

Таким образом, сложная шестизвенная группа Ассур с четырехугольным замкнутым изменяемым контуром (6ГА6) кинематически и кинетостатически оказывается вполне разрешимой.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Э.Е. Пейсах. Атлас структурных схем восьмизвенных плоских шарнирных механизмов // Теория Механизмов и Машин, №1, т. 4, 2006. - с. 3-17.
2. Дворников Л. Т. О кинематической разрешимости плоской четырехзвенной группы Ассур четвертого класса графо - аналитическим методом, Известия ВУЗов, «Машиностроение», №12, 2004. - с 9-15.

534.11 ; 621.923.5

## ДИНАМИКА ПРОЦЕССА ХОНИНГОВАНИЯ И ЕЕ ВЛИЯНИЕ НА ПОГРЕШНОСТИ ФОРМЫ ПРИ ОБРАБОТКЕ ОТВЕРСТИЙ

*Канд.техн.наук, доц. С.А.ВОРОНОВ, инж.О.А.БОБРЁНКОВ*

*Разработана модель процесса хонингования отверстий с заданной первоначальной погрешностью формы поверхности. Численно анализируется процесс исправления погрешности формы отверстий в процессе обработки. Вал инструмента схематизируется как вращающийся безмассовый стержень, передающий вращение оправке хона с упруго закрепленными на нем режущими и направляющими брусками. Силы резания моделируются как силы трения, зависящие от нормального давления на контактной поверхности, снятие припуска при прохождении режущих брусков поверхности моделируется согласно гипотезе Престона. При движении брусков вследствие колебаний вала и оправки силы резания меняются, что может привести как к исправлению погрешностей формы, так и к ее ухудшению. Проводится анализ влияния технологических параметров на интегральные критерии качества обработки.*

*The sample piece of process of a honing of apertures with the set initial error of the molding box of a surface is developed. Process of correction of an error of the molding box of apertures during treatment is numerically analyzed. The shaft of the tool is schematized as rotating безмассовый a core transferring{transmitting} rotation to a mandrel хона with is elastic fixed on it{him} cutting and directing брусками. Forces of cutting are modelled as the friction forces depending on normal pressure on a contact surface. Removal of an allowance at passage cutting bars surfaces is modelled according to a hypothesis of Preston. At bars movement owing to fluctuations of a shaft and a mandrel of force of cutting vary, that*

*can result in correction of errors of the molding box, and to its deterioration. The assaying of influence of technological parameters on integrated criteria of quality of treatment is spent.*

В настоящее время в серийном и массовом производстве при изготовлении ответственных деталей предъявляются высокие требования к точности и шероховатости поверхности: некруглость менее 1 мкм, волнистость менее 0,2 мкм, нецилиндричность и непрямолинейность образующей менее 2-5 мкм, параметр шероховатости  $Ra = 0,02-0,8$  мкм, отсутствие дефектного слоя металла (структурно-фазовых изменений, напряжений растяжения, микротрещин), определенные значения параметров формы микронеровностей и опорной поверхности [1].

Обеспечение этих требований достигается с помощью таких процессов абразивной обработки, как хонингование брусками из традиционных и сверхтвердых абразивных материалов. Этот процесс относят к процессу доводки; хонингование производится при одновременно выполняемых вращательном и возвратно-поступательном движениях инструмента (головки с брусками). На рис. 1 приведена схема рабочего движения инструмента. Подача (разжим) брусков в радиальном направлении при хонинговании производится либо непрерывно, под воздействием постоянного усилия, либо периодически, на каждый двойной ход хонинговальной головки.

При контакте рабочей поверхности бруска с обрабатываемой поверхностью заготовки происходит царапание металла одновременно большим числом абразивных частиц. Размер таких частиц при хонинговании составляет 20—100 мкм, среднее число частиц на поверхности бруска 20—400 зерен на  $1 \text{ мм}^2$  [1]. Основными видами взаимодействия абразивных зерен с металлом являются микрорезание со снятием тончайших стружек и трение с пластическим оттеснением металла. Для интенсивного резания необходимо, чтобы абразивный брусок самозатачивался путем скалывания и вырывания затупившихся зерен из связки. При использовании брусков из сверхтвердых абразивных материалов (алмаза, эльбора) зерна длительное время сохраняют свою остроту, преобладает микроскалывание зерен, а не вырывание их, что значительно повышает стойкость брусков.

Путем выбора оптимальных характеристик брусков и регулирования параметров обработки (скорости, давления) можно управлять процессом обработки, осуществляя на первой стадии непрекращающееся резание металла в течение достаточно длительного времени, необходимого для исправления погрешностей формы заготовки, удаления исходной шероховатости и дефектного слоя. Скорость съема металла при этом составляет 2-4 мкм/с. Для получения поверхности с малой шероховатостью ( $Ra = 0,1-0,3$  мкм при хонинговании), а также для создания благоприятного микрорельефа поверхности деталей и упрочненного поверхностного слоя металла процесс обработки на заключительной стадии



может быть переведен в режим выхаживания, при котором сьем металла резко сокращается, а брусок выглаживает обрабатываемую поверхность. Такой переход можно осуществить, изменяя параметры обработки: повышая окружную скорость заготовки или инструмента, снижая давление бруска и частоту его колебаний [1].

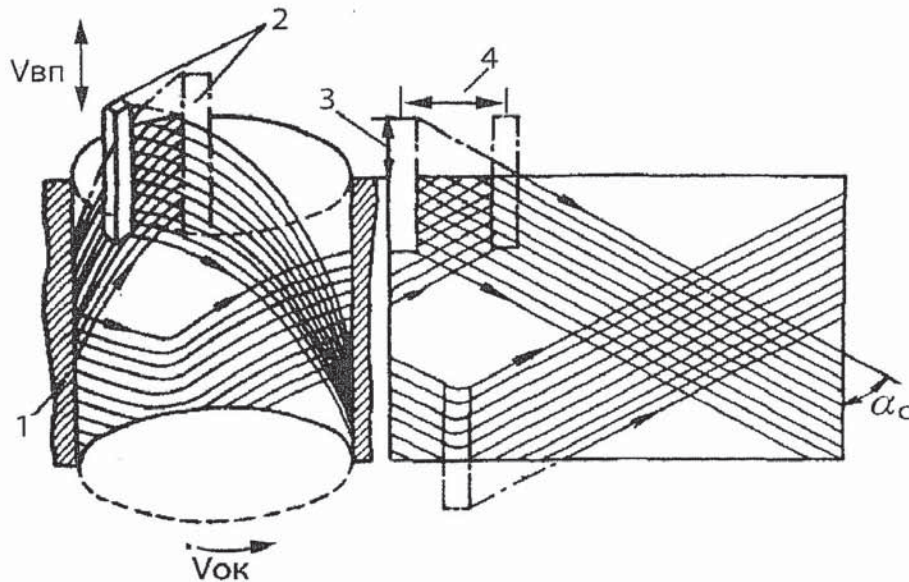


Рис. 1. Схема движений бруска и детали при хонинговании: 1 — деталь; 2 — брусок; 3 — перебег; 4 — перекрытие ( $V_{ок}$  — окружная скорость,  $V_{вп}$  — скорость возвратно-поступательного движения,  $\alpha_c$  — угол сетки)

При хонинговании в системе поддержания контакта бруска с деталью контакт замыкается кинематически, с помощью клиновой пары (рис. 2) или гидравлической подачи, жесткость системы прижима брусков высока, сила резания при наличии погрешностей формы заготовки непрерывно изменяется. Имеется ряд современных хонинговальных станков, на которых заготовка или хонинговальная головка также совершают дополнительное колебательное движение; такой процесс назван вибрационным хонингованием. Этот процесс особенно эффективен при хонинговании глухих отверстий.

