

УДК 621.01: 621.81

Аналитическая нелинейная скоростная характеристика трения и оптимизация толщины смазочного слоя и эксцентриситета гидродинамических подшипников

В.И. Пожбелко

На основе динамического моделирования и полученных аналитических скоростных характеристик сил трения построена диаграмма, объединяющая закономерности упруго-пластической деформации (предварительное смещение фрикционного контакта) с кривой Штрибека и прямой Петрова. Рассмотрены условия образования переменного гидродинамического клина с учетом продольного и поперечного сдвига вязкой среды, возникновения минимума силы трения при оптимальной толщине смазочного слоя и эксцентриситете гидродинамических подшипников скольжения.

Ключевые слова: гидродинамический подшипник скольжения, минимум силы трения, оптимальные проектные параметры.

Based on a hydrodynamic modeling and the obtained analytical speed performance of friction forces there was built a diagram relating an elasto-plastic deformation pattern (preliminary displacement of a frictional contact) with Shtribek's curve and Petrov's straight line. Consideration was given to the conditions for creating a variable hydrodynamic wedge taking into account a longitudinal and transverse displacement of viscous medium, occurrence of a minimum friction force at optimum thickness of a lubricant layer and eccentricity of hydrodynamic bearings.

Keyword: hydrodynamic bearing, minimum fluid friction force, optimum design parameters.

Полное время функционирования любой машины включает остановку, переход из состояния полного покоя под действием сдвигающей силы и работу на определенном скоростном режиме. В связи с этим возникают задачи динамического моделирования перехода твердых тел (звеньев механизмов) от покоя к заданному движению как в условиях внешнего (сухого) трения, так и в условиях вязкого скольжения. Например, разгон тяжелонагруженных узлов машин (ползун стола подачи, вал турбины), установленных на подшипниках скольжения, происходит без наличия смазки между валом и опорной поверхностью корпуса с последующим образованием переменного слоя смазки между ними.

Большое количество работ по изучению механики фрикционного взаимодействия и механизма внутреннего трения, а также прикладных исследований в области гидродинамической смазки [1–16] объясняется широким использованием смазочных материалов в различных трущихся опорных узлах машин (радиальные подшипники, плоские направляющие — ползуны и т. д.), находящихся под нагрузкой N в процессе скольжения (рис. 1).



Пожбелко Владимир Иванович
доктор технических наук,
профессор,
Заслуженный работник
высшей школы РФ,
профессор кафедры
«Теоретическая механика
и основы проектирования
машин»
(Южно-Уральский
государственный
университет)

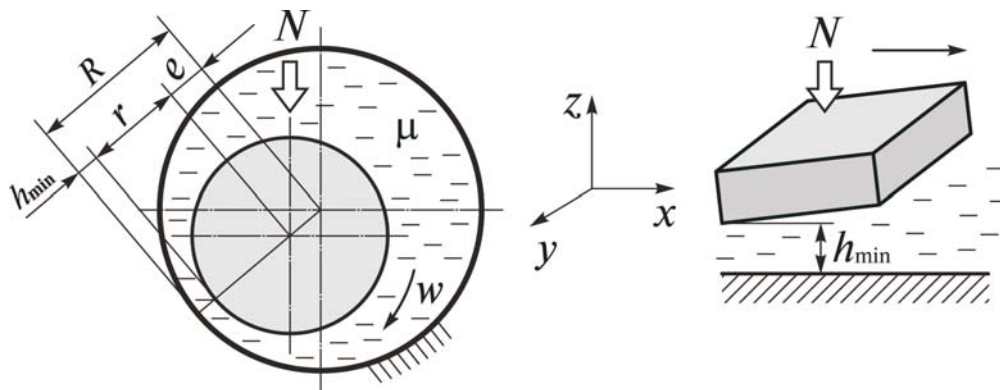


Рис. 1. Гидродинамические опоры скольжения

В работе [2] показано, что на основе второго закона Ньютона можно получить общее уравнение Навье — Стокса движения вязкой жидкости, которое является основой всей гидродинамики, однако не имеет общего аналитического решения. Поэтому наибольшее распространение при расчете узлов жидкостного трения получило известное уравнение Рейнольдса распределения давлений в зоне смазки при допущениях [1, 2]:

- 1) инерционными силами можно пренебречь;
- 2) жидкость (смазка) является ньютоновской;
- 3) рассматривается плоский поток жидкости (т. е. в предположении неограниченной длины подшипника или бесконечной ширины ползуна без учета боковых утечек);
- 4) вязкость постоянна;
- 5) радиальные колебания шипа (вала) отсутствуют, т. е. эксцентриситет e , зазор h_{\min} и градиент скорости являются заданными и постоянными.

