности прохождения канала.

Расчет четырех видов каналов выполнен для следующих исходных данных:

- газ — азот при температуре 293 К;
- длина, ширина, высота канала, угол наклона канала относительно торца  $\gamma$ , угол наклона боковых стенок  $\alpha$  и отношение  $U/V_n$  — переменные значения.

Изменение скорости частицы учитывается только при попадании ее на роторную поверхность. В прямом направлении откачки рассматривается 1 000 000 событий, в обратном — 10 000 000, что обеспечивает необходимую степень точности. Учет обратного потока позволяет вычислить зависимость вероятности прохождения канала  $k_{\text{max}}$  и  $\tau_{\text{max}}$  от отношений  $h/a, L/h, U/V_n, \gamma$ .

**Математическая модель. 1.** Разыгрывание точек старта частицы с поверхности входа в канал:

$$x_0 = a\xi; y_0 = h\xi; z_0 = 0,$$

где  $a$  — безразмерная ширина канала;  $h$  — безразмерная высота канала;  $\xi$  — случайная величина.

2. Расчет скорости движения частицы по уравнению Максвелла:

$$F(v) = 4\pi \left( \frac{M}{2\pi RT} \right)^{3/2} v^2 \exp\left( -\frac{Mv^2}{2RT} \right),$$

где  $v$  — текущее значение тепловой скорости движения частицы, м/с;  $M$  — молекулярная

масса;  $R = 8\,314$  — универсальная газовая постоянная, Дж/(кмоль·К);  $T$  — температура газа, К.

3. Расчет направляющих косинусов при старте с плоской поверхности:

3.1) вычисление углов  $\theta$  и  $\psi$ :

$$\theta = \arcsin \sqrt{\xi},$$

$$\psi = 2\pi\xi;$$

3.2) направляющие косинусы [2]:

$$l = \sin(\theta)\cos(\psi),$$

$$m = \sin(\theta)\sin(\psi),$$

$$n = \cos(\theta).$$

4. Вычисление расстояния от точки старта до поверхностей канала и нахождение минимального значения этого расстояния (выбор поверхности столкновения) [2]:

$$\delta = -\frac{Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D}{Al + Bm + Cn},$$

где  $A, B, C, D$  — коэффициенты уравнения плоскости  $Ax + By + Cz + D = 0$ .

5. Нахождение точек столкновения частицы с поверхностью:

$$x = l\delta + x_0;$$

$$y = m\delta + y_0;$$

$$z = n\delta + z_0.$$

6. Расчет времени полета частицы:

$$t = \delta / v.$$

Расчетная величина сравнивается с заданным временем нахождения частицы в канале  $t_0$ . В случае если расчетное время полета частицы  $t$  больше времени  $t_0$  ( $t > t_0$ ), частица считается «пропавшей».

7. Проверка нахождения частицы в канале. Если  $z < 0$  — частица вернулась в откачиваемый объем, если  $z > L_{\text{кан}}$  — частица пролетела канал. Если  $0 < z < L_{\text{кан}}$  — частица находится в канале. В последнем случае п. 2—6 повторяются, при учете, что в каждом последующем случае поверхностью старта будет поверхность столкновения. Расчет ведется до тех пор, пока четко не

будет определено, пролетела частица канал или вернулась обратно в откачиваемый объем.

8. Расчет  $k_{\text{max}}$  и  $\tau_{\text{max}}$  канала с учетом «пропавших» частиц. Ошибку математической модели при использовании метода Монте-Карло [1] можно оценить по формуле

$$\Delta \leq 3\sqrt{(1-p)p/N}.$$

Относительная величина ошибки при этом составит

$$\delta = \Delta / p \leq 3\sqrt{(1-p)/(pN)}.$$

Последнее уравнение позволяет определить требуемое число испытаний для обеспечения заданной точности расчета

$$N \approx 9^{(1-p)} / (p\delta^2).$$

При расчетах погрешность вычислений допускается в пределах 10 % —  $\delta = 0,1$ . Для обеспечения данной погрешности необходимое число испытаний составит

$$N \approx 9 \frac{1-10^{-4}}{10^{-4}(0,1)^2} \approx 10\,000\,000 \approx 10 \text{ млн.}$$

**Исследование возможностей оптимизации.** В работе исследовано влияние на величины основных откачных характеристик насоса  $k_{\text{max}}$  и  $\tau_{\text{max}}$  следующих параметров:

- отношения высоты к ширине канала  $h/a$ ;
- длины к высоте  $L/h$ ;
- отношения окружной и наивероятной скорости движения частицы  $U/V_n$ .

