

# РАСЧЕТ И КОНСТРУИРОВАНИЕ МАШИН

62-503.55; 62-585.1

## СИНТЕЗ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ С АРОЧНЫМИ ЗУБЬЯМИ

Асп. А.Н. ПАРШИН

*Предложен метод синтеза зацепления цилиндрических колёс с арочными бочкообразными зубьями с использованием программного комплекса «T-Flex», позволяющий получить требуемый продольный бочкообразный профиль арочных зубьев.*

*При синтезе по заданной базовой форме линии смещения исходного контура на развертке делительного цилиндра определяется форма линий смещения исходного контура для выпуклой и вогнутой сторон арочных зубьев.*

*Решение задачи синтеза основано на использовании метода сечений. Метод заключается в том, что арочное зацепление по длине зубьев разбивается поперечными сечениями на интервалы, которые образуют массив элементов арочного зацепления, принимаемых за элементарные прямозубые колёса. Суммарное пятно контакта массива элементарных зубьев принимается равным пятну контакта между зубьями арочных колёс.*

*Применение предложенной методики синтеза арочного зацепления с бочкообразными зубьями позволяет исключить выход пятна контакта на кромки зубьев колёс и обеспечить равномерное распределение нагрузки по длине зуба, тем самым повысить нагрузочную способность и износостойкость цилиндрического арочного зацепления.*

В настоящее время взамен прямозубых зубчатых передач получают распространение передачи с арочными зубьями. Эти передачи по сравнению с прямозубыми обладают более высокой нагрузочной способностью, плавностью работы, бесшумностью и увеличенным углом перекрытия. Однако существующие передачи с арочными зубьями характеризуются неравномерностью нагружения арочных зубьев по длине с её увеличением к

торцовыми участками зубьев. Это вызывает повышение изгибных и контактных напряжений на этих участках, кромочное выкрашивание, повышенный износ зубьев и снижает нагрузочную способность арочного зацепления.

Существующие методы синтеза арочного зацепления [1÷5] относятся к зацеплению с постоянной шириной зубьев в поперечных сечениях по их длине.

Одним из путей повышения нагрузочной способности и улучшения эксплуатационных показателей зацепления зубчатых передач с арочными зубьями является выполнение зубьев бочкообразными (рис.1).

