



КОМКОВ

Михаил Андреевич
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

КОМКОВ

Mikhail Andreevich
(Moscow, Russian Federation,
Bauman Moscow State
Technical University)



ТАРАСОВ

Владимир Алексеевич
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

TARASOV

Vladimir Alekseevich
(Moscow, Russian Federation,
Bauman Moscow State
Technical University)



ЗАРУБИНА

Ольга Васильевна
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ZARUBINA

Ol'ga Vasil'evna
(Moscow, Russian Federation,
Bauman Moscow State
Technical University)

Определение толщины композитного слоя сферической оболочки с учетом ширины наматываемой ленты

М.А. Комков, В.А. Тарасов, О.В. Зарубина

Толщина слоя намотки в окрестности полярного отверстия оболочки вращения, определяемая по классической формуле, неограниченно возрастает. Хотя при удалении от края полярного отверстия на расстояние, превышающее примерно две ширины наматываемой ленты, формула считается справедливой. Поскольку число наматываемых слоев (зон) в сферической оболочке может составлять более 20, это приводит к значительной неопределенности при расчете прочности композитной оболочки в целом. В данной работе, во-первых, поставлена и решена задача аналитического определения толщины отдельного слоя намотки на всей поверхности покрытия сферического пояса (зоны) с учетом ширины наматываемой ленты; во-вторых, получены формулы, позволяющие достаточно просто рассчитать толщину и углы армирования на всей поверхности сферической зоны; в-третьих, показан характер изменения толщины зонального слоя сферической композитной оболочки в зависимости от числа зон и ширины ленты.

Впервые толщина композитного слоя сферической оболочки определяется с учетом ширины наматываемой ленты.

На основании проведенных исследований разработана инженерная методика расчета конструктивно-технологических параметров многозонной намотки сферической оболочки. Полученные формулы, определяющие толщину и углы армирования в каждом слое, позволяют с необходимой точностью рассчитать напряженное состояние многозонной сферической оболочки, нагруженной внутренним давлением жидкости или газа. Представленные в работе результаты испытаний внутренним давлением жидкости пленочных и стеклопластиковых сферических оболочек, изготовленных зональной намоткой широкими лентами из лавсановой пленки и узкими лентами из стеклонитей, будут полезны при проектировании вновь создаваемых изделий сферической формы.

Ключевые слова: сферическая композитная оболочка, многозонная намотка, ширина наматываемой ленты, толщина слоя намотки.

Determination of the thickness of a composite layer of a spherical shell taking into account the width of a winding ribbon

M.A. Komkov, V.A. Tarasov, O.V. Zarubina

The thickness of a wound layer in the vicinity of polar holes of a shell of revolution increases indefinitely according to a classical formula. At the same time,

the formula is valid if the distance from the edge of the polar hole is greater than twice the width of a winding ribbon. The number of wound layers in the spherical shell may be greater than 20, which leads to an uncertainty in the calculation of strength of a composite shell as a whole. In this paper, the problem of analytical determination of the thickness of a single wound layer on the entire spherical surface is formulated and solved taking into account the width of a winding ribbon. Formulas for calculating the thickness and reinforcement angles on the entire spherical surface are presented. It is shown that the layer thickness in different zones of a composite spherical shell depends on the number of zones and the ribbon width. The thickness of a composite layer is determined for the first time for a spherical shell taking into account the width of a winding ribbon. The conducted research formed the basis for developing an engineering technique for calculating structural and technological parameters of the multi-zone winding process for spherical shells. The obtained formulas for determining the thickness and reinforcement angles in each layer allow the stress state of a multi-zone spherical shell under internal fluid or gas pressure to be calculated with required accuracy. The presented results of pressure tests of membrane and fiberglass spherical shells made by zonal winding of wide Mylar ribbons and narrow fiberglass strips will be useful in the design of new thin-walled spherical structures.

Keywords: composite spherical shell, multi-zone winding, width of a winding ribbon, thickness of a wound layer.

В изделиях ракетно-космической техники (РКТ), и, в частности, в ракетах-носителях, разгонных блоках и космических аппаратах устанавливают штамповарные титановые, реже стальные сферические баллоны объемом 20...130 л на рабочее давление 20...33 МПа, сроком службы до 10 лет [1—3]. Они работают при нормальных, повышенных или криогенных температурах в агрессивных средах (оксид, винил), на воздухе или в вакууме. Баллоны являются типовыми узлами пневмогидравлической системы двигательных установок ракет и космических аппаратов. Параметр конструктивного (массового) совершенства

$W_{\text{бл}} = p_{\text{раб}} V_{\text{об}} / M_{\text{бл}}$ баллонов [4, 5] по рабочему давлению составляет 51...117 кДж/кг.

Альтернативой титановым сферическим баллонам, уже закомпонованным в изделиях РКТ, могут быть баллоны, изготовленные из комбинированных материалов (металл + композит) методом зональной намотки (рис. 1) однонаправленного углеродного (Торнел-300, УКН-5000) или арамидного (PRD-49, Армос-2) волокна на тонкую ($h_i = 0,40...0,75$ мм) стальную, титановую или алюминиевую оболочку-лейнер. Такие баллоны обеспечивают снижение массы комбинированной сферической оболочки на 40...60% [2] по сравнению с их аналогами из титана.

Применительно к композитной равнонапряженной сферической оболочке, для которой намотанный материал теоретически должен быть равномерно распределен по толщине и углам армирования [6], можно выделить два практически реализуемых варианта распределения нитей по зональным слоям вдоль меридиана оболочки [7].

В первом варианте каждый слой (зона) обрабатывается одним и тем же числом витков нитей

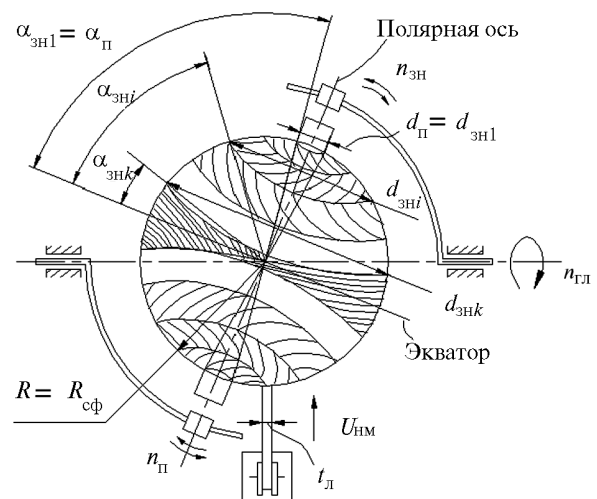


Рис. 1. Схема многозонной намотки сферических оболочек на трехкоординатном станке:

n_{π} — главное движение (вращение оправки вокруг оси, перпендикулярной плоскости намотки); n_{π} — движение подачи (вращение оправки вокруг полярной оси по координате φ); $\alpha_{\text{зн}}$ — угловое положение оси оправки в меридиональной плоскости по координате α относительно экватора оболочки; $n_{\text{зн}} = \Delta\alpha_{\text{зн}}$ — дискретное изменение зонального угла намотки; $U_{\text{нм}}$ — скорость намотки ленты шириной $t_{\text{л}}$

или узких лент; во втором — зональные углы наматываемых слоев располагаются на одинаковом расстоянии друг от друга вдоль меридиана, при этом число витков нитей в каждом из слоев переменное. Поверочные расчеты показывают, что предпочтительнее использовать второй вариант расположения слоев, который обеспечивает равнопрочность композитной оболочки на экваторе баллона.

