

РАСЧЕТ И КОНСТРУИРОВАНИЕ МАШИН

621.01

ИССЛЕДОВАНИЕ САМОТОРМОЖЕНИЯ ПЛАНЕТАРНЫХ ПЕРЕДАЧ

д-р техн. наук, проф. Г.А. ТИМОФЕЕВ, д-р техн. наук, проф. В.В. ИЛЮХИН, асп. Д.В. САЦЕНКО

Приведены результаты синтеза высокоэффективных самотормозящихся планетарных передач, содержащих внеполюсные зацепления тормозящих профилей. Найдены области существования самотормозящихся передач и указаны пути поиска их оптимальных параметров. Показано, что задача синтеза планетарных передач сводится к определению необходимых углов наклона зубьев зацеплений, составляющих планетарную передачу. Приведены условия существования двух вариантов самоторможения для наиболее распространенных типов планетарных передач.

In the report the results of researches devoted to synthesis of highly effective designs self-braking planetary drives, containing non-pole gearing of braking structures are submitted. The synthesis provides allocation in the field of existence of planetary drives of a subarea of self-breaking and search in this subarea of optimum parameters of a design. Is shown, that the task of maintenance of self-breaking of planetary drive in the given position is reduced to definition of angles, necessary for it, of an inclination tooth in non-pole gearings. The conditions of existence of two variants of self-breaking of planetary drives of the most widespread types are found.

Задачей настоящего исследования является синтез высокоэффективных конструкций самотормозящихся планетарных передач, содержащих внеполюсные зацепления тормозящих профилей. Синтез предусматривает выделение в области существования планетарной передачи подобласти самоторможения и поиск в этой подобласти оптимальных параметров конструкции.

Имеющиеся в литературе [1—3] сведения о наличии или отсутствии самоторможения в планетарных передачах получены на основе анализа передач с зацеплениями, имеющими одинаковые значения к.п.д. прямого и обратного хода. Поэтому они характеризуют только тот частный случай, когда все зацепления имеют центральное расположение полюса на линии зацепления. В то же время известно, что во внеполюсных цилиндрических зацеплениях можно получить такую разницу между к.п.д. прямого и обратного хода, которая обеспечивает самоторможение при обратном ходе при достаточно высоком значении к.п.д. прямого хода [4].

Проведенное исследование цилиндрических передач показало, что для достижения в них самоторможения нужно использовать зацепления со значительным смещением [5]. Поскольку в прямозубых зацеплениях возможности смещения рабочих участков профилей очень ограничены из-за опасности заострения или подрезания зубьев, в необходимых случаях они заменяются косозубыми или шевронными, для которых допустимые смещения значительно больше. В косозубых передачах величина смещения рабочих участков профилей от полюса определяется в основном разницей углов наклона профилей зубьев, участвующих в зацеплении. Поэтому задача обеспечения самоторможения планетарной передачи в заданном состоянии сводится к определению необходимых для этого углов наклона зубьев во внеполюсных зацеплениях. При этом нормальные углы профилей выбираются из тех же соображений, что и в обычных передачах.

Наиболее распространенные схемы планетарных передач по классификации В.Н. Кудрявцева [1] имеют обозначения: A_{H1}^3 , A_{H3}^1 , B_{H1}^4 , C_{H1}^4 (C_{H1}^4) (рис. 1). Кинематическая схема передачи A_{H1}^3 с одновенцовским сателлитом 2, имеющим внешнее зацепление с центральным колесом 3, представлена на рис. 1.а, схема сил в зацеплениях передачи — на рис. 2. Силы, действующие на водило H и само водило на рис. 2 не показаны.

Запишем уравнения равновесия центрального колеса 1, сателлита 2 и водила H при установившемся движении в тяговом режиме прямого хода, когда ведущим является колесо 1, а ведомым — водило H :

