

531.8:622.732

ИССЛЕДОВАНИЕ СТАТИЧЕСКИХ И ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ВИНТОВЫХ ПРУЖИННЫХ МЕЛЬНИЦ

Асп. Д. ГАНБАТ Д., д-р техн. наук, проф. С.С. ГАВРЮШИН

Излагается численная методика расчета рабочих органов винтовых мельниц, представляющих собой предварительно деформированные винтовые цилиндрические пружины. Проведен сравнительный анализ результатов, полученных по различным расчетным моделям и по данным эксперимента.

The numerical technique for analysis the spring mills working element previously deformed screw cylindrical springs is represented. The comparative analysis of results obtained on various models, with the data of experiment is carried out.

В последние годы для выполнения технологических операций измельчения, смешивания и грохочения используется новый класс помольно-смесительного оборудования — винтовые или пружинные мельницы. В качестве рабочих органов в этих агрегатах, используются винтовые цилиндрические пружины (рис. 1).

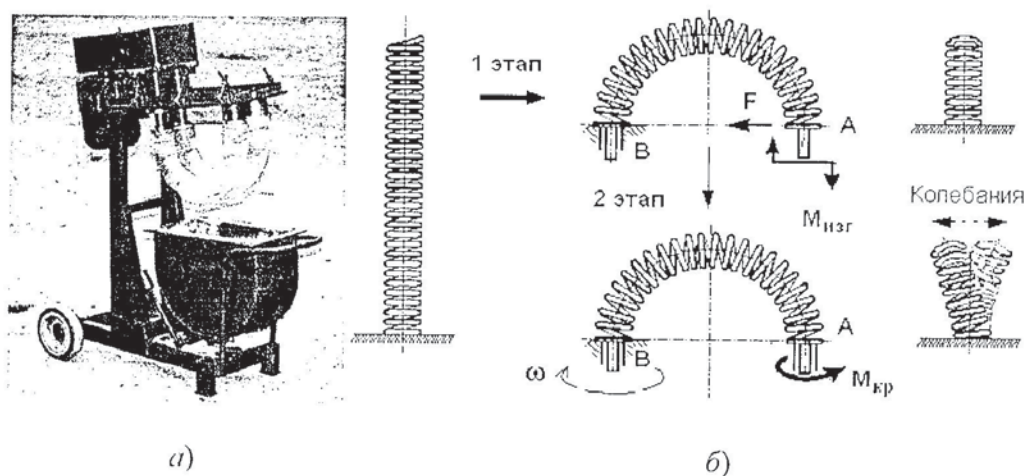


Рис. 1. *а* — винтовая мельница с рабочим органом, использующим две предварительно изогнутые винтовые цилиндрические пружины; *б* — этапы деформирования рабочего органа мельницы

По сравнению с традиционным оборудованием винтовые мельницы позволяют существенно снизить энергетические потери для целого ряда технологических процессов, обеспечивая при этом должное качество продукта и требуемую производительность [1]. Производителями оборудования было экспериментально установлено, что наложение вибрации на рабочий орган мельниц увеличивает их производительность. Это привело к идее не избегать резонансных режимов работы, а наоборот, стремиться вывести систему на таковые посредством изменения параметров предварительного деформирования рабочего органа. Таким образом, задача поиска резонансных режимов работы винтовых мельниц и анализ существующих возможностей управлять ими путем изменения параметров предварительного деформирования является актуальной востребованной практической задачей. Ниже излагается созданная авторами комплексная методика, пригодная

для расчета и проектирования рабочих органов аппаратов для измельчения и грохочения сыпучих материалов.

Характерный процесс деформирования пружины в процессе сборки и работы показан на рис. 1, б. Проблему анализа можно условно разделить на два взаимосвязанных этапа. На первом этапе исследуется статическая задача, в процессе решения которой определяется геометрическая форма и напряженно-деформированное состояние (НДС) предварительно деформированной винтовой цилиндрической пружины. Статическая задача исследования процесса предварительного деформирования пружины является геометрически нелинейной и сводится к решению многопараметрической нелинейной крас-вой задачи. В качестве независимых внешних параметров деформирования могут выступать осевое поджатие и угол относительного поворота торцов. Для решения задачи используется метод продолжения по параметру [2].

Результаты первого этапа используются как исходные для анализа динамических характеристик пружины на втором этапе. При анализе динамических характеристик исследуется задача на собственные значения для уравнений динамического равновесия [3], линеаризованных относительно достигнутого на первом этапе предварительного напряженно-деформированного состояния. Колебания считаются малыми.