Известно [8, 9], что при намотке днищ цилиндрических баллонов в окрестности полярного отверстия (зонального радиуса $\bar{r} = r / R$) при $\bar{r} \rightarrow \bar{r}_{\text{зн}}$ толщина композитного слоя оболочки неограниченно возрастает:

$$h_{r,\text{зн}} = \frac{R h_{0,\text{зн}} \cos \beta_{\text{зн}}}{\sqrt{r^2 - R^2 \sin^2 \beta_{\text{зн}}}} = h_{0,\text{зн}} \sqrt{\frac{1 - \bar{r}_{\text{зн}}}{\bar{r} - \bar{r}_{\text{зн}}}}. \quad (1)$$

В реальной конструкции толщина $h_{r,\text{зн}}$ имеет ограниченное значение. Формула (1) не учитывает влияние ширины наматываемой ленты на толщину оболочки в зоне полярного (зонального) отверстия, однако она считается справедливой при удалении от края отверстия на расстояние, превышающее примерно две ширины ленты $t_{\text{л}}$. Поскольку число наматываемых зон в сферической оболочке может быть более 20, то для проведения прочностных расчетов и определения суммарной толщины многозонной композитной оболочки (см. рис. 1) в целом необходимо найти закон изменения толщины отдельного слоя на всей поверхности покрытия сферического пояса (зоны) с учетом ширины наматываемой ленты.

Решение задачи. Очевидно, что толщина намотки в каждой зоне изменяется вдоль меридиана оболочки в диапазоне зонального угла: $0 \leq \alpha \leq \alpha_{\text{зн}}$ (рис. 2) и в общем случае зависит от количества витков ленты $z_{\text{зн}}$ в зоне. При этом следует учитывать, что при повороте оправки на полный угол $\varphi = 2\pi$ каждый виток ленты пересекает любую широту сферической оболочки дважды и, следовательно, толщина наматываемого слоя (зоны) должна быть удвоена.

Запишем основные геометрические соотношения для сферической оболочки (см. рис. 2, а):

$$r_{\alpha} = R \cos \alpha; \beta_{0,\text{зн}} = \pi / 2 - \alpha_{\text{зн}}; \sin \beta_{0,\text{зн}} = \cos \alpha_{\text{зн}}; \cos \beta_{0,\text{зн}} = \sin \alpha_{\text{зн}}; \sin \beta_{\alpha} = \cos \alpha_{\text{зн}} / \cos \alpha. \quad (2)$$

Подставив в формулу (1) геометрические соотношения для сферической оболочки (2), получим текущую толщину наматываемого слоя сферической оболочки, зависящую только от угла α :

$$h_r = \frac{R h_{0i} \cos \beta_{\text{зн}}}{\sqrt{r_{\alpha}^2 - R^2 \sin^2 \beta_{\text{зн}}}} = h_{\text{зн}i}(\alpha) = \frac{h_{0i} \sin \alpha_{\text{зн}}}{\sqrt{\cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha_{\text{зн}}}}. \quad (3)$$

Согласно выражению (3) в районе зонального угла $\alpha \rightarrow \alpha_{\text{зн}}$ толщина наматываемого слоя неограниченно возрастает. Если при выводе формулы толщины слоя намотки учитывать, что намотка осуществляется лентой конечной ширины и толщины, то можно найти другое аналитическое выражение для толщины слоя на всей поверхности сферического пояса (зоны).

Рассмотрим схему укладки ленты толщиной $h_{\text{л}}$ и шириной $t_{\text{л}}$ в районе зонального угла $\alpha_{\text{зн}}$ или полюсного отверстия зоны $r_{\text{зн}}$. По мере вращения оправки вокруг полярной оси по координате φ (см. рис. 2, б) угол укладки ленты относительно фиксированного меридиана будет смещаться от начального $\varphi_{\text{в}} = 0$ (верхнего) положения ленты, до конечного $\varphi_{\text{н}}$ (нижнего) положения ленты. При этом лента, дискретно смещаясь с угловым шагом намотки $\Phi_{\text{зн}}$ в фиксированной зоне, будет накрывать первоначально уложенную ленту по всей ее нормальной $t_{\text{л}}$ или угловой $\tau_{\text{л}}$ ширине. В этом случае на правом краю, первоначально уложенной ленты, достигается максимально возможная толщина наматываемого слоя, а текущая толщина слоя намотки в каждой зоне определяется из равенства

$$h_{\text{зн}i}(\alpha) = 2 h_{\text{л}} \frac{\varphi_{\text{н}i}(\alpha) - \varphi_{\text{в}i}(\alpha)}{\Phi_{\text{зн}}} = h_{\text{л}} \frac{z_{\text{зн}}}{\pi} \Delta \varphi_{\text{зн}i}(\alpha), \quad (4)$$

где $z_{\text{зн}}$ — количество витков ленты в наматываемой зоне при повороте оправки вокруг полярной оси на угол 2π .