При проектировании гидродинамических подшипников обычно задается относительный зазор ($\Psi = (R - r) / r$), постоянный режим работы (число Зоммерфельда) и рассчитывается относительная толщина масляного слоя ($\xi = h_{\min} / (R - r)$) и относительный эксцентриситет ($\chi = e / (R - r) = 1 - \xi$) [6]. Через r , R обозначены радиусы вала и подшипника (рис. 1). Без нагрузки ($N = 0$) в пределе будет: $e = 0$, $h = R - r = \text{const}$.

Для анализа трибологического поведения гидродинамически смазанных систем важен многофакторный учет влияния рабочих переменных (нагрузки, скорости, температуры,

вязкости) на толщину масляного слоя h_{\min} , разделяющего трущиеся поверхности [1—6].

При этом особо отмечается [1, 2], что в гидродинамических подшипниках с податливой опорной вязкой средой возникают постоянные изменения эксцентриситета вала (вал перемещается по полукругу Гюмбеля) при возможных колебаниях режима (изменение скорости вращения, температурной вязкости смазки и нагрузки). Анализ значений экспериментальной кривой Герси — Штрибека [1—3] показывает, что в действительных условиях работы при нормальной нагруженности подшипника сила трения и коэффициент трения несколько больше, чем значение идеализированной прямой Петрова (рассмотрена ниже), так как в нагруженной зоне градиент скорости движения масла существенно больше, чем в ненагруженном подшипнике с $e = 0$. Это объясняется как уменьшением зазора h при $N > 0$, так и более сложной (отличающейся от линейной) формулой эпюры распределения скоростей по толщине масляного слоя.

В работе [1] отмечается, что общим направлением большого множества исследований по гидродинамической смазке (опубликованных после Рейнольдса) является постоянное исключение многих первоначальных допущений, принятых Рейнольдсом. Из последних исследований можно указать комплексную разработку методов расчета на ЭВМ сложнонагруженных опор скольжения с учетом переменной температурной вязкости смазки и податливости их элементов [4].

Экспериментальные исследования в гидродинамических опорах скольжения [1–3, 5–6, 9–12] показывают, что с увеличением скорости скольжения от нуля сила трения сначала уменьшается (сухое и смешанное трение), а затем медленно увеличивается (жидкостное трение). При исследовании динамики машин обычно зависимость силы трения от скорости скольжения задается по сложным аппроксимирующим зависимостям [11, 12].

Для расчета механизмов, работающих при разных режимах и видах трения, важное значение имеет зависимость силы (коэффициента) трения от скорости относительного движения трущихся поверхностей. При динамическом моделировании опор скольжения обычно используют [1–3] закон вязкого трения Ньютона для взаимодействующих через слой смазки соосно расположенных цилиндров:

$$F = \mu A \frac{dv}{dh} \quad (1)$$

и полученную из него для нагруженного подшипника скольжения (длиной l и диаметром вала $d = 2r$) с концентричным расположением

вала ($e = 0$) и постоянной окружной толщиной слоя смазки ($h = R - r = \text{const}$) формулу коэффициента трения гидростатических опор скольжения (прямая Петрова):

$$f = \frac{\mu v}{ph}. \quad (2)$$

В выражениях (1) и (2) обозначено: F, f — соответственно сила и коэффициент жидкостного трения; μ — динамическая вязкость смазки; A — площадь поверхности трения; v — скорость относительного скольжения; p — удельное давление:

$$f = \frac{F}{N}; \quad p = \frac{N}{A} = \frac{N}{\pi dl}. \quad (3)$$

В идеальном случае ($h = R - r = \text{const}$, $\mu = \text{const}$, $p = \text{const}$) закон (1) и соответственно зависимость (2) при различных фиксированных (без ускорений) значениях скорости вращения представляют собой прямую Петрова (линия 2 на рис. 2), которая не совпадает (расположена ниже) с экспериментальной кривой Штрибека изменения f в области жидкостного трения [1]. Следовательно, согласно существ-