Зависимости (для прямоугольного сечения канала  $a = 4$  мм,  $h = 2$  мм) представлены на рис. 3—17.

## Выводы

Разработанный алгоритм расчета позволяет смоделировать исходные параметры откачной системы, отвечающей заданным откачным характеристикам, а также исследовать влияние динамических и геометрических параметров насоса на его откачные характеристики.

Проведенное исследование выявило характер зависимости параметров системы, что открывает возможности его дальнейшего использования для целей оптимизации.

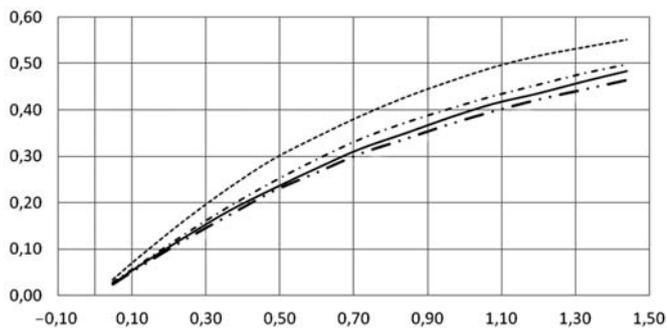


Рис. 3. Зависимость  $k_{\max}$  от отношения  $U_p/V_n$ ; длина канала  $l = 40$  мм, угол наклона канала к торцу входного сечения  $\gamma = 25^\circ$ :

- · — — МВВН — прямоугольник;
- · · — — МВВН — трапеция;
- — — — МВВН — полукруг;
- · · · — МВВН — треугольник

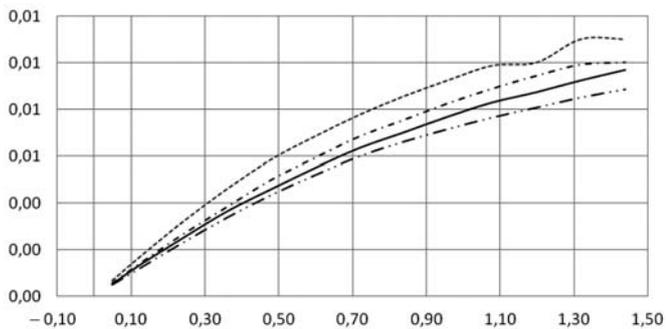


Рис. 4. Зависимость  $S_n$  от отношения  $U_p/V_n$ ; длина канала  $l = 40$  мм, угол наклона канала к торцу входного сечения  $\gamma = 25^\circ$ :

- · — — МВВН — прямоугольник;
- · · — — МВВН — трапеция;
- — — — МВВН — полукруг;
- · · · — МВВН — треугольник

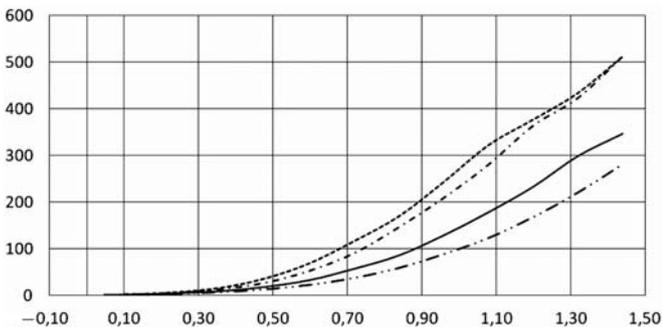


Рис. 5. Зависимость  $\tau_{\max}$  от отношения  $U_p/V_n$ ; длина канала  $l = 40$  мм, угол наклона канала к торцу входного сечения  $\gamma = 25^\circ$ :

- · — — МВВН — прямоугольник;
- · · — — МВВН — трапеция;
- — — — МВВН — полукруг;
- · · · — МВВН — треугольник

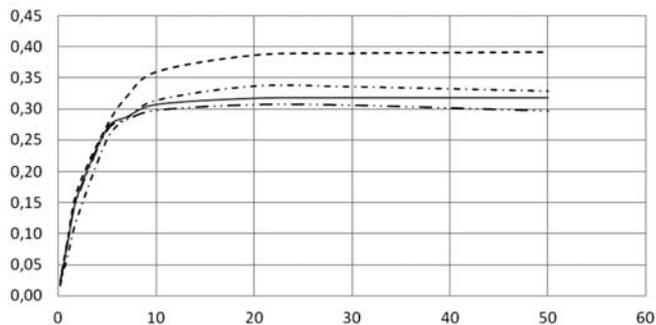


Рис. 6. Зависимость  $k_{\max}$  от отношения  $L_{\text{кан}}/h_{\text{кан}}$ ; окружная скорость  $U = 300$  м/с, угол наклона канала к торцу входного сечения  $\gamma = 25^\circ$ :