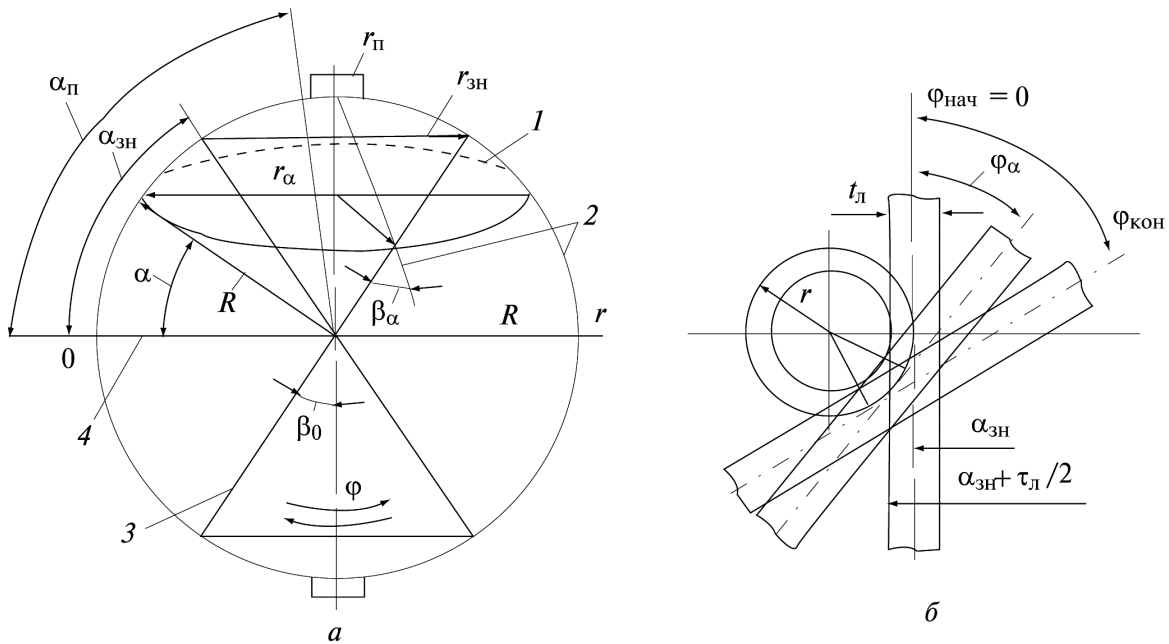


Рис. 2. Геометрия и система координат сферической оболочки (а) и схема намотки (укладки) лент на зональном отверстии слоя намотки (б):

1 — ширина; 2 — меридиан; 3 — лента; 4 — экватор

Угловой шаг намотки $\Phi_{\text{зн}}$ связан с количеством витков в зоне и шириной ленты следующими зависимостями:

$$\Phi_{\text{нм}} = \frac{2\pi}{z_{\text{зн}}} = \frac{t_{\text{кр}}}{R_{\text{об}}} = \frac{t_{\text{л}}}{R_{\text{об}} \sin \alpha_{\text{зн}}} = \frac{\tau_{\text{л}}}{\sin \alpha_{\text{зн}}}, \quad (5)$$

где $t_{\text{кр}} = t_{\text{л}} / \sin \alpha_{\text{зн}}$ и $\tau_{\text{л}} = t_{\text{л}} / R_{\text{об}}$ — соответственно кроющая и угловая ширина наматываемой ленты; $R_{\text{об}}$ — радиус сферической оболочки по срединной поверхности.

Для определения верхнего $\varphi_{\text{в}}$ и нижнего $\varphi_{\text{н}}$ угла укладки лент друг на друга рассмотрим положение ленты на фиксированном меридиане в точке А (рис. 3). Из сферического прямоугольного треугольника (см. рис. 3, а) находим

$$\text{tg} \alpha = \text{tg} \alpha_{\text{зн}} \sin(\pi / 2 - \varphi_{\alpha}).$$

Поскольку $\sin(\pi / 2 - \varphi_{\alpha}) = \cos \varphi_{\alpha}$, то угол поворота оправки до пересечения ленты с меридианом в точке А (координатой α) и соответствующие углы поворота оправки до верхнего $\varphi_{\text{в}}$ и нижнего $\varphi_{\text{н}}$ положения ленты с координатами $\alpha_{\text{в}}$ и $\alpha_{\text{н}}$ (см. рис. 3, б) будут равны:

$$\cos \varphi_{\alpha} = \frac{\text{tg} \alpha}{\text{tg} \alpha_{\text{зн}}}; \quad \cos \varphi_{\text{в}} = \frac{\text{tg} \alpha_{\text{в}}}{\text{tg} \alpha_{\text{зн}}}; \quad \cos \varphi_{\text{н}} = \frac{\text{tg} \alpha_{\text{н}}}{\text{tg} \alpha_{\text{зн}}}. \quad (6)$$

Из прямоугольного сферического треугольника ABC (см. рис. 3, б), можно записать

$$\sin \tau_{\text{л}} / 2 = \sin(\alpha - \alpha_{\text{н}}) \sin \beta_{\text{н}}.$$

Раскрыв скобки и учитывая соотношения (2): $\sin \beta_{\text{н}} = \cos \alpha_{\text{зн}} / \cos \alpha_{\text{н}}$, получим

$$\frac{\sin \tau_{\text{л}} / 2}{\cos \alpha_{\text{зн}}} = \sin \alpha - \text{tg} \alpha_{\text{н}} \cos \alpha. \quad (7)$$

Подставив $\text{tg} \alpha_{\text{н}}$ из равенства (7) в соотношение (6), найдем выражение, определяющее нижний угол поворота оправки $\varphi_{\text{н}}$ в точке А:

$$\cos \varphi_{\text{н}} = \frac{\text{tg} \alpha_{\text{н}}}{\text{tg} \alpha_{\text{зн}}} = \frac{\text{tg} \alpha}{\text{tg} \alpha_{\text{зн}}} - \frac{\sin \tau_{\text{л}} / 2}{\sin \alpha_{\text{зн}} \cos \alpha}. \quad (8)$$

Аналогичное выражение определяет и верхний угол поворота оправки $\varphi_{\text{в}}$ в точке А при намотке ленты в сферическом поясе:

$$\cos \varphi_{\text{в}} = \frac{\text{tg} \alpha_{\text{в}}}{\text{tg} \alpha_{\text{зн}}} = \frac{\text{tg} \alpha}{\text{tg} \alpha_{\text{зн}}} + \frac{\sin \tau_{\text{л}} / 2}{\sin \alpha_{\text{зн}} \cos \alpha}. \quad (9)$$

Запишем с учетом равенства (4) уравнение толщины зонального слоя намотки вдоль координаты α через относительную угловую ширину ленты $\tau_{\text{л}} = t_{\text{л}} / R_{\text{об}}$ и количество витков в зоне $z_{\text{зн}}$:

