

621.8

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РАСЧЕТА ПРУЖИННОГО ПАКЕТА ВОЛНОВОГО РЕДУКТОРА МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ (МКЭ)

Асп. А.И МАЙКОВ, д-р техн.наук., проф. С. С. КЛЕНИКОВ

Построена математическая модель расчета пружинного пакета волнового редуктора методом конечных элементов. Сравнение решений, полученных методом конечных элементов, методом конечных разностей и ограниченного числа аналитических решений показало адекватность построенных расчетных моделей пружинного пакета волновой передачи.

Для гибкого колеса, изготовленного в виде кольцевого пружинного пакета (рис.1), составляющие радиальных перемещений зубчатого венца за счет его собственного изгиба будут значительно меньше, чем у гибких колес в виде оболочек. Существенное увеличение радиальной податливости зубчатого венца в этом случае обеспечивается за счет дополнительных упругих перемещений от совместного деформирования всех соосных колец пакета. Пакет состоит из соосных колец, соединенных между собой жесткими нерастяжимыми перемычками. Одно из них (например, внутреннее кольцо) жестко связано с основанием в заделках.

Цель данной работы состоит в построении математической модели плоского деформирования пакета методом конечных элементов (МКЭ).

Уравнение равновесия кругового кольца с нерастяжимой средней линией и постоянной жесткостью в перемещениях имеет вид [1, 2]:

$$\frac{d^6 v}{d\varphi^6} + 2 \frac{d^4 v}{d\varphi^4} + \frac{d^2 v}{d\varphi^2} + \frac{R^4}{EJ} \left(q_\varphi + \frac{dq_n}{d\varphi} \right) + \frac{R^3}{EJ} \left(\frac{d^2 m}{d\varphi^2} + m \right) = 0, \quad (1)$$

где $v(\varphi)$ – касательные перемещения, R – радиус средней линии, EJ – изгибная жесткость, а q_φ , q_n – внешние погонные окружная и радиальная нагрузки, m – изгибающий момент. Уравнение (1) имеет аналитическое решение только в ограниченном числе частных случаев – когда внешние нагрузки заданы в виде простых аналитических функций. Поэтому в предлагаемой расчетной модели пакета численное решение урав-

нения (1) производилось методом конечных элементов (МКЭ). Метод конечных разностей в приложении к данной задаче подробно описан в [3], [4].

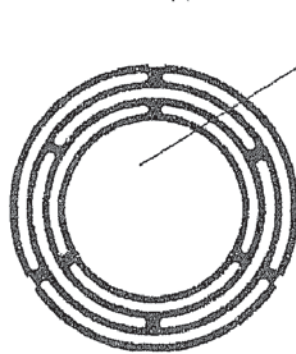


Рис.1

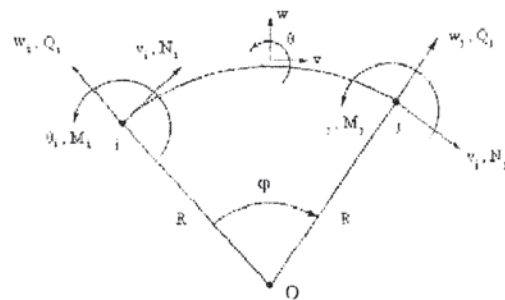


Рис.2

Разобьем кольцо на конечные элементы в виде криволинейных стержней рис.2.

С учетом нерастяжимости средней линии строится матрица жесткости отдельного элемента $\{F\}^a = [k]^a \{\delta\}^a$ со следующими функциями формы $N_k = N_k(\varphi, r, C_k) = c_{k1} + c_{k2}\varphi + (c_{k3} + c_{k4}\varphi)\cos\varphi + (c_{k5} + c_{k6}\varphi)\sin\varphi$. Наборы констант находятся из решения системы линейных алгебраических уравнений:

$$v(\varphi_i) = v_i, \quad -\frac{dv}{d\varphi}(\varphi_i) = w(\varphi_i) = w_i, \quad -\frac{1}{R} \left(\frac{d^2v}{d\varphi^2}(\varphi_i) + v(\varphi_i) \right) = \theta(\varphi_i) = \theta_i,$$

$$v(\varphi_j) = v_j, \quad -\frac{dv}{d\varphi}(\varphi_j) = w(\varphi_j) = w_j, \quad -\frac{1}{R} \left(\frac{d^2v}{d\varphi^2}(\varphi_j) + v(\varphi_j) \right) = \theta(\varphi_j) = \theta_j. \quad (2)$$

Зная матрицы жесткостей отдельных элементов, собирается глобальная матрица жесткости [1].