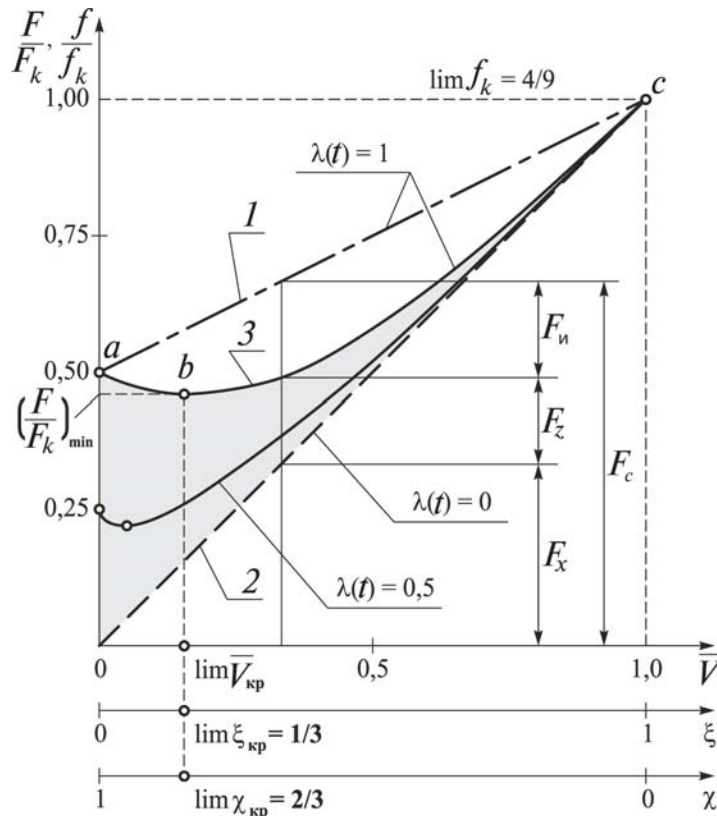


Рис. 2. Безразмерная диаграмма вязкого (гидродинамического) трения

вующей гидродинамической теории смазки, коэффициент трения имеет линейную зависимость от характеристики режима смазки (число Зоммерфельда), однако практически она более сложна и имеет ярко выраженный экстремум (минимум) [1–3]. Предпринимаемые в связи с этим многочисленные попытки подобрать для гидродинамических опор скольжения более реальную, чем (2), зависимость коэффициента жидкостного трения от числа Зоммерфельда (например, формулы Фогельполя [2, с. 137; 6, с. 333], Петрова и Фальца [3, с. 176]) не дают удовлетворительного схождения с кривой Штрибека. На наш взгляд, эти неудачи предопределены тем, что число Зоммерфельда изначально содержит через Ψ только постоянный радиальный зазор $h_{\max} = R - r = \text{const}$ подшипника ($e = 0$) и потому не учитывается дополнительная сила поперечного вязкого сдвига Пуассона.

Таким образом, возникает задача получения аналитической зависимости силы (коэффициента) жидкостного трения гидродинамических опор скольжения, согласующейся с соответствующей частью экспериментальной кривой Штрибека. Попробуем решить указанную задачу на основе полученных автором в работе [7] законов предельного трения и предложить для получения зависимости силы и коэффициента внутреннего трения другой безразмерный комплексный показатель скоростного режима работы — \bar{V} , отличающийся от числа Зоммерфельда учетом перемещения вала e и соответственно изменения h_{\min} при изменении рабочих переменных (v, μ, p).

В качестве базы для динамического моделирования процесса фрикционного взаимодействия двух сдвигаемых через вязкую среду твердых тел и последующего силового анализа процесса внутреннего трения в смазке примем следующие положения:

1. Полную силу F_c тангенциального сопротивления относительного сдвига поверхностей, охватывающих вязкую среду, можно с учетом силы трения покоя [7] представить в виде более обобщенного, по сравнению с зависимостями (1) и (2), закона (прямая 1 на рис. 2):

$$F = \frac{F_k}{2} \lambda(t) + \mu A \frac{dv}{dh}, \quad f = \frac{f_k}{2} \lambda(t) + \frac{\mu v}{ph}, \quad (4)$$

где F_k, f_k — соответственно сила и коэффициент трения скольжения пары «вал — подшипник»; $\lambda(t)$ — безразмерная функция, изменяющаяся [7] от 0 (при $l/d = \infty$) до 1 (при $l/d = 0$) и зависящая от реологии смазки.

2. Точка c (рис. 2), в которой сходятся граничные прямые 1 и 2, является предельной точкой жидкостного трения с параметрами $f = f_k, v_k = \omega_k r$. Для учета соотношения рассматриваемого режима работы по отношению к предельной точке c введем безразмерный параметр

$$\bar{V} = \frac{v}{v_k}. \quad (5)$$

3. Граничная прямая 2 (рис. 2) представляет собой силу F_x продольного вязкого сдвига (вдоль оси x) при $v = \text{const}$. Возникающая с учетом ускорений вязкой среды инерционная составляющая $F_{\text{и}}$ должна удовлетворять двум условиям:

- а) обращаться в нуль в точке a (движения нет, $F_x = 0$) и в точке c (установившийся режим работы с постоянной по окружности вала толщиной смазочного слоя вследствие $e = 0, F_c = F_x$);
- б) изменяться пропорционально разности ($F_c - F_x$).