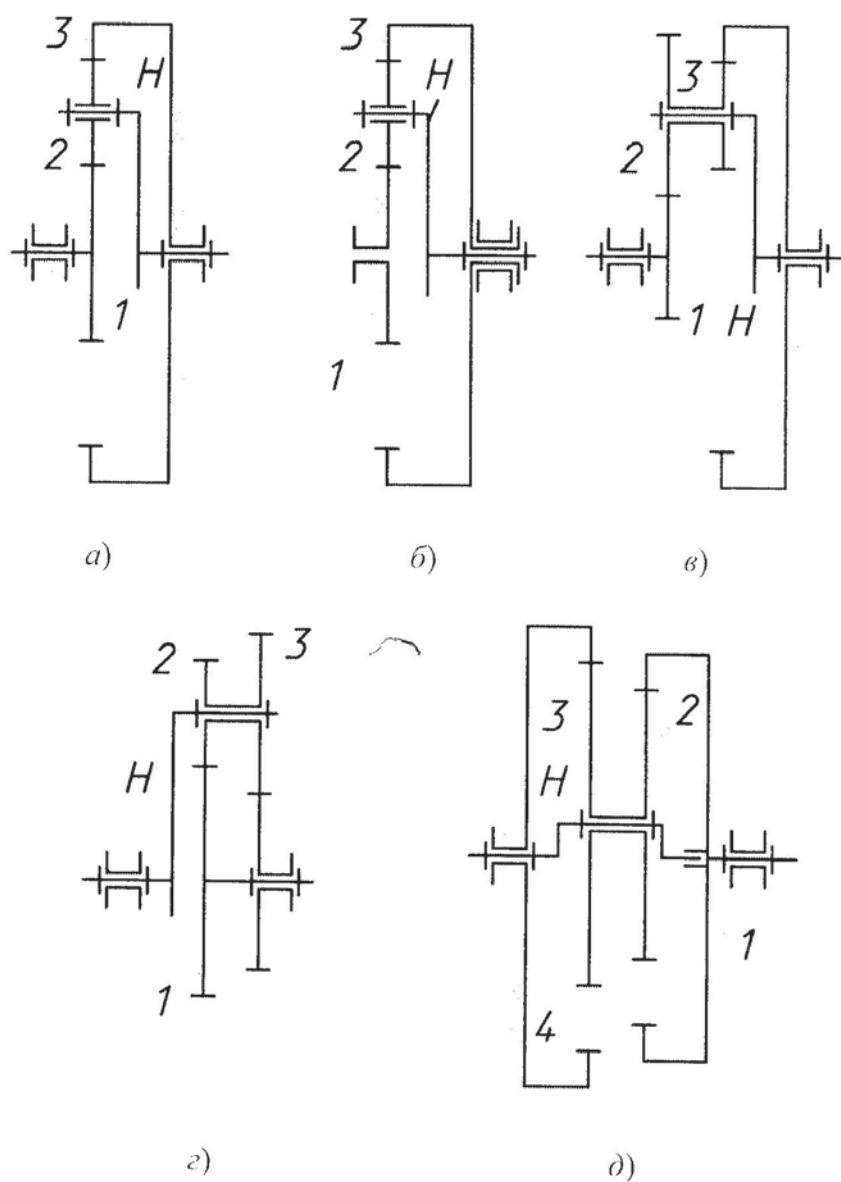
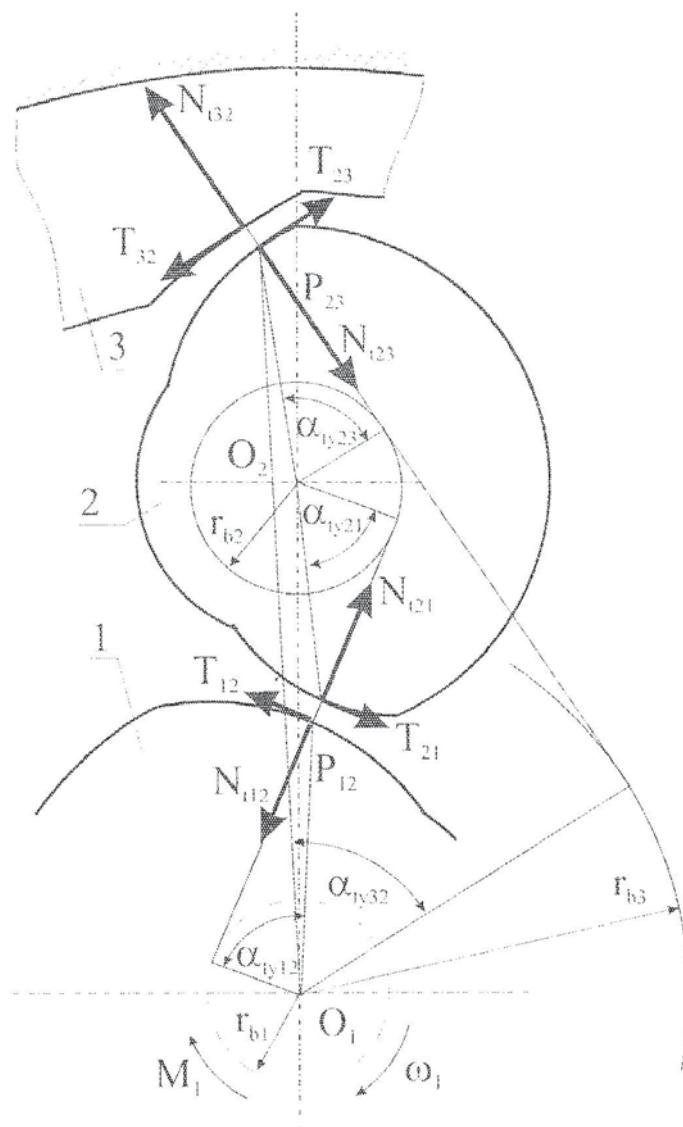


