

$$\exp p_1 t_0; \exp^1 p_2 t_0 y_0 > \exp^1 p_2 t_0 \frac{y_1 + y_0 p_2}{p_2 \exp p_1 t_0 p_1 \exp p_1 t_0} \exp p_1 t_0; \frac{y_1 + y_0 p_2}{p_2 \exp p_1 t_0 p_1 \exp p_1 t_0} > 0$$

Заслуживают внимания иные детерминированные соотношения идентификации функциональных постоянных интегрирования при $t_0 < t_c$; $t_c \neq \infty$ в зависимости от фиксированных значений координат и скорости: $\frac{y_{1c} + C_2 p_2 \exp p_2 t_c}{-p_1 \exp p_1 t_c} = C_1$;

$$C_2 = \frac{y_{0c} - y_0 \exp p_1 t_c - p_1 t_0}{\exp p_2 t_c - \exp p_2 t_0 - p_1 t_0 + p_1 t_c} > 0; y_{0c} \neq y_0 \exp p_1 t_c - p_1 t_0; \exp p_2 t_0 - p_1 t_0 + p_1 t_c \neq \exp p_2 t_c;$$

$$p_2 t_c \neq \infty \wedge p_2 t_0 - p_1 t_0 + p_1 t_c \neq \infty; C_1 = \frac{y_{1c} + y_0 p_2 \exp p_2 t_c - p_2 t_0}{-p_1 \exp p_1 t_c + p_2 \exp p_1 t_0 - p_2 t_0 + p_2 t_c} > 0;$$

$$-p_1 \exp p_1 t_c \neq -p_2 \exp p_1 t_0 - p_2 t_0 + p_2 t_c; p_1 t_c \neq \infty \wedge p_1 t_0 - p_2 t_0 + p_2 t_c \neq \infty$$

$$C_2 = y_{0c} \exp^1 p_2 t_c \frac{y_{1c} + y_0 p_2 \exp p_2 t_c p_2 t_0}{p_1 \exp p_1 t_c + p_2 \exp p_1 t_0 p_2 t_0 + p_2 t_c} \exp p_1 t_c p_2 t_c > 0$$

531.8

УСТОЙЧИВОСТЬ ИЗОГНУТОЙ В ДУГУ ОКРУЖНОСТИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПРУЖИНЫ, ПОДВЕРЖЕННОЙ ДЕЙСТВИЮ КРУТЯЩЕГО МОМЕНТА

Асп. Р.Н.БАДИКОВ

С использованием решения, полученного с помощью уравнений механики стержней, находится приближенное выражение для величины критического крутящего момента цилиндрической пружины, изогнутой в полуокружность.

The theory of a thin elastic rod was used for screw cylindrical spring which bent in an arc to find an approximate equation for a value of the critical torsion moment

Существуют мельницы, измельчителем которых являются цилиндрические пружины, вращающиеся вокруг собственной продольной оси и просеивающие рабочий сыпучий материал сквозь зазоры между витками, а также дробящие крупные фракции рабочего сыпучего материала, захватываемые вследствие изменения межвиткового расстояния, обусловленного изгибом пружины. Цилиндрические пружины в подобных установках, как правило, изогнуты в дугу окружности. К одному концу пружины приложен крутящий момент от двигателя, в то время как другой конец пружины свободно вращается в подшипнике, нагруженный моментами сил трения подшипника и инерции захвата. При определенном значении (например, в момент разгона двигателя) крутящий момент достигает величины, при которой пружина теряет устойчивость (рис.1).

