

На рис. 3, 4 представлены результаты расчета свободных колебаний балки с тремя односторонними связями (рис. 2). Односторонние связи выполнены в виде круглого стального стержня с закругленным концом (рис 1). Балка имеет консольное закрепление. Параметры системы: изгибная жесткость балки $EI = 41,7 \text{ Н} \cdot \text{м}^2$; длина балки $l = 0,27 \text{ м}$; погонная масса балки $M_p = 0,785 \frac{\text{кг}}{\text{м}}$; радиус поверхности связи $r = 5 \text{ мм}$; диаметр односторонних связей $d = 8 \text{ мм}$; длина односторонних связей $\bar{l} = 0,1 \text{ м}$; координаты связей $x_1 = 0,1 \text{ м}$, $x_2 = 0,2 \text{ м}$, $x_3 = 0,27 \text{ м}$; зазоры между недеформированной балкой и связями $\Delta_1^0 = 0,1 \text{ мкм}$, $\Delta_2^0 = 10 \text{ мкм}$, $\Delta_3^0 = 10 \text{ мм}$. Начальная деформация балки создавалась силой $Q = 212 \text{ Н}$, приложенной к свободному концу балки. Уравнение колебаний балки с учетом внутреннего трения рассматривается в [3]. Внутреннее трение в односторонних связях не учитывается ($\hat{n}_i = 0$).

Если длина односторонних связей $\bar{l} < 0,04 \text{ м}$, то расчеты с учетом и без учета инерции связей, отличаются незначительно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Полянин А. Д. Справочник по линейным уравнениям математической физики. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. — 576 с.
2. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики: Учеб. Пособие. — 3-е изд., перераб. и под. — М.: Наука, 1989. — 608 с.
3. Люминарский И. Е. Динамика упругих систем с односторонними связями большой жесткости // Естественные и технические науки, 2003. — № 2. — С. 11—21.
4. Зегжда С. А. Соударение упругих тел. — СПб: Изд-во Санкт-Петербургского ун-та. — 1997. — 316 с.

531.8

РАСЧЕТ ВЕЛИЧИНЫ КРИТИЧЕСКОГО КРУТЯЩЕГО МОМЕНТА ИЗОГНУТОЙ В ПОЛУОКРУЖНОСТЬ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПРУЖИНЫ

Асп. Р.Н. БАДИКОВ, д-р техн. наук, проф. Ф.Д. СОРОКИН

С использованием решения, полученного с помощью уравнений механики стержней, находится приближенное выражение для величины критического крутящего момента цилиндрической пружины, изогнутой в полуокружность.

The theory of a thin elastic rod was used for screw cylindrical spring which bent in a half of circle to find an approximate equation for a value of the critical torsion moment.

Для целей просеивания и измельчения сухого сыпучего материала применяются так называемые «спиральные грохоты». Это установки, рабочим органом которых являются цилиндрические пружины, вращающиеся вокруг собственной продольно оси и просеивающие рабочий сыпучий материал сквозь зазоры между витками, а также дробящие крупные фракции рабочего сыпучего материала (захватываемые вследствие изменения межвиткового расстояния, обусловленного изгибом пружины). Цилиндрические пружины в подобных установках, как правило, изогнуты в дугу окружности. К одному концу пружины приложен крутящий момент от двигателя, в то время как другой конец пружины

ны свободно вращается в подшипнике, нагруженный моментом сил трения подшипника (рис. 1). При определенной скорости вращения момент трения достигает величины, при которой пружина теряет устойчивость. Ось пружины, лежащая до момента потери устойчивости в одной плоскости, деформируется, выходя из плоскости, и принимает пространственную форму (рис. 2). При этом, в зависимости от длины пружины и величины крутящего момента, может произойти «перехлест» пружины, т.е. пружина повторит траекторию на подобие движения скакалки (рис. 4) либо образуется петля у конца пружины, ближнего к свободному подшипнику (рис. 5).