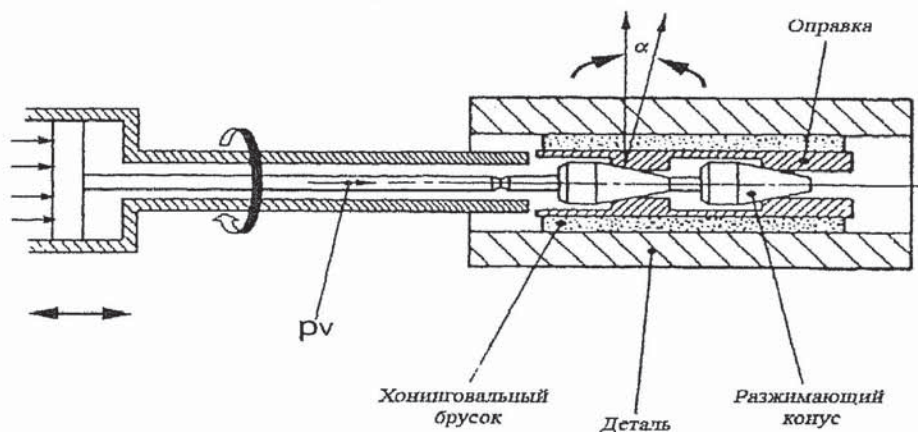


Рис. 2. Схема инструмента для хонингования

Хонинговальный инструмент может иметь как один (рис. 3), так и несколько режущих брусков (рис. 4, 5).

На погрешности формы, имеющиеся в обрабатываемой детали, главным образом воздействует контактная сила между нею и бруском хона. Силы хонингования – технологический параметр, который неуправляем, т.к. он зависит от многих других переменных: параметров инструмента, вращения обрабатываемой детали и скорости возвратно-поступательного движения оправки. Силы хонингования могут вызывать вибрацию и теплонапряженность в процессе хонингования. Данные факторы влияют на точность размеров — например, на отклонение отверстия от круглости.

В настоящее время не разработано полной модели процесса хонингования глубоких отверстий с учетом влияния динамики инструмента на исправление погрешности формы цилиндрических поверхностей. В имеющихся публикациях рассматриваются в основном технологические аспекты процесса, отдельно затрагиваются вопросы динамики вращающихся валов, а также рассматриваются различные модели формирования новых поверхностей при резании.

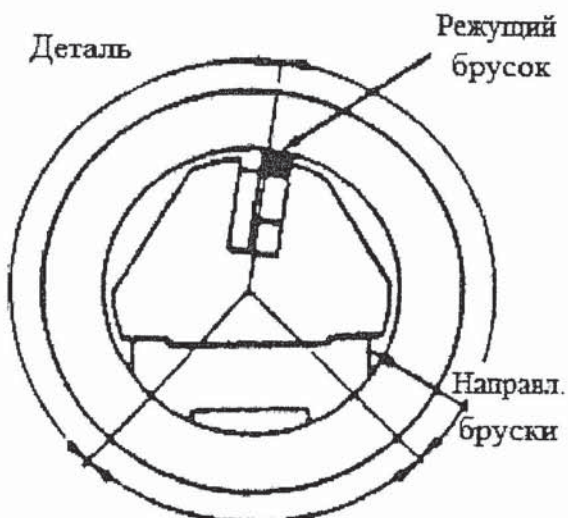


Рис. 3. Схема инструмента с одним режущим и двумя направляющими брусками

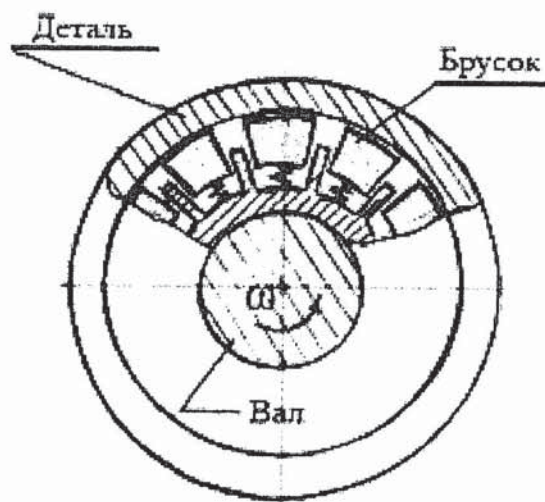


Рис. 4. Схема мультибрускового инструмента

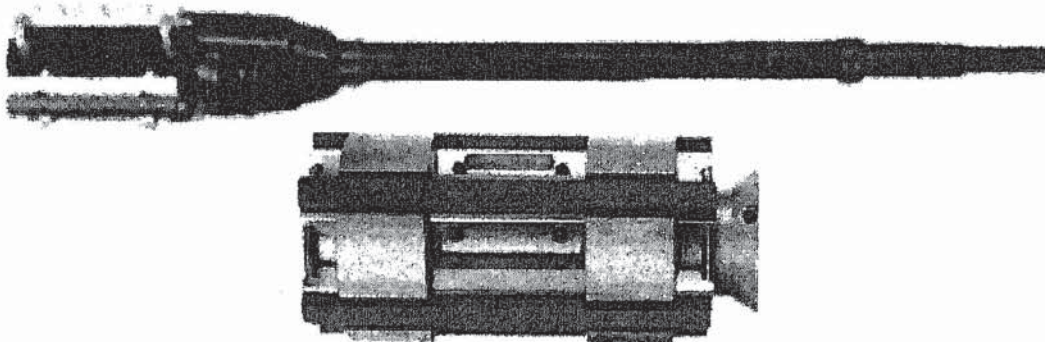


Рис. 5. Фотографии хонинговальной головки



В [1, 2] описываются типовые режимы обработки, конструкции станков и хонинговального инструмента, а также пути повышения эффективности обработки отверстий с использованием подходов, типичных для технологов, то есть путем варьирования технологических параметров рассматриваемого процесса, применения различных материалов для режущего инструмента и т.д. в сочетании с проведением большого числа экспериментов.

Исследованиям различных динамических моделей процесса хонингования посвящены [3] - [7]. В [3] приводятся результаты исследования динамических эффектов, сопровождающих процесс виброабразивной обработки на основе разработанных математических моделей поведения инструмента и детали, с учетом вращения инструмента. Подсчитаны собственные частоты колебаний и определены области динамической неустойчивости при гармонических осевой составляющей силы резания и крутящем моменте.

В работе Грязнова А.Н. и Гуськова А.М. [4] рассматривается плоская математическая модель формообразования поверхности при обработке абразивными брусками. Приводятся формулы для расчета и прогнозирования погрешностей формы при хонинговании и суперфинишировании.

Обобщенная модель формирования поверхности при резании представлена в [5]. Разработан новый метод представления процесса формирования новых поверхностей, включающий в себя параметры движения инструмента и погрешности, вызванные процессом обработки и несовершенством инструмента. Модель представлена в виде комплекса уравнений, описывающих модель динамики резания и модель формирования новых поверхностей. В качестве входных параметров системы вводится геометрия инструмента и детали, режимы резания и параметры движения, на выходе выдается трехмерная топография обработанной поверхности.

Моделирование формирования погрешностей формы цилиндрической поверхности при хонинговании коротких отверстий рассматривается в [6]. Разработана плоская модель, учитывающая начальную геометрию отверстия, динамику вала, инструмента и брусков хона, поджимаемых к обрабатываемой поверхности.

В [7] предложена и проанализирована математическая модель процесса хонингования, включающая в себя динамику вала и инструмента с учетом взаимодействия поверхности обрабатываемой детали и брусков хона. Показано, что силы рассматриваемого взаимодействия неконсервативные. Хонинговальный инструмент моделируется как вращающийся стержень с головкой, закреплённой в среднем сечении вала. Исследование зависимостей для сил резания от режимов обработки при хонинговании проводится в [8].