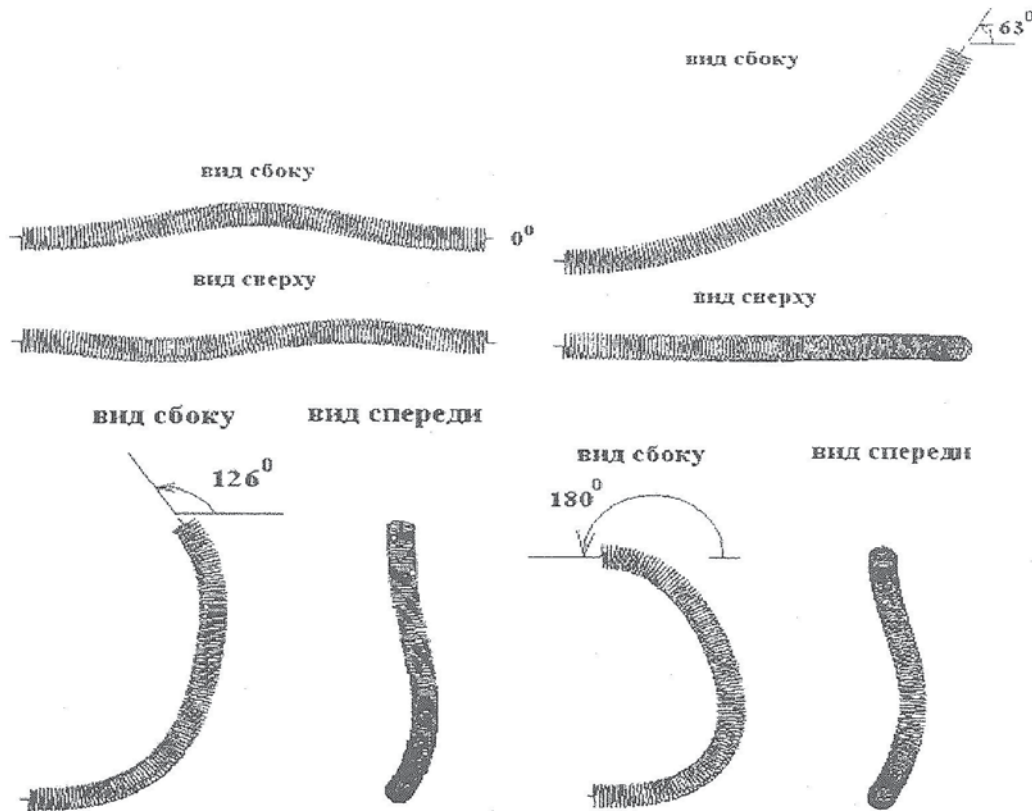


Рис.1. Форма осевой линии пружины, изогнутой в дугу окружности в момент потери устойчивости.

Ось пружины, лежащая до момента потери устойчивости в одной плоскости, деформируется, выходя из плоскости, и принимает пространственную форму. При этом, в зависимости от геометрии пружины и величины крутящего момента, может осуществиться «перехлест» пружины.

жины, т.е. пружина повторит траекторию (на подобие движения скакалки) либо образуется петля.

Существует выражение, предложенное Р.Граммелем для расчета критического значения крутящего момента прямой цилиндрической пружины, закрепленной шарнирно [1], Оно основано на решении задачи устойчивости при кручении сжатии прямых брусьев круглого сечения

$$M_{кр} = \frac{d^4 E}{Di} \frac{\pi \cos \alpha}{16(2 + \mu \cos^2 \alpha)}, \quad (1)$$

где $M_{кр}$ - крутящий момент, после которого наступает потеря устойчивости; E - модуль упругости первого рода; d - диаметр проволоки пружины; D - средний диаметр пружины; μ - коэффициент Пуассона; i - количество витков пружины; α - угол подъема. Проверка выражения (1) показала довольно хорошее совпадение с результатами испытаний (расхождение $\pm 15\%$) [1].

При малом угле подъема ($\alpha < 10^\circ$) выражение (1) можно упростить

$$M_{кр} = \frac{d^4 E}{Di} \frac{\pi}{16(2 + \mu)}, \quad (2)$$

Проведенные численные эксперименты для расчета величины критического крутящего момента цилиндрической пружины, изогнутой в дугу окружности и заделанной по краям, с использованием уравнений механики стержней [2], показали, что для пружин с количеством витков $i > 20$, критические моменты и предельные углы закручивания слабо зависят от кривизны оси цилиндрической пружины (разница порядка 4%). В ходе численного эксперимента один край пружины принимался жестко заземленным. На втором краю, после соответствующего деформирования оси пружины в дугу окружности, моделировался шарнир на котором задавался поворот пружины вокруг оси шарнира. Решение краевой задачи позволило найти зависимости реактивного момента на краю пружины от относительного угла закручивания (рис. 2) для различных величин дуговых углов оси пружины.



