

Расчет и конструирование машин

УДК 621.833.6

Геометрия и показатель прочности внутреннего зацепления колес планетарной передачи типа К-Н-*V* с модифицированным исходным контуром сателлита

Ф.И. Плеханов

*Нагрузочная способность планетарных передач типа К-Н-*V* лимитируется изгибной прочностью зубьев сателлитов, поэтому важно улучшить показатель изгибной прочности и прочности зацепления в целом путем снижения коэффициента формы зуба сателлита. Для этого предложено использовать внутреннее зацепление, в котором профили зубьев сателлита сформированы инструментом с исходным производящим контуром, представляющим собой модифицированный стандартный контур, что позволяет уменьшить высоту делительной ножки зуба и увеличить радиус кривизны его переходной кривой. Получены уравнения геометрического синтеза указанного зацепления. Из них определены радиусы окружностей вершин зубьев колес и угол их зацепления при гарантированном отсутствии явления интерференции зубьев и исключении заклинивания механизма. Методом конечно-элементного анализа выполнена оценка изгибной прочности таких нестандартных зубьев сателлита, позволившая определить значения их коэффициента формы. Представлены новые конструкции передач типа К-Н-*V* с роликовым и шарнирным механизмами снятия движения с сателлитов.*

Ключевые слова: сателлит, планетарная передача, нестандартные зубья, геометрия, прочность зацепления, геометрический синтез.

The geometry and strength of KHV-type internal planetary gear trains with a modified original contour of a satellite

F.I. Plekhanov

Internal planetary gear trains with close numbers of wheel teeth (KHV-type gears) enable large ratio in a single stage along with high efficiency, low weight and small dimensions. That is why there is a particularly urgent need to improve



**ПЛЕХАНОВ
Федор Иванович**
(Глазовский

инженерно-экономический
институт (филиал)
ФГБОУ ВПО «Ижевский
государственный технический
университет
им. М.Т. Калашникова»)

**PLEKHANOV
Fedor Ivanovich**
(Glazov, Russian Federation,
Glazov Engineering Economic
Institute (branch)
of Kalashnikov Izhevsk State
Technical University)

the design of such mechanisms. The load capacity of KHV-type planetary gears is limited by the flexural strength of satellite teeth; therefore, it is important to improve the flexural strength of teeth and gear durability as a whole by reducing the tooth shape factor. For this purpose, it is proposed to form tooth profiles by a tool whose generating contour is a modified standard contour. This makes it possible to reduce the tooth dedendum and increase the radius of curvature of the transition curve. The equations of geometrical synthesis of internal planetary gears are formulated to determine the radii of gear teeth and the pressure angle under the assumption that the teeth do not interfere and the mechanism is not seized. The flexural strength of these non-standard satellite teeth is estimated by the finite element method. The values of the shape factor are determined. New designs of KHV-type gears with roller and hinge mechanisms are presented. The numerical analysis of planetary gears showed that the fabrication of satellite teeth by the tool with a modified generating contour under the rational geometrical synthesis can improve the gear strength by 15–20 %.

Keywords: satellite, planetary gear, non-standard teeth, geometry, strength, geometrical synthesis, engagement.

Планетарные передачи типа К-Н-V выгодно отличаются от других планетарных механизмов улучшенными массогабаритными показателями, малыми потерями мощности на трение, большим передаточным отношением в одной ступени.

Как показали исследования ряда отечественных ученых [1–4], выполнение передачи с небольшой разницей чисел зубьев колес ($\Delta z = 1-3$) позволяет обеспечить высокую ее несущую способность за счет малости зазоров во внутреннем зацеплении и его многопарности. Однако в то же время опасность заклинивания механизма из-за явления интерференции требует уменьшения глубины захода зубьев колес, что отрицательно сказывается на значении коэффициента перекрытия, плавности работы передачи и снижает эффект многопарности. В связи с этим важно подобрать рациональный исходный контур колес и выполнить геометрический синтез зацепления, удовлетворяющий требованию высокой прочности при гарантирован-

ном отсутствии интерференции и значений коэффициента перекрытия $\varepsilon \geq 1$.