В настоящей работе исследована модель процесса хонингования при обработке отверстий с заданной неровностью поверхности с целью прогнозирования исправления погрешности формы. Разработана модель динамики инструмента, который схематизируется как вращающийся безмассовый стержень, передающий вращение оправке хона с упруго закрепленными на нем режущими и направляющими брусками. Разработана модель сил резания на основе гипотезы Престона. На базе разработанной модели исследовано влияние технологических параметров на интегральные критерии качества обработки.

### Расчетная схема инструмента

Хонинговальный инструмент схематизируется в виде консольного безмассового вала длиной  $l_{shaft}$ , вращающегося с угловой скоростью  $\omega$ , которому сообщается возвратно-поступательное движение со скоростью  $V_{ax}$ . На валу шарнирно закреплена хонинговальная головка массой  $M$  (рис. 6).

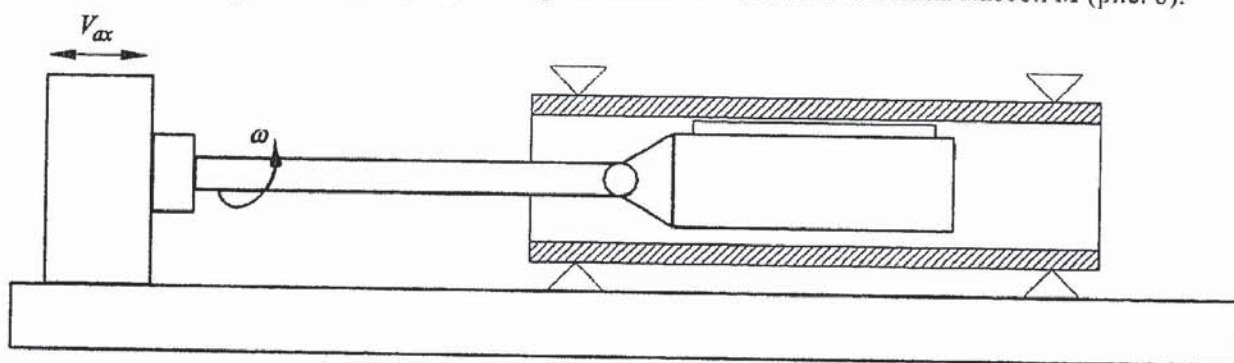


Рис. 6. Схема процесса хонингования отверстий

Хонинговальная головка состоит из оправки с вязко-упруго присоединенными к ней брусками хона длиной  $l_{hone}$  квадратного сечения  $W_{hone} \times W_{hone}$ . Оправка обладает физическими моментами инерции относительно трех осей,  $J_0$  – момент относительно продольной оси,  $J_1$  – момент относительно поперечных осей

Бруски совершают движение в радиальном направлении за счет механизма разжатия. Предполагается, что бруски находятся в постоянном контакте с обрабатываемой поверхностью, вращаясь вместе с валом и оправкой с постоянной угловой скоростью. При этом инерцией брусков пренебрегают. Усилия, передающиеся от вала через механизм разжатия на бруски и далее на обрабатываемую поверхность, могут быть схематизированы как линейные вязко-упругие с коэффициентом жесткости  $k$  и коэффициентом демпфирования  $c$  и зависят от относительного положения бруска и вала в радиальном направлении.

Рассматривается схема расположения брусков хона, показанная на рис. 7. Имеется три бруска:



один является режущим, он расположен так, что направление его перемещения совпадает с положительным направлением вертикальной оси связанной вращающейся системы координат, два других бруска отклонены на угол  $\theta$  от вертикальной оси и являются направляющими.

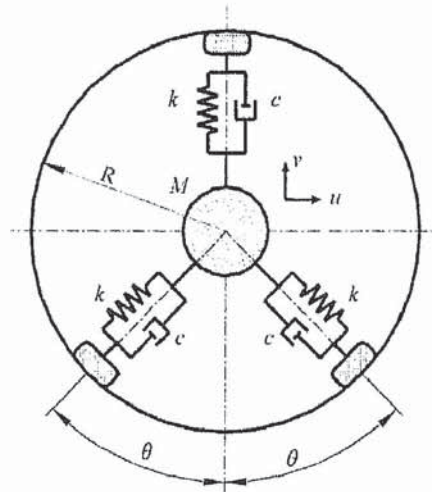


Рис. 7 Схема расположения брусков хона

Хонинговальная головка схематизируется как твердое тело имеющие четыре степени свободы: два перемещения центра тяжести хона  $u$ ,  $v$  относительно оси вращения и два угла поворота  $J_u$ ,  $J_v$  относительно соответствующих осей во вращающейся системе координат. Крутильными и осевыми колебаниями вала пренебрегаем.

### Уравнения динамики вала инструмента с оправкой

Вращение оправке сообщается через вал, соединенный с оправкой шарнирно. При этом вал и оправка могут совершать колебания в поперечном направлении.

Уравнения динамики вала инструмента получим в системе координат  $(u, v, w)$  с началом в точке закрепления вала, вращающейся вместе с валом относительно неподвижной системы координат  $(x, y, z)$  (рис. 8).

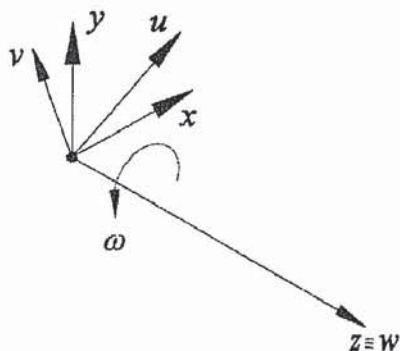


Рис. 8. Системы координат

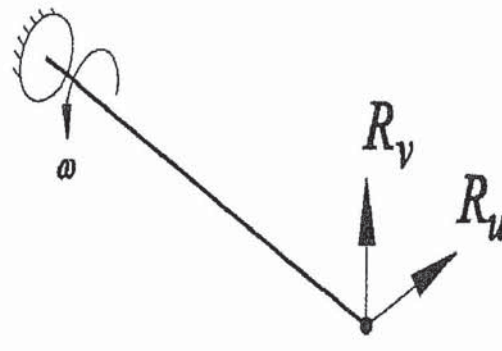


Рис. 9. Силы, действующие на вал

Разрежем шарнир, соединяющий вал и головку хона, и приложим к валу силы реакции  $R_u$  и  $R_v$ , а к хонинговальной головке – силы реакции от вала  $R_u$  и  $R_v$ , силы инерции  $P_u^H$  и  $P_v^H$ , результирующие сил взаимодействия брусков инструмента и детали: силы резания  $P_{u\Sigma}$  и  $P_{v\Sigma}$ , моменты сил резания  $T_{u\Sigma}$  и  $T_{v\Sigma}$ , а также инерционные и гироскопические моменты  $M_u^H$ ,  $M_v^H$ ,  $M_u^G$ ,  $M_v^G$  [9] (рис. 9, 10, 11).

