

ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАГРУЗКИ В ЗАЦЕПЛЕНИЯХ КОЛЕС КОАКСИАЛЬНОЙ ПЛАНЕТАРНОЙ ПЕРЕДАЧИ

Д-р техн. наук, проф. Ф. И. ПЛЕХАНОВ, канд. техн. наук В. С. КУЗНЕЦОВ,
канд. техн. наук А. С. КАЗАНЦЕВ

Приводится решение задачи установления закона распределения нагрузки в зацеплениях коаксиальной планетарной передачи, содержащей нетрадиционное центральное колесо с зубьями-перемычками. Созданная математическая модель зацепления включает уравнения совместности перемещений зубьев колес и основные виды деформаций их элементов.

The task solution of an establishment of the law of distribution of loading in gearings of the coaxial planetary transfer containing a nonconventional central wheel with cogs - crosspieces is resulted. The created mathematical model of gearing includes the equations of jointness of movings cogs wheels and the basic kinds of deformations of their elements.

Планетарные механизмы с двумя внутренними зацеплениями колес (передачи типов 3К и 2К-Н) позволяют реализовать большое передаточное отношение в одной ступени при малом числе деталей.

Однако при традиционном параллельном расположении центральных колес действующие с их стороны на сателлит силы создают момент, стремящийся развернуть это звено передачи, что требует использования мощных подшипниковых узлов и жесткого водила. Избавиться от этого недостатка можно, выполнив одно центральное колесо в виде барабана с зубьями-перемычками и расположив его коаксиально в колесе с укороченными внутренними зубьями [1]. Планетарная передача типа 3К в этом случае может не содержать водила, его функцию выполняет опорное кольцо, воспринимающее радиальные составляющие сил в зацеплениях колес (рис. 1).

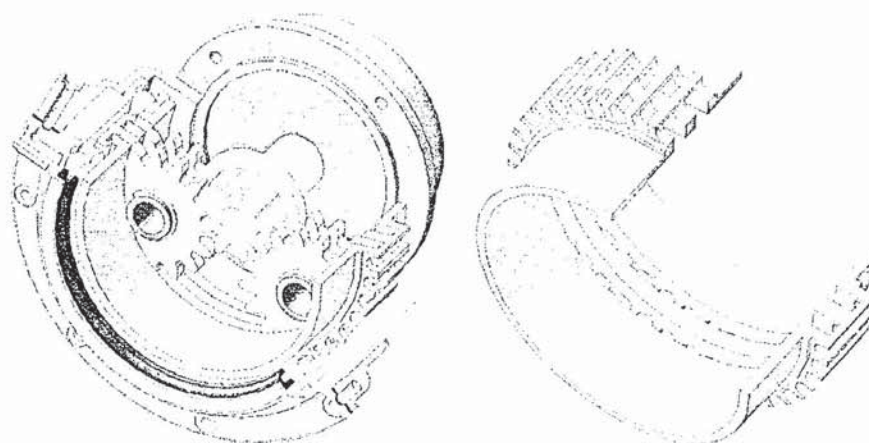


Рис. 1. Безводильная планетарная передача типа 3К и центральное колесо с зубьями-перемычками

В процессе работы такой коаксиальной планетарной передачи колесо с зубьями-перемычками деформируется под действием момента кручения T , что приводит к искривлению перемычек. Кроме того, изгиб перемычки происходит под действием силы, действующей на нее со стороны зуба сателлита. В результате имеет место неравномер-

ное распределение нагрузки как по длине перемычки, так и по венцам сателлита, что отрицательно сказывается на нагрузочной способности механизма. Поэтому для расчета передачи на прочность и жесткость и определения рациональных параметров механизма важно установить законы распределения нагрузки по длине линии контакта и отдельным венцам сателлита.

