

3. Предложенный метод обладает высокой эффективностью: позволяет на порядок увеличить точность вычислений по сравнению с известным методом. Возможность получения достоверных оценок за небольшие промежутки времени позволяет строить амплитудную зависимость декремента колебаний, которая является важнейшей характеристикой диссипативной силы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Писаренко Г. С., Яковлев А. П., Матвеев В. В. Вибропоглощающие свойства конструкционных материалов: Справочник. — Киев: Наукова думка, 1971. — 376 с.
2. Вибрации в технике: Справочник. В 6 т. / Ред. совет: В.Н. Челомей (пред.). Т. 1. Колебания линейных систем / Под ред. В.В. Болотина. — М.: Машиностроение, 1978. — 352 с.
3. Басков А. Г., Кратко А. Г., Бовсуновский А. П. Автоматизированная система измерения характеристики демпфирования колебаний механических систем на основе микроЭВМ // Проблемы прочности. 1990. — №1. — С. 119—112.
4. Зотеев В. Е. Разработка и исследование линейных дискретных моделей колебаний диссипативных систем // Вестник СамГТУ. Серия: физико — математические науки. — Вып. 7. — 1999. — С. 170—177.
4. Зотеев В. Е., Попов Д. Н. Определение динамических характеристик нелинейных диссипативных систем на основе стохастического разностного уравнения // Вестник СамГТУ. Серия: физико-математические науки. — Вып. 42. — 2006. — С. 162—168.
5. Кашьяп Р. Л., Рао А. Р. Построение динамических стохастических моделей по экспериментальным данным. — М.: Наука, 1983. — 384 с.
6. Современные методы идентификации систем / Под ред. П. Эйхгоффа. — М.: Мир, 1983. — 400 с.
7. Добрынин С. А., Фельдман М. С., Фирсов Г. И. Методы автоматизированного исследования вибраций машин: Справочник. — М.: Машиностроение, 1987. — 224 с.

531.8

ВЛИЯНИЕ ВЕЛИЧИНЫ ОСАДКИ НА НИЗШУЮ СОБСТВЕННУЮ ЧАСТОТУ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПРУЖИНЫ (МОДЕЛЬ РАБОЧЕГО ЭЛЕМЕНТА СПИРАЛЬНОГО ГРОХОТА)

Асп. Р.Н. БАДИКОВ, д-р техн. наук, проф. Ф.Д. СОРОКИН

На основе известных уравнений механики стержней В.А.Светлицкого, формулируется краевая задача для винтовой цилиндрической пружины с прямой осью, подверженной осадке, с помощью которой проводится решение задачи поиска низшей собственной частоты, а так же находится приближенное выражение для зависимости низшей собственной частоты пружины от величины осадки.

The equations of the theory of thin elastic rod was used to solve the boundary value problem which was formed for screw cylindrical spring subjected to ends approach. Based on this static solution the lower own frequency was found and the equation for lower own frequency versus ends approach value was determined.

Для целей просеивания и измельчения сухого сыпучего материала применяются так называемые «спиральные грохоты». Это установки, рабочим органом которых являются цилиндрические пружины. Они просеивают рабочий сыпучий материал сквозь зазоры между витками, а также дробят крупные фракции рабочего сыпучего материала, захватываемые витками пружины вследствие изменения межвиткового расстояния, обусловленного деформацией пружины. Стремление уменьшить энергозатраты и увеличить производительность привело к идее выводить систему на резонансные режимы работы, что, в свою

очередь, поставило задачу поиска резонансных режимов работы и возможности управлять этими режимами путем изменения параметров системы. Как вариант, можно управлять резонансными режимами работы путем изменения геометрии (например, сближением и поворотом концов пружины).

Получим выражение для низшей частоты прямолинейной пружины, заделанной по концам и подверженной сближению концов (рис. 1). Пружина в ненапряженном состоянии имеет геометрические параметры: D_0 — диаметр витка пружины; H_0 — высота пружины; d_0 — диаметр проволоки пружины; α_0 — угол подъема витка пружины; ρ — плотность материала проволоки пружины; i — число витков пружины.