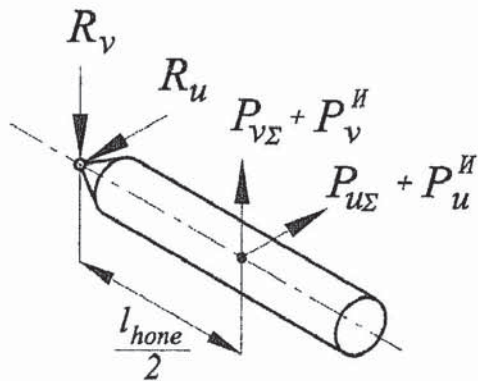


Рис. 10. Силы, действующие на хонинговальную головку

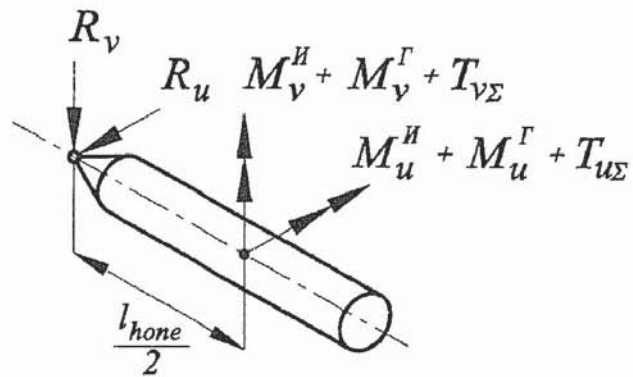


Рис. 11. Моменты, действующие на хонинговальную головку

Рассматривая уравнения динамического равновесия хонинговальной головки, после преобразований получим систему уравнений колебаний хона в виде:

$$\begin{aligned}
 u - \vartheta_v \frac{l_{hone}}{2} &= \delta_{11} (P_{u\Sigma} - M\ddot{u}) \\
 v + \vartheta_u \frac{l_{hone}}{2} &= \delta_{11} (P_{v\Sigma} - M\ddot{v}) \\
 -J_1 \ddot{\vartheta}_v + J_0 \omega \dot{\vartheta}_u + T_{v\Sigma} + (P_{u\Sigma} - M\ddot{u}) \frac{l_{hone}}{2} &= 0 \\
 -J_1 \ddot{\vartheta}_u - J_0 \omega \dot{\vartheta}_v + T_{u\Sigma} - (P_{v\Sigma} - M\ddot{v}) \frac{l_{hone}}{2} &= 0,
 \end{aligned} \tag{1}$$

где  $\delta_{11}$  статическая податливость вала от действия единичной поперечной силы, приложенной на его конце.

### Модель сил резания

Силы резания, или силы взаимодействия инструмента с обрабатываемой поверхностью, будем моделировать как силы сухого трения с коэффициентом трения  $f_n$ , тогда результирующую силу взаимодействия можно разложить на нормальную и касательную составляющие (рис. 12). Касательная составляющая направлена в противоположную сторону к относительной скорости движения брусков инструмента и поверхности детали и считается пропорциональной нормальной составляющей с



коэффициентом  $f_{ii}$ .

Для данной расчетной схемы инструмента (рис. 13) в произвольный момент времени нормальная составляющая контактного давления пропорциональна поперечным смещениям оправки хона, скоростям этих смещений, а также радиальным смещениям брусков при обработке неровной поверхности и определяется для каждого из брусков как:

$$\begin{aligned} p_1 &= p_0 + k(v - \vartheta_x \xi) + c(\dot{v} - \dot{\vartheta}_x \xi) - kY_{R1} \\ p_2 &= p_0 - k(u + \vartheta_y \xi) \sin \theta - k(v - \vartheta_x \xi) \cos \theta - c(\dot{u} + \dot{\vartheta}_y \xi) \sin \theta - c(\dot{v} - \dot{\vartheta}_x \xi) \cos \theta - kY_{R2} \\ p_3 &= p_0 + k(u + \vartheta_y \xi) \sin \theta - k(v - \vartheta_x \xi) \cos \theta + c(\dot{u} + \dot{\vartheta}_y \xi) \sin \theta - c(\dot{v} - \dot{\vartheta}_x \xi) \cos \theta - kY_{R3}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $p_0$  – постоянная составляющая радиального давления, задаваемая при начальном разжатии брусков хона после введения их в отверстие (радиальная подача), МПа;

$k$  – эквивалентная радиальная жёсткость бруска,  $H/M^3$ ;

$c$  – эквивалентное демпфирование бруска,  $H \cdot c/M^3$ ;

$u, v$  – поперечные перемещения центра масс головки инструмента, мм;

$\vartheta_u, \vartheta_v$  – углы поворота головки относительно соответствующих осей, рад;

$\xi$  – координата, отсчитываемая от центра масс вдоль оси отклонённой хонинговальной головки, мм;

$Y_i$  – отклонения обрабатываемой поверхности в точках, соответствующих положению центра масс хонинговальной головки вдоль оси обрабатываемого отверстия и положению каждого бруска на его поверхности в настоящий момент времени  $t$ ;

$i$  – номер бруска;

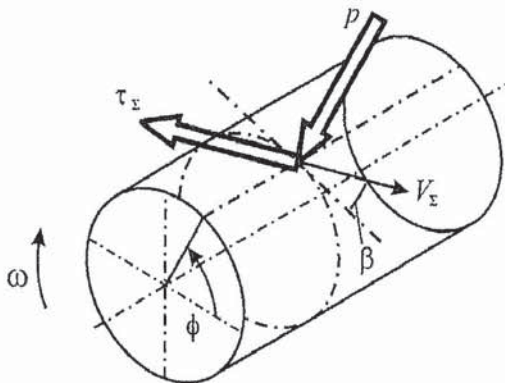


Рис. 12. Модель сил резания

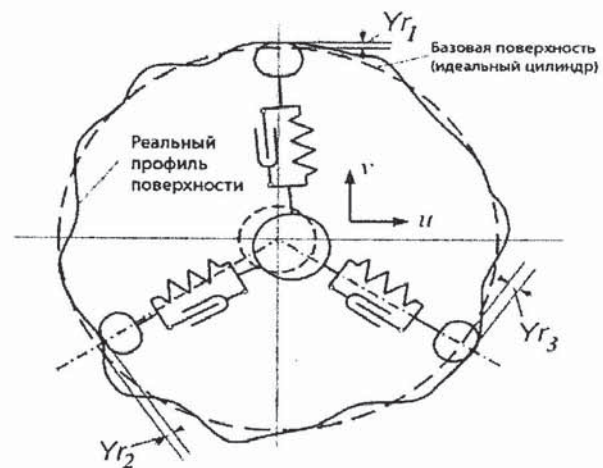


Рис. 13. Схема взаимодействия брусков с обрабатываемой поверхностью

Касательные составляющие сил резания на каждом из брусков определяются следующим образом:

$$\tau_{ii} = f_{ii} p_i \cos \beta \quad (3)$$

где  $f_{12}, f_{13}$  – коэффициенты сухого трения направляющих брусков, а  $f_{11}$  – коэффициент резания для режущего бруска.

Равнодействующие контактных давлений найдём, проинтегрировав проекции давлений по всей длине хонинговальной головки  $l_{hone}$  и умножив их на ширину бруска  $W_{hone}$ .

Выражения для равнодействующих сил резания и моментов примут вид:

$$\begin{aligned}
 P_{u\Sigma} &= -2kA \sin^2 \theta \cdot u - 2cA \sin^2 \theta \cdot \dot{u} + kA \cos \beta (f_c + 2f_t \cos^2 \theta) v - p_0 A \cos \beta (2f_t \cos \theta - f_c) + \\
 &+ cA \cos \beta (f_c + 2f_t \cos^2 \theta) \dot{v} - kA(Y_{R2} - Y_{R3}) \sin \theta - kA \cos \beta [f_c Y_{R1} - f_t (Y_{R2} + Y_{R3}) \cos \theta], \\
 P_{v\Sigma} &= -kA(1 + 2 \cos^2 \theta) v - cA(1 + 2 \cos^2 \theta) \dot{v} - 2kA f_t \cos \beta \sin^2 \theta \cdot u + p_0 A (2 \cos \theta - 1) - \\
 &- 2cA f_t \cos \beta \sin^2 \theta \cdot \dot{u} + kA [Y_{R1} - (Y_{R2} + Y_{R3}) \cos \theta] - kA f_t \cos \beta (Y_{R2} - Y_{R3}) \sin \theta, \\
 T_{u\Sigma} &= -kJ_b (1 + 2 \cos^2 \theta) \mathcal{G}_x - cJ_b (1 + 2 \cos^2 \theta) \dot{\mathcal{G}}_x + kAR \sin \beta (f_c + 2f_t \cos^2 \theta) \cdot v + \\
 &+ cAR \sin \beta (f_c + 2f_t \cos^2 \theta) \cdot \dot{v} - kAR \sin \beta [f_c Y_{R1} - f_t (Y_{R2} + Y_{R3}) \cos \theta] + \\
 &+ p_0 AR \sin \beta (f_c - 2f_t \cos \theta), \\
 T_{v\Sigma} &= -2kJ_b \sin^2 \theta \cdot \mathcal{G}_y - 2cJ_b \sin^2 \theta \cdot \dot{\mathcal{G}}_y - 2kAR f_t \sin \beta \sin^2 \theta \cdot u - \\
 &- 2cAR f_t \sin \beta \sin^2 \theta \cdot \dot{u} - kAR f_t \sin \beta \sin \theta (Y_{R2} - Y_{R3}).
 \end{aligned} \tag{4}$$

где  $A = W_{hone} l_{hone}$ ,  $J_b = W_{hone} \frac{l_{hone}^3}{12}$ .