Наложение связей. Если i -й узел кольца жестко заделан, то в этом узле все перемещения равны нулю, т.е. $v_i = 0$, $w_i = 0$, $\theta_i = 0$. Если диагональные элементы подматрицы, соответствующей i -му элементу, умножить на большое число P ($P \gg \max(k_{ij})$), то при решении системы уравнений будет выполнено условие заделки. Таким образом, получается система уравнений для всего кольца. После ее решения, находятся узловые перемещения и по ним строятся функции перемещений для каждого конечного элемента. Так строится решение для отдельного замкнутого кольца. Пружинный пакет состоит из нескольких колец. Для каждого из них составляется матрицы жесткости, далее эти матрицы соединяются в одну глобальную матрицу жесткости с помощью стыковочных условий для перемещений колец в зоне перемычек, которые принимаются нерастяжимыми, несжимаемыми и неизгибаемыми. Эти условия имеют вид $v_1 + L\theta_1 = v_2$, $w_1 = w_2$,

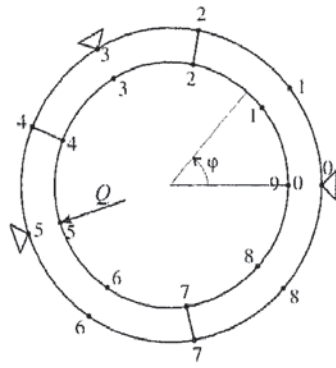


Рис.4

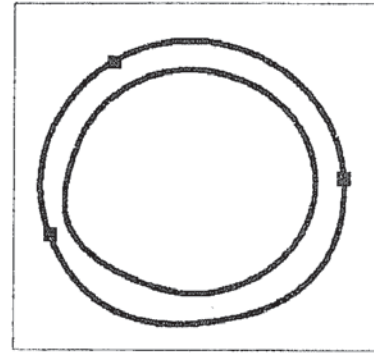


Рис.5

На рис.6(а) и на рис.6(б) изображены графики зависимостей касательных перемещений $v(\varphi)$ для внешнего и внутреннего колец соответственно, полученных ранее МКР [3] (по 100 узловых точек для каждого кольца) и МКЭ (по 9 элементов для каждого кольца). На рис.7: МКР – 500 точек, МКЭ – 18 элементов.

Следует сказать, что МКР является существенно более трудоемким и требует значительно большего расчетного времени. Так, для описанного примера расчет по МКЭ требует лишь 0,13сек, а расчет по МКР – 1,5сек, т.е. затраты машинного времени по МКР более, чем в 10 раз превышают аналогичные затраты по МКЭ. Это особенно важно при многократном решении динамической задачи одностороннего взаимодействия зубьев колес и поиска форм их деформирования в переходных режимах.

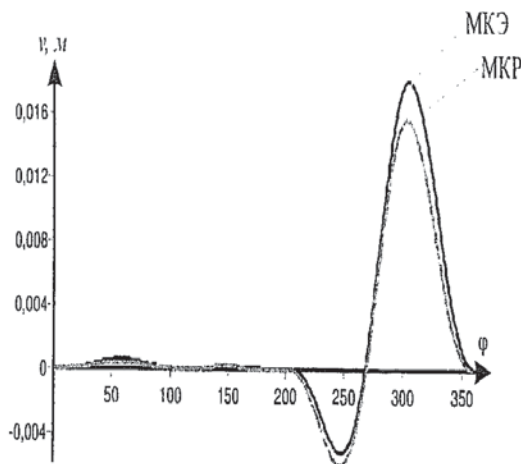


Рис.6(а).