Согласно указанным условиям составляем следующую зависимость:

$$F_{\text{и}} = (F_c - F_x) \frac{F_x}{F_c}. \quad (6)$$

4. Полная сила вязкого трения, учитывающая как продольный (F_x), так и поперечный за счет $e \neq \text{const}$ (F_z) вязкий сдвиг, может быть определена так:

$$F = F_x + F_z = F_c - F_{\text{и}}. \quad (7)$$

После обезразмеривания (8) с учетом (4), (6), (7)

$$\frac{F_c}{F_k} = \frac{\lambda(t)}{2} (1 + \bar{V}), \quad \frac{F_x}{F_k} = \bar{V}, \quad (8)$$

в окончательной формуле получаем искомую безразмерную характеристику вязкого трения при гидродинамическом скольжении:

$$\bar{F} = \frac{F}{F_k} = \bar{V} (1 + k_g), \quad \bar{f} = \frac{f}{f_k} = \bar{V} (1 + k_g), \quad (9)$$

$$k_g = \frac{(1 - \bar{V})^2 \lambda(t)}{2\bar{V} \left\{ 1 + \bar{V} \left[\frac{2}{\lambda(t)} - 1 \right] \right\}}, \quad (10)$$

где k_g — коэффициент динамичности, учитывающий переменный эксцентриситет вала при разных \bar{V} и возникающее при этом увеличение поперечной производной скорости скольжения за счет $h_{\min} < (R - r)$.

Закон вязкого трения в формуле (9) отличается от известного (1) и (2) тем, что через коэффициент динамичности k_g зависимость трения от четырех динамически взаимосвязанных переменных (h, v, p, μ) приводится только к одной переменной — скорости скольжения, что весьма удобно для использования в уравнениях движения [10, 11].

Построенная согласно аналитической зависимости (9) безразмерная характеристика вязкого трения представляет собой кривую, расположенную выше прямой Петрова (рис. 2) и имеющую четко выраженный минимум, величина которого из анализа функции (9) на экстремум $d\bar{F} / d\bar{V} = 0$ при $\lambda(t) = 1$ равна

$$\bar{V}_{\text{кр}} = 0,1547, \quad k_g = 2, \quad \bar{F}_{\text{мин}} = 0,464, \quad (11)$$

т. е. составляет 0,928 от силы трения покоя при $v = 0$, равной $\bar{F} = 0,5$.

Сравнивая предельную прямую 2 (нижняя граница на рис. 2, для которой $e = 0, h = R - r = \text{const}$) с кривой вязкого трения 3, получаем аналитические зависимости динамики изменения относительной толщины смазочного слоя и относительного эксцентриситета в процессе разгона вала в подшипнике (или ползуна по направляющим):

$$\xi = \frac{h_{\min}}{R - r} = \frac{1}{1 + k_g}, \quad \chi = 1 - \xi = \frac{k_g}{1 + k_g}. \quad (12)$$

Подставляя значения (11) в (12), находим критические параметры точки b (рис. 2):

$$\xi = 1/3, \quad \chi_{\text{кр}} = 2/3. \quad (13)$$

Отметим, что на рис. 2 рассчитанная по закону (9) реальная характеристика вязкого трения (при жидкостной, газовой или твердой смазке) приближается к прямолинейному закону 2 (линия Петрова для случая $h = R - r$) по мере увеличения скорости скольжения. Со-