### Модель формирования новых поверхностей

Примем, что, согласно закону Престона, скорость съёма материала при резании прямо пропорциональна работе, совершенной силами трения, действующими на элемент поверхности в данной точке [8] (рис. 14), то есть

$$\frac{dY_R}{dt} = p \frac{V_\Sigma}{k_y \sigma_a}, \tag{5}$$

где  $Y_R = Y_R(t)$  – радиальная координата обрабатываемой поверхности под режущим бруском;

$p$  – давление бруска на поверхность;

$k_y$  – безразмерный коэффициент, который зависит от свойств материала и определяется эмпирически;

$\sigma_a$  – предел прочности материала детали.

Таким образом, новая координата поверхности в каждой точке после прохождения по ней режущего бруска определяется следующим образом:



$$Y_R(t) = Y_R(t - T_j) + h(t),$$

$$h(t) = p(t) \frac{V_\Sigma \Delta t}{k_y \sigma_0} = k_w p(t), \quad 0 \leq h(t) \leq h_g, \quad (6)$$

где  $\Delta t$  – время контакта бруска с какой-то определённой точкой поверхности;

$t - T_j$  – момент времени, когда эта точка поверхности обрабатывалась на предыдущем обороте или проходе;

$k_w$  – удельный коэффициент, характеризующий толщину срезаемой поверхности.

При разработке модели образования новых поверхностей будем считать, что толщина слоя, снимаемого за один проход, незначительна по сравнению с величинами поперечных перемещений вала. Таким образом, она не влияет на величину нормальной составляющей сил резания, определяемой выражением (2). Будем также считать, что координата поверхности в каждой точке изменяется после прохода бруска через эту точку (изменение поверхности, определяемое выражением (6), не входит в уравнение динамики инструмента).

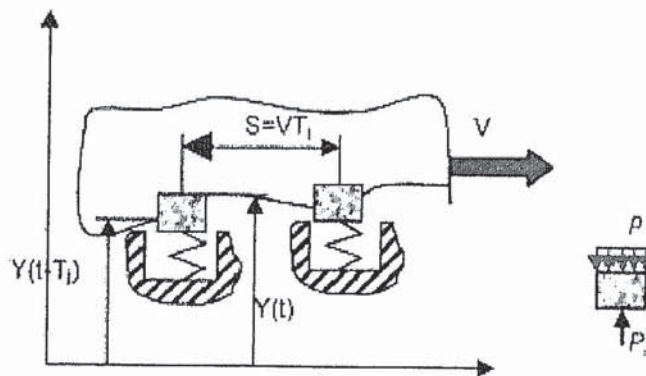


Рис. 14. Схема образования новых поверхностей

### Описание полной модели

После подстановки (4) в (1) получим полную систему уравнения динамики инструмента в

матричном виде:  $[M] \ddot{\bar{X}} + [D] \dot{\bar{X}} + [K] \bar{X} = \bar{B}$ , (7)

$$\text{где } \bar{X} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ J_u \\ J_v \end{pmatrix}; \quad [M] = \begin{pmatrix} M\delta_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M\delta_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_1 \end{pmatrix}, \quad (8),(9)$$

$$[D] = \begin{pmatrix} 2\delta_{11}cA \sin^2 \theta & -\delta_{11}cA \cos \beta (f_c + 2f_i \cos^2 \theta) & 0 & 0 \\ 2\delta_{11}cAf_i \sin^2 \theta \cos \beta & \delta_{11}cA(1 + 2\cos^2 \theta) & 0 & 0 \\ 0 & -cAR \sin \beta (f_c + 2f_i \cos^2 \theta) & cJ_b(1 + 2\cos^2 \theta) & J_0\omega \\ 2cARf_i \sin \beta \sin^2 \theta & 0 & -J_0\omega & 2cJ_b \sin^2 \theta \end{pmatrix}, \quad (10)$$

$$[K] = \begin{pmatrix} 1 + 2\delta_{11}kA\sin^2\theta & -\delta_{11}kA\cos\beta(f_c + 2f_t\cos^2\theta) & 0 & \frac{l_{hmc}}{2} \\ 2\delta_{11}kAf_t\sin^2\theta\cos\beta & 1 + \delta_{11}kA(1 + 2\cos^2\theta) & \frac{l_{hmc}}{2} & 0 \\ 0 & \frac{l_{hmc}}{2\delta_{11}} + cAR\sin\beta(f_c + 2f_t\cos^2\theta) & \frac{l_{hmc}^2}{4\delta_{11}} + kJ_b(1 + 2\cos^2\theta) & 0 \\ 2kARf_t\sin\beta\sin^2\theta - \frac{l_{hmc}}{2\delta_{11}} & 0 & 0 & \frac{l_{hmc}^2}{4\delta_{11}} + 2kJ_b\sin^2\theta \end{pmatrix}, \quad (11)$$

$$\bar{B} = \begin{pmatrix} -\delta_{11}kA(Y_{R2} - Y_{R3})\sin\theta - \delta_{11}kA\cos\beta[f_c Y_{R1} - f_t(Y_{R2} + Y_{R3})\cos\theta] \\ kA[Y_{R1} - (Y_{R2} + Y_{R3})\cos\theta] - kAf_t\cos\beta(Y_{R2} - Y_{R3})\sin\theta \\ -kAR\sin\beta[f_c Y_{R1} - f_t(Y_{R2} + Y_{R3})\cos\theta] + p_0AR\sin\beta(f_c - 2f_t\cos\theta) \\ -kARf_t\sin\beta\sin\theta(Y_{R2} - Y_{R3}) \end{pmatrix}, \quad (12)$$

Обозначим  $\bar{Y} = \begin{pmatrix} \bar{X} \\ \dot{\bar{X}} \end{pmatrix}$ ,  $[F] = [M]^{-1}[K]$ ,  $[G] = [M]^{-1}[D]$ .

Система, приведённая к каноническому виду Коши, имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{\bar{Y}}_1 = \bar{Y}_2 \\ \dot{\bar{Y}}_2 = -[G]\bar{Y}_2 - [F]\bar{Y}_1 + [M]^{-1}\bar{B}, \end{cases}$$

или  $\dot{\bar{Y}} = [A] \cdot \bar{Y} + [M]^{-1} \cdot \bar{H}$ , (13)

где  $[A] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ [-F] & & & & & & & [-G] \end{pmatrix}; \quad \bar{H} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ [M]^{-1}\bar{B} \end{pmatrix}.$  (14), (15)

Полученная неоднородная система уравнений не имеет аналитического решения, так как правые части уравнений включают переменные  $Y_{Ri}$ , зависящие от положения брусков в настоящий момент времени и состояния поверхности под бруском, образованной в предшествующий момент времени,



когда режущий брусок проходил по этой точке поверхности. Поэтому будем искать приближенное численное решение данной системы.