Рис. 1. Схемы планетарных передач: а — A_{H1}^3 , б — A_{H3}^1 , в — B_{H1}^4 , г, д — C_{H1}^4 (C_{H1}^4)

$$M_1 = r_{b1} (N_{t12} + T_{12} \operatorname{tg} \alpha_{y12}); \quad (1)$$

$$r_{b2} (N_{t21} + T_{21} \operatorname{tg} \alpha_{y21}) = r_{b2} (N_{t23} + T_{23} \operatorname{tg} \alpha_{y23}); \quad (2)$$

Рис. 2. Силовая схема планетарной передачи A_{III1}^3

$$M_H = T_{21}(r_{b1}\operatorname{tg}\alpha_{by12} + r_{b2}\operatorname{tg}\alpha_{by21}) + N_{121}(r_{b1} + r_{b2}) + N_{123}(r_{b3} - r_{b2}) + T_{23}(r_{b3}\operatorname{tg}\alpha_{by32} - r_{b2}\operatorname{tg}\alpha_{by23}). \quad (3)$$

Преобразуем уравнения (1)–(3) к виду

$$M_1 = N_{12}r_{b1}(1 + \tau_{12}); \quad (4)$$

$$N_{121}(1 + \tau_{21}) = N_{123}(1 + \tau_{23}); \quad (5)$$

$$M_H = N_{121}[r_{b1}(1 + \tau_{12}) + r_{b2}(1 + \tau_{21})] + N_{123}[r_{b3}(1 + \tau_{32}) - r_{b2}(1 + \tau_{23})], \quad (6)$$

$$\text{где } \tau_{ij} = \frac{T_{ij}\operatorname{tg}\alpha_{by}}{N_{ij}}; i, j = 1, 2, 3. \quad (7)$$

Если силы трения T_{ij} пропорциональны нормальным реакциям N_{ij} , то параметры торможения τ_{ij} принимают вид

$$\tau_{ij} = \frac{f_{ij} \operatorname{tg} \alpha_{ij}}{\cos \beta_b}; i, j = 1, 2, 3. \quad (8)$$

Решая систему уравнений (4)–(6), найдем отношение выходного M_H и входного M_1 моментов

$$\frac{M_H}{M_1} = 1 + \frac{r_{b3}(1 + \tau_{21})(1 + \tau_{32})}{r_{b1}(1 + \tau_{12})(1 + \tau_{23})} = 1 + \frac{r_{b3}}{r_{b1}} \eta_{12} \eta_{23}. \quad (9)$$

Домножая на передаточное отношение и учитывая, что радиусы основных окружностей пропорциональны числам зубьев, получаем известную [6] формулу для к. п. д. прямого хода

$$\eta_{1H} = \left(1 + \frac{z_3}{z_1} \eta_{23} \eta_{12} \right) : \left(1 + \frac{z_3}{z_1} \right). \quad (10)$$

Из (4)–(6) и (10) следует, что тяговый режим прямого хода передачи A_{H1}^3 возможен при одновременном выполнении условий

$$-\frac{z_1}{z_3} < \eta_{23} \eta_{12} < 1; \tau_{12} > -1; \tau_{21} > -1; \tau_{23} > -1. \quad (11)$$

Выполнение условий (11) практически не накладывает каких-либо дополнительных ограничений при проектировании передачи, поскольку при реальных значениях коэффициентов трения в зацеплениях эти условия не будут выполняться только для колес с очень большими углами наклона зубьев (более 80°).