В рамках изложенного алгоритма используются две различные численные модели, основанные на расчетных схемах винтового пространственного стержня и эквивалентного бруса. Материал пружины считается линейно упругим.

Модель пространственного стержня строится на основе соотношений, изложенных В.А. Светлицким [3] и описывающих нелинейную деформацию гибкого нерастяжимого пространственного стержня в рамках гипотезы Эйлера—Бернулли. В процессе анализа использовались также несколько отличающиеся по форме записи и, по мнению авторов более удобные для численного счета, соотношения [4, 5]. Для описания поведения гибкого стержня одновременно использовались глобальная и локальная декартовы системы координат. Положение текущего сечения на оси стержня определяется лагранжевой координатой S , отсчитываемой вдоль недеформированной оси стержня. Для перехода от глобальной системы координат к локальной использовалась последовательность трёх поворотов. Расчетная схема пространственного стержня может достаточно эффективно использоваться для решения большого числа задач, связанных с расчетом винтовых цилиндрических пружин, однако, учет контакта витков с ее помощью, в силу возникающих вычислительных сложностей, представляется весьма проблематичным.

Исследование нелинейного деформирования пружины в случае плоского изгиба может быть выполнено на основе инженерных соотношений, полученных на основе расчетной схемы эквивалентного бруса [6], которая, хотя и уступает в общности предыдущей модели, однако позволяет решать задачу при меньших вычислительных затратах. Пружина в данном случае заменяется гибким эквивалентным брусом, гипотетическая ось которого совпадает с осью пружины. Брус наделяется жесткостью на растяжение-сжатие, изгибной и сдвиговой жесткостями, соответствующими характеристикам реальной пружины. В частности, для витка круглого поперечного сечения с малым углом подъема соответствующие жесткости эквивалентного бруса определяются аналитически по формулам (1).

$$A_1(S) = \frac{Ed^4 h(S)}{16D^3(1+\mu)}, \quad A_2(S) = \frac{Ed^4 h(S)}{32D(2+\mu)}, \quad A_3(S) = \frac{Ed^4 h(S)}{8D^3}, \quad (1)$$

где D — средний диаметр пружины, d — диаметр проволоки, E — модуль упругости материала, μ — коэффициент Пуассона. Значения жесткостей являются функциями текущей длины витка пружины $h(S)$, величина которого выражается через начальный шаг пружины h_0 и осевую деформацию пружины ε , которая, в свою очередь, выражается через осевое усилие N и приведенную жесткость эквивалентного бруса на растяжение—сжатие A_1 :

$$h(S) = h_0(1 + \varepsilon) = h_0 \left(1 + \frac{N(S)}{A_1(S)}\right) \quad (2)$$

Разрешающая система нелинейных дифференциальных уравнений шестого порядка, описывающая процесс нелинейного деформирования пружины по модели эквивалентного бруса, имеет вид

$$\begin{cases} \frac{dx}{dS} = (1 + \varepsilon) \cos \theta, \\ \frac{dy}{dS} = (1 + \varepsilon) \sin \theta, \\ \frac{d\theta}{dS} = (1 + \varepsilon) \left[\frac{M}{A_2} - \frac{d}{ds} \left(\frac{Q}{A_3} \right) \right] + \kappa_0(S), \\ \frac{dN}{dS} = -(1 + \varepsilon) Q - q_t, \\ \frac{dQ}{dS} = (1 + \varepsilon) N + q_n, \\ \frac{dM}{dS} = Q + m \end{cases} \quad (3)$$

где x , y и θ — координаты и угол поворота текущего сечения бруса; N , Q и M — нормальное усилие, сдвиговое усилие и изгибающий момент в текущем сечении, соответственно; κ_0 — начальная кривизна стержня; q_n , q_t — интенсивность погонной силовой нагрузки, действующей на стержень в нормальном и тангенциальном направлениях; m — интенсивность погонной моментной нагрузки. Система (3) дополняется соответствующими краевыми условиями. Полученная двухточечная нелинейная краевая задача решается методом продолжения решения по параметру.

На втором этапе при рассмотрении уравнений динамического равновесия в нагрузку включаются инерционные слагаемые, изменяющиеся по гармоническому закону и зависящие от частоты колебаний. Процедура линеаризации и определения собственных частот малых колебаний аналогична для обеих моделей.