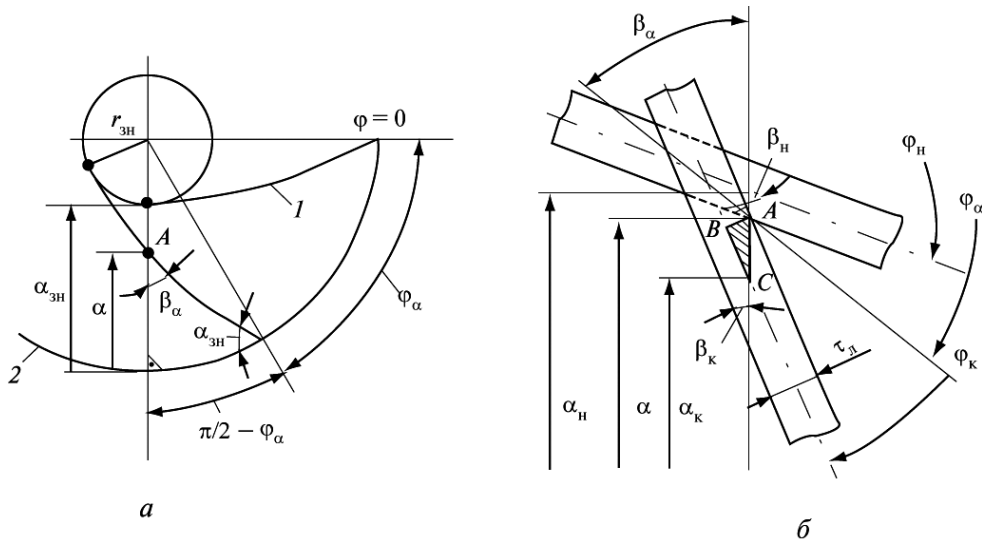


Рис. 3. Траектория намотки ленты на сферическом поясе (зоне), проходящей через фиксированный меридиан в точке *A* (*a*) и схема намотки витков ленты шириной τ_l на координате α произвольного сферического пояса (*б*):

1 — лента; 2 — экватор

$$h_{zn\ i}(\alpha) = \frac{h_{0\ i}}{\Phi_{zn}} [\arccos \varphi_n - \arccos \varphi_b] = h_l \frac{z_{zn}}{\pi} \Delta\varphi_{zn\ i}(\alpha), \quad (10)$$

где $\Delta\varphi_{zn\ i}(\alpha)$ — функция толщины слоя,

$$\Delta\varphi_{zn\ i}(\alpha) = \arccos \left[\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha_{zn}} - \frac{\sin \tau_l / 2}{\sin \alpha_{zn} \cos \alpha} \right] - \arccos \left[\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha_{zn}} + \frac{\sin \tau_l / 2}{\sin \alpha_{zn} \cos \alpha} \right] \quad (11)$$

в диапазоне углов $0 \leq \alpha \leq (\alpha_{zn} - \tau_l / 2)$;

$$\Delta\varphi_{zn\ i}(\alpha) = \arccos \left[\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha_{zn}} - \frac{\sin \tau_l / 2}{\sin \alpha_{zn} \cos \alpha} \right] \quad (12)$$

в диапазоне углов

$$(\alpha_{zn} - \tau_l / 2) \leq \alpha \leq (\alpha_{zn} + \tau_l / 2).$$

Для определения напряжения в нитях на экваторе многозонной сферической оболочки от сил внутреннего давления p запишем уравнения равновесия без учета несущей способности герметизирующего слоя или лейнера:

$$N_1 = \sum_{i=1}^k h_i \sigma_{k\ i} \cos^2 \beta_i = pR / 2; \\ N_2 = \sum_{i=1}^k h_i \sigma_{k\ i} \sin^2 \beta_i = pR / 2, \quad (13)$$

где h_i , $\sigma_{k\ i}$ и β_i — соответственно толщина, напряжение и угол намотки каждого слоя оболочки по координате α ; R — радиус экватора.

Положим, что на экваторе сферической оболочки, изготовленной из композитного материала (КМ) в момент ее разрушения выполняется условие равнонапряженности нитей в каждом слое: $\sigma_{k\ i} = \sigma_{в\ КМ} = \text{const}$, а толщины зон, равные $h_i = h_{0\ i}$, определяются из условия плотной намотки витков ленты друг к другу в каждой зоне: $h_{0\ i} = h_0 = 2h_l$.

Тогда при разрушающем давлении $p = p_{раз}$ система уравнений (13) имеет следующий вид:

$$N_1 = \sigma_{в\ КМ} \sum_{i=1}^k h_{0\ i} \cos^2 \beta_{0\ i} = p_{раз} R / 2; \\ N_2 = \sigma_{в\ КМ} \sum_{i=1}^k h_{0\ i} \sin^2 \beta_{0\ i} = p_{раз} R / 2. \quad (14)$$

Суммируя левые и правые части уравнений (13), получаем

$$p_{раз} R = \sigma_{в\ КМ} \sum_{i=1}^k h_{0\ i}; \quad h_{КМ\ 0} = \sum_{i=1}^k h_{0\ i} = p_{раз} R / \sigma_{в\ КМ}, \quad (15)$$

где k — число зон; $h_{КМ\ 0}$ — суммарная толщина композитной оболочки на экваторе. Из рисунка 3, *a* следует, что $\cos \beta_{0\ i} = \sin \alpha_{zn\ i}$ и $\sin \beta_{0\ i} = \cos \alpha_{zn\ i}$, тогда уравнения (14) можно записать в следующем виде:

$$N_1 = \sigma_{в\ КМ} h_{КМ\ 0} \sum_{i=1}^k \sin^2 \alpha_{zn\ i} = p_{раз} R / 2; \\ N_2 = \sigma_{в\ КМ} h_{КМ\ 0} \sum_{i=1}^k \cos^2 \alpha_{zn\ i} = p_{раз} R / 2. \quad (16)$$

Система уравнений (16) имеет решение, если при неограниченном возрастании числа зон $k \rightarrow \infty$ в интервале зональных углов $0 \leq \alpha_{\text{зн } i} \leq \pi / 2$ их суммы заменить интегралами от первообразных функций $\sin^2 \alpha$ и $\cos^2 \alpha$. Действительно интегралы от первообразных будут равны друг другу:

$$\int_0^{\pi/2} \pm 2 \sin \alpha \cos \alpha d\alpha = \left[2 \frac{\sin^2 \alpha}{2} \right]_0^{\pi/2} = \left[-2 \frac{\cos^2 \alpha}{2} \right]_0^{\pi/2} = 1. \quad (17)$$

Таким образом, равнонапряженность нитей на экваторе оболочки достигается в том случае, если, с одной стороны, зональные углы $\alpha_{\text{зн } i}$ равномерно распределены вдоль меридиана сферической оболочки в диапазоне углов $0 \leq \alpha_{\text{зн } i} \leq \pi / 2$, а с другой, — толщины наматываемых слоев $h_{0, i} = 2h_{\text{л}} \rightarrow 0$.