Уравнения равновесия звеньев в тяговом режиме обратного хода, когда ведило H становится ведущим, отличаются от (1)–(3) противоположными знаками сил трения

$$M_1 = r_{b1} (N_{12} - T_{12} \operatorname{tg} \alpha_{12}); \quad (12)$$

$$r_{b2} (N_{21} - T_{21} \operatorname{tg} \alpha_{21}) = r_{b2} (N_{23} - T_{23} \operatorname{tg} \alpha_{23}); \quad (13)$$

$$M_H = N_{12} (r_{b1} + r_{b2}) - T_{21} (r_{b1} \operatorname{tg} \alpha_{12} + r_{b2} \operatorname{tg} \alpha_{21}) + N_{23} (r_{b3} - r_{b2}) - T_{23} (r_{b3} \operatorname{tg} \alpha_{32} - r_{b2} \operatorname{tg} \alpha_{23}). \quad (14)$$

Вводя обозначения по формуле (7), преобразуем (12)–(14) к виду

$$M_1 = N_{12} r_{b1} (1 - \tau_{12}); \quad (15)$$

$$N_{21} (1 - \tau_{21}) = N_{23} (1 - \tau_{23}); \quad (16)$$

$$M_H = N_{12} [r_{b1} (1 - \tau_{12}) + r_{b2} (1 - \tau_{21})] + N_{23} [r_{b3} (1 - \tau_{32}) - r_{b2} (1 - \tau_{23})]. \quad (17)$$

Решая систему уравнений (15)–(17), найдем отношение выходного и входного моментов

$$\frac{M_H}{M_1} = 1 + \frac{r_{b3}(1 - \tau_{21})(1 - \tau_{32})}{r_{b1}(1 - \tau_{12})(1 - \tau_{23})} = 1 + \frac{r_{b3}}{r_{b1}} \eta_{32} \eta_{21}. \quad (18)$$

Домножая на передаточное отношение и учитывая, что радиусы основных окружностей пропорциональны числам зубьев, получаем формулу для к.п.д. обратного хода η_{H1} .

$$\eta_{H1} = \left(1 + \frac{z_3}{z_1}\right) : \left(1 + \frac{z_3}{z_1 \eta_{21} \eta_{32}}\right). \quad (19)$$

Следует обратить внимание на то, что в (19) входят к. п. д. η_{21} и η_{32} обратного хода отдельных зацеплений, а не прямого. Поскольку к.п.д. обратного хода может значительно отличаться от к. п. д. прямого хода, особенно во вспомогательных зацеплениях, это обстоятельство является существенным.

Из (15)–(17) и (19) следует, что при выполнении запоминаемыми зацеплениями колес 1–2 условия самоторможения передачи при сохранении способности работы в режиме оттормаживания имеют вид

$$-\frac{z_3}{z_1 \eta_{32}} < \eta_{21} < 0. \quad (20)$$

Второе условие совпадает с тем, на основе которого получены выражения для определения углов β_{y1} и β_{y2} наклона зубьев колес самотормозящейся цилиндрической передачи

$$\cos \beta_{y1} \leq \operatorname{tg} \alpha_{ny1} \sqrt{\sqrt{\frac{1}{4} + \left[\frac{\min f}{(1 - \min \psi_1) \sin \alpha_{ny1}} \right]^2} - \frac{1}{2}}; \quad (21)$$

$$\cos \beta_{y2} \geq \operatorname{tg} \alpha_{ny2} \sqrt{\sqrt{\frac{1}{4} + \left[\frac{\max f}{(1 + \min \psi_2) \sin \alpha_{ny2}} \right]^2} - \frac{1}{2}}, \quad (22)$$

где ψ_1 и ψ_2 — коэффициенты, учитывающие трение качения и верчения в зацеплении и трение в опорах [4]

$$\psi_{1,2} = \frac{M_K \cos \beta_h + M_B \sin \beta_h + M_{r1,2}}{M_{1,2}}, \quad (23)$$

где M_K и M_B — моменты трения качения и верчения в зацеплении; M_r и M — моменты трения в опорах и нормальной реакции.

Первое из условий (20), ограничивающих значение η_{21} , выразим через параметры τ_{12} и τ_{21} , учитывающие трение скольжения в зацеплении, и коэффициенты ψ_1 и ψ_2

$$\eta_{21} = \frac{1 - \tau_{12} - \min \psi_1}{1 - \tau_{21} + \min \psi_2} > -\frac{z_3}{z_1 \eta_{32}}. \quad (24)$$

Параметры τ_{12} и τ_{21} могут быть выражены через коэффициент трения скольжения f_{12} в зацеплении колес 1 и 2 и нормальные α_{ny1} и α_{ny2} углы профилей колес 1 и 2

$$\tau_y = \frac{f_{ij} \operatorname{tg} \alpha_{nyi}}{\cos \beta_{yi} \cos \beta_h}; i, j = 1, 2. \quad (25)$$

Анализ условий (25) показывает, что они ограничивают максимально допустимое значение параметра τ_{12}

$$\max \tau_{12} < \frac{z_3}{z_1 \eta_{32}} (1 - \max \tau_{21} + \min \psi_2) + 1 - \max \psi_1. \quad (26)$$