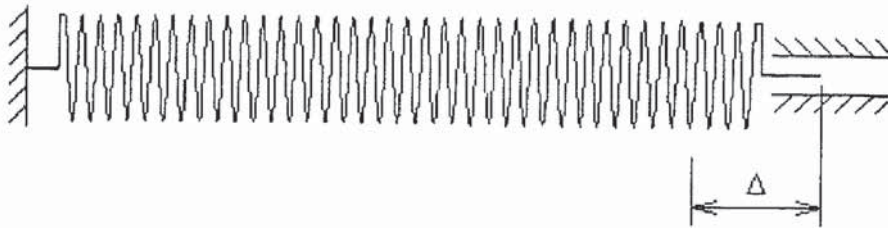


Рис. 1

Выражение для низшей частоты прямолинейной балки, лежащей на двух опорах и подверженной действию продольной силы P (рис. 2) [4], имеет вид

$$p = p_0 \sqrt{1 + \frac{P}{P_3}}, \quad (1)$$

где $P_3 = \frac{\pi^2 EJ_{II}}{l^2}$ — критическая сжимающая сила для балки, соответствующая ее продольному изгибу в плоскости колебания; $p_0 = \pi^2 \sqrt{\frac{EJ_{II}}{ql^4}}$ — низшая частота собственных колебаний для ненагруженной балки; l — длина балки; q — масса единицы длины балки; EJ_{II} — жесткость сечения балки при изгибе.



Рис. 2

Для прямолинейной балки, заделанной по краям и подверженной действию продольной силы (рис. 3), имеет место соотношение, подобное соотношению (1). Для такой балки выражение для критической сжимающей силы и низшей частоты собственных колебаний будет иметь вид

$$P_3 = \frac{4\pi^2 EJ_{II}}{l^2}; \quad p_0 = 4,73^2 \sqrt{\frac{EJ_{II}}{ql^4}}.$$

Соответственно, в первом приближении выражение для низшей собственной частоты для прямолинейной заделанной по краям балки, подверженной действию продольной силы, будет иметь вид

$$p = 4,73^2 \sqrt{\frac{EJ_{II}}{ql^4}} \sqrt{1 + \frac{Pl^2}{4\pi^2 EJ_{II}}} \quad (2)$$



Рис. 3

Для прямолинейной цилиндрической пружины будут иметь место особые выражения для изгибной жесткости и массы единицы длины пружины.

Перейдем в выражении (2) от зависимости частоты от продольной силы к зависимости от осадки пружины, используя классическое соотношение между сжимающей силой и перемещением: $P = C\lambda$, где C — жесткость пружины; λ — осадка пружины, учитывая

что $\lambda = \frac{\pi D_0^3 i}{4GJ_k} P$ [3]. Здесь GJ_k — жесткость на кручение при круглом сечении проволоки;

G — модуль упругости второго рода; J_k — геометрическая характеристика, определяющая жесткость сечения при кручении.

$$\text{Следовательно, } \lambda = \frac{8D_0^3 i}{Gd_0^4} P$$

$$\text{или, учитывая, что } G = \frac{E}{2(1+\mu)},$$

$$P = \frac{Ed_0^4}{2(1+\mu)8D_0^3 i} \lambda. \quad (3)$$

Изгибная жесткость для пружины вычисляется с использованием соотношения [3]:

$$EJ_{II} = \frac{H_0 d_0^4}{32D_0 i} \frac{E}{2+\mu}.$$

Учитывая, что высота пружины $H_0 = \pi D_0 i \operatorname{tg} \alpha_0$ [3],

$$EJ_{II} = \frac{\pi E}{32(2+\mu)} d_0^4 \operatorname{tg} \alpha_0. \quad (4)$$

Для пружины масса единицы длины эквивалентной балки

$$q = \frac{\rho AL}{H_0} = \frac{\pi \rho d_0^2}{4 \sin \alpha_0},$$

где $A = \frac{\pi d_0^2}{4}$ — площадь сечения проволоки; $L = H_0 \sin \alpha_0$ — длина проволоки пружины.