К преимуществам расчетной схемы пространственного стержня следует отнести возможность анализа пространственных форм колебаний. Возможности модели эквивалентного бруса ограничиваются исследованием колебаний только в плоскости изгиба, однако сами уравнения получаются существенно проще и позволяют учесть наличие контакта витков на сжатой стороне пружины.

Разработанная методика использовалась для решения реальных задач расчета и проектирования рабочих органов винтовых мельниц, часть из которых приведена ниже.

При сопоставлении решений использовались результаты расчетов, полученные аналитически [7] и численно по соотношениям (3) на основе расчетной схемы эквивалентного бруса; численным методом по модели пространственного стержня [4], методом конечных элементов с использованием программного комплекса ANSYS [9], а также экспериментальные данные, полученные на специальном испытательном стенде, разработанным Р.Н. Бадиковым [8].

Исследование влияния продольной сжимающей силы на собственную частоту колебаний цилиндрической пружины

На рис. 2 представлены результаты расчета винтовой пружины со следующими параметрами: высота пружины $H = 0,714$ м, диаметр проволоки $d = 0,006$ м, диаметр пружины $D = 0,065$ м, количество витков $i = 40$, угол витка $\alpha = 5^\circ$, модуль упругости материала $E = 200$ ГПа, коэффициент Пуассона $\mu = 0,3$, плотность материала $\rho = 7,85$ кН/м³.

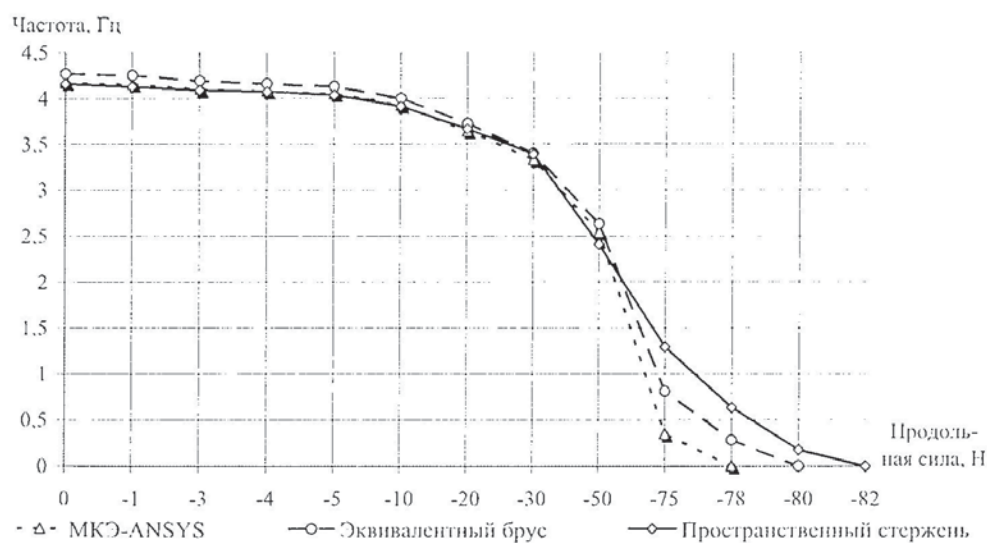


Рис. 2. Частотная характеристика цилиндрической пружины в зависимости от величины сжимающей силы

Анализируя результаты отмечаем, что все методы показывают хорошее согласование результатов практически на всем интервале нагружения. Некоторое различие наблюдается в зоне, предшествующей статической потере устойчивости.

Исследование собственных частот колебаний цилиндрической пружины, изогнутой в дугу 180°, с жесткой заделкой по торцам

Исследовалась винтовая пружина со следующими параметрами: высота пружины $H = 0,193$ м, диаметр проволоки $d = 0,0026$ м, диаметр пружины $D = 0,0265$ м, количество витков $i = 38$, угол витка $\alpha = 3,5^\circ$, модуль упругости материала $E = 200$ ГПа,

коэффициент Пуассона $\mu = 0,3$, плотность материала $\rho = 7,85 \text{ кН/м}^3$. Значения первых пяти собственных частот, полученные в расчете и эксперименте, приведены в табл. 1, форма колебаний для 4-й частоты приведена на рис. 3.