Деформация зуба-перемычки колеса под действием момента кручения T может быть найдена из универсального уравнения изогнутой оси (рис. 2)

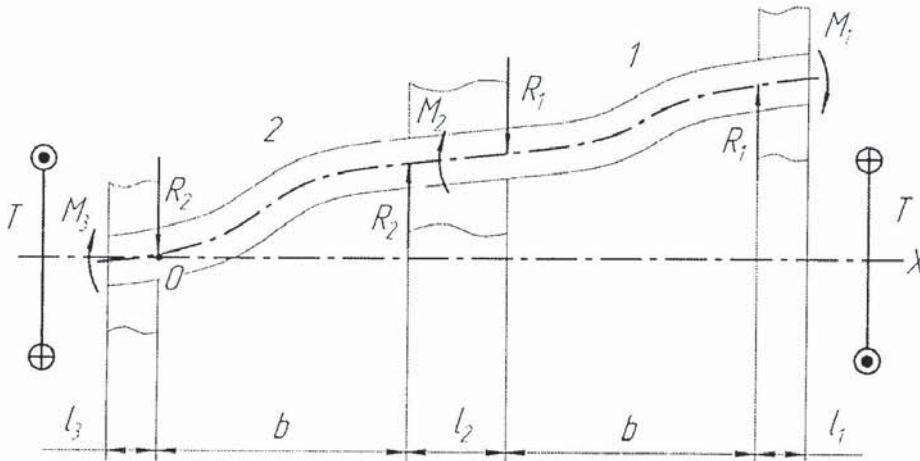


Рис. 2. Деформация зубьев-перемычек колеса под действием момента кручения

$$y_T(X)JE = \theta(0)JEX + \frac{M_3 X^2}{2} - \frac{R_2 X^3}{6} \Big|_I + \frac{R_2 (X-b)^3}{6} \Big|_{II} + \frac{M_2 (X-b-0,5l_2)^2}{2} \Big|_{III} - \frac{R_1 (X-b-l_2)^3}{6} \Big|_{IV}, \quad (1)$$

где угол поворота перемычки в начале координат равен углу кручения собственно зуба, т. е. $\theta(0) = M_3 H / J_{p3} G$, E и G — модули упругости 1 и 2 рода, J_{p3} — полярный момент инерции сечения зуба, J — осевой момент инерции сечения перемычки (это выражение записано для наиболее часто используемого в передачах колеса с двумя рядами перемычек).

Входящие в (1) реакции опор балки, в виде которой представлен зуб-перемычка, выразим через среднее значение силы F , действующей на перемычку колеса со стороны венца сателлита, и силу F_2 , действующую на перемычку 2,

$$R_1 = \frac{n_w(2F - F_2)}{2z}, \quad R_2 = \frac{n_w(2F - 0,5F_2)}{z}, \quad (2)$$

где n_w — число двухвенцовых сателлитов, одновременно передающих нагрузку, z — число зубьев колеса, $F = T / n_w d_w$, d_w — диаметр начальной окружности колеса.

Учитывая, что углы поворота балки в местах расположения опор равны углам кручения зуба, получим следующие выражения:

$$\frac{M_2 H}{J_{p2} G} EJ = \frac{M_3 H}{J_{p3} G} JE + M_3(b + 0,5l_2) - 0,5R_2(b^2 + bl_2), \quad (3)$$

$$\frac{M_1 H}{J_{p1} G} EJ = \frac{M_3 H}{J_{p3} G} JE + M_3(2b + l_2) - 0,5R_2(3b^2 + 2bl_2) + M_2(b + 0,5l_2) - 0,5R_1 b^2. \quad (4)$$