Таким образом, в отличие от (21), найденное выше значение β_{y1} должно удовлетворять условию

$$\sec \beta_{y1} < \frac{\cos \beta_b}{\max f_{12} \operatorname{tg} \alpha_{ny1}} \left[\frac{z_3}{z_1 \eta_{32}} (1 - \max \tau_{21} + \min \psi_2) + 1 - \max \psi_1 \right]. \quad (27)$$

Уравнения равновесия звеньев в режиме оттормаживания отличаются от (15)–(17) только знаком входного момента M_1 . Их решение дает следующее соотношение между выходным и входным моментами:

$$\frac{M_H}{M_1} = \frac{r_{b3}(1 - \tau_{21})(1 - \tau_{32})}{r_{b1}(1 - \tau_{12})(1 - \tau_{23})} - 1 = -\frac{z_3}{z_1 \eta_{32} \eta_{21}} - 1. \quad (28)$$

В том случае, когда режим оттормаживания необходимо исключить, и механизм предназначен для работы только в тяговом режиме прямого хода, параметры тормозящих профилей должны удовлетворять условиям

$$\cos \beta_{y1} \leq \operatorname{tg} \alpha_{ny1} \sqrt{\sqrt{\frac{1}{4} + \left[\frac{\min f_{12}}{(1 - \min \psi_1) \sin \alpha_{ny1}} \right]^2} - \frac{1}{2}}; \quad (29)$$

$$\cos \beta_{y2} \leq \operatorname{tg} \alpha_{ny2} \sqrt{\sqrt{\frac{1}{4} + \left[\frac{\max f_{12}}{(1 + \max \psi_2) \sin \alpha_{ny2}} \right]^2} - \frac{1}{2}}. \quad (30)$$

При этом должно быть сохранено условие внеполосности зацеплений

$$\beta_{y1} > \beta_{y2} > \beta_{y3}. \quad (31)$$

Проведенный анализ показывает, что передача A_{H1}^3 может быть самотормозящейся при обратном ходе при сохранении высокого значения к. п. д. прямого хода. На рис. 3, а показаны графики углов наклона колес самотормозящейся передачи от угла исходного профиля, построенные по (21) и (27). Зона существования первого варианта самоторможения — полоса между графиками $\min \beta_{y1}$ и $\max \beta_{y1}$ (два верхних графика) для угла наклона колеса 1 и область ниже графика $\max \beta_{y2}$ для угла наклона сателлита 2. Зона существования второго варианта самоторможения — область выше графика $\min \beta_{y1}$ для угла наклона колеса 1 и область выше графика $\max \beta_{y2}$ для угла наклона сателлита 2.

Кинематическая схема планетарной передачи A_{H3}^1 с одновенцовыми сателлитами 2, имеющим внутреннее зацепление с центральным колесом 3, представлена на рис. 1, б. Исследование показало, что вид областей существования первого и второго вариантов самоторможения в передаче A_{H3}^1 аналогичен приведенному на рис. 3, а.

Кинематическая схема планетарной передачи B_{H1}^4 с двухвенцовыми сателлитами разнотипного зацепления — внешнего зацепления сателлита 2 с центральным колесом 1 и внутреннего зацепления сателлита 3 с опорным колесом 4 — приведена на рис. 1, в, из которого видно ее сходство с кинематической схемой передачи A_{H1}^3 . Из сходства кинематических схем вытекает сходство схем нагружения звеньев передачи и уравнений их равновесия для всех режимов работы. к.п.д. прямого хода передачи B_{H1}^4 запишется аналогично (10)

$$\eta_{1H} = \left(1 + \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} \eta_{12} \eta_{34} \right) : \left(1 + \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} \right). \quad (32)$$

Условия работоспособности в тяговом режиме прямого хода аналогичны (11)