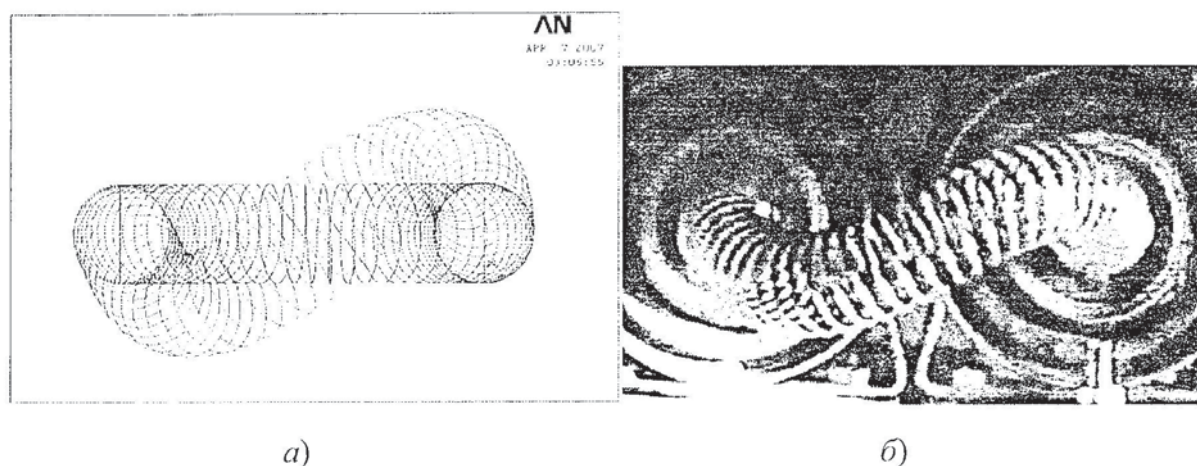


Рис. 3. Форма колебаний пружины на 4-ой частоте; а — расчет МКЭ с помощью пакета «ANSYS»; б — результаты эксперимента [8]

Таблица 1

Форма	Значение собственных частот, Гц		
	численно	эксперимент	МКЭ-ANSYS
1	14,716	14,166	13,606
2	26,1	24,5	27,367
3	28,483	28,83	29,822
4	38,2	38,33	37,891
5	49,65	50	54,904

Анализ напряженно-деформированного состояния и собственных частот предварительно изогнутой пружины с учётом контакта витков

Рассматривалась предварительно изогнутая пружина (рис. 4) со следующими параметрами: высота пружины $H = 0,33 \text{ м}$, диаметр проволоки $d = 0,01 \text{ м}$, диаметр пружины $D = 0,05 \text{ м}$, количество витков $i = 30$, угол витка $\alpha = 4^\circ$, модуль упругости материала $E = 200 \text{ ГПа}$, коэффициент Пуассона $\mu = 0,3$, плотность материала $\rho = 7,85 \text{ кН/м}^3$. На предварительном этапе пружина из исходного положения A проворачивается на угол $\varphi = 180^\circ$ в положение B . Затем оба ее торца жестко закрепляются с соблюдением межосевого расстояния $C = 0,18 \text{ м}$. В процессе предварительного деформирования на сжатой стороне пружины возникает контакт витков.

Результаты расчетов, проведенные методом конечных элементов, представлены в табл. 2. Существенное различие наблюдается для частот соответствующих колебаниям в плоскости изгиба. Наибольшее различие достигает 12,6 % при расчетах второй частоты и объясняется изменением изгибной жесткости пружины за счет контакта витков. Частоты, соответствующие колебаниям пружины из плоскости изгиба изменяются незначительно.