**Определение собственных частот системы.** Рассмотрим случай обработки идеально гладкой цилиндрической поверхности, т.е.  $Yr_i \equiv 0$  и коэффициент срезания  $k_w = 0$ , тогда уравнение (13) будет однородным линейным дифференциальным уравнением, описывающим колебания хона при движении по гладкой поверхности без резания.

Частоты колебаний определяются как собственные значения матрицы  $A$ . Решение однородного уравнения (13) ищем в виде:

$$Y(t) = Y_0 \exp \lambda \tau,$$

где  $\lambda$  - безразмерное собственное значение матрицы  $A$ ,  $\tau$  - безразмерное время,

$$\tau = p_0 t, p_0^2 = EJ / (ML_{shaft}^3).$$

В общем случае собственные значения будут комплексными, т.к. система нагружена неконсервативными силами имеющими циклический характер, и, при определенных значениях параметров системы, колебания могут иметь как периодический характер, так и быть затухающими при отрицательных значениях действительных частей собственных значений, или с возрастающей амплитудой при положительных значениях действительных частей  $\lambda$ .

Если положить  $c = 0$ ,  $p_0 = 0$ , то можно определить частоты собственных колебаний как мнимые части собственные значения матрицы  $[A]$ , т.к. действительные части в этом случае равны нулю. Изменение собственных частот в зависимости от жесткости показано на рис. 15 при  $\theta = 30^\circ$ , в зависимости от угла взаимного расположения брусков  $\theta$  - на рис. 16 при  $k = 1.00 \cdot 10^8 \frac{H}{M^3}$ , частота вращения  $n = 1000$  об/мин.

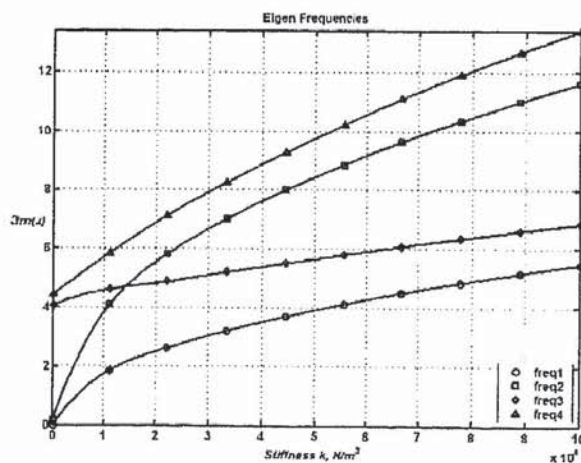


Рис. 15. Влияние жёсткости на собственные частоты

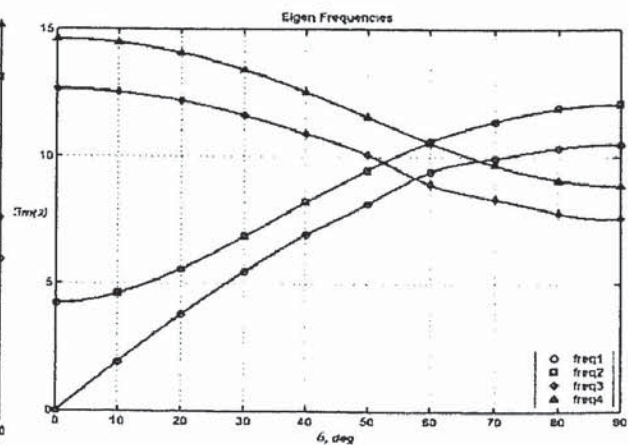


Рис. 16. Влияние угла взаимного расположения Брусков  $\theta$  на собственные частоты

Из частотного анализа системы можно заключить, что увеличение эквивалентной радиальной жесткости инструмента приводит к увеличению всех собственных частот, в то время как при увеличении угла взаимного расположения брусков  $\theta$  до  $60^\circ$  две пары частот попарно сходятся и затем начинают обратно расходиться при  $\theta > 60^\circ$ .

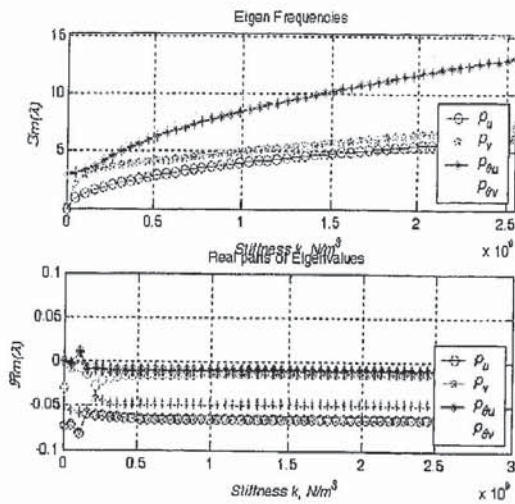


Рис. 17

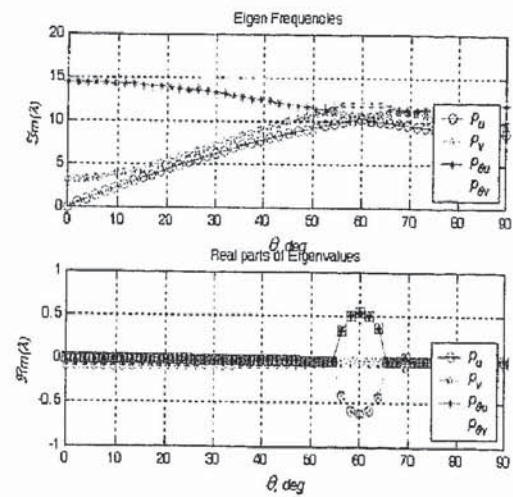


Рис. 18

На Рис. 17 и 18 показаны графики изменения действительных и мнимых частей комплексных собственных значений для случая, когда  $C=1 \cdot 10^4 \text{ Н} \cdot \text{с}/\text{м}^3$ ,  $f_t = 0.05$ ,  $f_c = 0.3$ . Как видно из рис. 17, для  $\theta = 30^\circ$  действительная часть собственных значений отрицательна, т.е. колебания являются затухающими на всем диапазоне изменения радиальной жесткости хона. При изменении угла расположения направляющих брусков частоты попарно сближаются и в диапазоне от  $55$  до  $65$  градусов действительная часть одного из собственных значений становится положительной, т.е. колебания становятся неустойчивыми. Если значения  $f_t = 0.3$ ,  $f_c = 0.3$ , диапазон углов при которых колебания неустойчивы расширяется.

### Дискретизация поверхности отверстия. Численное моделирование

Так как при численном интегрировании системы уравнений необходимо знать координаты каждой точки поверхности при каждом шаге интегрирования и пересчитывать ее с учетом закона резания, необходимо описать поверхность в виде сетки в окружном и осевом направлении. Поверхность отверстия задаётся в виде матрицы  $Yr$  отклонений в радиальном направлении от базовой поверхности (в данном случае базовой является поверхность идеального цилиндра диаметром  $D$ ), число элементов которой может достигать десятков и сотен тысяч.

Матрица  $Yr$  имеет размер  $N_1 \times N_2$ . Значение  $N_1$  (число точек разбиения в окружном направлении) совпадает с числом шагов интегрирования в окружном направлении. Оно выбирается из сообра-



жений точности и устойчивости процедуры интегрирования. Значение  $N_2$  определяется по формуле

$$N_2 = N_1 \cdot n_{\text{wist}} + N_0 + I,$$

где  $n_{\text{wist}}$  – число витков винтовой траектории бруска;

$N_0$  – число дополнительных строк.

Если положить  $N_0 = 0$ , то траектория камня после одного двойного хода будет накладываться сама на себя, и большая часть поверхности не будет участвовать в обработке. Чтобы избежать этого, к матрице добавляется  $N_0$  столбцов, наличие которых обеспечивает сдвиг траектории камня с каждым двойным проходом. В результате через некоторое количество двойных ходов все отдельные траектории дадут в сумме регулярную “сетку”, покрывающую всю поверхность. За счет протяженного в осевом направлении режущего камня обеспечивается обработка всей поверхности отверстия.