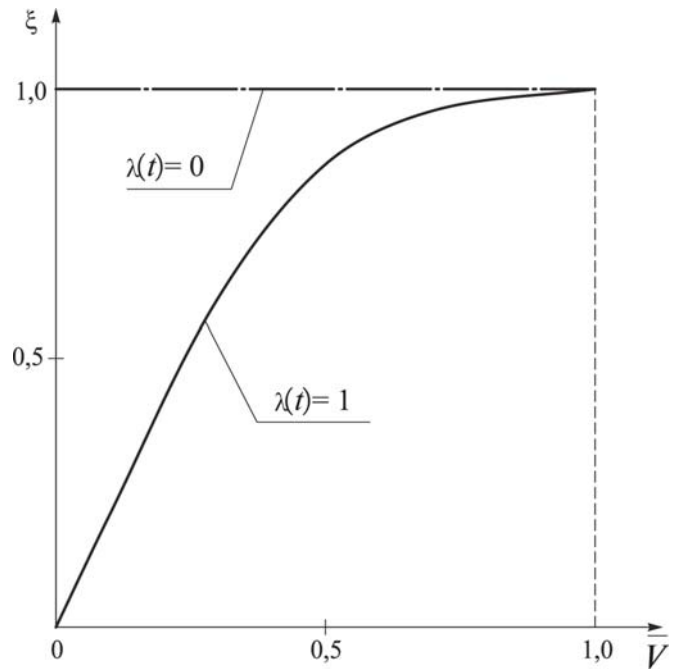


Рис. 3. Безразмерная диаграмма образования гидродинамического клина при вязком трении

гласно (12), это свидетельствует (рис. 3) о самопроизвольном увеличении $h_{\min} \rightarrow (R - r)$ по мере разгона вала (т. е. возникает известный на практике эффект гидродинамического клина).

В реальных условиях в зоне контакта поверхностей трения сначала при $v = 0$ имеет место внешнее (сухое) трение твердых тел, которое затем (за счет клинового действия смазки) переходит во внутреннее (вязкое) трение смазочного слоя. Состыковывая полученный в работе [8] график нагружения фрикционного контакта «вал — подшипник» во время предварительного смещения (до срыва вала) с кривой вязкого трения (см. рис. 2), получаем полную диаграмму перехода твердого тела (вал, ползун) от покоя в режим гидродинамического скольжения (рис. 4). Из анализа графиков на рис. 4 отмечаем, что, в отличие от аналогичного перехода в условиях сухого трения [8], при жидкостном трении не возникают прерывистое скольжение и фрикционные автоколебания в области малых v .

На рис. 4 участок 0—1—2 соответствует предварительному смещению без смазки [8], падающая характеристика силы трения на участке 2—3 (смешанное полужидкостное трение) описывается зависимостью [8]:

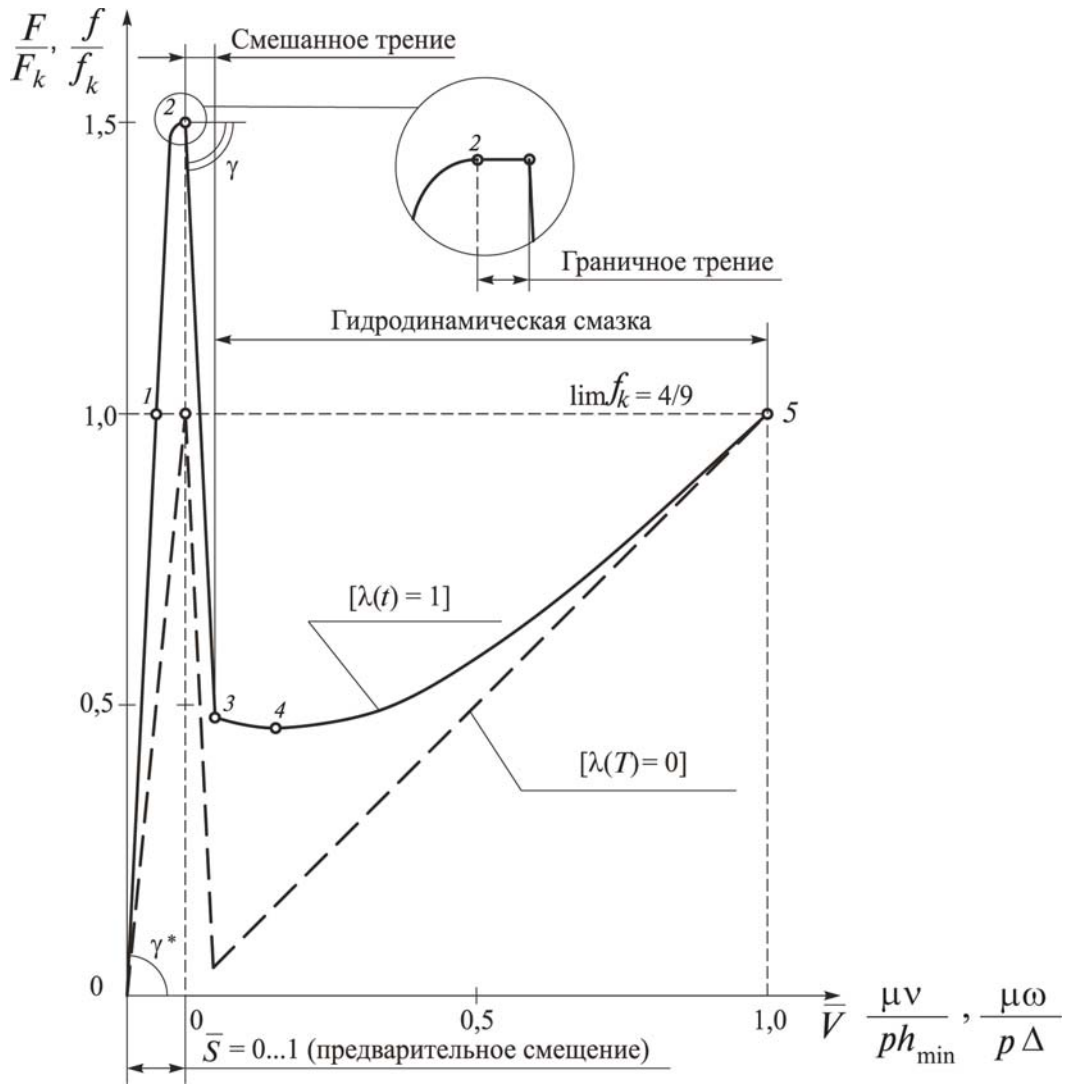


Рис. 4. Безразмерная диаграмма перехода твердого тела от покоя в режим гидродинамического скольжения

$$\bar{F} = \frac{F}{F_k} = \left[1 + \frac{\lambda(t)}{2} \right] - c^* \bar{V}, \quad (14)$$

$$f = \frac{\mu v}{p h_{\min}} = \frac{\mu \omega}{p \Delta}, \quad \left(\Delta = \frac{h_{\min}}{r} = 0 \dots 1 \right), \quad (15)$$

где c^* — приведенная жесткость привода; кривая 3—4—5 соответствует режиму гидродинамической смазки. После точки 2 в очень узких пределах шероховатости контактирующих поверхностей имеет место граничное трение [2]. Верхнее положение точки 5 на рис. 4 (и аналогичной ей точки c на рис. 2) определяется тем, что, согласно [7], существует порог внешнего трения любых твердых тел, равный $\lim f_k = 4/9$.

С учетом возникновения клина смазки с переменной минимальной толщиной смазочного слоя $h_{\min} = 0 \dots 1$, $\xi = 0 \dots 1$ (см. рис. 3) зависимость (1) преобразуется в следующий закон изменения коэффициента жидкостного гидродинамического трения:

которому отвечает кривая с минимумом в точке 4 на рис. 4.

Выводы

1. Расположение построенной аналитически для условия вязкого трения безразмерной диаграммы перехода (рис. 4) выше идеальной прямой Петрова с уменьшающимся сдвигом между ними (по вертикали) и их полным совпадением в пределе (точка 5 на рис. 4) свидетельствует о возникновении эффекта подъема (всплытия под нагрузкой) вращающегося вала (т. е. создания под ним своеобразного переменного гидродинамического клина согласно теоретическому графику на рис. 3).

Построенная на рис. 3 нелинейная безразмерная диаграмма перехода (в отличие от прямолинейного закона Петрова) хорошо согласуется с приведенной в работах [1—3, 5, 6, 9] экспериментальной кривой Штрибека.

2. Разность по ординате между кривой диаграммы перехода и прямой Петрова (рис. 4) представляет собой дополнительную силу вязкого трения, возникающую при поперечном сдвиге слоев смазки (сила поперечного вязкого сдвига Пуассона). Их совпадение в предельной точке 5 (рис. 4) соответствует концентрическому расположению вала в подшипнике.

3. Нелинейная характеристика внутреннего трения, построенная по аналитической зависимости (9) с учетом (14), имеет четко выраженный минимум (см. рис. 2 и рис. 4), согласующийся с экспериментами [1, с. 176, фиг. 7.1; 2, с. 127, рис. 4.40; 5, с. 159, рис. 8; 6, с. 333, рис. 670; 9, с. 170, рис. 92; 10, с. 421, рис. 8.35; 11, с. 154, рис. 38; 12, с. 99, рис. 5] и определяющий выбор относительного эксцентриситета $\chi \geq \chi_{кр} = 2/3$, что обеспечивает максимальную величину $h_{мин}$ в области устойчивого гидродинамического скольжения.

