

РАСЧЕТ И КОНСТРУИРОВАНИЕ МАШИН

519.246

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ НА ОСНОВЕ СТОХАСТИЧЕСКИХ РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ КОЛЕБАНИЙ

Д-р физ-мат. наук, проф. В.П. РАДЧЕНКО, канд. физ-мат. наук, доц. В.Е. ЗОТЕЕВ

Рассматривается новый метод определения динамических характеристик диссипативной системы по мгновенным значениям виброграммы затухающих колебаний. В основе метода лежит вычисление среднеквадратичных оценок коэффициентов линейно параметрической дискретной модели в форме стохастического разностного уравнения. Приведены результаты численно-аналитических исследований эффективности предлагаемого метода. По сравнению с известным методом определения декремента колебаний погрешность вычислений может быть уменьшена на порядок.

New method for determination of dynamic characteristics of dissipative systems according to instantaneous values of damped oscillations trace is considered. The method is based on computation of root-mean-square estimations for coefficients of linear parametrical discrete model in the form of stochastic difference equation. Results of numerically-analytical investigations of suggested method effectiveness are provided. Computations inaccuracy can be decreased by order in comparison with well-known method for definition oscillation decrement by using amplitude envelope curve.

Известно, что техническое состояние механической системы тесно связано с ее диссипативными характеристиками. Поэтому достоверная оценка и анализ изменения характеристик рассеяния энергии колебаний механической системы в процессе ее эксплуатации или прочностных промышленных испытаний является важнейшей проблемой в машиностроении. Традиционные методы определения диссипативных характеристик обычно используют результаты нескольких измерений: либо огибающей амплитуд колебаний, либо амплитудно-частотной характеристики в методе кривой резонанса [1, 2]. Точность вычислений декремента колебаний этими методами, как правило, невелика и существенно зависит от величины случайной помехи в результатах измерений. Этот недостаток объясняется низким уровнем компьютеризации в информационных технологиях в машиностроении на момент разработки большинства из известных методов. Отдельные попытки частичной или полной компьютеризации и автоматизации процесса определения логарифмического декремента колебаний не затрагивали самой методологии, вследствие чего существенно повысить точность определения декремента колебаний не удавалось [3]. Современный уровень развития средств вычислений позволяет коренным образом изменить методы моделирования, идентификации и диагностики, внедрить в практику исследований демпфирующих свойств машин и механизмов статистические методы анализа и тем самым существенно повысить качество и достоверность результатов обработки экспериментальных данных.

Принципиально решить проблему качественного изменения способа определения диссипативных характеристик механической системы можно только на основе новых математических моделей, ориентированных на применение современных методов па-

раметрической идентификации и компьютеризацию алгоритмов вычислений. К таким моделям относятся линейно параметрические дискретные модели (ЛПДМ) в форме стохастических разностных уравнений колебаний диссипативной системы [4, 5]. Эти модели в виде рекуррентных формул описывают временные последовательности результатов измерений ординат колебаний механической системы. Они линейны относительно параметров (коэффициентов ЛПДМ), которые известным образом функционально связаны с динамическими характеристиками (ДХ) системы: частотой и декрементом колебаний, а также с характеристикой нелинейности диссипативной силы.

Оценка динамических характеристик диссипативной системы по результатам измерений ординат колебаний осуществляется в два этапа. Вначале вычисляются среднеквадратичные оценки коэффициентов ЛПДМ. Применение статистических методов обработки экспериментальных данных и идентификации динамических систем с использованием современных средств вычислений позволяет обеспечить высокую помехозащищенность полученных оценок в широком диапазоне изменения параметров динамического процесса в системе. На заключительном этапе по известным соотношениям вычисляются динамические характеристики системы, начальная амплитуда и фаза колебаний, а также оценивается погрешность результатов вычислений. Определение динамических характеристик через среднеквадратичные оценки коэффициентов ЛПДМ в форме стохастического разностного уравнения позволяет существенно повысить точность вычислений, обеспечить оперативность определения интересующих нас параметров, расширить функциональные возможности за счет оценки нелинейности диссипативной силы.