В процессе интегрирования из матрицы выбираются те элементы, положение которых соответствуют текущему положению брусков инструмента. Новая координата поверхности после прохождения инструмента определяется в зависимости от текущего значения силы резания.

При численном интегрировании системы по времени с автоматическим выбором шага мы не имеем точных значений  $Y^r$  в произвольных точках. Так как текущее положение инструмента соответствует какому-то углу поворота вала с оправкой, то шаг сетки дискретизированной поверхности и соответствующий ему угловой шаг вращающегося инструмента могут не соответствовать шагу по времени, то есть при интегрировании системы по времени можно попасть в точки, в которых нам отклонение поверхности не известно. Можно эти значения подсчитать путем аппроксимации по отклонениям поверхности в соседних точках, но это вносит дополнительные погрешности, что нежелательно.

Для того, чтобы при интегрировании в расчетах учитывались только известные координаты точек поверхности, удобно ввести в качестве аргумента угол поворота.

Если закон вращения детали  $\varphi = \omega t$ , то тогда  $d\varphi = \omega dt$ , и производные по углу поворота можно выразить через производные по времени.

Для интегрирования полученной системы дифференциальных уравнений был использован математический пакет MATLAB 6.5. При этом использовался метод Рунге-Кутты 4-5 порядка (стандартная процедура MATLAB ode45).

При численном моделировании варьировались режимы обработки и радиальная жесткость хона. Для остальных параметров принимались значения, представленные в таблице 1.

Таблица 1

## Постоянные параметры

Название параметра	Параметр	Значение
Длина отверстия	$L_{otv}$	500 мм
Диаметр отверстия	$D_{otv}$	48 мм
Длина хона	$L_{hone}$	50 мм
Ширина бруска хона	$W_{hone}$	6 мм
Длина вала	$L_{shaft}$	500 мм
Диаметр вала	$D_{shaft}$	18 мм
Момент инерции хонинговальной головки относительно продольной оси	$J_u$	$6.431e-5$ кг*м <sup>2</sup>
Момент инерции хонинговальной головки относительно поперечных осей	$J_1$	$1.149e-4$ кг*м <sup>2</sup>
Масса хонинговальной головки	$M$	0.397 кг
Отношение окружной скорости инструмента к скорости осевой подачи	speed_ratio	3

Из кинематики процесса установлено, что режущий брусок хона при таких значениях параметров обрабатывает все точки поверхности хотя бы один раз за четыре двойных хода.

## Анализ результатов

Все расчеты проводились для поверхности, имеющей начальную погрешность формы типа «эллиптичность» (рис. 17).

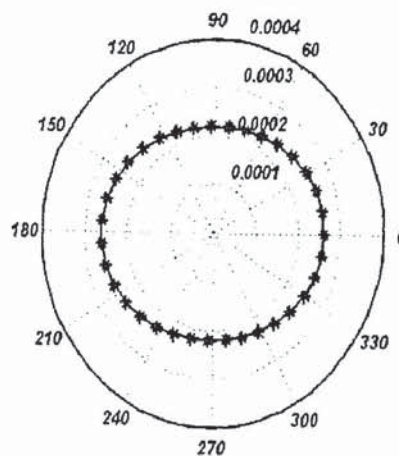


Рис. 17. Рассматриваемый вид погрешности формы

В качестве критерия точности обрабатываемого отверстия была выбрана величина, называемая



эксцентricностью поверхности, определяемая для каждого сечения отверстия плоскостью, перпендикулярной оси, по формуле

$$e_i = \frac{R_{\max}^i - R_{\min}^i}{R_{\max}^i + R_{\min}^i}, \quad (16)$$

где  $R_{\max}$  и  $R_{\min}$  – соответственно наибольшее и наименьшее отклонения поверхности от идеального цилиндра. Итоговая характеристика для всей поверхности получается в результате осреднения полученных значений для каждого сечения:

$$e = \sum_{i=1} e_i, \quad (17)$$

Величина снимаемого припуска, характеризующая производительность процесса, вычисляется по среднему радиусу, определяемому как среднее значение всех элементов матрицы отклонений поверхности. В результате моделирования исследовано влияние на изменение эксцентricности и среднего радиуса при обработке величины жесткости хона  $k$ , постоянной составляющей контактного давления  $p_0$  и скорости вращения инструмента  $n$ .

### Влияние жесткости на эксцентricность и средний радиус

На рис. 18-19 представлены результаты численного моделирования процесса обработки отверстия при различных значениях жесткости подвески  $k$  инструмента. Показаны графики изменения эксцентricности и среднего радиуса отверстий в зависимости от количества двойных ходов движения хона при разных значениях жесткости подвески  $k$  инструмента.

При увеличении жесткости  $k$  наблюдаются увеличение скорости изменения эксцентricности и незначительное уменьшение скорости изменения среднего радиуса. Влияние жесткости на изменение эксцентricности тем сильнее, чем больше постоянная составляющая контактного давления  $p_0$ .

Частота вращения инструмента не меняет характер изменения эксцентricности в зависимости от жесткости крепления брусков хонинговальной головки.

Параметры:  $p_0 = 1 \text{ кПа}$ ,  $n = 1000 \text{ б / мин}$ .

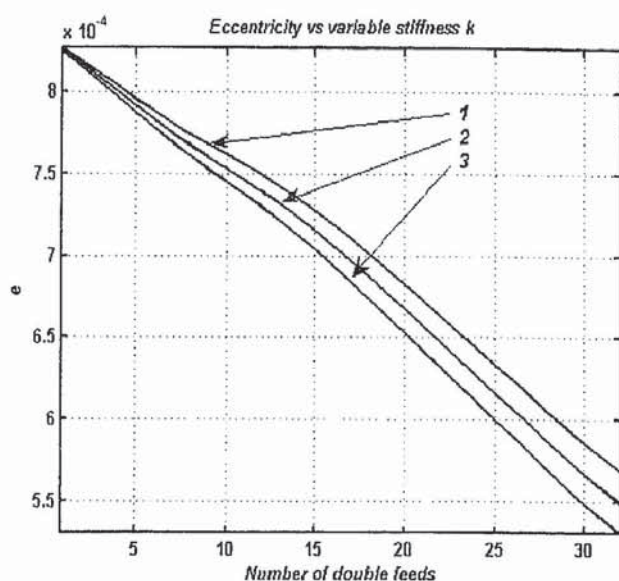


Рис. 18. Изменение эксцентricности в процессе обработки в зависимости от жесткости крепления брусков хона

$$1: k = 2 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^3, \quad 2: k = 2.2 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^3, \\ 3: k = 2.4 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^3.$$

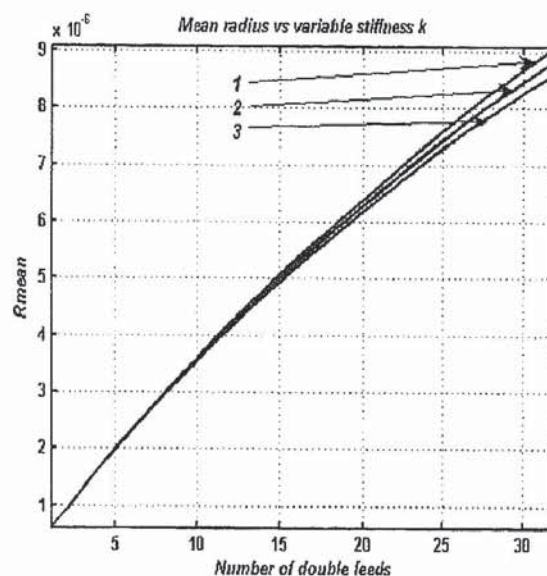


Рис. 19. Изменение среднего радиуса в процессе обработки в зависимости от жесткости крепления брусков хона

$$1: k = 2 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^3, \quad 2: k = 2.2 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^3, \\ 3: k = 2.4 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^3.$$

### Влияние постоянной составляющей контактного давления на эксцентricность и средний радиус

На рис. 20-21 представлены результаты численного моделирования процесса обработки отверстия при различных значениях постоянной составляющей контактного давления  $p_0$  инструмента, представлены изменение эксцентricности и среднего радиуса отверстия в зависимости от количества двойных ходов хонинговальной головки.