Соответственно, выражение для низшей частоты прямолинейной пружины, заделанной по концам и подверженной действию продольной сжимающей силы, в зависимости от величины осадки пружины λ имеет вид:

$$p = 4,73^2 \sqrt{\frac{Ed_0^2 \operatorname{tg} \alpha_0 \sin \alpha_0}{8(2+\mu)H_0^4 \rho}} \sqrt{1 + \frac{(2+\mu)H_0}{2\pi^2(1+\mu)D_0^2} \lambda}. \quad (4)$$

Погрешность выражения (4) оценивалась на основе сопоставления с решением той же задачи по точным уравнениям механики стержней для цилиндрической пружины с параметрами:

количество витков i , шт.	50
диаметр проволоки d , м.....	0,006
диаметр пружины D , м.....	0,059
угол подъема, град.....	2,78
модуль упругости E , Па.....	2,00E+11
коэффициент Пуассона μ	0,33
плотность ρ , кг/м ³	7800
высота пружины, м.....	0,450228

Решение проводилось в два этапа. Сначала решалась нелинейная краевая задача для системы дифференциальных уравнений статики [1]

$$\frac{d\bar{y}}{ds} = \bar{f}(s, \bar{y}),$$

$$\bar{y}^T = (Q_1, Q_2, Q_3, M_1, M_2, M_3, u_1, u_2, u_3, \vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3),$$

где Q_i — внутренние силы, M_i — внутренние моменты, u_i — перемещения, ϑ_i — повороты. Затем решалась задача поиска низшей собственной частоты и формы колебаний на основе решения краевой задачи для системы линеаризованных дифференциальных уравнений динамики малых колебаний [2]:

$$\frac{d\bar{y}^0}{ds} = \bar{f}(s, \bar{y}, \bar{y}^0, w),$$

$$\bar{y}^{0T} = (Q^0_1, Q^0_2, Q^0_3, M^0_1, M^0_2, M^0_3, u^0_1, u^0_2, u^0_3, \vartheta^0_1, \vartheta^0_2, \vartheta^0_3),$$

где $Q^0_i, M^0_i, u^0_i, \vartheta^0_i$ — амплитуды внутренних сил, внутренних моментов, перемещений и углов поворота сечения соответственно; w — частота колебаний.

Сопоставление результатов показало необходимость введения поправочных коэффициентов при вычислении значений p_0 и P_ϑ , т.е. $p_0^{\text{пружины}} = K_{p_0} p_0, P_\vartheta^{\text{пружины}} = K_{P_\vartheta} P_\vartheta$.

Установленные подбором поправочные коэффициенты имеют значения:

$K_{p_0} = 0,95, K_{P_\vartheta} = 1,5$, т.е., окончательно соотношение (4) принимает вид

$$p^{\text{пружины}} = 0,95 \cdot 4,73^2 \sqrt{\frac{Ed_0^2 \operatorname{tg} \alpha_0 \sin \alpha_0}{8(2+\mu)H_0^4 \rho}} \sqrt{1 + \frac{(2+\mu)H_0}{2\pi^2(1+\mu)D_0^2} \frac{1}{1,5} \lambda}. \quad (5)$$

Погрешность уточненного выражения (5) составляет не более 15% (рис. 4, таблица). Следовательно, полученные выражения для низшей собственной частоты могут быть успешно использованы при конструировании пружинных мельниц с варьируемой величиной осадки упругого элемента.