Рис.2. Упругие характеристики пружин с различным углом изгиба оси в дугу окружности.

Указанные зависимости содержат точки экстремума (рис. 3), соответствующие критическому состоянию пружины.

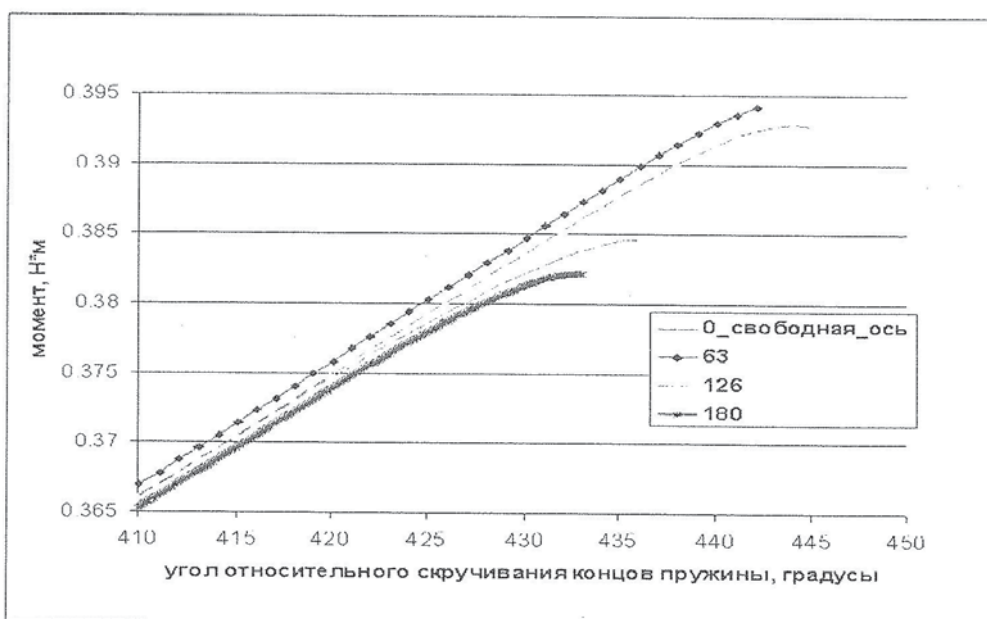


Рис. 3 Участок потери устойчивости упругих характеристик пружин с различным углом изгиба оси в дугу окружности

Была исследована пружина со следующими параметрами:

Диаметр проволоки пружины, мм	2,6
Средний диаметр пружины, мм.....	26,5
Угол подъема витка пружины, град.	2,78
Количество витков, шт.	110

Для различных величин дуговых углов (0, 63, 126 и 180 град).

Причем при расчете прямой пружины (0 градусов), освобождалась координата в осевом направлении, поскольку возникающие осевые силы в прямолинейной пружине с ограничением в осевом направлении значительно препятствуют процессу потери устойчивости (рис 4, 5).