Расчеты показывают, что нагрузочная способность передачи типа К-Н-V [5, 6] в большинстве случаев лимитируется изгибной прочностью зубьев сателлита. Поэтому уменьшение глубины захода зубьев колес, необходимое для исключения интерференции продольной кромки внешнего зуба с главной поверхностью внутреннего, следует осуществлять за счет уменьшения высоты зуба сателлита h [4]. При этом для снижения напряжений изгиба в его основании целесообразно уменьшить высоту делительной ножки h_f и увеличить радиус кривизны переходной кривой ρ_f .

Модифицированный исходный контур, представляющий собой скорректированный вариант исходного контура по ГОСТ 13755–81, который позволяет обеспечить требуемые качественные показатели зацепления и передачи в целом, представлен на рис. 1. Параметры указанного исходного контура:

$$\begin{aligned} \alpha &= 20^\circ; \quad h_a = m; \quad h_l = 1,75m; \\ \rho_f &= \frac{0,5}{\cos \alpha} \left[0,5\pi m - 2(h_l - h_a) \operatorname{tg} \alpha \right] = 0,545m; \\ C &= \rho_f (1 - \sin \alpha) = 0,359m; \\ h_f &= h_l - h_a + \rho_f (1 - \sin \alpha) = 1,109m; \\ h &= h_l + C = 2,109m; \\ h_c &= h - h_a - \rho_f = 0,564m. \end{aligned}$$

Переходная кривая зуба сателлита g в этом случае имеет вид эквидистанты удлинненной эвольвенты (рис. 2), уравнения которой могут быть представлены в следующем параметрическом виде:

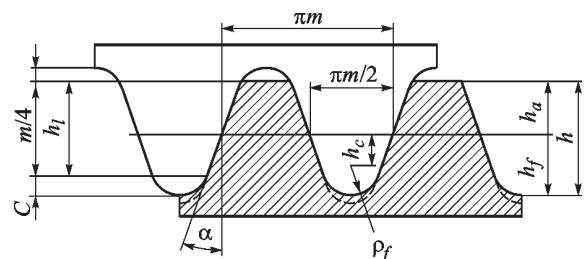


Рис. 1. Модифицированный исходный (заштрихован) и исходный производящий контуры рейки:

--- исходный контур по ГОСТ 13755–81

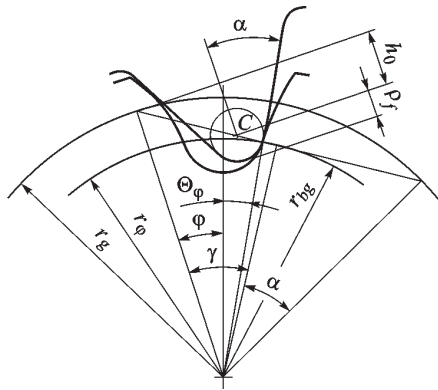


Рис. 2. Схема формообразования профиля зуба сателлита с модифицированным исходным контуром

$$\left. \begin{aligned} r_\varphi &= \sqrt{r_g^2 + \left(\frac{h_0}{\sin \gamma} + \rho_f\right)^2 - 2r_g \left(\frac{h_0}{\sin \gamma} + \rho_f\right) \sin \gamma}; \\ \theta_\varphi &= \arcsin \left[\frac{\cos \gamma \left(\frac{h_0}{\sin \gamma} + \rho_f\right)}{r_\varphi} \right] - \frac{h_0}{r_g \operatorname{tg} \gamma}, \end{aligned} \right\} (1)$$

где $h_0 = h_c - x_g m$; $\gamma = \operatorname{arctg} \frac{h_0}{r_g \varphi}$; m — модуль зубьев; $r_g = 0,5mz_g$; x_g и z_g — соответственно коэффициент смещения исходного контура и число зубьев сателлита.

В граничной точке профиля зуба сателлита l угол $\gamma = \alpha$ и

$$r_\varphi = r_{lg} = \left[\left(0,5mz_g\right)^2 + \left(\frac{h_0}{\sin \alpha} + \rho_f\right)^2 - mz_g \left(h_0 + \rho_f \sin \alpha\right) \right]^{1/2}, \quad (2)$$

где r_{lg} — радиус граничной точки профиля зуба сателлита.

При $\left(\frac{h_0}{\sin \alpha} + \rho_f\right) > (r_g \sin \alpha)$ имеет место подрезание зубьев. Для нулевого колеса с указанным выше исходным контуром условием отсутствия подрезания является выполнение соотношения $z_g \geq 13$.