Проиллюстрируем эффективность предлагаемого метода определения ДХ на примере диссипативной системы с линейно вязким трением, свободные колебания которой описываются функцией

$$\tilde{y}(t) = a_0 \exp\left(-\frac{\delta t}{T}\right) \cos(\omega t + \psi_0), \quad (1)$$

где ω , $T = \frac{2\pi}{\omega}$ и δ — частота, период и декремент колебаний, соответственно; a_0 и

ψ_0 — начальные амплитуда и фаза колебаний. Мгновенные значения ординат колебаний в моменты времени $t_k = \tau k$, $k = 0, 1, 2, \dots$, где τ — период дискретизации, могут быть представлены дискретной функцией, нелинейной относительно динамических характеристик ω и δ ,

$$\tilde{y}_k = \tilde{y}(t_k) = a_0 \exp\left(-\frac{\delta \tau}{T} k\right) \cos(\omega \tau k + \psi_0). \quad (2)$$

Для построения линейно параметрической дискретной модели колебаний систем с линейно вязким трением в виде рекуррентной формулы, связывающей последовательные отсчеты ординат колебаний, используем z — преобразование дискретной функции (2)

$$Z\{\tilde{y}_k\} = a_0 \frac{\cos \psi_0 - z^{-1} \exp\left(-\frac{\delta \tau}{T}\right) \cos(\omega \tau - \psi_0)}{1 - \lambda_1 z^{-1} - \lambda_2 z^{-2}},$$

где $\lambda_1 = 2 \exp\left(-\frac{\delta \tau}{T}\right) \cos \omega \tau$, $\lambda_2 = -\exp\left(-\frac{2\delta \tau}{T}\right)$.

Отсюда $Z\{\tilde{y}_k\} - \lambda_1 z^{-1} Z\{\tilde{y}_k\} - \lambda_2 z^{-2} Z\{\tilde{y}_k\} = a_0 \cos \psi_0 - z^{-1} a_0 \exp\left(-\frac{\delta\tau}{T}\right) \cos(\omega\tau - \psi_0)$. Возвращаясь в пространство оригиналов, используя первую теорему смещения: $z^{-r} Z\{\tilde{y}_k\} = \tilde{y}_{k-r}$, $r = 0, 1, 2$, при условии, что $\tilde{y}_{k-r} = 0$ при $k-r < 0$, получаем детерминированное разностное уравнение вида

$$\tilde{y}_k - \lambda_1 \tilde{y}_{k-1} - \lambda_2 \tilde{y}_{k-2} = \delta_k a_0 \cos \psi_0 - \delta_{k-1} a_0 \exp\left(-\frac{\delta\tau}{T}\right) \cos(\omega\tau - \psi_0), \quad k = 0, 1, 2, \dots,$$

где $\delta_k = \begin{cases} 1, & \text{при } k = 0 \\ 0, & \text{при } k \neq 0 \end{cases}$ — символ Кронекера.

При $k = 0$ и $k = 1$ с учетом $\lambda_4 = -a_0 \exp\left(-\frac{\delta\tau}{T}\right) \sin \omega\tau \sin \psi_0$, отсюда соответственно получаем

$$\tilde{y}_0 = a_0 \cos \psi_0 = \lambda_3, \quad \tilde{y}_1 = \lambda_1 \frac{\tilde{y}_0}{2} + \lambda_4. \quad (3)$$

При $k \geq 2$ приходим к линейно параметрической дискретной модели в форме разностного уравнения второго порядка

$$\tilde{y}_k = \lambda_1 \tilde{y}_{k-1} + \lambda_2 \tilde{y}_{k-2}, \quad k = 2, 3, \dots, \quad (4)$$

которое рекуррентно описывает временную последовательность значений дискретной функции (2).