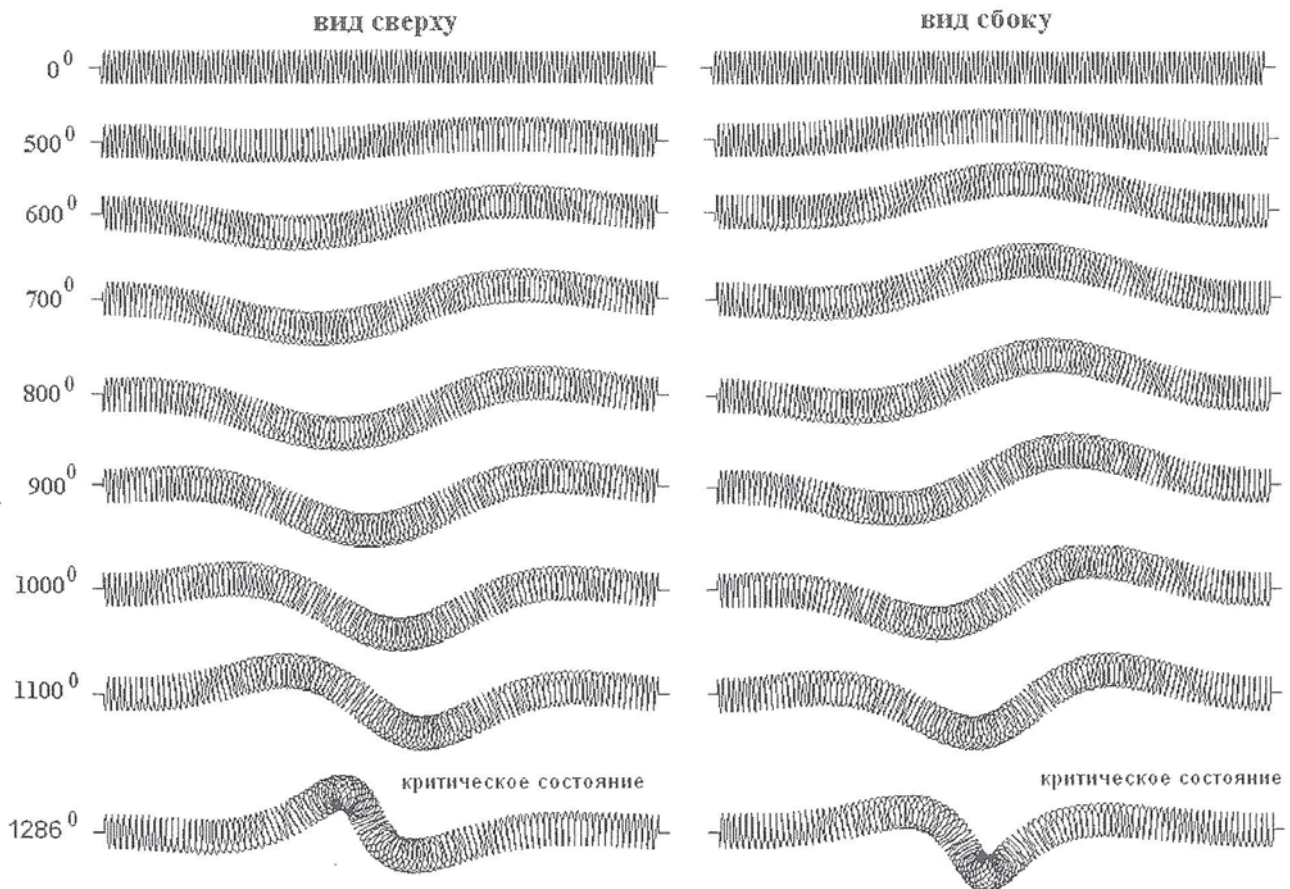


Рис. 4. Форма оси для пружины (с закрепленным в осевом направлении вторым концом) подверженной скручиванию.



Рис. 5. Упругая характеристика для пружины (с закрепленным в осевом направлении вторым концом) подверженной скручиванию.

Неоднократные численные эксперименты были систематизированы, и на основе этих данных был получен поправочный коэффициент к формуле (1).

$$M_{кр} = 1.31 \frac{d^4 E}{Di} \frac{\pi}{16(2+\mu)} \quad (3)$$

Полученное приближенное выражение обобщает результаты для довольно большого интервала изменения параметров пружины:

$$i = (20 \dots 500); \frac{D_0}{d_0} = (10 \dots 60); \sigma_0 < 10^9 \quad (4)$$

В таблице приведены результаты расчета по приближенной формуле (3) и численной методике механики стержней [2].