Угол α_w зацепления и радиусы окружностей вершин зубьев неподвижного колеса b r_{ab} и сателлита g r_{ag} определяются из условий обеспечения бокового зазора v между переходной поверхностью зуба сателлита и вершиной зуба колеса в зоне максимальной глубины захода

$$v = 2 \left[r_{\varphi b} \theta_{\varphi b} - r_{ab} (\operatorname{inv} \alpha_{ab} - \operatorname{inv} \alpha + \frac{0,5\pi - 2x_b \operatorname{tg} \alpha}{z_b}) \right], \quad (3)$$

а также обеспечения требуемой величины коэффициента перекрытия ε , исключения интерференции кромки зуба колеса с переходной поверхностью зуба сателлита (наличие зазора δ) и интерференции продольной кромки внешнего зуба с главной поверхностью внутреннего зуба (наличие зазора Δ) [1]:

$$\varepsilon = \frac{1}{\pi \cos \alpha} \left[\sqrt{r_{ag}^2 - r_{bg}^2} + a_w \sin \alpha_w - \sqrt{r_{ab}^2 - r_{bb}^2} \right] \geq 1; \quad (4)$$

$$\delta = \sqrt{\left(\sqrt{r_{ab}^2 - r_{bb}^2} - a_w \sin \alpha_w\right)^2 + r_{bg}^2 - r_{lg}^2} \geq 0; \quad (5)$$

$$\Delta = r_{ab} \left[\frac{\operatorname{inv} \alpha_w}{z_b} - \operatorname{inv} \alpha_{ab} + \frac{z_g}{z_b} (\Phi_1 + \operatorname{inv} \alpha_{ag}) - \Phi_2 \right] \geq 0. \quad (6)$$

В уравнениях (3)–(6) $\alpha_{ab} = \arccos \left(\frac{mz_b \cos \alpha}{2r_{ab}} \right)$;

$$r_{\varphi b} = r_{ab} - a_w; \quad a_w = \frac{m(z_b - z_g) \cos \alpha}{2 \cos \alpha_w};$$

$$\alpha_{ag} = \arccos \left(\frac{mz_g \cos \alpha}{2r_{ag}} \right); \quad \Phi_1 = \arccos \left(\frac{r_{ab}^2 - r_{ag}^2 - a_w^2}{2a_w r_{ag}} \right);$$

$$\Phi_2 = \arccos \left(\frac{r_{ab}^2 - r_{ag}^2 + a_w^2}{2a_w r_{ab}} \right); \quad z_b, x_b — \text{соответствен-}$$

но число зубьев и коэффициент смещения исходного контура неподвижного колеса b ; $\theta_{\varphi b}$ — полярный угол, соответствующий радиус-вектору точки переходной кривой сателлита $r_{\varphi b}$ и определяемый из уравнений (1).

Следует отметить, что радиус окружности вершин зубьев неподвижного колеса не должен быть меньше предельного для данного исходного контура его значения, или в соответствии с общеизвестной формулой станочного зацепления

$$r_{ab} \geq m \left[0,5z_0 - h_a^* + \frac{(z_b - z_0) \cos \alpha}{2 \cos \alpha_{w0}} \right], \quad (7)$$

где угол α_{w0} определяется из равенства $\operatorname{inv} \alpha_{w0} = \operatorname{inv} \alpha + 2(x_b - x_0) \frac{\operatorname{tg} \alpha}{z_b - z_0}$; h_a^* — коэффициент высоты головки зуба исходного контура; z_0, x_0 — соответственно число зубьев и коэффициент смещения исходного контура долбяка.

В соответствии с этим, задавшись числами зубьев колес и величинами $x_g, \varepsilon, \Delta, z_0, x_0$, из уравнений (4), (6) и (7) определяются радиусы r_{ag}, r_{ab} и угол зацепления α_w , после чего по уравнениям (3) и (5) осуществляется проверка на наличие зазоров ν и δ .

Выполненные таким образом расчеты показывают, что при $x_0 = x_g = 0; \varepsilon = 1,05; \Delta = 0,5m; z_0 = 25; 60 \leq z_g \leq 140$ и предельном по условию (7) значении r_{ab} угол зацепления практически не меняется с изменением числа зубьев, но существенно меняется с изменением $\Delta z = z_b - z_g$: при $\Delta z = 1 \alpha_w = 59,2^\circ$; при $\Delta z = 2 \alpha_w = 47,9^\circ$; при $\Delta z = 3 \alpha_w = 42,3^\circ$. При этом обеспечиваются необходимые зазоры ν и δ , гарантирующие отсутствие явления интерференции и заклинивания передачи.