Коэффициенты в модели (4) связаны с параметрами функциональной зависимости (1) соотношениями

$$\lambda_1 = 2 \exp\left(-\frac{\delta\tau}{T}\right) \cos \omega\tau, \quad \lambda_2 = -\exp\left(-\frac{2\delta\tau}{T}\right), \quad (5)$$

$$\lambda_3 = a_0 \cos \psi_0, \quad \lambda_4 = -a_0 \exp\left(-\frac{\delta\tau}{T}\right) \sin \omega\tau \sin \psi_0.$$

При обработке экспериментальной виброграммы формируется выборка результатов наблюдений y_k , $k = 0, N-1$, где N — объем выборки. Результаты наблюдений y_k содержат аддитивную случайную помеху ε_k : $y_k = \tilde{y}_k + \varepsilon_k$, где \tilde{y}_k — значения дискретной функции (2). Будем предполагать, что случайные возмущения ε_k не зависимы, имеют нулевое математическое ожидание, одинаковые дисперсии σ_ε^2 и подчиняются нормальному закону распределения: $\varepsilon_k \in N(0, \sigma_\varepsilon^2)$. В этом случае разностное уравнение, описывающее временную последовательность результатов измерений мгновенных значений виброграммы свободных колебаний, становится стохастическим [6]. С учетом (3) и (4) ЛПДМ в форме стохастических разностных уравнений можно представить в виде

$$\begin{cases} y_0 = \lambda_3 + \varepsilon_0 \\ y_1 = \lambda_1 \frac{y_0}{2} + \lambda_4 - \frac{\lambda_1}{2} \varepsilon_0 + \varepsilon_1 \\ y_k = \lambda_1 y_{k-1} + \lambda_2 y_{k-2} + \eta_k \\ \eta_k = -\lambda_2 \varepsilon_{k-2} - \lambda_1 \varepsilon_{k-1} + \varepsilon_k, \quad k = \overline{2, N-1}. \end{cases} \quad (6)$$

В матричной форме ЛПДМ, описывающая последовательность результатов измерений мгновенных значений экспериментальной виброграммы, имеет вид обобщенной регрессионной модели

$$\begin{cases} b = F\lambda + \eta \\ \eta = P_\lambda \varepsilon \end{cases} \quad (7)$$

где $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4)^T$ — вектор неизвестных коэффициентов линейно параметрической дискретной модели; $\varepsilon = (\varepsilon_0, \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_{N-1})^T$ — N -мерный вектор случайной помехи в результатах наблюдений; $\eta = (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_N)^T$ — N -мерный вектор эквивалентного возмущения в стохастическом разностном уравнении; $b = (y_0, y_1, y_2, \dots, y_{k-1}, \dots, y_{N-1})^T$ — N -мерный вектор правой части; F — матрица регрессоров размера $N \times 4$, столбцы которой описываются формулами:

$f_{i1} = \left(0, \frac{y_0}{2}, y_1, y_2, \dots, y_{k-2}, \dots, y_{N-2}\right)^T$, $f_{i2} = (0, 0, y_0, y_1, y_2, \dots, y_{k-3}, \dots, y_{N-3})^T$, $f_{i3} = (1, 0, \dots, 0)^T$, $f_{i4} = (0, 1, 0, \dots, 0)^T$; P_λ — матрица размера $N \times N$ в стохастическом уравнении эквивалентного возмущения — нижняя треугольная, ленточная, трех диагональная.

Первый столбец матрицы P_λ имеет вид: $p_{i1} = \left(1, -\frac{\lambda_1}{2}, -\lambda_2, 0, 0, \dots, 0\right)^T$. Остальные столбцы

матрицы P_λ , $j = \overline{2, N}$, описываются формулами

$$p_{ij} = \begin{cases} 0, & 1 \leq i < j, & j = \overline{2, N} \\ 1, & i = j, & j = \overline{2, N} \\ -\lambda_1, & i = j + 1, & j = \overline{2, N - 1} \\ -\lambda_2, & i = j + 2, & j = \overline{2, N - 2} \\ 0, & j + 3 \leq i \leq N, & j = \overline{2, N - 3}. \end{cases} \quad (8)$$

В основе помехоустойчивого метода определения ДХ системы с линейно вязким трением лежит среднеквадратичное оценивание коэффициентов обобщенной регрессионной модели (7). От того, насколько обоснованно и корректно будет выбран метод среднеквадратичного оценивания, существенно зависит точность вычисления коэффициентов ЛПДМ, а следовательно, и динамических характеристик.