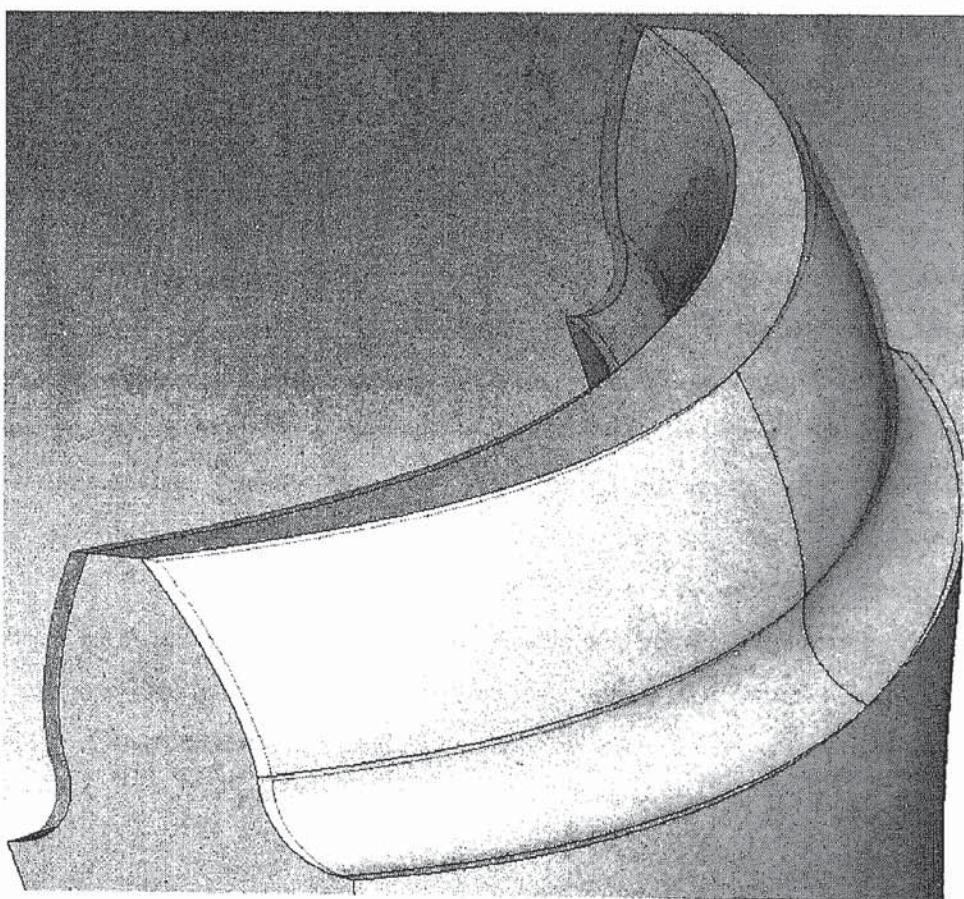


Рис.1 Бочкообразный зуб арочного цилиндрического колеса

Однако в настоящее время отсутствуют методы синтеза зацепления с бочкообразными арочными зубьями. В связи с этим разработан метод синтеза арочного зацепления с бочкообразными зубьями, основанный на определении форм линий смещения исходного контура выпуклой и вогнутой

рабочих поверхностей, обеспечивающих равномерное нагружение и распределение изгибных напряжений по всей длине зуба и повышение нагрузочной способности арочного зацепления.

При синтезе арочного зацепления, как и для прямозубого зацепления, задаются: модуль зацепления, параметры эвольвентного зуба, конструктивные параметры зубчатых колёс.

Определяющим заданным параметром синтеза является форма развертки базовой линии смещения исходного контура, задаваемая на развертке делительного цилиндра. Эта форма может быть различной, однако на практике в качестве исходной формы удобно принимать участок окружности задаваемого радиуса на ширине зубчатого колеса с центром в его центральном поперечном сечении. По заданной форме базовой линии смещения исходного контура при синтезе определяются параметры искомых линий смещения исходного контура выпуклой и вогнутой рабочих поверхностей арочных бочкообразных зубьев.

Решение задачи синтеза арочного зацепления основано на методе сечений. Метод заключается в том, что арочное зацепление по длине зубьев разбивается сечениями на интервалы, между которыми образуются элементы арочного зацепления.

На развертке 1 делительного цилиндра 2 зубчатого колеса (рис.2, б) тонкими линиями показаны развертки линий смещения исходного контура для выпуклой 3 и вогнутой 4 рабочих поверхностей зубьев и базовая линия смещения 5, имеющая форму участка окружности радиуса  $R_a$ . Действительные линии смещения на делительном цилиндре (Рис. 2, а) обозначены позициями 6, 7, 8. Синтезируемые линии смещения исходного контура в поперечных сечениях делительного цилиндра и на его развертке смешены от базовой на некоторую величину  $\Delta s$ , которая увеличивается от нулевого значения в центральном поперечном сечении до максимального значения на торцах зубчатого колеса. Изменение этой величины формирует синте-

зируемые линии смещения исходного контура на делительном цилиндре, поэтому определение значений  $\Delta s$  является главной задачей синтеза.

