ВЫВОДЫ

1. Предложенный метод позволяет определить влияние на прогиб пластины каждой из составляющих ускорения — $\bar{a}_r, \bar{a}_e, \bar{a}_k$ ее точек.

2. Метод дает возможность находить рациональный профиль диска, обеспечивающий допустимый прогиб при заданных параметрах движения.

3. Лабораторная установка создает условия для экспериментальных исследований кинематических границ применимости принятых допущений.

4. Разработанный метод и полученные на его основе результаты могут быть использованы при проектировании и проверочных расчетах дисковых носителей мобильных информационных систем, а также тонких дисков в конструкциях энергетических и силовых установок.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Динамика. Методические указания по проведению практических занятий с использованием моделей и приборов по курсу «Теоретическая механика». Ч. II. Под. ред. Блюмина Г.Д. — Изд. МВТУ. — 1988. — 57 с.
2. Карпачев А.Ю. Собственные динамические характеристики вращающихся круглых пил при неравномерном нагреве // Вестник машиностроения. — 2006. — № 5. — С. 32—36.

539.374

ПРОДОЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ОДНОРОДНОЙ АТОМНОЙ ЦЕПОЧКИ

Д-р техн. наук, проф. К.И. РОМАНОВ

Разработан метод приближенного исследования движения физически нелинейной цепной системы, составленной из одинаковых атомов, рассматриваемых как сосредоточенная масса. Показано на основе закона сохранения энергии, что колебания цепочки сводятся к динамике системы с одной степенью свободы. Полученный результат может быть применен при анализе любой однородной цепной системы в условиях механических или электрических колебаний.

The method of the approximate research of atomic motion in a physically nonlinear linked structure made of identical atoms, considered as the concentrated mass is developed. It is displayed on the basis of law of conservation of energy, that the atomic oscillations are reduced to dynamics of system with one degree of freedom. The received result can be applied at the analysis of any homogeneous chain system in conditions of mechanical or electric oscillations.

Продольные колебания однородной цепочки изучались в [1] в случае линейных связей между атомами. В результате для закрепленной по концам цепочки было показано, что с помощью подстановки

$$x_k = A(t)\sin k\beta, \quad \beta = \frac{s\pi}{n+1}, \tag{1}$$

где x_k — смещение атомов из положений равновесия (рис. 1); $A(t)$ — функция времени; β — параметр, зависящий от числа полуволн колебаний s; n — число колеблющихся масс (на рис. 1 изображена цепочка при $n = 4$), система большого числа атомов сводится к системе с одной степенью свободы.

Ниже указанная подстановка применена к задаче о свободных колебаниях цепочки при нелинейных силах межатомного взаимодействия [2, 3]

$$N=\frac{E}{r_0}\Delta r-\gamma\frac{E}{r_0^2}(\Delta r)^2,$$

где E и γ — постоянные; $\Delta r = r - r_0, r_0$ и r — начальное и текущее расстояния между колеблющимися массами.

Получим приближенное решение с помощью закона сохранения энергии (при $r=0$ $\dot{x}_k=0$)

$$K+\Pi=\Pi_0 \tag{2}$$

$$K=\frac{m_0}{2}\sum_1^n \dot{x}_k^2$$

$$\Pi=\frac{E}{2r_0}\sum_0^n\left(x_{k+1}-x_k\right)^2-\gamma\frac{E}{3r_0^2}\sum_0^n\left(x_{k+1}-x_k\right)^3,$$

где $\Pi_0=\Pi$ при $t=0$, m_0 — сосредоточенная масса.

Подставляя (1) в (2), получаем

$$K=\frac{m_0}{2}\dot{A}^2\sum_1^n \sin^2 k\beta$$

$$\Pi=\frac{E}{r_0}A^2\sin^2\frac{\beta}{2}\sum_0^n\left(\cos 2k\beta\cos\beta-\sin 2k\beta\sin\beta+1\right)-$$

$$\frac{2\gamma EA^3}{3r_0^2}\sin^3\frac{\beta}{2}\sum_0^n\left(\cos 3k\beta\cos\frac{3}{2}\beta-\sin 3k\beta\sin\frac{3}{2}\beta+3\cos k\beta\cos\frac{\beta}{2}-3\sin k\beta\sin\frac{\beta}{2}\right).$$

При большом числе колеблющихся масс $(n\rangle 1)$ указанные здесь суммы [4] приводят к равенствам

$$K=\frac{m_0 n}{4}\dot{A}^2,\quad \Pi=\frac{En}{r_0}A^2\sin^2\frac{\beta}{2}$$

и, следовательно, к первому интегралу уравнений движения всех масс

$$\dot{A}^2+\frac{2E}{m_0 r_0}\left(A^2-A_0^2\right)\left(1-\cos\beta\right)=0 .$$

Таким образом, показано, что вследствие существования конечных сумм в (2) колебания цепочки с квадратичной нелинейностью в силе межатомного взаимодействия оказываются линейными, сводятся к осциллятору с одной степенью свободы и, следовательно, являются периодическими. Этот вывод подтверждает результаты численного интегрирования уравнений движения при $n=64$, показавшие [5] упорядоченность колебаний в цепочке с большим числом нелинейных осцилляторов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мандельштам Л. И. Лекции по теории колебаний. — М.: Наука, 1972. — 470 с.
2. Born M. Atomic Physics. London — Glasgow: Blackie and Son Limited. 1963. = Борн М. Атомная физика. — М.: Мир, 1970. — 484 с.
3. Малмейстер А. К. Упругость и неупругость бетона. Рига: Изд-во АН Латвийской ССР. — 1957. — 202 с.
4. Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. — М., Л.: ГИТТЛ, 1948. — 400 с.
5. Табор М. Хаос и интегрируемость в нелинейной динамике. М.: Эдиториал УРСС. — 2001. — 320 с.