По найденным оценкам $\hat{\lambda}_j$ динамические характеристики системы с линейно вязким трением: частота ω и декремент δ колебаний, а также начальная амплитуда a_0 и фаза ψ_0 колебаний, вычисляются по формулам

$$\hat{\omega} = \frac{1}{\tau} \arccos \frac{\hat{\lambda}_1}{2\sqrt{-\hat{\lambda}_2}}, \quad \hat{\delta} = -\frac{\pi}{\omega\tau} \ln \left(-\hat{\lambda}_2\right), \quad \hat{a}_0 = \sqrt{\frac{4\hat{\lambda}_2\hat{\lambda}_3 + \hat{\lambda}_1^2\hat{\lambda}_3 - 4\hat{\lambda}_4}{4\hat{\lambda}_2 + \hat{\lambda}_1}}, \quad \hat{\psi}_0 = -\arctg \frac{2\hat{\lambda}_4}{\hat{\lambda}_3\sqrt{-4\hat{\lambda}_2 - \hat{\lambda}_1}}. \quad (9)$$

Аналогично построены разностные уравнения, описывающие временные последовательности результатов измерений колебаний нелинейных диссипативных систем с силами трения, пропорциональными n -степени скорости движения, в том числе, систем с турбулентным и кулоновым трением [4, 5]. Эти модели в общем случае нелинейны относительно результатов измерений и имеют более высокий порядок.

Стохастическое разностное уравнение $y_k = \lambda_1 y_{k-1} + \lambda_2 y_{k-2} + \eta_k$, связывающее мгновенные значения колебаний системы с линейно вязким трением, имеет наиболее простой вид и по форме совпадает с классической моделью авторегрессии второго порядка. Авторегрессионные (АР) модели в последнее время широко используются при параметрической идентификации линейных динамических систем, в частности, в параметрическом спектральном анализе машин и механизмов [7, 8]. Параметры АР моделей обычно находят из решения системы уравнений Юла-Уолкера через оценки значений автокорреляционной функции [7]. Фактически это означает, что при среднеквадратичном оценивании коэффициентов ЛПДМ используется только первое уравнение системы (7) и априори не учитывается стохастическая модель случайного эквивалентного возмущения в этом уравнении. Такой подход оправдан только при достаточно малых значениях случайной помехи в результатах измерений. При больших значениях (более одного процента) вычисление среднеквадратичных оценок коэффициентов ЛПДМ на основе только первого уравнения системы (7) приводит к большому смещению в результатах оценивания и, как следствие, к резкому увеличению (на порядок и более) погрешности вычисления диссипативной характеристики.

Задача определения динамических характеристик диссипативной системы по результатам наблюдений экспериментальной виброграммы не может считаться решенной до конца, если не дана оценка погрешности результатов вычислений. При использовании метода определения ДХ, в основе которого лежат среднеквадратичные оценки коэффициентов ЛПДМ в форме стохастического разностного уравнения, алгоритм оценивания погрешности результатов вычислений включает следующие этапы. Вначале находятся остатки

$$e = \hat{P}_\lambda^{-1} b - \hat{P}_\lambda^{-1} F \hat{\lambda},$$

где \hat{P}_λ — оценка матрицы P_λ , вычисленная по формулам (8) при $\lambda_j = \hat{\lambda}_j$, $j=1,2$. Затем вычисляется оценка дисперсии s^2 случайной помехи ε_k в результатах измерений:

$$s^2 = \frac{1}{N-4} \sum_{k=1}^N (e_k - \bar{e})^2,$$

где $\bar{e} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N e_k$.