Определим напряжения в нитях нулевого $\beta = 0$ (если существует) или первого зонального слоя между углами $\alpha_{\text{зн } 1} = \alpha_{\text{п}} = \pi / 2 - r_{\text{п}} / R$ и $\alpha_{\text{зн } 2} = \alpha_{\text{зн } 1} - \alpha_{\text{п}} / k$. Сначала запишем систему уравнений (14) для первой полярной зоны:

$$\begin{aligned} N_1 &= h_1 \sigma_{\text{КМ } 1} \cos^2 \beta_1 = p_{\text{раз}} R / 2; \\ N_2 &= h_1 \sigma_{\text{КМ } 1} \sin^2 \beta_1 = p_{\text{раз}} R / 2. \end{aligned} \quad (18)$$

При учете равенства (4): $h_{\text{зн } 1}(\alpha) = h_{\text{л}} \frac{z_{\text{зн } 1}}{\pi} \Delta \varphi_{\text{зн } 1}(\alpha)$

из первого уравнения (18) найдем напряжение $\sigma_{\text{зн } 1}(N_1)$, а из второго уравнения — напряжение $\sigma_{\text{зн } 1}(N_2)$ в диапазоне углов $\alpha_{\text{зн } 2} \leq \alpha \leq \alpha_{\text{зн } 1}$. Если напряжения $\sigma_{\text{зн } 1}(N_1)$ или $\sigma_{\text{зн } 1}(N_2)$ больше допустимого $\sigma_{\text{КМ } 1} = \sigma_{\text{в КМ}} = \text{const}$, то следует увеличить число витков в нулевом или первом слое. Далее методом последовательных приближений решают итерационную задачу для каждой суммы слоев и по композитной оболочке в целом.

Методика расчета. В общем случае толщина зонального слоя на экваторе оболочки может отличаться от значения $h_{0, i} = 2h_{\text{л}}$: она может зависеть не только от ширины $t_{\text{л}}$ и толщины $h_{\text{л}}$ наматываемой ленты, но также и от числа витков лент $z_{\text{зн}}$ в зоне, которые могут быть заданы произвольно:

$$h_{0, i} = \frac{h_{\text{л}} t_{\text{л}} z_{\text{зн}}}{\pi R \sin \alpha_{\text{зн}}}. \quad (19)$$

Как правило, толщину ленты выбирают равной $h_{\text{л}} = 0,17 \dots 0,25$ мм. Если $h_{\text{л}} < 0,12 \dots 0,17$ мм, то снижается производительность процесса намотки, а при $h_{\text{л}} > 0,30 \dots 0,35$ мм снижается реализация прочности однонаправленных КМ в конструкции изделия.

В сферических баллонах объемом 20...60 л на разрушающее давление $p_{\text{раз}} = 62 \dots 72$ МПа толщина композитной стенки в районе экватора составляет $h_{\text{КМ } 0} = 6 \dots 9$ мм. Учитывая, что при плотной намотке образуется два слоя толщиной $2h_{\text{л}} = 0,35 \dots 0,50$ мм, общее количество зон может быть равно $k_{\text{зн}} = h_{\text{КМ } 0} / (2h_{\text{л}}) \approx 12 \dots 24$.

Найдем зональные углы намотки композитной оболочки из условия, что они равномерно распределены вдоль координаты α . Определим зональный угол первой (полярной) зоны (см. рис. 1) из равенства

$$\cos \alpha_{\text{зн } 1} = r_{\text{п}} / R, \quad (20)$$

откуда получаем $\alpha_{\text{зн } 1} = \arccos(r_{\text{п}} / R) = \pi / 2 - \beta_{\text{зн } 0}$.

Поскольку за целый оборот оправки вокруг полярной оси (см. рис. 1) на угол 2π будут намотаны два полных слоя нитей в каждой зоне, то количество зон в композитной оболочке

$$h_{\text{КМ } 0} / 2h_{\text{л}} = k_{\text{зн}} + \Delta k_{\text{зн}}, \quad (21)$$

где $h_{\text{л}}$ — толщина наматываемой ленты, одинаковая для всех зон; $k_{\text{зн}}$ — целое количество зон; $\Delta k_{\text{зн}}$ — остаток от деления, который присоединяется к первой зоне и дополняется до единицы, так что полный угол поворота оправки вокруг оси в первой зоне будет больше 2π и составит 3π или 4π рад.

Разделив угол $\alpha_{\text{зн } 1}$ на целое число зон $k_{\text{зн}}$, найдем межзональный угловой шаг или равномерный угловой сдвиг между зонами: $\Delta \alpha_{\text{зн}} = \alpha_{\text{зн } 1} / k_{\text{зн}}$, так что $\alpha_{\text{зн } 2} = \alpha_{\text{зн } 1} - \Delta \alpha_{\text{зн}}$ и т. д. Теоретически и практически может быть изготовлена и нулевая зона, нити в которой наматываются или укладываются вдоль меридиана под углом армирования $\beta_{\text{зн } 0} = 0^\circ$ ($\alpha_{\text{зн } 0} = 90^\circ$), или эта зона не наматывается совсем.

Определим число наматываемых витков ленты в зоне. Очевидно, что намотка или укладка лент на экваторе сферической оболочки может быть плотной, внахлест или в разрядку. При плотной укладке лент друг к другу количество витков в зоне однозначно определяется из равенства

$$z_{\text{зн}} = \frac{2\pi}{\Phi_{\text{зн}}} = \frac{2\pi R}{t_{\text{кр}}} = 2\pi R \frac{\sin \alpha_{\text{зн}}}{t_{\text{л}}}, \quad (22)$$

где $\Phi_{\text{зн}} = 2\pi / z_{\text{зн}}$ — угловой шаг намотки в фиксированной зоне; $t_{\text{кр}} = t_{\text{л}} / \sin \alpha_{\text{зн}}$ — кроющая ширина наматываемой ленты (см. рис. 2, б). Обычно нормальная ширина ленты выбирается равной $t_{\text{л}} \approx 0,05R$.

Подстановка равенства (22) в зависимость (19) дает очевидное значение $h_{0i} = 2h_{\text{л}}$. Если число витков в зоне выбрано меньше, чем оно определено из равенства (22), то ленты на экваторе оболочки укладываются с зазорами и начальная толщина слоя составит $h_{0i} \leq 2h_{\text{л}}$; если число витков выбрано больше, то намотка лент производится с нахлестом и начальная толщина слоя на экваторе оболочки $h_{0i} \geq 2h_{\text{л}}$.

Если толщина $h_{\text{л}}$ и ширина $t_{\text{л}}$ ленты известны или заданы, то количество нитей или ровингов m в ленте определяется из равенства

$$t_{\text{л}} h_{\text{л}} = f_{\text{л}} = m T_{\text{н}} / (\rho_{\text{в}} \vartheta_{\text{в}}), \quad (23)$$

где $T_{\text{н}} = f_{\text{в}} \rho_{\text{в}}$ — линейная плотность сухой нити без связующего; $f_{\text{в}}$ — площадь сечения волокон в нити или ровинге; $\rho_{\text{в}}$ — плотность волокна; $\vartheta_{\text{в}}$ — объемное содержание волокон в однонаправленном полимерном ПКМ. В общем случае число витков в зоне может быть определено расчетным путем, как показано выше, или задано, например по результатам экспериментальных исследований.