Для оценки изгибной прочности зубьев сателлита, лимитирующей нагрузочную способность передачи, определялся коэффициент их формы методом конечно-элементного анализа (рис. 3).

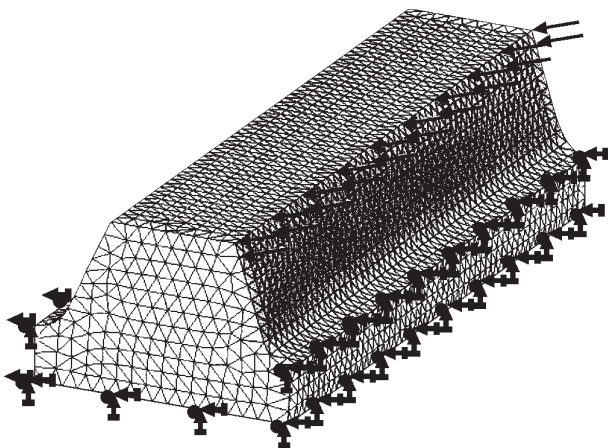


Рис. 3. Модель зуба сателлита для определения напряжений в программе SolidWorks (Полноцветную версию см. <http://www.izvuzmash.bmstu.ru>)

В таблице приведены средние значения коэффициента формы зуба сателлита $y_F = \frac{mb\sigma_F}{F_t}$

в зависимости от ε и ΔZ при $60 \leq z_g \leq 140$ и определенных по приведенным выше зависимостям параметрах зацепления (σ_F — найденное численно максимальное значение напряжения у основания зуба; F_t — окружная сила; b — длина зуба).

С учетом этого из решения уравнений совместности перемещений зубьев определяются составляющие нагрузки в зацеплении и нагрузочная способность передачи [7].

Коэффициент формы зуба сателлита с модифицированным исходным контуром

ε	Δz		
	1	2	3
1,0	2,65	2,34	2,21
1,05	2,77	2,45	2,31

Таким образом установлено, что в зубчатой планетарной передаче типа К-Н-V с модифицированным исходным контуром сателлита при рациональных геометрических параметрах зацепления обеспечивается высокая изгибная прочность зубьев (на 15...20% выше прочности зубьев сателлита со стандартным исходным контуром), лимитирующая нагрузочную способность механизма. Несущая способность указанной передачи выше, чем аналогичный показатель наиболее распространенной традиционной трехсателлитной передачи типа 2К-Н [8, 9], благодаря нахождению под нагрузкой в каждом зацеплении одновременно многих пар зубьев (до 7 пар [7]).

Литература

[1] Singh A., Kahraman A., Ligata H. Internal gear strains and load sharing in planetary transmissions: Model and experiments. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, 2008, no. 130(7), pp. 0726021–07260210. Doi: 10.1115/1.2890110.
 [2] Тимофеев Г.А., Самойлова М.В. Геометро-кинематическое исследование комбинированного планетарно-волнового механизма. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2012, № 1, с. 70–80.
 [3] Лопатин Б.А., Полуэктов Е.А., Хаустов С.А. Формирование внутреннего приближенного зацепления цилиндрико-конических передач. *Вестник ЮУрГУ. Сер. Машиностроение*, 2011, № 17, с. 39–48.
 [4] Иванов А.С., Ермолаев М.М., Крикунов Д.Э., Мирошник А.А., Руднев С.К., Чиркин А.В. Конструктивные исполнения планетарно-цевочных редукторов для высоко-

точных следящих приводов. *Вестник машиностроения*, 2013, № 3, с. 9—11.

[5] Плеханов Ф.И., Молчанов С.М., Сухоруков В.Г. *Планетарная передача*. Пат. 2445529 РФ: МПК F16H1/32, 2010.

[6] Плеханов Ф.И., Перминов Л.П. *Планетарная передача*. Пат. 2475662 РФ: МПК F16H1/32, 2011.

[7] Плеханов Ф.И. Влияние геометрии зацепления колес планетарной передачи типа К-Н-V на показатели ее прочности. *Вестник машиностроения*, 2013, № 3, с. 16—20.