На следующем шаге находятся оценки дисперсий и ковариаций для коэффициентов ЛПДМ:

$$s^2 \begin{bmatrix} \hat{\lambda}_1 \\ \hat{\lambda}_2 \end{bmatrix} = c_{ii} s^2, \quad \text{cov} \begin{bmatrix} \hat{\lambda}_1 \\ \hat{\lambda}_2 \end{bmatrix} = c_{ij} s^2,$$

где c_{ij} — элементы матрицы $C = \left[F^T \left(\hat{P}_\lambda \hat{P}_\lambda^T \right)^{-1} F \right]^{-1}$.

На заключительном этапе вычисляются оценки среднеквадратичных отклонений

$s\left[\hat{\omega}\right]$ и $s\left[\hat{\delta}\right]$ для динамических характеристик диссипативной системы. Так, для систем

с линейно вязким трением имеют место следующие формулы:

$$s\left[\hat{\omega}\right] = \frac{1}{2\tau\left|\hat{\lambda}_2\right|\sqrt{-4\hat{\lambda}_2 - \hat{\lambda}_1^2}} \sqrt{4\hat{\lambda}_2^2 s^2\left[\hat{\lambda}_1\right] - 4\hat{\lambda}_1\hat{\lambda}_2 \operatorname{cov}\left[\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2\right] + \hat{\lambda}_1^2 s^2\left[\hat{\lambda}_2\right]},$$

$$s\left[\hat{\delta}\right] = \sqrt{\left|\frac{\partial\delta}{\partial\lambda_1}\right|^2 s^2\left[\hat{\lambda}_1\right] + 2\frac{\partial\delta}{\partial\lambda_1}\frac{\partial\delta}{\partial\lambda_2} \operatorname{cov}\left[\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2\right] + \left|\frac{\partial\delta}{\partial\lambda_2}\right|^2 s^2\left[\hat{\lambda}_2\right]},$$

$$\text{где } \frac{\partial\delta}{\partial\lambda_1} = -\frac{\pi \ln\left(-\hat{\lambda}_2\right)}{\hat{\omega}^2 \tau^2 \sqrt{-4\hat{\lambda}_2 - \hat{\lambda}_1^2}} \text{ и } \frac{\partial\delta}{\partial\lambda_2} = \frac{\pi\left(\hat{\lambda}_1 \ln\left(-\hat{\lambda}_2\right) - 2\hat{\omega}\tau\sqrt{-4\hat{\lambda}_2 - \hat{\lambda}_1^2}\right)}{2\hat{\omega}^2 \tau^2 \hat{\lambda}_2 \sqrt{-4\hat{\lambda}_2 - \hat{\lambda}_1^2}}.$$

В качестве оценки предельной абсолютной погрешности вычисления динамических характеристик (с доверительной вероятностью p) можно использовать границу доверительного интервала, которая, например, для декремента колебаний вычисляется по формуле

$\Delta\hat{\delta} = t_T s\left[\hat{\delta}\right]$. Здесь величина $t_T = t(\gamma, \nu)$ берется из таблицы распределения Стьюдента

при числе степеней свободы $\nu = N - 4$ и уровне значимости $\gamma = 1 - p$. При доверительной вероятности $p = 0,99$ и объеме выборки $N \geq 15$ достаточно принять $t_T = 2,7$.

Проведены численно-аналитические исследования эффективности метода определения динамических характеристик на основе среднеквадратичного оценивания коэффициентов стохастического разностного уравнения. Целью таких исследований являлся сравнительный анализ погрешности вычисления декремента колебаний двумя различными способами: известным методом затухающих колебаний [1, 3] и методом, в основе которого лежит линейно параметрическая дискретная модель (6) в форме стохастического разностного уравнения. Численный эксперимент был организован следующим образом. Генерировалась выборка \tilde{y}_k дискретных значений функции (1) с заданными параметрами: $\delta = 0,05$, $\omega = 2\pi$, $a_0 = 1$ и $\psi_0 = 0$. К отсчетам \tilde{y}_k добавлялась аддитивная помеха ε_k , величина которой в относительных единицах к мощности сигнала изменялась в промежутке от 0 до 10%. При оценке погрешности вычисления декремента колебаний использовался второй момент случайной