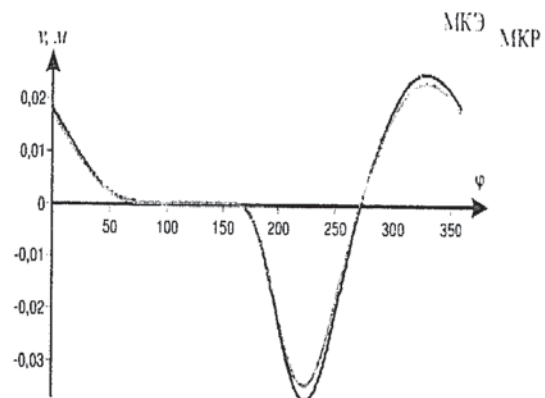


Рис.6(б).

Также решения строились для симметричных нагружений и в рядах Фурье [5]. Результаты расчетов в этом случае различались с погрешностью менее 1%. То есть предложенная математическая модель на базе МКЭ с весьма высокой степенью точности адекватна реальному объекту.

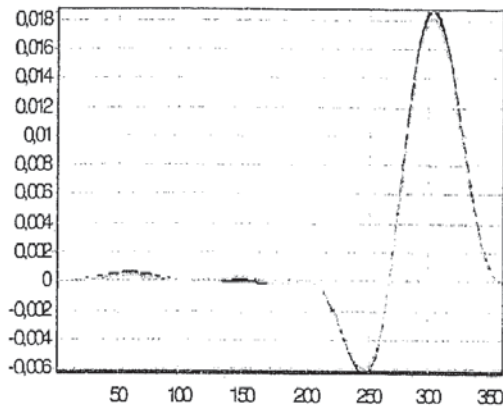


Рис.7(а).

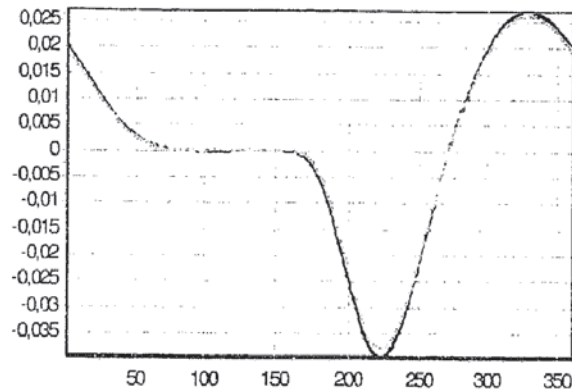


Рис.7(б).

Построенная и реализованная в виде пакета программ математическая модель на базе МКЭ позволяет моделировать процесс деформирования пружинного пакета из соосных круговых колец, соединенных жесткими перемычками, с целью рационального проектирования волновых передач с уменьшенными осевыми габаритами, высокой кинематической точностью, с более высоким к.п.д. и запасом прочности и из менее дешевых материалов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мяченков В.И., Малыцев В.П., Майборода В.П. и др. Расчеты машиностроительных конструкций методом конечных элементов – М.: Машиностроение, 1989.
2. Чижов В.Ф. Теория тонкостенных элементов конструкций: Учебное пособие Часть II. М.: МАИ, 1980.
3. Клеников С.С., Майков А.И. Разработка математической модели волнового редуктора с круговой формой зубьев и упругими звеньями в виде кольцевых пружинных пакетов. Тезисы докладов и выступлений студентов, аспирантов и преподавателей на VII межвузовской научно-практической конференции – М.: МГИУ, 2006, с.327-335.
4. Клеников С.С., Майков А.И. Материалы Международной научной студенческой конференции «Научный потенциал студенчества – будущему России». Том первый. Естественные и

точные науки. Технические и прикладные науки. Разработка математической модели волновой передачи с круговой формой зубьев и упругими звеньями в виде кольцевых пружинных пакетов. – Ставрополь: СевКавГту, 2007, с.115-116.