[8] Kahraman A., Ligata H., Singh A. Influence of ring gear rim thickness on planetary gear set behavior. *Journal of Mechanical Design*, 2010, vol. 132, issue 2, pp. 0210021—0210028.

[9] Singh A. Epicyclic load sharing map — development and validation. *Mechanism and Machine Theory*, 2011, vol. 46, issue 5, pp. 632—646.

References

[1] Singh A., Kahraman A., Ligata H. Internal gear strains and load sharing in planetary transmissions: Model and experiments. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, 2008, no. 130(7), pp. 0726021—07260210. Doi: 10.1115/1.2890110.

[2] Timofeev G.A., Samoiloa M.V. Geometro-kinematischeskoe issledovanie kombinirovannogo planetarno-volnovogo mekhanizma [Geometric-Kinematic Study of Combined Planetary-Wave Mechanism]. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Mashinostroenie* [Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Ser. Mechanical Engineering]. 2012, no. 1, pp. 70—80.

[3] Lopatin B.A., Poluektov E.A., Khaustov S.A. Formirovanie vnutrennego priblizhennogo zatseplenii tsilind-

ro-konicheskikh peredach [Formation of internal engagement approximate helical-bevel gear]. *Vestnik IuUrGU. Ser. Mashinostroenie* [Herald SUSU. Ser. Mechanical Engineering]. 2011, no. 17, pp. 39—48.

[4] Ivanov A.S., Ermolaev M.M., Krikunov D.E., Miroshnik A.A., Rudnev S.K., Chirkin A.V. Konstruktivnye ispolneniia planetarno-tsevochnykh reduktorov dlia vysokotochnykh slediashchikh privodov [Structural variations of planetary lantern wheel gear sets for high-precision follower actuators]. *Vestnik mashinostroeniia* [Russian Engineering Research]. 2013, no. 3, pp. 9—11.

[5] Plekhanov F.I., Molchanov S.M., Sukhorukov V.G. *Planetarnaia peredacha* [Planetary gear]. Patent RF no. 2445529 RF, МПК F16H1/32, 2010.

[6] Plekhanov F.I., Perminov L.P. *Planetarnaia peredacha* [Planetary gear]. Patent RF no. 2475662, МПК F16H1/32, 2011.

[7] Plekhanov F.I. Vliianie geometrii zatsepleniiia koles planetarnoi peredachi tipa K-H-V na pokazateli ee prochnosti [Influence of interlocking gear wheel geometry of K-H-V type planetary gear arrangement on strength factors]. *Vestnik mashinostroeniia* [Russian Engineering Research]. 2013, no. 3, pp. 16—20.

[8] Kahraman A., Ligata H., Singh A. Influence of ring gear rim thickness on planetary gear set behavior. *Journal of Mechanical Design*, 2010, vol. 132, issue 2, pp. 0210021—0210028.

[9] Singh A. Epicyclic load sharing map — development and validation. *Mechanism and Machine Theory*, 2011, vol. 46, issue 5, pp. 632—646.

Статья поступила в редакцию 29.11.2013

Информация об авторе

ПЛЕХАНОВ Федор Иванович (Глазов) — доктор технических наук, профессор, директор Глазовского инженерно-экономического института (филиала) ФГБОУ ВПО «Ижевский государственный технический университет им. М.Т. Калашникова» (427622, Удмуртская Республика, Глазов, ул. Кирова, д. 36, e-mail: gfi@gfi.edu.ru).

Information about the author

PLEKHANOV Fedor Ivanovich (Glazov) — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Director of Glazov Engineering Economic Institute (branch) of Kalashnikov Izhevsk State Technical University (Kirova str., 36, 427622, Glazov, Udmurtia, Russian Federation, e-mail: gfi@gfi.edu.ru).



В Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана вышла в свет монография «Машины для правки труб. Конструкции, расчеты, исследования» автора И.С. Ротова.

В монографии изложена технология правки труб и прутков, представлены конструкции машин для ее осуществления, в том числе с одной трехвалковой обоймой, роторные и др.

Приведены формулы для расчета нагрузки на валки и крутящего момента их привода. Предложена методика расчета радиальной и угловой настройки валков, которая позволяет разработать вычислительные программы автоматизированного управления приводами правильной машины.

По вопросам приобретения обращайтесь:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.

Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;

press@bmstu.ru; www.baumanpress.ru