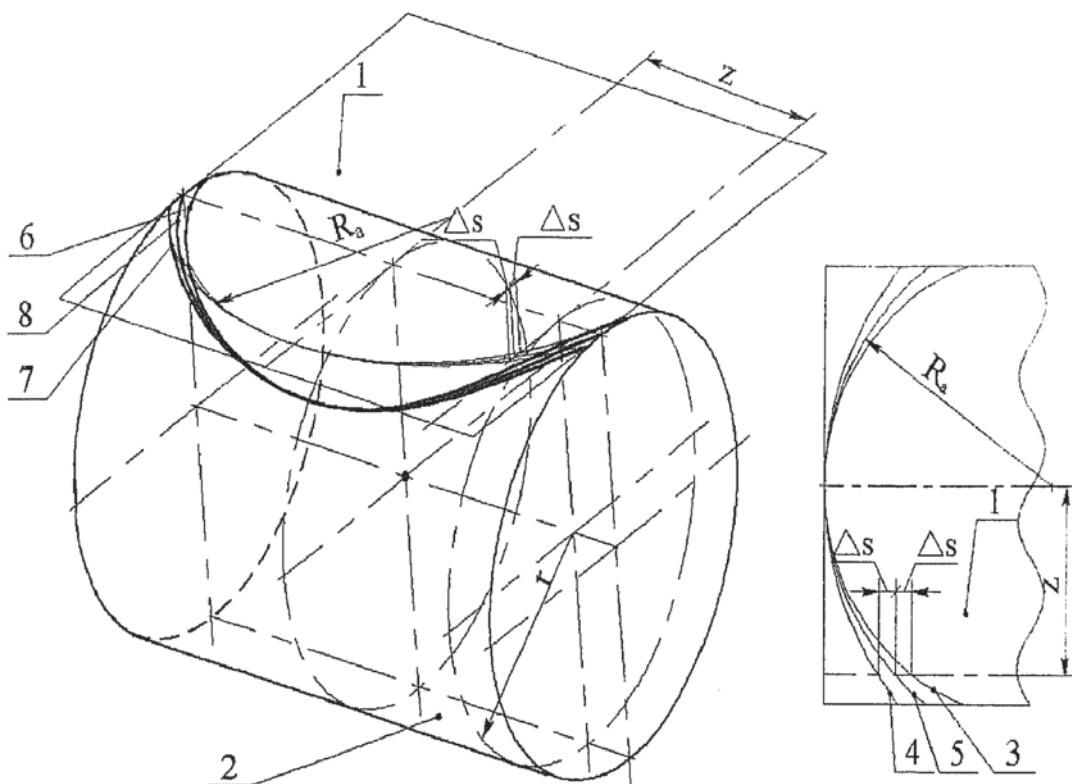


Рис.2 Схема формирования синтезируемых линий смещения исходного контура для выпуклых и вогнутых поверхностей арочного зуба (а) и их положение на развёртке делительного цилиндра (б)

Эта задача решается из условия равномерного распределения изгибных напряжений по длине зубьев как для выпуклой, так и для вогнутой поверхности, обеспечивающего максимальную нагрузочную способность арочного зацепления. При синтезе элементы арочного зацепления с шириной равной интервалу рассечения между поперечными сечениями рассматриваются в виде элементарных прямозубых цилиндрических колёс малой ширины, сумма площадей пятен контакта которых равна площади пятна контакта зубьев арочного зацепления. Для зацепления с арочными бочкообразными зубьями ширина зубьев элементарного прямозубого колеса по делительному цилинду меньше на величину  $2\Delta s$ , чем для зацепления арочных зубьев с постоянной шириной зуба в поперечных сечениях.

Из условия достижения постоянства изгибных напряжений арочных зубьев по длине как для выпуклой, так и для вогнутой рабочих поверхностей зубьев, следует соотношение, получаемое после преобразования формулы для местных напряжений в опасном сечении, приведённой в работе [6]:

$$\left( \frac{6 \cdot h_c \cdot \cos(\tau_c)}{S_{dc}^2} - \frac{\sin(\tau_c)}{S_{dc}} \right) \cdot b_{cc} = \left( \frac{6 \cdot h \cdot \cos(\tau)}{S_{dc} (\Delta s)^2} - \frac{\sin(\tau)}{S_{dc} (\Delta s)} \right) \cdot b_c (\Delta s), \quad (1)$$

где  $h_c$  – плечо тангенциальной составляющей  $P_c^\tau$  силы  $P$ , действующей в центральном поперечном сечении I зуба по линии зацепления относительно опасного сечения (Рис.3);