- · — — МВВН — прямоугольник;
- · · — — МВВН — трапеция;
- — — — МВВН — полукруг;
- · · · — МВВН — треугольник

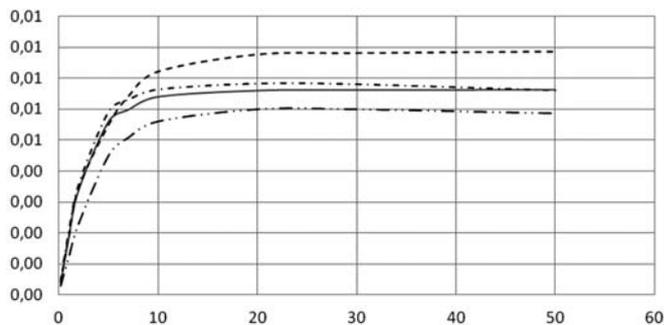


Рис. 7. Зависимость  $S_n$  от отношения  $L_{\text{кан}}/h_{\text{кан}}$ ; окружная скорость  $U = 300$  м/с, угол наклона канала к торцу входного сечения  $\gamma = 25^\circ$ :

- · — — МВВН — прямоугольник;
- · · — — МВВН — трапеция;
- — — — МВВН — полукруг;
- · · · — МВВН — треугольник

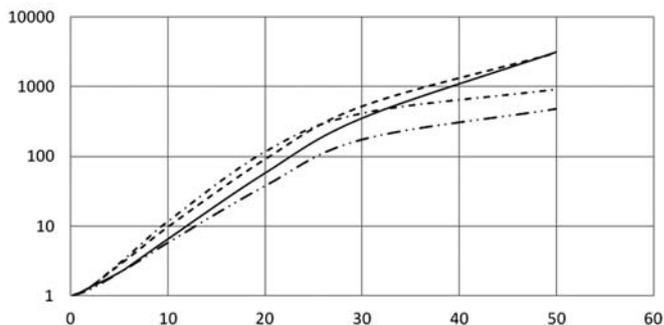


Рис. 8. Зависимость  $\tau_{\max}$  от отношения  $L_{\text{кан}}/h_{\text{кан}}$ ; окружная скорость  $U = 300$  м/с, угол наклона канала к торцу входного сечения  $\gamma = 25^\circ$ :

- · — — МВВН — прямоугольник;
- · · — — МВВН — трапеция;
- — — — МВВН — полукруг;
- · · · — МВВН — треугольник

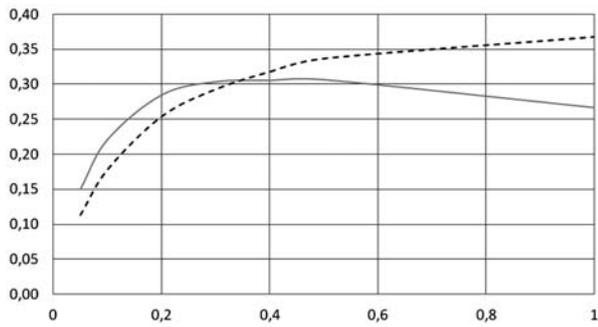


Рис. 9. Зависимость  $k_{\max}$  от отношения высоты канала к ширине канала  $h_{\text{кан}}/a_{\text{кан}}$ ; окружная скорость  $U = 300$  м/с, длина канала  $l = 40$  мм; угол наклона канала к торцу входного сечения  $\gamma = 25^\circ$ :

— — МВВН — прямоугольник;  
 - - - - МВВН — трапеция

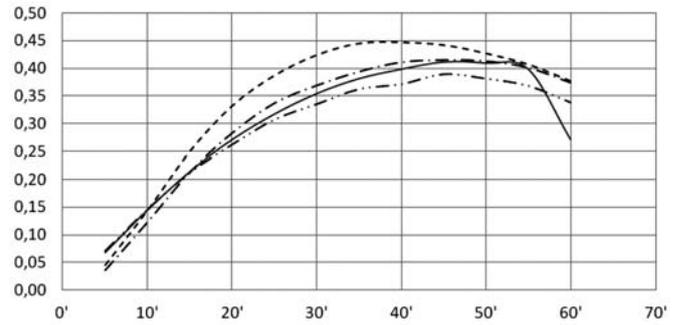


Рис. 12. Зависимость  $k_{\max}$  от угла  $\gamma$  наклона канала к торцу входа; окружная скорость  $U = 300$  м/с, длина канала  $l = 40$  мм:

— · · — — МВВН — прямоугольник;  
 - · · · - - МВВН — трапеция;  
 - - - - МВВН — полукруг;  
 - · · · - - МВВН — треугольник

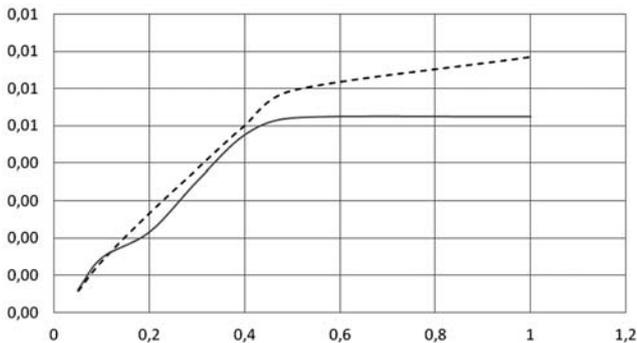


Рис. 10. Зависимость  $S_n$  от отношения высоты канала к ширине канала  $h_{\text{кан}}/a_{\text{кан}}$ ; окружная скорость  $U = 300$  м/с, длина канала  $l = 40$  мм; угол наклона канала к торцу входного сечения  $\gamma = 25^\circ$ :

- - - - - МВВН — прямоугольник;  
 - - - - МВВН — трапеция

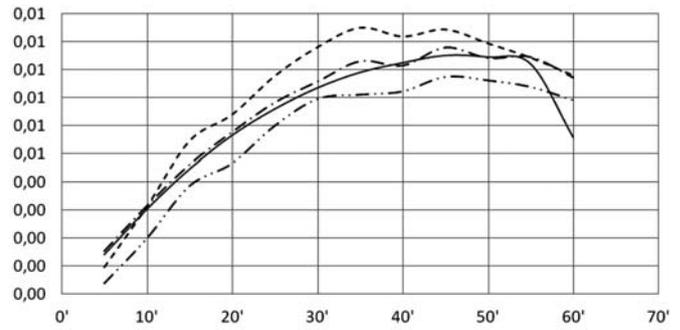


Рис. 13. Зависимость  $S_n$  от угла  $\gamma$  наклона канала к торцу входа; окружная скорость  $U = 300$  м/с, длина канала  $l = 40$  мм:

— · · — — МВВН — прямоугольник;  
 - · · · - - МВВН — трапеция;  
 - - - - МВВН — полукруг;  
 - · · · - - МВВН — треугольник

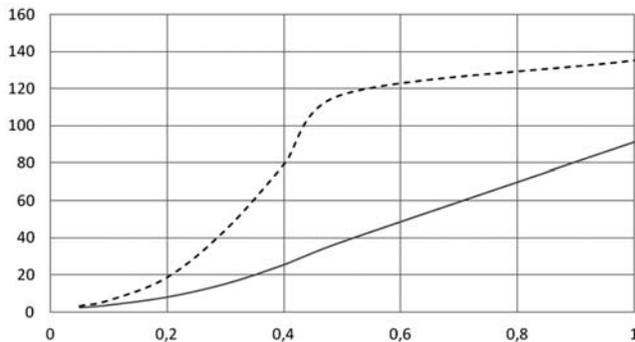


Рис. 11. Зависимость  $\tau_{\max}$  от отношения высоты канала к ширине канала  $h_{\text{кан}}/a_{\text{кан}}$ ; окружная скорость  $U = 300$  м/с, длина канала  $l = 40$  мм; угол наклона канала к торцу входного сечения  $\gamma = 25^\circ$ :

- - - - - МВВН — прямоугольник;  
 - - - - МВВН — трапеция

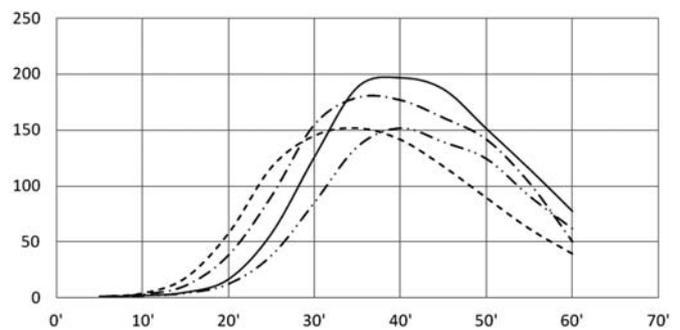


Рис. 14. Зависимость  $\tau_{\max}$  от угла  $\gamma$  наклона канала к торцу входа; окружная скорость  $U = 300$  м/с, длина канала  $l = 40$  мм:

— · · — — МВВН — прямоугольник;  
 - · · · - - МВВН — трапеция;  
 - - - - МВВН — полукруг;  
 - · · · - - МВВН — треугольник

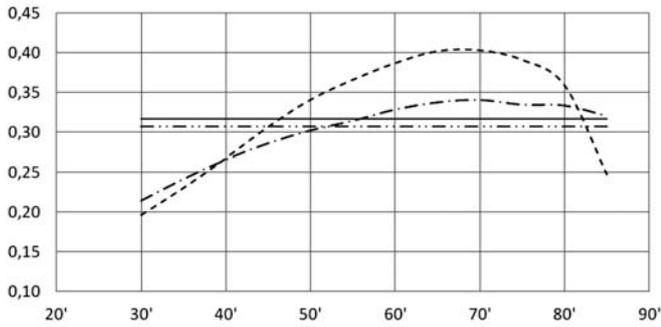


Рис. 15. Зависимость  $k_{\max}$  от угла  $\alpha'$  наклона канала к торцу входа; окружная скорость  $U = 300$  м/с, длина канала  $l = 40$  мм:

- — — МВВН — прямоугольник;
- · - · - МВВН — трапеция;
- · · — МВВН — полукруг;
- - - - - МВВН — треугольник

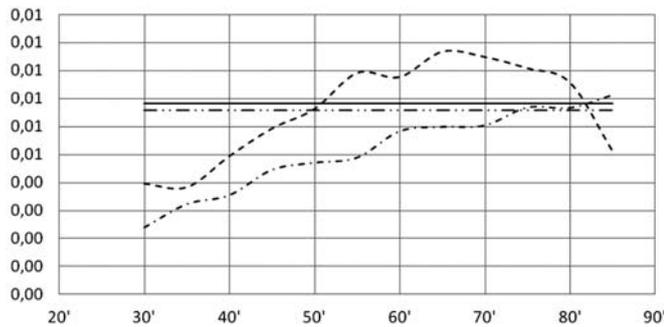


Рис. 16. Зависимость  $S_n$  от угла  $\alpha'$  наклона канала к торцу входа; окружная скорость  $U = 300$  м/с, длина канала  $l = 40$  мм:

- — — МВВН — прямоугольник;
- · - · - МВВН — трапеция;
- · · — МВВН — полукруг;
- - - - - МВВН — треугольник

Длина канала практически не влияет на быстроту действия насоса, но существенно влияет

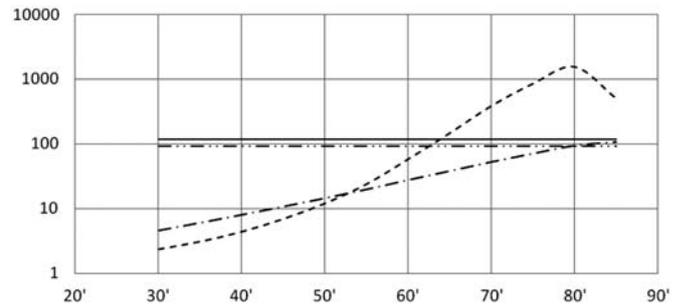


Рис. 17. Зависимость  $\tau_{\max}$  от угла  $\alpha'$  наклона канала к торцу входа; окружная скорость  $U = 300$  м/с, длина канала  $l = 40$  мм:

- — — МВВН — прямоугольник;
- · - · - МВВН — трапеция;
- · · — МВВН — полукруг;
- - - - - МВВН — треугольник

на увеличение максимального отношения давлений.

Уменьшение высоты канала по отношению к его ширине приводит к увеличению  $S_{\max}$ .

Увеличение окружной скорости канала (или увеличение массы откачиваемого газа) увеличивает  $k_{\max}$  и  $\tau_{\max}$ .

В результате установлено, что оптимальное отношение высоты канала к его ширине составляет  $1/2$ .

## Литература

1. Вакуумная техника: Справочник / К.Е. Демидов, Ю.В. Панфилов, Н.К. Никулин и др.: Под общ. ред. К.Е. Демидова, Ю.В. Панфилова. М.: Машиностроение, 2009. 590 с.
2. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М.: Наука, 1977. 832 с.

Статья поступила в редакцию 07.08.2012