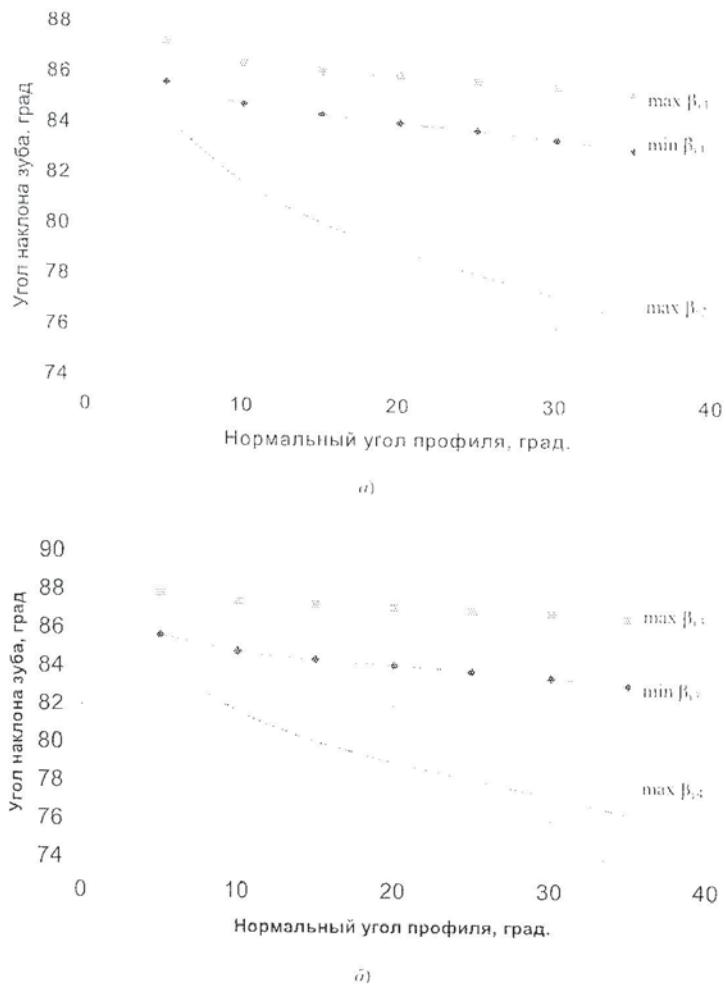


Рис. 3. Область самоторможения планетарных передач: *a* — передача A_m^1 ; *b* — передача B_m^1 .

$$-\frac{z_1 z_3}{z_2 z_4} < \eta_{12} \eta_{34} < 1; \tau_{12} > -1; \tau_{43} > -1; \tau_{34} > -1. \quad (33)$$

К.п.д. обратного хода η_{H1} записывается аналогично (19)

$$\eta_{H1} = \left(1 + \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} \right) \cdot \left(1 + \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3 \eta_{21} \eta_{43}} \right), \quad (34)$$

где η_{21} и η_{43} — к. п. д. обратного хода зацеплений колес $1—2$ и $3—4$ при остановленном водиле.

При выполнении внеполюсным зацепления колес $1—2$ условия самоторможения передачи при сохранении способности работы в режиме оттормаживания аналогичны (20)

$$-\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3 \eta_{43}} < \eta_{21} < 0. \quad (35)$$

Условия (21) и (22) в этом случае сохраняются, а (27) принимает вид

$$\sec \beta_{n1} < \frac{\cos \beta_b}{\max f_{12} \operatorname{tg} \alpha_{m1}} \left[\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3 \eta_{43}} (1 - \max \tau_{21} + \min \psi_2) + 1 - \max \psi_1 \right]. \quad (36)$$

Условия, обеспечивающие работу самотормозящейся передачи B_{H1}^4 только в тяговом режиме прямого хода, имеют в этом случае тот же вид (29) и (30), что и для передачи A_{H1}^3 .

При выполнении внеполюсным зацепления колес 3 и 4 условия самоторможения передачи при сохранении способности работы в режиме оттормаживания аналогичны (35)

$$-\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3 \eta_{21}} < \eta_{43} < 0, \quad (37)$$

или, по аналогии с передачей A_{H1}^3

$$\cos \beta_{y3} \leq \operatorname{tg} \alpha_{ny3} \sqrt{\sqrt{\frac{1}{4} + \left[\frac{\min f_{34}}{(1 - \min \psi_3) \sin \alpha_{ny3}} \right]^2} - \frac{1}{2}}; \quad (38)$$

$$\sec \beta_{y3} < \frac{\cos \beta_b}{\max f_{34} \operatorname{tg} \alpha_{ny3}} \left[\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3 \eta_{43}} (1 - \max \tau_{43} + \min \psi_4) + 1 - \max \psi_3 \right]; \quad (39)$$

$$\cos \beta_{y4} > \operatorname{tg} \alpha_{ny4} \sqrt{\sqrt{\frac{1}{4} + \left[\frac{\max f_{34}}{(1 + \min \psi_4) \sin \alpha_{ny4}} \right]^2} - \frac{1}{2}}. \quad (40)$$