4. Область на рис. 2 между нижней граничной прямой 2 и верхней граничной кривой 3 охватывает весь диапазон нелинейных характеристик вязкого трения гидродинамических опор скольжения с различными l/d . Снижение l/d приводит к смещению характеристик вверх от прямой Петрова ($e = 0$) и может рассматриваться как один из способов увеличения эксцентриситета вала для работы в оптимальной области $\chi \geq \chi_{кр} = 2/3$.

5. Снижение силы трения покоя F_s по сравнению с силой трения скольжения F_k является основным функциональным признаком внутреннего (вязкого) трения. Достигаемое при вязком трении соотношение $F_s < F_k$ исключает прерывистое скольжение и неизбежные [8] при внешнем трении фрикционные автоколебания при переходе тела от покоя к движению, что объясняет установленную экспериментально [5] эффективность применения смазки или замены в направляющих пары «сталь — сталь» на «сталь — фторопласт».

Заключение

Полученные нелинейные безразмерные зависимости (9), (10), (12) и (14) вида

$$\bar{F} = \bar{V} (1 + k_g) = \frac{\bar{V}}{\xi}, \quad \xi = \frac{1}{1 + k_g}, \quad (16)$$

$$\chi = 1 - \xi = \frac{k_g}{1 + k_g},$$

$$f = \frac{\mu v}{\rho h_{мин}} = \frac{\mu \omega}{\rho \Delta}, \quad \left(v = \omega r; \Delta = \frac{h_{мин}}{r} = 0..1 \right) \quad (17)$$

и отвечающие им характерные графики (см. рис. 2—4) представляют собой новые аналитические законы жидкостного гидродинамического трения и имеют следующие особенности:

I. Характерная точка 1 на единой диаграмме перехода (см. рис. 4) является границей перехода внешнего трения твердых тел (прямая 0—1 ниже точки 1) в область внутреннего трения твердых тел (выпуклая кривая 1—2 выше точки 1) с установленной в работе [7] новой расчетной закономерностью трения покоя (f_s):

— в природе (т. е. и в машинах и механизмах) существует абсолютный предел роста силы (коэффициента) трения покоя, равный 3/2 силы (коэффициента) трения движения:

$$\lim f_s = \frac{3}{2} \lim f_k = \frac{3}{2} \frac{4}{9} = \frac{2}{3}. \quad (18)$$

Примечание. Рассчитанное в работе [7] точное пороговое значение предельного внешнего трения и износа твердых тел ($\lim f_k = 4/9$) подтверждено экспериментально [3, с. 102, рис. 9.1, а].

II. Согласно зависимости (14) и показанной на рис. 4 под углом падающей характеристики смешанного трения (линия 2—3), увеличение жесткости сдвигающего привода (т. е. угла) вызовет смещение влево граничной точки 3 пересечения характеристики смешанного трения (линия 2—3) с кривой жидкостного трения $a—b—c$ (см. рис. 4), т. е. приведет к расширению области жидкостного гидродинамического трения (вогнутая кривая 3—4—5 на рис. 4).

III. Указанный в выражении (10) безразмерный коэффициент $\lambda(t) = 0..1$ характеризует интенсивность образования и роста гидродинамического клина смазки для различных конст-

рукций опор скольжения (см. набор кривых жидкостного трения при $\lambda(t) > 0$ на рис. 2, которые в пределе при $\lambda(t) = 0$ вырождаются в известную прямую гидростатических направляющих [5, с. 159, рис. 8].

Зависимость (9) кривой гидродинамического трения после подстановки в нее выражения (10) может быть (с точностью до 1%) также представлена в виде степенного трехчлена:

$$\bar{F} = a_0 + a_1 \bar{V} + a_2 (\bar{V})^2, \quad (19)$$

который, например, для случая $\lambda(t) = 1$ имеет вид

$$\bar{F} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \bar{V} + \frac{5}{6} (\bar{V})^2. \quad (20)$$

Из комплексного анализа графиков на рис. 2 и рис. 4 отметим, что кривая гидродинамического трения (в отличие от прямой гидростатического трения) имеет четко выраженный минимум силы (коэффициента) трения F_{\min} (f_{\min}) и тепловыделения в смазочный слой, представляющий идеальную цель проектирования любой машины.

Примечание. Теоретически рассчитанное по зависимостям (9) и (10) расположение кривой гидродинамического трения выше прямой гидростатического трения (разность между ними представляет собой переменную в процессе скольжения величину сопротивления радиальному сдвигу слоев смазки — трение Пуассона) подтверждено экспериментально в работе [5, с. 159, рис. 8].