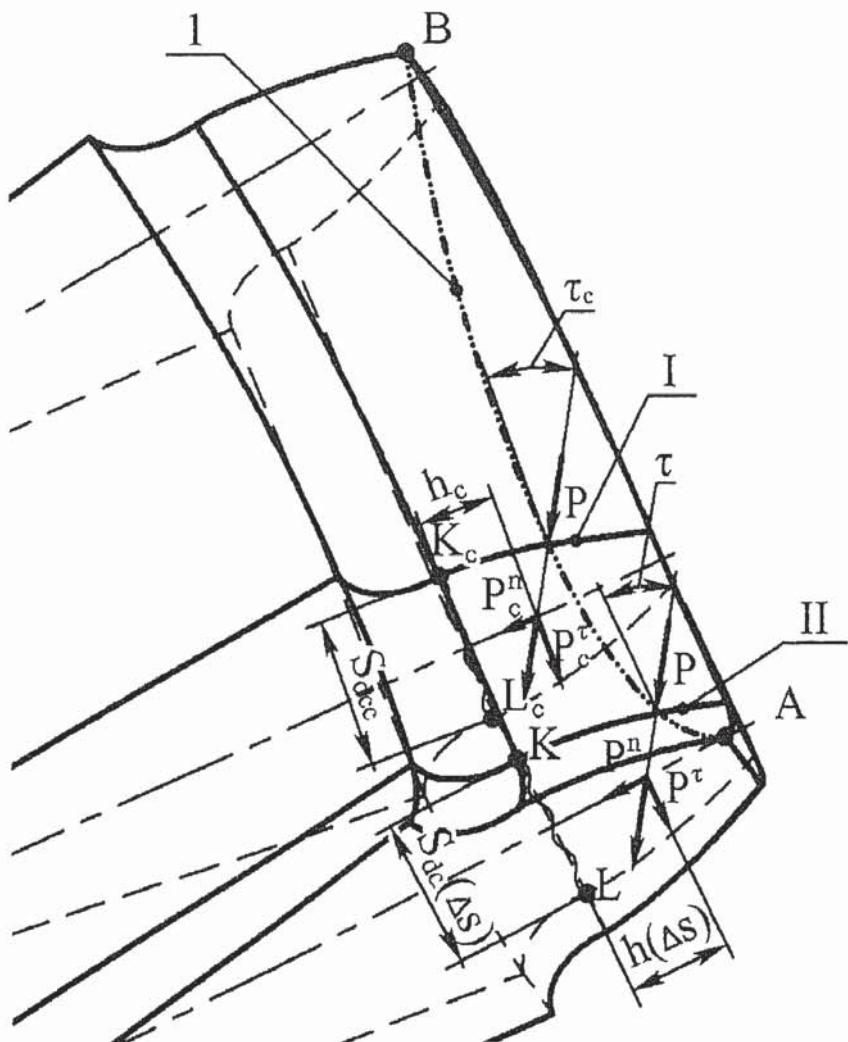


Рис.3 Схема нагружения арочного зуба

$h(\Delta s)$  – то же, для таких же сил, действующих в остальных сечениях (например, в сечении II);

$\tau_c$ ,  $\tau$  – углы между направлением сил, действующих в центральном и других поперечных сечениях, и опасными сечениями;

$S_{dec}$ ,  $S_{dc}(\Delta s)$  – ширина опасных сечений в центральном и остальных поперечных сечениях зубьев;

$b_{cc}$  и  $b_c(\Delta s)$  – среднее значение ширины пятна контакта между элементарными зубьями в центральном и других поперечных сечениях.

Опасные сечения представляют собой основания элементарных прямых зубьев, ширина которых равна интервалу разбиения арочного зуба по длине. Плечи  $h_c$  и  $h(\Delta s)$  определяются для центральных поперечных сечений элементарных зубьев. Ширина  $S_{dec}$  опасного сечения определяется длиной отрезка  $K_c L_c$  для центрального поперечного сечения, а ширина  $S_{dc}(\Delta s)$  – длиной отрезка KL. Начало и конец этих отрезков расположены в точках начала эвольвентного профиля в поперечных сечениях элементарных зубьев.

При синтезе рассматривается относительное положение зубьев, при котором крайние точки A и B пятна контакта 1 зубьев расположены в плоскости зацепления на окружностях вершин зубьев в торцевых сечениях. Такое положение пятна контакта соответствует максимальному значению главного вектора распределённых сил, действующих по пятну контакта в момент его образования на всей рабочей поверхности зуба, а также максимальному изгибающему моменту, действующему на арочный зуб в его основании. Среднее значение  $b_{cc}$  и  $b_c(\Delta s)$  ширины пятен контакта элементарных зубьев определяется из решения задачи Герца при условии, что при постоянных изгибных напряжениях по длине арочного бочкообразного зуба площадь пятен контакта элементарных зубьев будет различна и увели-

чиваться от торцов зубчатого колеса к его центральному сечению. Изменение площади пятен контакта между элементарными зубьями по длине арочного зуба с достаточной степенью точности соответствует изменению отклонений  $\Delta s$  от базовой линии смещения исходного контура (см. Рис.2).

Определив  $\Delta s$ , получают продольный профиль арочных зубьев, удовлетворяющий главному условию синтеза.