Масса композитной сферической оболочки:

$$M_{\text{КМ}} = Z_{\Sigma} M_{\text{вит}}; \quad Z_{\Sigma} = \sum_{i=1}^k z_{\text{зн } i};$$

$$M_{\text{вит}} = 2\pi R_{\text{ср}} t_{\text{л}} h_{\text{л}} \rho_{\text{к}}, \quad (24)$$

где $M_{\text{КМ}}$ — масса композита; Z_{Σ} — суммарное число витков намотки во всех зонах; $M_{\text{вит}}$ — масса одного витка ленты; $R_{\text{ср}} = R + h_{\text{КМ}0} / 2$ — средний радиус композитной оболочки; $\rho_{\text{КМ}}$ — плотность композита; $T_{\text{л КМ}} = t_{\text{л}} h_{\text{л}} \rho_{\text{КМ}}$ — линейная плотность наматываемой ленты, мг/м.

Частота вращения оправки в направлении главного движения (см. рис. 1)

$$n_{\text{гл}} = 2\pi R_{\text{ср}} / U_{\text{нм}}. \quad (25)$$

Частота вращения оправки вокруг полярной оси при намотке каждой зоны композитной оболочки

$$n_{\text{пол } i} = n_{\text{гл}} / z_{\text{зн } i}. \quad (26)$$

Суммарная длина всех витков ленты в k зонах композитной оболочки

$$L_{\text{вит } \Sigma} = 2\pi (R + h_{\text{КМ}0} / 2) \sum_{i=1}^k z_{\text{зн } i}. \quad (27)$$

Поделив суммарную длину наматываемой ленты (27) на скорость намотки $U_{\text{нм}}$, найдем основное (машинное) время, мин, намотки всех зон:

$$\tau_{\text{нм}}^{\Sigma} = \tau_{\text{нм}} = L_{\text{вит } \Sigma} / U_{\text{нм}} = \frac{M_{\text{КМ}} \cdot 10^6}{U_{\text{нм}} T_{\text{л КМ}}}. \quad (28)$$

Примеры расчета. Пленочная оболочка. Изменение толщины пяти слоев пленочной оболочки вдоль меридиана сферического сосуда давления, определенные по формулам (10)–(12), показано на рис. 4.

Сферические оболочки (рис. 5) изготовлены методом многозонной намоткой широкими лентами из лавсановой пленки, поверхность которых предварительно обрабатывалась или химическим растворителем [10], или коронным разрядом [11], или матировалась тонкой наждачной бумагой [12]. На обработанную поверхность ленты наносился тонкий клеевой слой из пластифицированного связующего ЭДТ-10. Наматываемая лента с клеевым слоем имела толщину $h_{\text{л}} = 0,072$ мм, количество витков ленты в каждой зоне определялось из равенства: $z_{\text{зн } i} = 2\pi R \sin \alpha_{\text{зн } i} / t_{\text{л}}$, где ширина ленты $t_{\text{л}} = 20$ мм, а средний радиус оболочки $R = 101$ мм. Зональные углы намотки, начиная с полярной зоны, соответственно имели значения $\alpha_{\text{зн } i} = 83,1^\circ, 73,4^\circ, 59,6^\circ, 41,3^\circ$ и $29,2^\circ$. Суммарная толщина оболочки на экваторе $h_{\text{экр}} = h_{\text{мин об}} = 1,44$ мм. Были изготовлены и испытаны на внутреннее давление несколько пленочных оболочек, одна из которых показана на рис. 5.

Стеклопластиковые баллоны. Представим результаты экспериментальных исследований сферических баллонов, проведенные в МГТУ им. Н.Э. Баумана на кафедре «Технологии ракетно-космического машиностроения». Стеклопластиковые баллоны были изготовлены зональной намоткой на сферонамоточном станке СФН-6 [3, 13]. На рисунке 6 показано 16 зон и изменение толщины их слоев стеклопласти-

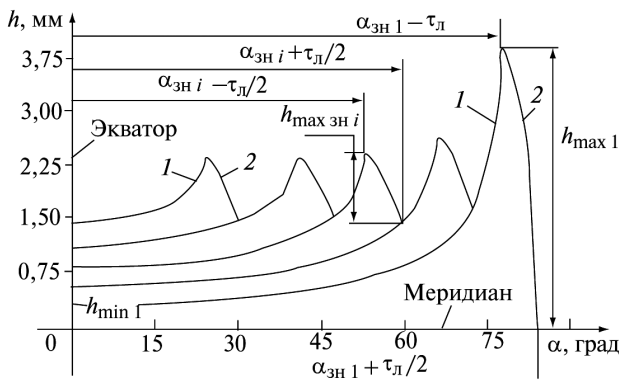


Рис. 4. Изменение толщины зональных слоев $h_{zn\ i}$ вдоль меридиана (координаты α) для пяти слоев пленочной сферической оболочки:

1 — расчет по формуле (11); 2 — по формуле (12)

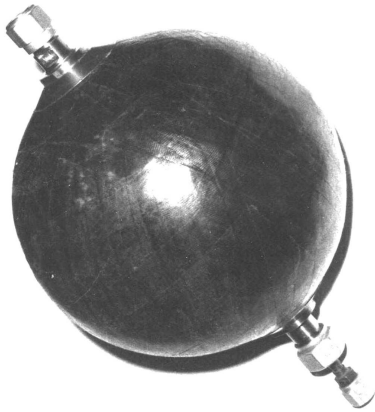


Рис. 5. Сферический сосуд давления, изготовленный зональной намоткой из лавсановой пленки.

Внутренний диаметр 204 мм; объем сосуда 4,4 л; толщина стенки оболочки на экваторе 1,5 мм; масса пленочной оболочки без массы штуцеров 0,26 кг; разрушающее давление 2,0 МПа; параметр конструктивного совершенства — $W_{обл} = p_{раз} V_{вн} / M_{обл} = 33,9$ кДж/кг

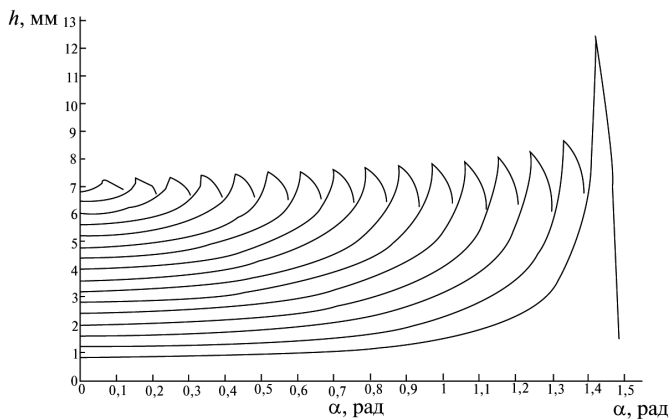


Рис. 6. Характер изменения толщины намотанных слоев h_i от угловой координаты α по 16 зонам сферической оболочки

ковой сферической оболочки вдоль меридиана, определенные по формулам (10)–(12).