Условия, обеспечивающие работу самотормозящейся передачи B_{H1}^4 только в тяговом режиме прямого хода, при выполнении внеполюсным зацепления колес 3 и 4 имеют вид (38) для сателлита 3, а для центрального колеса

$$\cos \beta_{y4} \leq \tan \alpha_{ny4} \sqrt{\sqrt{\frac{1}{4} + \left[\frac{\min f_{34}}{(1 + \max \psi_4) \sin \alpha_{ny4}} \right]^2} - \frac{1}{2}}. \quad (41)$$

При этом должно соблюдаться условие внеполюсности

$$\beta_{y3} > \beta_{y4}. \quad (42)$$

На рис. 3, б показаны графики зависимостей углов наклона зубьев от угла исходного профиля, построенные по (38)–(40). Зона первого варианта самоторможения — область между графиками $\min \beta_{y3}$ и $\max \beta_{y3}$ (два верхних графика) для угла наклона зуба сателлита 3 и область ниже графика $\max \beta_{y4}$ для угла наклона зуба колеса 4. Зона второго варианта — область выше графика $\min \beta_{y3}$ для угла наклона зуба сателлита 3 и область выше графика $\max \beta_{y4}$ для угла наклона зуба колеса 4.

Кинематическая схема планетарной передачи C_{1H}^4 (C_{H1}^4) с двухвенцовыми сателлитами внешнего зацепления представлена на рис. 1, г, внутреннего зацепления — на рис. 1, д. Передача содержит два центральных колеса: подвижное 1 и опорное 4, блок сателлитов 2 и 3 и водило H .

При выполнении внеполюсным зацепления колес 1—2 и смешения рабочих участков профилей этого зацепления от оси вращения водила при $z_1 z_3 > z_2 z_4$ и к оси при $z_1 z_3 < z_2 z_4$ условия самоторможения передачи при обратном ходе с сохранением способности работы в режиме оттормаживания после преобразований принимают вид

$$\text{при } z_1 z_3 > z_2 z_4: 0 < \frac{1 - \tau_{12} - \min \psi_1}{1 - \tau_{21} + \min \psi_2} < \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3 \eta_{43}}; \quad (43)$$

$$\text{при } z_1 z_3 < z_2 z_4: \frac{1 - \tau_{21} - \min \psi_2}{1 - \tau_{12} + \min \psi_1} < \frac{z_1 z_3}{z_2 z_4 \eta_{34}}. \quad (44)$$

Эти условия выполняются при следующих значениях параметров τ_{12} и τ_{21} :
при $z_1 z_3 > z_2 z_4$:

$$1 - \min \psi_1 - \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3 \eta_{43}} (1 - \min \tau_{21} + \min \psi_2) < \tau_{12} < 1 - \max \psi_1; \quad (45)$$

$$0 < \tau_{21} < \tau_{12}; \quad (46)$$

при $z_1 z_3 < z_2 z_4$:

$$\max \psi_1 < \tau_{12} < 1 + \min \psi_1; \quad (47)$$

$$\tau_{21} > 1 - \min \psi_2 - \frac{z_1 z_3}{z_2 z_4 \eta_{34}} (1 - \min \tau_{12} + \min \psi_1). \quad (48)$$

В учебниках Г.Г. Баранова и С.Н. Кожевникова указывается, что при определенных значениях передаточного отношения схема $C_{1H}^4 (C_{H1}^4)$ становится самотормозящейся при обычных параметрах прямозубых колес [7, 8]. Учитывая, что коэффициенты τ_{ij} для прямозубых колес определяются по формулам

$$\tau_{ij} = f_{ij} \operatorname{tg} \alpha_{ri}; i, j = 1, 2, \dots; \quad (49)$$

общие условия самоторможения передачи $C_{1H}^4 (C_{H1}^4)$ с сохранением режима оттормаживания при прямозубых колесах 1 и 2 имеют вид

при $z_1 z_3 > z_2 z_4$ и $a_{j2} < a_{j1}$:

$$\frac{1 - \min \psi_1 - \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3 \eta_{43}} (1 - \min f_{12} \operatorname{tg} \alpha_{r2} + \min \psi_2)}{\min f_{12}} < \operatorname{tg} \alpha_{r1} < \frac{1 - \max \psi_1}{\max f_{12}}; \quad (50)$$

при $z_1 z_3 < z_2 z_4$:

$$\frac{\min \psi_1}{\min f_{12}} < \operatorname{tg} \alpha_{r1} < \frac{1 + \min \psi_1}{\max f_{12}}; \quad (51)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{r2} > \frac{1}{\min f_{12}} \left[1 - \min \psi_2 - \frac{z_1 z_3}{z_2 z_4 \eta_{34}} (1 - \min f_{12} \tan \alpha_{r1} + \min \psi_1) \right]. \quad (52)$$

Подобным же образом находятся условия самоторможения при внеполюсном зацеплении колес 3—4. Аналогичное исследование, проведенное для передачи с двухвенцовыми сателлитами внутреннего зацепления, показало, что для их расчета пригодны все зависимости, полученные выше для передач с внешними зацеплениями.