Площадь пятна контакта элементарных зубьев ввиду их малой ширины можно оценить по величине контактных деформаций зубьев.

Контактные деформации при определении площади пятна контакта элементарных зубьев моделировали их условными пересечениями (отрицательными зазорами)  $\delta_{AB}$  (рис.4) при условии абсолютной жесткости зубьев.

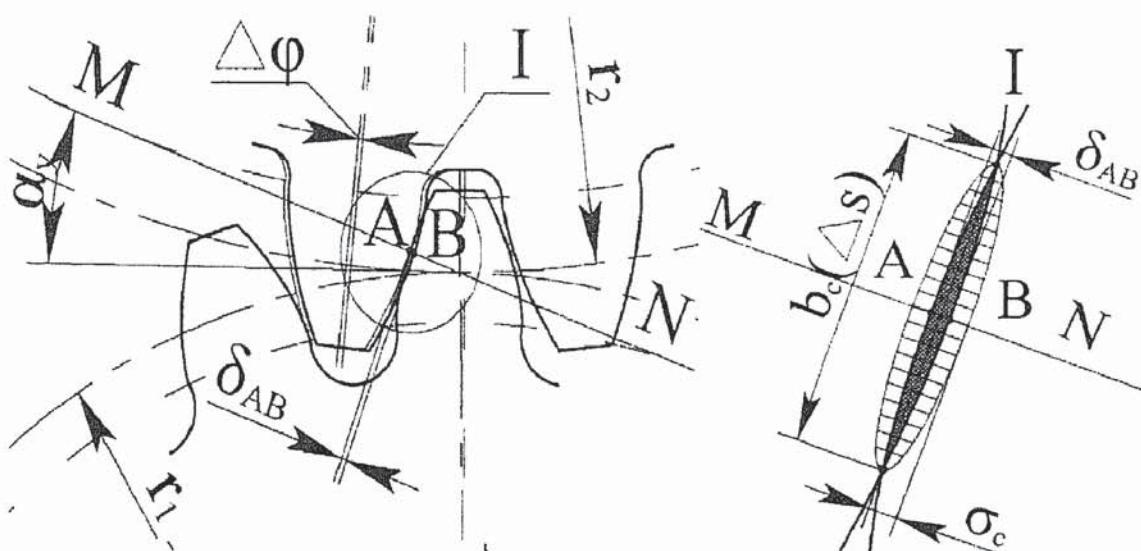


Рис. 4

Угол  $\Delta\phi$  относительного поворота зубьев при условном пересечении  $\delta_{AB}$  считается отрицательным и соответствует отрицательному линейному зазору в плоскости зацепления  $MN$  (Рис.4). Требуемое значение угла  $\Delta\phi$  соответствует отклонениям  $\Delta s$ , при которых линии смещения исходного

контура выпуклой и вогнутой сторон арочных зубьев удовлетворяют главному условию синтеза.

При синтезе последовательно задаются значениями угла  $\Delta\phi$  с их возрастанием от нуля с заданным интервалом. Для этих значений по отношению (1) определяются отклонения  $\Delta s$  и формы линий смещения исходного контура. Из решения задачи Герца для этих линий смещения определяются условные пересечения  $\delta_{AB}$  и новый угол  $\Delta\phi$ . Этот угол сравнивается с заданным и при их совпадении с требуемой точностью получают отклонения  $\Delta s$ , а следовательно и формы линий смещения исходного контура, удовлетворяющие условиям синтеза.

Размеры пятна контакта определяли из решения системы четырёх параметрических уравнений, связывающих координаты начальных точек пересечения эвольвент в поперечных сечениях зацепления арочных зубьев в системе координат  $XO_1Y$  с центром  $O_1$  на оси зубчатого колеса с параметрами, обозначенными индексом 1 (рис.5).