В таблице приведены угловое положение зон и число витков волокнистой ленты в каждой зоне для сферических баллонов с внутренним диаметром 354 мм, объемом $V_{об} = 23,2$ л и толщиной 7,5 мм на экваторе оболочки. Суммарная масса баллонов $M_{бл} = (11,0 \pm 0,2)$ кг, из которых масса резинового герметика и штуцеров составляет 2,5 кг.

Значения зональных углов и расчетного числа витков лент в каждой зоне для сферических баллонов (волокно ВМ-1 + ЭДТ-10)

Номер зоны	Расчетный узор намотки		Фактическое число витков ленты по зонам $z_{zn, факт}$				
	Зональный угол, α_{zn} , град	Число витков в зоне $z_{zn, расч}$	ШБС-7	ШБС-8	ШБС-9	ШБС-10	ШБС-11
1	82,2	200+100	303	307	310	308	325
2	77,5	120	117	120	125	120	112
3	72,8	95	95	85	93	96	106
4	68,0	90	95	95	90	94	104
5	63,4	87	85	87	82	87	100
6	58,6	83	75	95	82	85	85
7	53,8	79	71	71	78	77	90
8	49,1	74	75	80	73	73	68
9	44,5	68	68	76	62	70	60
10	39,7	62	68	68	62	71	65
11	35,0	55	52	53	55	55	53
12	30,3	48	50	48	50	53	47
13	25,6	41	41	45	48	45	47
14	20,8	34	34	37	31	34	33
15	16,1	26	26	27	26	26	28
16	11,4	20	23	26	25	26	0
Давление $p_{раз}$, МПа			63,5	62,0	65,0	64,0	65,5
Масса баллона, кг			11,2	10,9	11,4	11,2	11,6
Масса СП оболочки, кг			8,7	8,4	8,9	8,7	9,1
$p_{раз} V_{вн} / M_{обл}$, кДж/кг			169,3	171,2	169,4	170,7	167,0

Партия из пяти сферических баллонов (см. таблицу) были испытаны внутренним давлением

ем жидкости и доведены до разрушения (рис. 7). Характер разрушения представлен на рис. 7, б. Баллоны разрушились при $p_{\text{раз}} = 62...66$ МПа. При этом параметр конструктивного (весового) совершенства стеклопластиковых баллонов в целом составил $W_{\text{бл}} = p_{\text{раз}} V_{\text{вн}} / M_{\text{бл}} = 131,9$ кДж/кг, а стеклопластиковой оболочки $W_{\text{обл}} = p_{\text{раз}} V_{\text{вн}} / M_{\text{обл}} = 169,5$ кДж/кг, что существенно больше, чем для сферических баллонов из титановых сплавов.

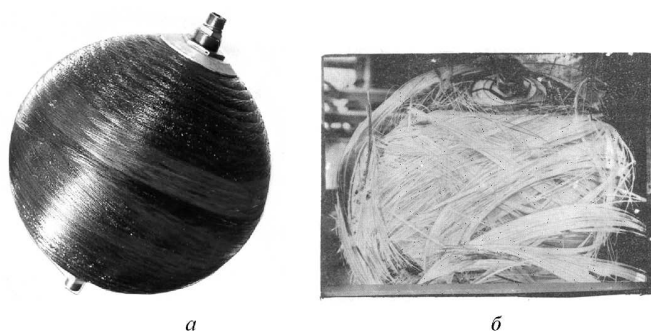


Рис. 7. Общий вид стеклопластикового баллона (16 зон), изготовленный зональной намоткой ленточным материалом (а), и сферический баллон после испытания его внутренним давлением жидкости (б)

Таким образом, для композитных сферических оболочек, изготавливаемых методом многозонной намотки, при учете ширины наматываемой ленты получены расчетные формулы, которые однозначно определяют толщину слоя намотки и углы армирования на всей поверхности покрытия сферического пояса (зоны). Формулы позволяют аналитически рассчитать напряженное состояние сферической оболочки, находящейся под внутренним давлением жидкости или газа, как в пределах одной зоны, так и композитной оболочки в целом.

Литература

[1] Буланов И.М., Смыслов В.И., Комков М.А., Кузнецов В.М. *Сосуды давления из композиционных материалов в конструкциях ЛА*. Москва, ЦНИИ информации, 1985, 308 с.
 [2] Любин Дж., ред. *Справочник по композиционным материалам*. В 2 кн. Москва, Машиностроение, 1988, кн. 1, 448 с.; кн. 2, 584 с.
 [3] Комков М.А., Тарасов В.А. *Технология намотки композитных конструкций ракет и средств поражения*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011, 431 с.
 [4] Зиновьев П.А., Фомин Б.Я. Проектирование сосудов давления минимального веса, образованных намоткой стеклонитью. *Сб. научн. тр. Полимерные материалы в машиностроении*. Пермь, 1973, вып. 127, с. 91–96.

[5] Голушко С.К. Оптимальное проектирование равнопрочных композитных оболочек минимального веса. *Современные проблемы прикладной математики и механики: теория, эксперимент и практика*. Новосибирск, Россия, 30 мая – 4 июня 2011 г., № гос. регистрации 0321101160.
 [6] Образцов И.Ф., Васильев В.В., Бунаков В.А. *Оптимальное армирование оболочек вращения из композиционных материалов*. Москва, Машиностроение, 1977, 145 с.
 [7] Васильев В.В., Тарнопольский Ю.М. *Композиционные материалы: Справочник*. Москва, Машиностроение, 1990, 512 с.
 [8] Васильев В.В., Иванов В.Н., Миткевич А.Б. Проектирование композитного днища баллонов постоянного давления в окрестности полюсного отверстия. *Механика композитных материалов*, 1987, № 6, с. 1115–1117.
 [9] Криканов А.А. Толщина композитной оболочки. Образованной методом намотки. *Авиационная промышленность*, 2002, № 2, с. 63–66.
 [10] Комков М.А., Кузнецов В.М., Погребенко Ю.Ф. О применении жестких полимерных пленок для намотки герметизирующих оболочек стеклопластиковых сосудов давления. *Применение пластмасс в машиностроении*, 1974, № 13, с. 69–74.
 [11] Буланов И.М., Комков М.А. Применение жестких полимерных пленок в криогенных топливных системах аэрокосмической техники. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 1992, № 1, с. 14–24.
 [12] Сабельников В.В., Комков М.А., Саморядов А.В. Технология склеивания элементов криогенного трубопровода. *Клеи. Герметики. Технологии*, 2005, № 1, с. 16–20.
 [13] Комков М.А., Буланов И.М. *Определение конструктивно-технологических параметров оболочек, намотанных из композиционных материалов*. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1992, 84 с.