Таблица

Параметры пружины								разница, %
i , шт.	d , мм	D , мм	D/d	угол подъема, град.	дуговой угол оси пружины, град	момент решения краевой задачи, Нм	прибл. расчет, Нм	
50	6	118	20	2.78	180	4.9740	4.9088	1
50	6	118	20	2.78	0	5.3300	4.9088	8
50	6	59	10	5.56	180	10.1490	9.7920	4
50	6	59	10	5.56	0	10.6861	9.7920	8
50	6	59	10	2.78	180	9.6600	9.8177	2
50	6	59	10	2.78	0	10.6538	9.8177	8
110	2.6	26.5	10	2.78	180	0.3750	0.3503	7
110	2.6	26.5	10	2.78	0	0.3845	0.3503	9
100	6	59	10	2.78	180	5.1650	4.9088	5
100	6	59	10	2.78	0	5.3833	4.9088	9
50	1	59	59	2.78	180	0.0072	0.0076	6
50	1	59	59	2.78	0	0.0082	0.0076	8
50	3	59	20	2.78	180	0.5800	0.6136	6
20	2.6	26.5	10	3.35	0	2.034	1.9261	5
20	2.6	26.5	10	3.35	90	2.068	1.9261	7
10	2.6	26.5	10	3.35	0	3.728	3.8521	3
10	2.6	26.5	10	3.35	90	2.766	3.8521	39
1000	2.6	26.5	10	3.35	0	0.04681	0.0385	18
1000	2.6	26.5	10	3.35	180	0.04397	0.0385	12

Выводы

Показано, что величина критического крутящего момента для цилиндрической пружины с количеством витков более 20, изогнутой в дугу окружности осью, заделанной по краям, пренебрежимо слабо зависит от кривизны оси. Полученное приближенное выражение для критического момента скручивания цилиндрической пружины, изогнутой в полуокружность, будет полезно на этапе конструирования рабочих органов спиральных мельниц, пружинных муфт и других конструкций, содержащих цилиндрические пружины, изогнутые в полуокружность.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пономарев С.Д. Расчет и конструкция витых пружин.- М.:ОНТИ, 1938
2. Светлицкий В.А. Механика стержней: Учеб. для вузов. В 2-х ч. Ч.1 Статика.-М.: Высшая школа, 1987. – 320 с.

3. Светлицкий В.А. Механика стержней: Учеб. Для вузов. В 2-х ч. Ч.2 Динамика.-М.: Высшая школа, 1987. – 304 с.
4. Андреева Л.Е. Упругие элементы приборов. - М.: Машиностроение, 1981. - 392 с
5. Пономарев С.Д., Бидерман В.Л. и др. Расчеты на прочность в машиностроении. М.- 1959. - Т.3. - 1120 с.

539.3

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ПЛАСТИН С ДЕФЕКТАМИ В НЕЛИНЕЙНОЙ ПОСТАНОВКЕ*

Канд. техн. наук, доц. Л. А. БОХОЕВА

Рассматривается задача о нелинейном поведении пластины с круглым отслоением из слоистых материалов при потере устойчивости «смешанного» типа. Получены в явном виде характеристические уравнения для определения критической нагрузки пластины с дефектами типа отслоений в элементах конструкций, при одновременно локальной и глобальной потере устойчивости.

In the paper presents an nonlinear analysis of a plate with circular delamination from layered materials. The characteristic equations for definition of critical loading of a plate with defects of type circular delamination in elements of designs are received in an obvious kind, at simultaneously local and global loss of stability.

При проектировании конструкций из слоистых композиционных материалов весьма важно прогнозирование их поведения под нагрузкой. Дефекты типа отслоения – один из распространённых видов дефектов, которые часто считаются определяющим фактором при решении вопроса об использовании композиционных материалов. В зависимости от относительных величин толщины и длины отслоения под действием сжимающих нагрузок наблюдаются три вида потери устойчивости элементов конструкций:

1. общая потеря устойчивости (глобальная);
2. локальная потеря устойчивости в зоне дефекта;
3. одновременно локальная и глобальная («смешанная»).