Рис. 5 К решению системы уравнений (2)

Система параметрических уравнений имеет вид

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{r_{b1}}{\cos(\alpha_1)} \cdot \sin(tg(\alpha_1) - \alpha_1) \cdot \cos(\beta_1) + \\ + \frac{r_{b1}}{\cos(\alpha_1)} \cdot \cos(tg(\alpha_1) - \alpha_1) \cdot \sin(\beta_1) \\ y = -\frac{r_{b1}}{\cos(\alpha_1)} \cdot \sin(tg(\alpha_1) - \alpha_1) \cdot \sin(\beta_1) + \\ + \frac{r_{b1}}{\cos(\alpha_1)} \cdot \cos(tg(\alpha_1) - \alpha_1) \cdot \cos(\beta_1) \\ x = \frac{r_{b2}}{\cos(\alpha_2)} \cdot \sin(tg(\alpha_2) - \alpha_2) \cdot \cos(\beta_2 - \pi) + \\ + \frac{r_{b2}}{\cos(\alpha_2)} \cdot \cos(tg(\alpha_2) - \alpha_2) \cdot \sin(\beta_2 - \pi) \\ y = m \cdot \frac{z_1 + z_2}{2} - \frac{r_{b2}}{\cos(\alpha_2)} \cdot \sin(tg(\alpha_2) - \alpha_2) \cdot \sin(\beta_2 - \pi) + \\ + \frac{r_{b2}}{\cos(\alpha_2)} \cdot \cos(tg(\alpha_2) - \alpha_2) \cdot \cos(\beta_2 - \pi) \end{array} \right. , \quad (2)$$

где  $\beta_1 = -\phi_1 - \Delta\alpha_1 - \operatorname{inv}(\alpha_y) - \pi / (2 \cdot z_1) + \Delta s / r_1$ ,

$\beta_2 = \phi_2 - \Delta\phi + \pi / (2 \cdot z_2) + \Delta\alpha_2 - \operatorname{inv}(\alpha_y) + \Delta s / r_2$ ,  $\alpha_1$  – базовый параметр первого колеса,  $\alpha_2$  – базовый параметр второго колеса,  $\alpha_y$  – угол профиля условной инструментальной арочной рейки,  $z_1$  и  $z_2$  – числа зубьев первого и второго колеса,  $r_1$  и  $r_2$  – радиусы делительных цилиндров первого и второго колеса,

$$\Delta\alpha_1 = \frac{R_a - \sqrt{R_a^2 - z^2}}{r_1}, \quad \Delta\alpha_2 = \frac{R_a - \sqrt{R_a^2 - z^2}}{r_2}.$$

Из решения этой системы совместно с соотношением (1) определяются средняя ширина пятна контакта между элементарными зубьями и значения отклонений  $\Delta s$ .

Для решения системы уравнений (2) разработаны программные модели арочного зацепления с бочкообразными зубьями с использованием про-

граммного комплекса «T-Flex». Этот комплекс выполняет геометрические построения с размерами арочных зубьев с заданной точностью.

По полученным значениям отклонений  $\Delta s$  определяются синтезированные формы линий смещения исходного контура, по которым задаются законы движения режущего инструмента при нарезании бочкообразных зубьев арочных колёс.

Применение предложенной методики синтеза арочного зацепления с бочкообразными зубьями позволяет исключить выход пятна контакта на кромки зубьев колёс и обеспечить равномерное распределение нагрузки по длине зуба, тем самым повысить нагрузочную способность и износостойкость цилиндрического арочного зацепления.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Беляев А.И., Сирицин А.И., Сирицин Д.А. «Обеспечение теоретически точной геометрии зубьев цилиндрических арочных передач» тез. докл. междунар. науч.-техн. конф. «Качество долговечность зубчатых передач и редукторов» Харьков:1995.С.69.
2. Беляев А.И., Сирицин А.И., Сирицин Д.А. «Особенности изготовления и применения высокоточных арочных тяговых зубчатых передач» Вестник машиностроения 1997 №1 С. 3-6.
3. Беляев А.И., Сирицин А.И., Сирицин Д.А. «Результаты испытаний арочных зубьев колёс на износ и сопротивление усталости при изгибе» Вестник машиностроения 1997 №1 С.6-8.
4. Беляев А.И., Сирицин А.И., Сирицин Д.А. «Геометрический расчёт и технология нарезания колёс с арочными зубьями» Вестник машиностроения 1999 №1 С. 3-8.
5. K. Syzrantseva, V. Syzrantsev, M.Varshavsky «Contact load and endurance of cylindrical gearing with arch-shaped teeth» ICMT'2001 Proceedings of the International Conference on Mechanical Transmissions: April 5-9, 2001, Chongqing, China: P.425-431.
6. Решетов Д.Н. «Детали машин» Учеб. для втузов – М.: Высш.шк., 1989 С. 151-191.