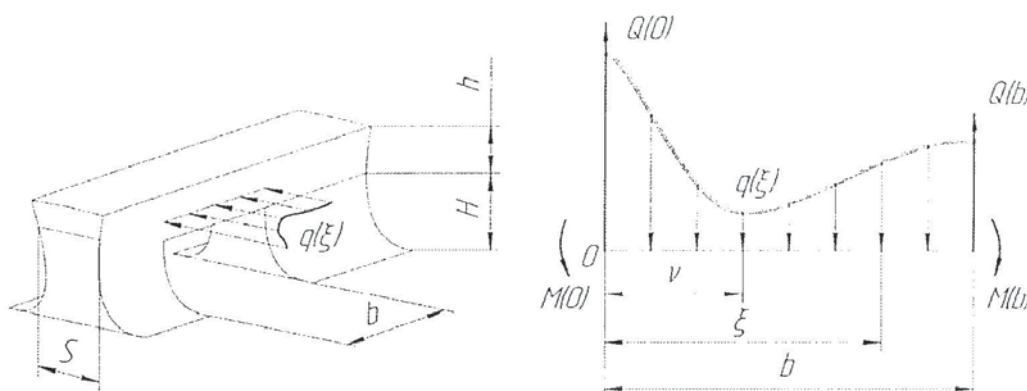


Рис. 3. Зуб-перемычка колеса и характер распределения нагрузки по его длине

Последние равенства и уравнение статики

$$\sum M_{oi} = M_1 + M_2 + M_3 - b(R_2 + R_1) = 0 \quad (5)$$

позволяют выразить неизвестные моменты M_1, M_2, M_3 через F и F_2 .

Связь между силовыми факторами каждой из двух перемычек и ее прогибом выражается известным уравнением

$$\frac{M(\xi)}{JE} + \frac{1,2q(\xi)}{ShG} = y''(\xi), \quad (6)$$

учитывающим действие момента и поперечной силы на величину прогиба (рис. 3).

Здесь момент в произвольном сечении перемычки

$$M(\xi) = Q(0)\xi - \int_0^\xi q(\nu)(\xi - \nu)d\nu - M(0). \quad (7)$$

С другой стороны, погонная нагрузка $q(\xi)$ может быть выражена через жесткость зацепления C_{II} и перемещение зубьев:

$$q(\xi) = C_{II} [\Delta - |y(\xi)|] = C_{II} [\Delta + y(\xi)], \quad (8)$$

где Δ — постоянная величина, $C_{II} = E/K_{II}$ [2] ($K_{II} \approx 4,05 \div 5$ в зависимости от ширины венца сателлита).

После подстановки (7) и (8) в равенство (6) и дифференцирования последнего получим однородное дифференциальное уравнение четвертого порядка

$$q''''(\xi) - \frac{1,2C_{II}}{ShG} q''(\xi) + \frac{C_{II}}{JE} q(\xi) = 0, \quad (9)$$

решение которого имеет вид

$$q(\xi) = C_1 \text{sh}(\alpha\xi) \sin(\beta\xi) + C_2 \text{ch}(\alpha\xi) \sin(\beta\xi) + C_3 \text{sh}(\alpha\xi) \cos(\beta\xi) + C_4 \text{ch}(\alpha\xi) \cos(\beta\xi), \quad (10)$$

где α и β — корни характеристического уравнения.

Для определения постоянных интегрирования и сил, действующих на перемычки 1 и 2, используем уравнения статики и граничные условия, записанные с учетом выражений (6) и (8):

$$\int_0^b q_1(\xi) d\xi = F_1 = 2F - F_2, \quad (11)$$

$$\int_0^b q_2(\xi) d\xi = F_2, \quad (12)$$

$$y_1'(0) = \frac{q_1'(0)}{C_{II}} = -\frac{M_2 H}{J_{p2} G}, \quad (13)$$

$$y_1'(b) = \frac{q_1'(b)}{C_{II}} = -\frac{JE}{J_{p1} G} H \left[\frac{q_1''(b)}{C_{II}} - \frac{1,2q_1(b)}{ShG} \right], \quad (14)$$

$$y_2'(0) = \frac{q_2'(0)}{C_{II}} = \frac{JE}{J_{p3} G} H \left[\frac{q_2''(0)}{C_{II}} - \frac{1,2q_2(0)}{ShG} \right], \quad (15)$$