IV. Из анализа на экстремум $\bar{F} = \bar{F}_{\min}$ зависимостей (9), (10), (20) и кривых на рис. 2 расчетным путем установлены следующие критические значения толщины смазочного слоя и эксцентриситета вала для достижения этого минимума: при предельном значении $\lambda(t) = 1$ ($\xi_{\text{кр}} = 1/3$, $\chi_{\text{кр}} = 2/3$) и при среднем значении $\lambda(t) = 0,5$ ($\xi_{\text{кр}} = 1/5$, $\chi_{\text{кр}} = 4/5$).

С учетом этих критических значений расчетный эксплуатационный оптимальный диапазон выбора значений относительной толщины смазочного слоя и эксцентриситета вращающегося нагруженного вала при проектировании рациональных гидродинамических опор скольжения будет равен

$$\frac{1}{5} \leq \xi_{\text{опт}} \leq \frac{1}{3} (\xi_{\text{опт}} = 0,2 \dots 0,33), \quad (21)$$

$$\frac{2}{3} \leq \chi_{\text{опт}} \leq \frac{4}{5} (\chi_{\text{опт}} = 0,66 \dots 0,8) \quad (22)$$

и полностью согласуется с результатами испытаний применяемых в инженерной практике [5, с. 105] конструкций опорных подшипников скольжения.

Примечание. Выбор в указанном расчетном диапазоне (21) рекомендуемых проектных параметров эксплуатации нагруженных опор скольжения — в сторону уменьшения толщины смазочного слоя ($\xi_{\text{опт}} \rightarrow 0,2$) и, соответственно, увеличения эксцентриситета расположения вращающегося вала ($\chi_{\text{опт}} \rightarrow 0,8$), — согласно [5, с. 106, рис. 26], способствует повышению нагрузочной способности гидродинамических подшипников скольжения. С другой стороны, приближение проектных параметров к другой границе расчетного диапазона ($\xi \geq 0,33$, $\chi \leq 0,66$) повышает устойчивость режимов работы этих подшипников [1–6] при температурном изменении вязкости смазки.

Список литературы

1. Мур Д. Основы и применения трибоники / Пер. с англ. М.: Мир, 1978. 487 с.
2. Чихос Х. Системный анализ в трибонике / Пер. с англ. М.: Мир, 1982. 352 с.
3. Польцер Г., Майсснер Ф. Основы трения и изнашивания / Пер. с нем. М.: Машиностроение, 1984. 265 с.
4. Прокопьев В.Н., Караваев В.Г., Рождественский Ю.В. и др. Термогидродинамический расчет опор скольжения двигателя внутреннего сгорания / Материалы междунар. науч.-практич. симпозиума СЛАВЯНТРИБО-5. СПб.: Наука, 2000. С. 40–44.
5. Трение, изнашивание и смазка: Справочник: В 2 кн. Кн. 2 / Под ред. И.В. Крагельского и В.В. Алисина. М.: Машиностроение, 1979. 358 с.
6. Орлов П.И. Основы конструирования: Справочно-методич. пособие. Т. 2. М.: Машиностроение, 1988. 542 с.
7. Пожбелко В.И. Законы предельного трения / Вестник Российской академии транспорта (Уральское межрегиональное отделение). Вып. 2. Курган: РАТ, 1999. С. 226–230.
8. Пожбелко В.И. Моделирование перехода тела от покоя к движению и возникновение неустойчивости внешнего трения / Вестник Российской академии транспорта (Уральское межрегиональное отделение). Вып. 3. Курган: РАТ, 2000. С. 371–374.
9. Костецкий Б.И. Трение, смазка и износ в машинах. Киев: Техника, 1970. 396 с.
10. Вульфсон И.И., Ерихов М.Л., Коловский М.З. и др. Механика машин / Под ред. Г.А. Смирнова. М.: Высш. шк., 1996. 510 с.
11. Левитский Н.И. Колебания в механизмах. М.: Наука, 1988. 336 с.
12. Лейбензон Л.С. Собрание трудов. Т. IV. Геофизика и гидроаэродинамика. М.: АН СССР, 1955. 327 с.
13. Чичинадзе А.В. Расчет и исследование внешнего трения при торможении. М.: Наука, 1967. 232 с.
14. Дроздов Ю.Н. Передаточные механизмы. Трение, изнашивание, смазка: Справочник. Кн. 2. М.: Машиностроение, 1979. С. 113–146.
15. Горячева И.Г. Механика фрикционного взаимодействия. М.: Наука, 2001. 310 с.
16. Крайнев А.Ф. Механика (искусство построения) машин. М.: Машиностроение, 2000. 904 с.

Статья поступила в редакцию 24.12.2010 г.