величины $\hat{\delta}$ относительно ее истинного значения:

$$M\left[\left(\hat{\delta} - \delta\right)^2\right] = D\left[\hat{\delta}\right] + \left(M\left[\hat{\delta}\right] - \delta\right)^2.$$

Здесь $M[\cdot]$ — оператор математического ожидания, статистическая оценка которого находилась посредством усреднения 100 результатов вычислений для каждой точки эксперимента. При компьютерном моделировании метода затухающих колебаний [1,3] использовалась

известная формула $\delta = \frac{1}{n} \ln \frac{a_i}{a_{i+n}}$ при числе циклов $n = 20$. Так как при моделировании не

учитывалась методическая погрешность амплитудного детектора [3], то результаты вычислений имеют заведомо завышенную точность.

На рис. 1 представлены зависимости погрешности вычисления декремента колебаний от величины случайной помехи в результатах измерений при времени обработки экспериментальной виброграммы равном $20T$, где T — период колебаний. Точкам 1 соответствуют погрешности вычисления известным методом затухающих колебаний [1, 3], а точкам 2, 3, 4 и 5 — погрешности вычисления декремента колебаний на основе стохастического разностного уравнения при объемах выборки $N = 100, 200, 400$ и 800 соответственно. Очевидно, что увеличение объема выборки (при соответствующем уменьшении периода дискретизации τ с $0,2T$ до $0,025T$) позволяет повысить точность оценивания декремента колебаний по сравнению с известным методом более чем в десять раз. На рис. 2 приведены зависимости погрешности вычисления декремента колебаний на основе ЛПДМ от объема выборки при мощности случайной помехи 5% и различном времени обработки экспериментальной виброграммы: $10T, 20T$ и $40T$ (точки 1, 2 и 3). При этом погрешность вычислений известным методом равнялась 11,3, 7,2 и 6,5%, соответственно, что более чем на порядок выше погрешности, полученной при вычислениях с использованием ЛПДМ.

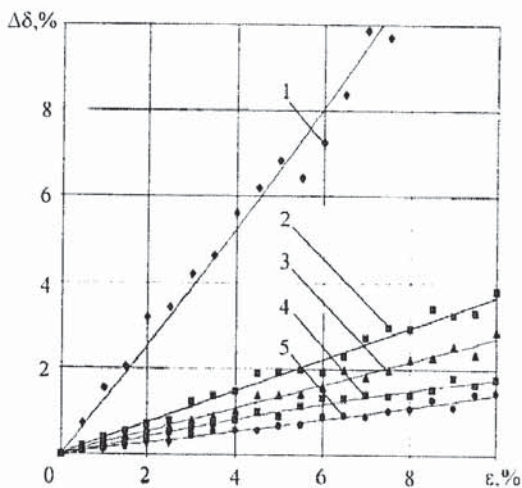


Рис. 1. Зависимости погрешности вычисления декремента колебаний от величины случайной помехи в результатах измерений при различных объемах выборки

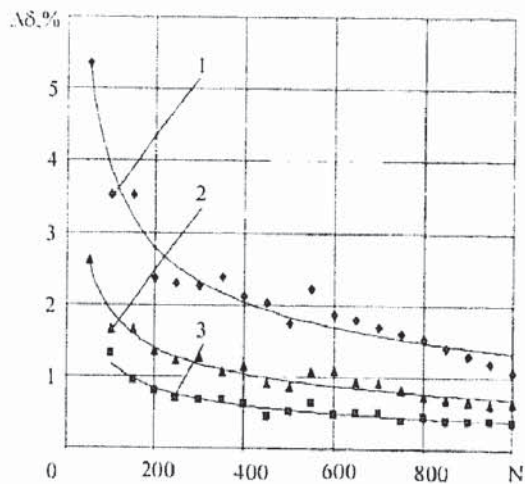


Рис. 2. Зависимости погрешности вычисления декремента колебаний от объема выборки при различном времени обработки экспериментальной виброграммы

Таким образом, проведенные исследования подтвердили высокую эффективность метода определения декремента колебаний на основе среднеквадратичных оценок коэффициентов линейно параметрической дискретной модели в форме стохастического разностного уравнения.