Увеличение постоянной составляющей контактного давления уменьшает скорость изменения эксцентricности (рис. 20), увеличивает скорость изменения среднего радиуса (рис. 21). Параметры:  $k = 2 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^3$ ,  $n = 1000 \text{ об/мин}$ .

### Влияние скорости вращения инструмента на эксцентricность и средний радиус

Установлено, что скорость вращения инструмента не влияет на скорость изменения среднего радиуса. На рис. 22 показано изменение эксцентricности после 40 двойных циклов обработки в зависимости от частоты вращения инструмента. В результате анализа было установлено, что при наименьшем значении частоты вращения (100 об/мин) окончательная эксцентricность наименьшая, далее при



увеличении скорости она увеличивается, достигает максимума при 500 об/мин, затем начинает медленно уменьшаться. Значения параметров при моделировании:  $k = 2 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^3$ ,  $p_0 = 0.5 \text{ кПа}$ .

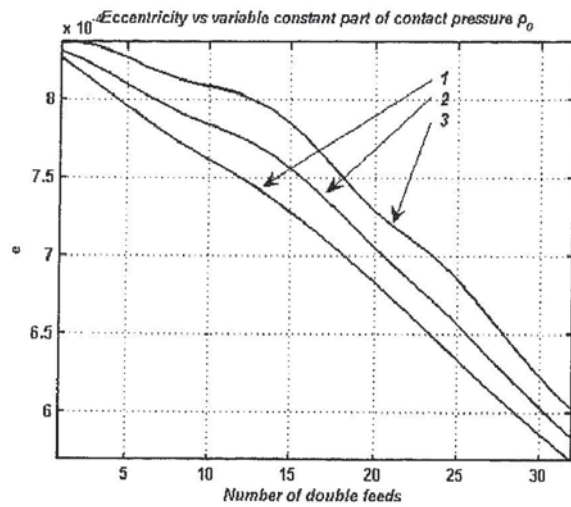


Рис. 20. Изменение эксцентricности в процессе обработки в зависимости от постоянной составляющей контактного давления

1:  $p_0 = 0.5 \text{ кПа}$ , 2:  $p_0 = 0.75 \text{ кПа}$ ,  
3:  $p_0 = 1 \text{ кПа}$ .

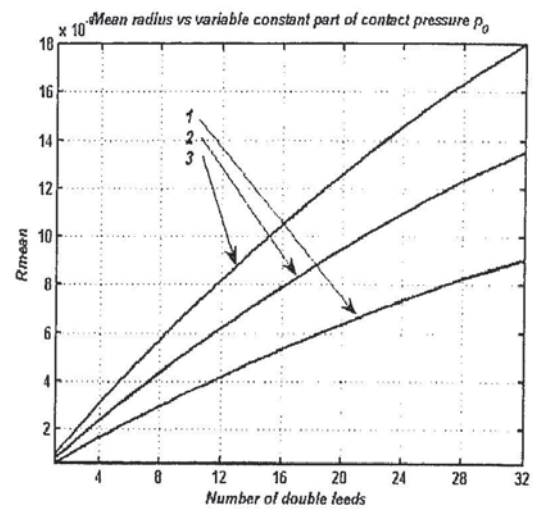


Рис. 21. Изменение среднего радиуса в процессе обработки в зависимости от постоянной составляющей контактного давления

1:  $p_0 = 0.5 \text{ кПа}$ , 2:  $p_0 = 0.75 \text{ кПа}$ ,  
3:  $p_0 = 1 \text{ кПа}$ .

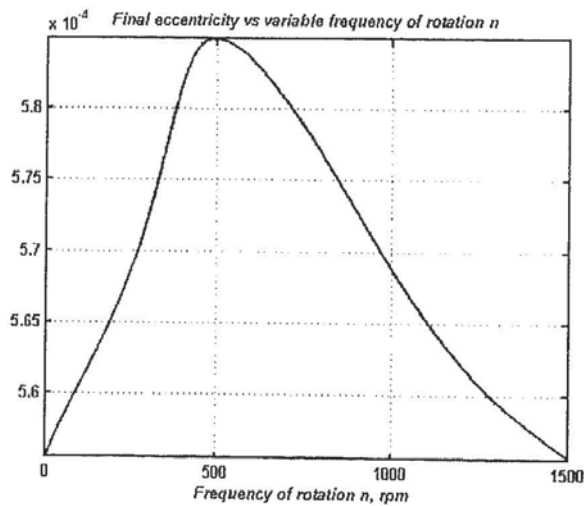


Рис. 22. Изменение эксцентricности после 40 двойных циклов в зависимости от частоты вращения инструмента

### Выводы

По результатам исследования в данной работе можно сделать следующие выводы:

1. Разработанная математическая модель позволяет оценить влияние параметров инструмента и режимов обработки на частотные характеристики колебаний инструмента. Установлено, что при осесимметричном расположении брусков ( $55 \leq \theta \leq 60$ ) процесс хонингования может быть неустойчивым из-за колебаний с возрастающей амплитудой.
2. Анализ численных результатов моделирования показывает, что:
  - на исправление погрешности формы наибольшее влияние оказывают жесткость крепления брусков хона к оправке и постоянная составляющая контактного давления;
  - при увеличении жесткости  $k$  наблюдается ускорение исправления погрешности формы поверхности, при этом скорость съема материала уменьшается;
  - при увеличении постоянной составляющей контактного давления  $p_0$  скорость исправления погрешности формы уменьшается, но при этом увеличивается съем материала.

Работа выполнена благодаря финансовой поддержке РФФИ грант № 07-08-00592.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. З.И. Кремень, И.Х. Стратиевский. Хонингование и суперфиниширование деталей/Под ред. Л.Н. Филимонова. – 3-е изд., перераб. и доп. – Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1988. – 137 стр. с илл. – (Библиотечка шлифовщика. Вып. 9).
2. Бабичев А.П. Хонингование. – М.: Машиностроение, 1965, 96 с.
3. Бидерман В.Л. Прикладная теория механических колебаний. Учебное пособие для вузов. М., «Высшая школа», 1972. – 416 стр. с илл.
4. Воронов С.А., Фатальчук А.В. Моделирование динамических процессов виброабразивной обработки глубоких отверстий. – Механика твердого тела, №6, 2000. – стр. 167-173.
5. Грязнов А.Н., Гуськов А.М. Модель процесса образования поверхности при обработке абразивными брусками. – Известия вузов. Машиностроение, № 1 1980. – стр. 130-139.
6. K.F. Ehmman, M.S. Hong. A Generalized Model of the Surface Generation Process in Metal Cutting. Annals of the CIRP Vol. 43/1/1994
7. Kim, J.-D. and M.-S. Choi, "A Study on Prediction of Roundness Variation in Honing Using Hone Dynamics." Journal of Testing and Evaluation, Vol. 25, No.6, 1997, pp.556-564.
8. A.M.Gouskov, S.A.Voronov, E.A.Butcher, S.C.Sinha. Non-conservative oscillations of a tool for deep hole honing. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. Vol.11, issue 6, September 2006, p. 685-708.
9. Zettel H.D. "Verbesserung der Arbeitsgenauigkeit von Honwerkzeugen" Ind. Anz., 1975, 97, N 14, pp. 269-270.