$$y_2'(b) = \frac{q_2'(b)}{C_{II}} = -\frac{M_2 H}{J_{p2} G}, \quad (16)$$

$$q_1(0) - q_1(b) = C_{II} [y_T(X = 2b + l_2) - y_T(X = b + l_2)], \quad (17)$$

$$q_2(0) - q_2(b) = C_{II} y_T(X = b), \quad (18)$$

$$q_2(0) - q_1(0) = C_{II} y_T(X = b + l_2). \quad (19)$$

Решение системы уравнений (3)—(5) и (11)—(19) позволяет выразить через F восемь постоянных интегрирования в двух уравнениях вида (10), записанных для перемычек 1 и 2, силу F_2 и моменты M_1 , M_2 , M_3 в местах соединения зуба-перемычки с ободом колеса. Тогда необходимые для расчета зацепления на прочность коэффициенты неравномерности распределения нагрузки по венцам сателлита и по длине перемычки найдем из равенств

$$K_{HF} = \frac{F_2}{F}, \quad K_{H\beta} = \frac{q_{\max}}{q_{cp}} = \frac{q_2(0)}{F} b. \quad (20)$$

На рис. 4, 5 представлены зависимости указанных коэффициентов от относительной длины перемычки $\bar{b} = b/m$ и числа зубьев z колеса при рациональных параметрах: $l_1 = 1,5m$; $l_2 = 3m$; $l_3 = 2m$; $S = 1,4m$; $h = 0,8m$; $H = 1,5m$ (m — модуль эвольвентных зубьев сателлита).

Полученные уравнения и построенные на основе их решения графики позволяют выбрать рациональные с точки зрения прочности зацепления параметры нетрадиционного центрального колеса коаксиальной планетарной передачи.

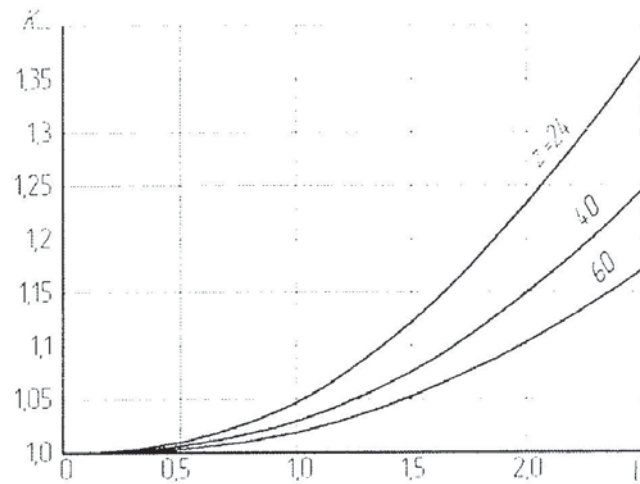


Рис. 4. Зависимость коэффициента неравномерности распределения нагрузки по венцам сателлита от \bar{b} и z

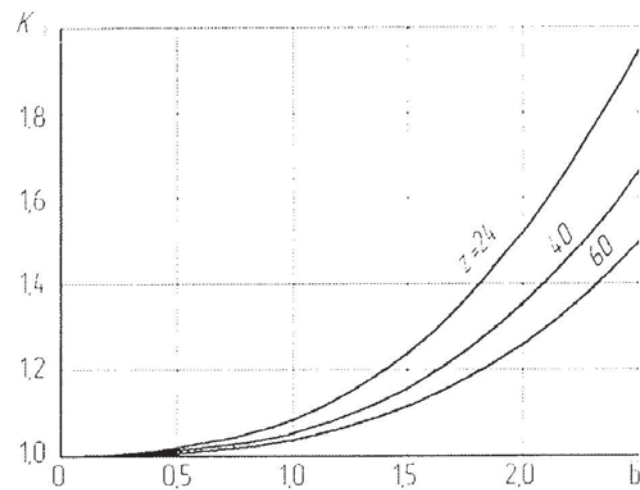


Рис. 5. Зависимость коэффициента неравномерности распределения нагрузки по длине перемычки от \bar{b} и z

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Плеханов Ф. И., Молчанов С. М., Скопин А. А. Симметрия нагружения элементов – важнейший принцип конструирования зубчатых передач // Приводная техника. — 2003. — № 4. — С. 30—34.
2. Айрапетов Э. Л., Генкин М. Д. Деформативность планетарных механизмов. — М.: Наука, 1973. — 212 с.