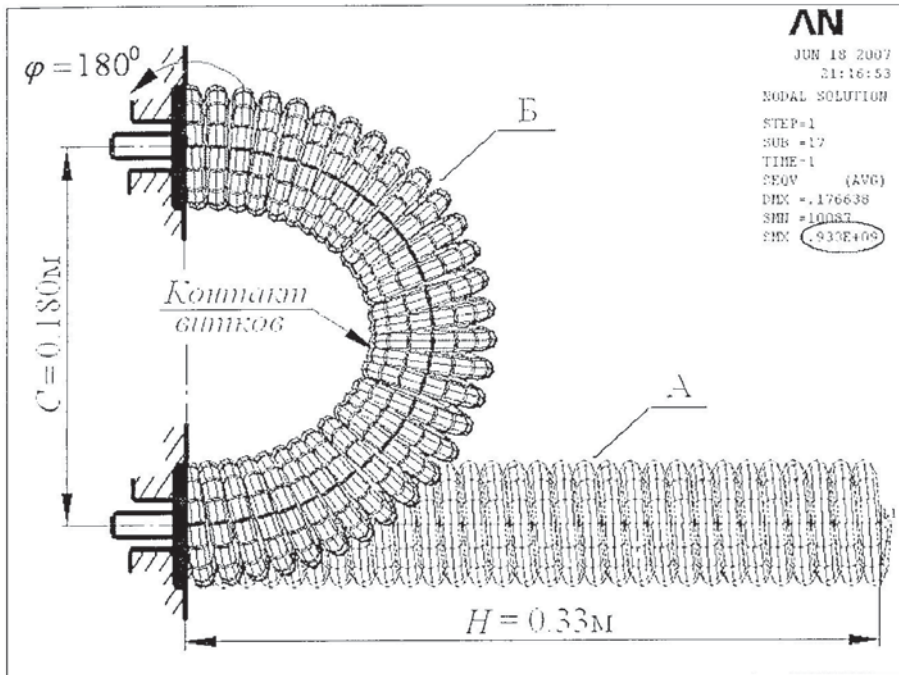


Рис. 4. Пружина в исходном и предварительно деформированном положениях

Таблица 2

Форма собственной частоты	Собственная частота, Гц		$\Delta = \left(\frac{p_2 - p_1}{p_1} \right) 100\%$
	p_1 (без учета контакта витков)	p_2 (с учетом контакта витков)	
1	18,289	19,171	4,6
2	28,735	32,876	12,6
3	35,452	35,278	0,5
4	40,838	43,037	5,4
5	55,909	56,483	1,0
6	66,223	68,229	7,1

По результатам расчета проводился анализ напряженно-деформированного состояния пружины. Максимальные эквивалентные напряжения $\sigma_{\text{экр}}^{\text{max}}$ по критерию Мизеса составили: с учетом контакта 933 МПа, без учета контакта 797 МПа, что свидетельствует о необходимости учета эффекта контакта витков при расчете рабочих органов на прочность и долговечность.

Сопоставление различных расчетных схем показало, что каждая из них имеет свои недостатки и преимущества, поэтому рационально комплексное применение нескольких методик. На предварительном этапе проектирования целесообразно использовать упрощенную схему эквивалентного бруса, позволяющую определить примерные размеры пружины и параметры процесса предварительного деформирования. Уточненные расче-

ты, в случае отсутствия контакта витков, можно также проводить, используя расчетную схему пространственного стержня.

По причине относительной трудоемкости проводить вариантыные расчеты задачи методом конечных элементов на предварительном этапе нежелательно. Метод конечных элементов следует использовать для «чистовых» расчетов на завершающем этапе проектирования, после определения всех примерных параметров агрегата.

Разработанная комплексная методика показала свою эффективность и может быть рекомендована для расчета и проектирования рабочих органов винтовых мельниц.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Основы теоретического расчета винтовых мельниц / Л.А. Сиваченко, С.С. Гаврюшин, Н.Г. Слезнев и др. / Технологические проблемы измельчения и активации. Матер. науч. техн. семинара. — Могилев, 1993. — С. 184—191.
2. Гаврюшин С. С., Барышников О. О., Борискин О. Ф. Численные методы проектирования гибких упругих элементов. Калуга: ГУП «Облиздат», 2001. — 200 с.
3. Светлицкий В. А. Механика стержней: Учеб. для вузов. М.: Высшая школа, 1987. — Ч. 1. — Статика. — 320 с., Ч.2. — Динамика. — 304 с.
4. Бадиков Р. Н. Исследование влияния продольной сжимающей силы на собственную частоту колебаний цилиндрической пружины спирального грохота // Известия вузов. Машиностроение. — 2004. — № 10. — С. 15—20.
5. Гаврюшин С. С., Гуськов А. М. Численное моделирование поведения гибких пространственных стержней при конечных перемещениях. Тез. докл. н/т конф., посв 165-летию МГТУ им. Н. Э. Баумана. — М.: 1995. — Ч. 2 — С. 115.
6. Пономарев С. Д., Андреева Л. Е. Расчет упругих элементов машин и приборов. М.: Машиностроение, 1980. — 327 с.
7. Хвингня М. В. Вибрации пружин. — М.: Машиностроение, 1969. — 287 с.
8. Бадиков Р. Н. Расчетно-экспериментальное исследование частотных характеристик цилиндрической пружины, изогнутой в полуокружность. Известия вузов. Машиностроение. — 2004. — № 11. — С. 20—25.
9. Каплун А. Б., Морозов Е. М., Олферьева М. А. ANSYS в руках инженера. Практическое руководство. — М.: Едиторнал УРСС, 2003. — 272 с.