Выходы

1. Задача обеспечения самоторможения планетарной передачи в целом в заданном состоянии сводится к определению необходимых углов наклона зубьев во внеполюсных зацеплениях. Для получения эффекта самоторможения при обратном ходе и достижения максимального к. п. д. прямого хода по крайней мере одно из звеньев планетарной передачи должно быть тормозящим при обратном ходе.

2. Для самоторможения отдельной ступени в составе планетарной передачи образующая ступень кинематическая пара выполняется с таким смешением рабочего участка линии зацепления относительно полюса, которое обеспечивает снижение к. п. д. обратного хода на величину, достаточную для самоторможения передачи в целом. При этом смеше-

ние производится в том направлении, которое обеспечивает наибольшее значение к. п. д. прямого хода самотормозящейся передачи.

3. Передача с одновенцовыми сателлитами A_{II}^3 может быть самотормозящейся при обратном ходе с возможностью оттормаживания либо без таковой при сохранении высокого значения к. п. д. прямого хода. Свойства передачи с двухвенцовыми сателлитами разнотипного зацепления B_{II}^4 аналогичны свойствам передачи A_{II}^3 .

4. Передачи C_{II}^4 (C_{II}^4) с двухвенцовыми сателлитами однотипного зацепления могут быть самотормозящимися при обратном ходе с возможностью оттормаживания либо без таковой при обеспечении необходимого смещения рабочих участков профилей зацепления. В передачах C_{II}^4 (C_{II}^4) смещение производится от оси вращения ведила при $z_1 z_3 > z_2 z_4$ и к оси при $z_1 z_3 < z_2 z_4$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Планетарные передачи / Справочник. Под ред. В.Н. Кудрявцева и Ю.Н. Кирдяшева. — Л.: Машиностроение, 1977. — 536 с.
2. Решетов Д. Н. Расчет планетарных механизмов. — М.: Машгиз, 1952. — 72 с.
3. Вейц В. Л. Динамика машинных агрегатов. — Л.: Машиностроение, 1969. — 370 с.
4. Пат. 1479765 РФ, МКИ F 16 H 1/18. Цилиндрическая зубчатая передача / В.В. Панюхин (РФ). — № 4336734/25-28. Опубл. 15.05.89. Бюл. № 18 // Открытия. Изобретения. — 1989. — № 18. — С. 156.
5. Тимофьев Г. А., Панихин В. В. Эвольвентные самотормозящиеся передачи равносмешенного зацепления. — В кн.: Элементы и устройства робототехнических систем: Межвузовский сборник. — М.: 1988. — С. 89—92.
6. Кудрявцев В. Н. Планетарные передачи. М.-Л.: Машиностроение, 1966. — 306 с.
7. Баранов Г. Г. Курс теории механизмов и машин. — М.: Машиностроение. — 1966. — 508 с.
8. Кожевников С. Н. Теория механизмов и машин / Учебное пособие. — Изд. 3-е. — М.: Машиностроение. — 1970. — 574 с.

539.374

КОЛЕБАНИЯ В ЗАДАЧЕ ДВУХ НЕПОДВИЖНЫХ ЦЕНТРОВ

Д-р техн. наук, проф. К.И. РОМАНОВ

Плоская задача о движении материальной точки, притягиваемой двумя неподвижными центрами. По закону Ньютона разрешается в эллиптических координатах [1]. Ниже показано, что особенностью малых колебаний массы под действием центральных сил, определяемых законом Гука, является геометрическая нелинейность. Приближенно найдены 2 частоты свободных колебаний материальной точки и показано, что гармонические колебания являются доминирующими.

The plane problem about driving the mass point, attracted by two fixed centers on a Newton's laws is authorized in elliptical axials [1]. Below is displayed, that the common characteristics of small oscillations under operation of central forces on a mass determined by a Hooke law is geometrical nonlinearity. Two frequencies of the free oscillations of a mass point are approximately discovered and is displayed, that simple harmonic motions are dominating.

1. Постановка задачи. Рассмотрим материальную точку массой M , совершающую малые колебания около положения статического равновесия $x = 0, y = 0$, где x и y — декартовы координаты. Неподвижные центры притяжения и отталкивания расположены на удалениях r_0 от начала координат. Силы центрального взаимодействия определяются по закону Гука