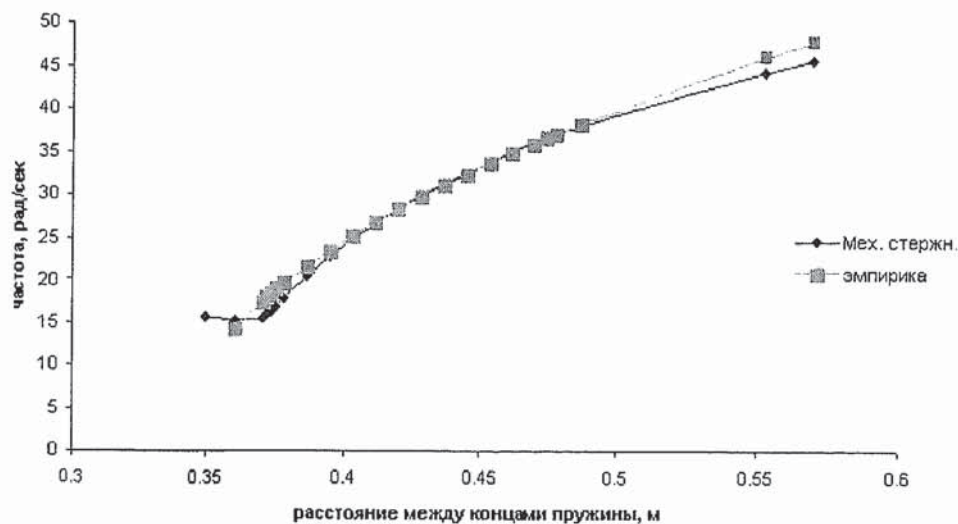


Рис. 4

Таблица

Расстояние между концами пружины, м	Осадка пружины, м	Частота мех. стержн., рад/сек	Частота приabl., рад/сек	Разница, %
0,667	0,197	51,0	56,7	11,2
0,637	0,167	49,5	54,1	9,2
0,570	0,100	45,4	47,6	4,8
0,553	0,083	44,1	45,8	3,9
0,487	0,017	37,9	38,0	0,4
0,478	0,007	36,8	36,8	0,1
0,474	0,004	36,4	36,4	0,0
0,469	-0,001	35,8	35,7	0,3
0,469	-0,001	35,8	35,7	0,3
0,462	-0,008	34,8	34,7	0,4
0,462	-0,008	34,8	34,7	0,4
0,453	-0,017	33,6	33,5	0,4
0,445	-0,025	32,4	32,2	0,6
0,437	-0,033	31,1	30,9	0,6
0,428	-0,042	29,7	29,6	0,5

Продолжение таблицы

Расстояние между концами пружины, м	Осадка пружины, м	Частота мех. стерж., рад/сек	Частота прикл., рад/сек	Разница, %
0,420	-0,050	28,2	28,2	0,1
0,412	-0,058	26,6	26,7	0,5
0,403	-0,067	24,8	25,1	1,4
0,395	-0,075	22,8	23,4	2,9
0,387	-0,083	20,5	21,6	5,6
0,387	-0,083	20,5	21,6	5,6
0,378	-0,092	17,9	19,6	9,7
0,376	-0,094	17,0	18,9	11,7
0,374	-0,096	16,4	18,4	12,5
0,372	-0,098	15,9	18,0	13,4
0,371	-0,099	15,5	17,5	13,3
0,360	-0,110	15,3	14,4	5,6

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Светлицкий В. А. Механика стержней: Учеб. для вузов. В 2-х ч. Ч. 1. Статика. — М.: Высшая школа, 1987. — 320 с.
2. Светлицкий В. А. Механика стержней: Учеб. Для вузов. В 2-х ч. Ч.2 Динамика. — М.: Высшая школа, 1987. — 304 с.
3. Андреева Л. Е. Упругие элементы приборов. — М.: Машиностроение, 1981. — 392 с.
4. Расчеты на прочность в машиностроении // С.Д. Пономарев, В.Л. Бидерман и др. — М.: Машгиз, 1959. — Т. 3. — 1120 с.