References

[1] Bulanov I.M., Smyslov V.I., Komkov M.A., Kuznetsov V.M. *Sosudy davleniia iz kompozitsionnykh materialov v konstruktsiakh LA* [Pressure vessels made of composite materials in aircraft structures]. Moscow, TsNII informatsii publ., 1985. 308 p.
 [2] *Spravochnik po kompozitsionnym materialam* [Handbook of composites]. Ed. Liubin Dzh., in 2 book. Moscow, Mashinostroenie publ., 1988, book 1, 448 p.; book 2, 584 p.
 [3] Komkov M.A., Tarasov V.A. *Tekhnologiya namotki kompozitnykh konstruktssii raket i sredstv porazheniia* [Winding technology of composite structures of missiles and weapons]. Moscow, Bauman Press, 2011. 431 p.
 [4] Zinov'ev P.A., Fomin B.Ia. *Proektirovanie sosudov davleniia minimal'nogo vesa, obrazovannykh namotkoi steklonit'iu* [Design of pressure vessels minimum weight formed by winding the fiber glass]. *Sbornik nauchnykh trudov Polimernye materialy v mashinostroenii* [Collection of scientific works of polymeric materials in mechanical engineering]. Perm', 1973, issue 127, pp. 91–96.
 [5] Golushko S.K. *Optimal'noe proektirovanie ravnoprochnykh kompozitnykh obolochek minimal'nogo vesa* [Optimal design of full-strength composite shells of minimum weight]. *Sovremennye problemy prikladnoi matematiki i mekhaniki: teoriia, eksperiment i praktika* [Recent developments in applied mathematics and mechanics: theory, experiment and practice]. Novosibirsk, Russia Federation, 30 May – 4 June 2011, state registration no. 0321101160.
 [6] Obratstov I.F., Vasil'ev V.V., Bunakov V.A. *Optimal'noe armirovanie obolochek vrashcheniia iz kompozitsionnykh materialov* [The optimum reinforcement shells of revolution made of composite materials]. Moscow, Mashinostroenie publ., 1977. 145 p.

[7] Vasil'ev V.V., Tarnopol'skii Iu.M. *Kompozitsionnye materialy: Spravochnik* [Composite materials: Directory]. Moscow, Mashinostroenie publ., 1990. 512 p.

[8] Vasil'ev V.V., Ivanov V.N., Mitkevich A.B. Proektirovanie kompozitnogo dnishcha ballonov postoiannogo davleniia v okrestnosti poliusnogo otverstii [Designing composite underbody cylinders of constant pressure in the vicinity of the pole hole]. *Mekhanika kompozitnykh materialov* [Mechanics of Composite Materials]. 1987, no. 6, pp. 1115–1117.

[9] Krikanov A.A. Tolshchina kompozitnoi obolochki. Obrazovannoi metodom namotki [The thickness of the composite shell. Formed by winding]. *Aviatsionnaia promyshlennost'* [Aircraft Industry]. 2002, no. 2, pp. 63–66.

[10] Komkov M.A., Kuznetsov V.M., Pogrebenko Iu.F. O primeneni zhestkikh polimernykh plenok dlia namotki germetiziruiushchikh obolochek stekloplastikovykh sosudov davleniia [On the application of rigid plastic films for sealing envelopes winding fiberglass pressure vessels]. *Primenenie plastmass v mashinostroenii* [Use of plastics in engineering]. 1974, no. 13, pp. 69–74.

[11] Bulanov I.M., Komkov M.A. Primenenie zhestkikh polimernykh plenok v kriogennykh toplivnykh sistemakh aerokosmicheskoi tekhniki [Application of rigid polymer films in cryogenic fuel systems of aerospace equipment]. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Mashinostroenie* [Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Ser. Mechanical Engineering]. 1992, no. 1, pp. 14–24.

[12] Sabel'nikov V.V., Komkov M.A., Samoriadov A.V. Tekhnologiya skleivaniia elementov kriogenno truboprovoda [The technology of gluing elements of cryogenic pipeline]. *Klei. Germetiki. Tekhnologii* [Adhesives. Sealants]. 2005, no. 1, pp. 16–20.

[13] Komkov M.A., Bulanov I.M. *Opreделение konstruktivno-tekhnologicheskikh parametrov obolochek, namotannykh iz kompozitsionnykh materialov* [Determination of structural and technological parameters of shells wound composite materials]. Moscow, Bauman Press, 1992. 84 p.

Статья поступила в редакцию 11.06.2013

Информация об авторах

КОМКОВ Михаил Андреевич (Москва) — доктор технических наук, профессор кафедры «Технологии ракетно-космического машиностроения». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: komkov@sm.bmstu.ru).

ТАРАСОВ Владимир Алексеевич (Москва) — доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой «Технологии ракетно-космического машиностроения». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

ЗАРУБИНА Ольга Васильевна (Москва) — кандидат технических наук, доцент кафедры «Технологии ракетно-космического машиностроения». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Information about the authors

KOMKOV Mikhail Andreevich (Moscow) — Dr. Sc. (Eng.), Professor of «Technology of Rocket-and-Space Engineering» Department. Bauman Moscow State Technical University (BMSTU, building 1, 2-nd Baumanskaya str., 5, 105005, Moscow, Russian Federation, e-mail: komkov@sm.bmstu.ru).

TARASOV Vladimir Alekseevich (Moscow) — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of «Technology of Rocket-and-Space Engineering» Department. Bauman Moscow State Technical University (BMSTU, building 1, 2-nd Baumanskaya str., 5, 105005, Moscow, Russian Federation).

ZARUBINA Olga Vasil'evna (Moscow) — Cand. Sc. (Eng.), Associate Professor of «Technology of Rocket-and-Space Engineering» Department. Bauman Moscow State Technical University (BMSTU, building 1, 2-nd Baumanskaya str., 5, 105005, Moscow, Russian Federation).



В Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана вышло в свет учебное пособие «Технология машиностроения. Сборник задач и упражнений» авторов А.С. Васильева, Е.Ф. Никадинова, В.Л. Киселев.

В пособии рассмотрены прикладные задачи, изучаемые в учебных дисциплинах по технологии машиностроения в МГТУ им. Н.Э. Баумана. Изложены методические рекомендации по разработке различных технологических процессов, приведены типовые задачи и примеры их решения, а также данные, необходимые для расчета.

По вопросам приобретения обращайтесь:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.

Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;

press@bmstu.ru; www.baumanpress.ru