Выводы

1. В формате современных информационных технологий решена задача повышения достоверности определения динамических характеристик диссипативной системы по экспериментальной виброграмме.

2. В основе нового метода определения характеристик рассеяния энергии колебаний механической системы лежит среднеквадратичное оценивание коэффициентов стохастического разностного уравнения, описывающего временную последовательность результатов измерения ординат колебаний.

3. Предложенный метод обладает высокой эффективностью: позволяет на порядок увеличить точность вычислений по сравнению с известным методом. Возможность получения достоверных оценок за небольшие промежутки времени позволяет строить амплитудную зависимость декремента колебаний, которая является важнейшей характеристикой диссипативной силы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Писаренко Г. С., Яковлев А. П., Матвеев В. В. Вибропоглощающие свойства конструкционных материалов: Справочник. — Киев: Наукова думка, 1971. — 376 с.
2. Вибрации в технике: Справочник. В 6 т. / Ред. совет: В.Н. Челомей (пред.). Т. 1. Колебания линейных систем / Под ред. В.В. Болотина. — М.: Машиностроение, 1978. — 352 с.
3. Басков А. Г., Кратко А. Г., Бовсуновский А. П. Автоматизированная система измерения характеристики демпфирования колебаний механических систем на основе микроЭВМ // Проблемы прочности. 1990. — № 1. — С. 119—112.
4. Зотеев В. Е. Разработка и исследование линейных дискретных моделей колебаний диссипативных систем // Вестник СамГТУ. Серия: физико — математические науки. — Вып. 7. — 1999. — С. 170—177.
4. Зотеев В. Е., Попов Д. Н. Определение динамических характеристик нелинейных диссипативных систем на основе стохастического разностного уравнения // Вестник СамГТУ. Серия: физико-математические науки. — Вып. 42. — 2006. — С. 162—168.
5. Кашьяп Р. Л., Рао А. Р. Построение динамических стохастических моделей по экспериментальным данным. — М.: Наука, 1983. — 384 с.
6. Современные методы идентификации систем / Под ред. П. Эйххоффа. — М.: Мир, 1983. — 400 с.
7. Добрынин С. А., Фельдман М. С., Фирсов Г. И. Методы автоматизированного исследования вибраций машин: Справочник. — М.: Машиностроение, 1987. — 224 с.

531.8

ВЛИЯНИЕ ВЕЛИЧИНЫ ОСАДКИ НА НИЗШУЮ СОБСТВЕННУЮ ЧАСТОТУ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПРУЖИНЫ (МОДЕЛЬ РАБОЧЕГО ЭЛЕМЕНТА СПИРАЛЬНОГО ГРОХОТА)

Асп. Р.Н. БАДИКОВ, д-р техн. наук, проф. Ф.Д. СОРОКИН

На основе известных уравнений механики стержней В.А.Светлицкого, формулируется краевая задача для винтовой цилиндрической пружины с прямой осью, подверженной осадке, с помощью которой проводится решение задачи поиска низшей собственной частоты, а так же находится приближенное выражение для зависимости низшей собственной частоты пружины от величины осадки.

The equations of the theory of thin elastic rod was used to solve the boundary value problem which was formed for screw cylindrical spring subjected to ends approach. Based on this static solution the lower own frequency was found and the equation for lower own frequency versus ends approach value was determined.

Для целей просеивания и измельчения сухого сыпучего материала применяются так называемые «спиральные грохоты». Это установки, рабочим органом которых являются цилиндрические пружины. Они просеивают рабочий сыпучий материал сквозь зазоры между витками, а также дробят крупные фракции рабочего сыпучего материала, захватываемые витками пружины вследствие изменения межвиткового расстояния, обусловленного деформацией пружины. Стремление уменьшить энергозатраты и увеличить производительность привело к идее выводить систему на резонансные режимы работы, что, в свою