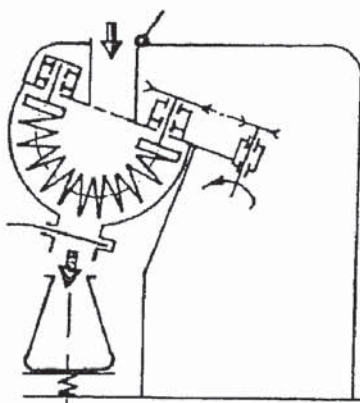


Рис. 1. Схема мельницы циклического действия

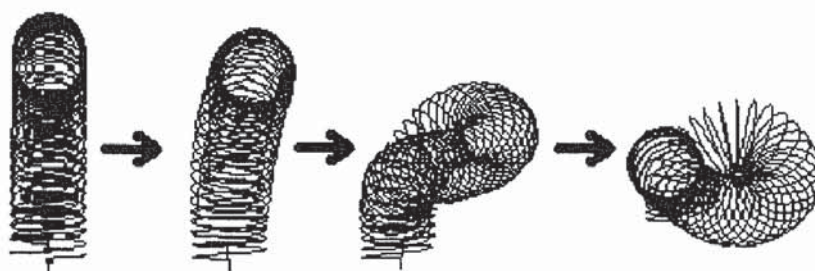


Рис. 2. Потеря устойчивости с выходом из плоскости оси пружины

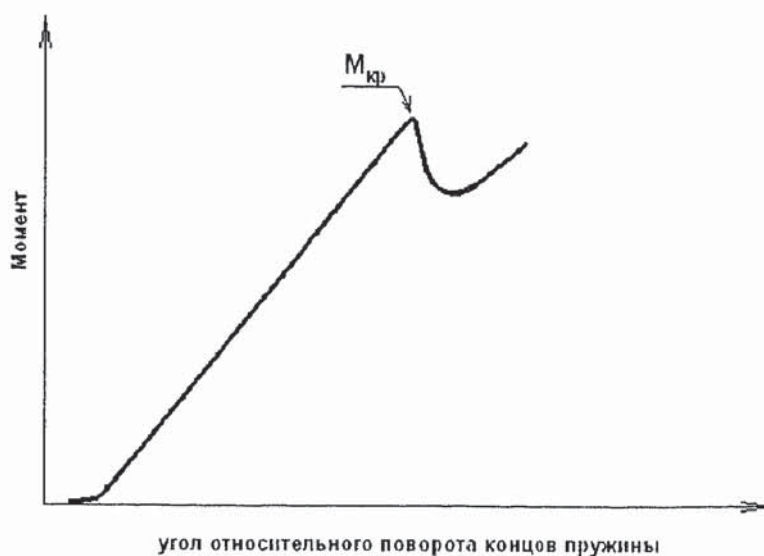


Рис. 3. Типовая упругая характеристика кручения пружины, изогнутой в полуокружность

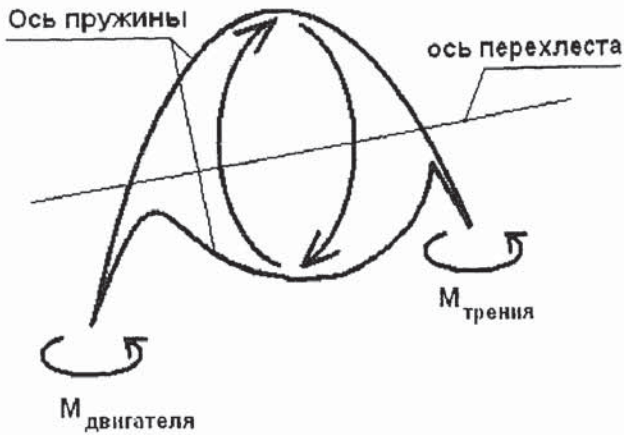


Рис. 4. Схема перехлеста

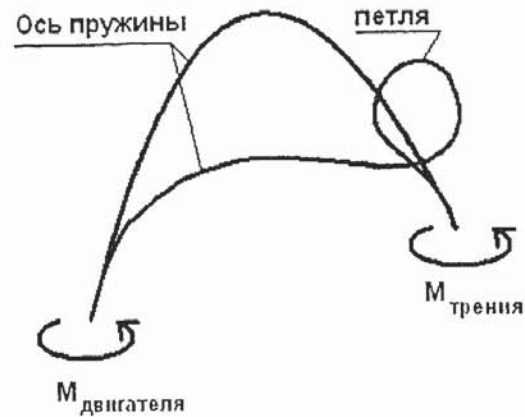


Рис. 5. Схема петлеобразования

Попробуем получить выражение для критического крутящего момента цилиндрической пружины, изогнутой в полуокружность. Предположим, что половину витка пружины можно рассмотреть как криволинейную полосу с радиусом кривизны R , жесткостью изгиба B_x , жесткостью кручения C и применим к нему выражение для критического значения момента криволинейной полосы [1—4]

$$M_{кр} = \frac{B_x + C}{2R} \pm \sqrt{\left(\frac{B_x - C}{2R}\right)^2 + \frac{B_x C}{R^2} \left(\frac{\pi}{\vartheta}\right)^2}. \quad (1)$$

Для проволоки круглого поперечного сечения диаметром d жесткости изгиба B_x и кручения C равны соответственно

$$B_x = EJ_x = E \frac{\pi d^4}{64} \text{ и } C = GJ_p = \frac{E}{2(1+\mu)} \frac{\pi d^4}{32}$$

и их отношение $\frac{B_x}{C} = (1+\mu)$.

Для половины витка угловая координата $\vartheta = \frac{\pi}{2}$.

Подставляя в (1), получим

$$M_{кр} = \frac{C}{2R} \left((2+\mu) \pm \sqrt{\mu^2 + 16(1+\mu)} \right). \quad (2)$$

Или, раскрывая параметр C ,

$$M_{кр} \approx K \frac{Ed^4}{D},$$

где K — коэффициент пропорциональности, $D = 2R$

Для определения коэффициента K решали нелинейную краевую задачу для системы 12 нелинейных дифференциальных уравнений механики стержней [1]

$$\frac{d\bar{y}}{ds} = \bar{f}(s, \bar{y})$$

$$\bar{y}^T = (Q_1, Q_2, Q_3, M_1, M_2, M_3, u_1, u_2, u_3, \vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3),$$

где Q_i — внутренние силы, M_i — внутренние моменты, u_i — перемещения, ϑ_i — повороты.

Один край пружины принимался жестко заземленным. На втором краю пружины расположен цилиндрический шарнир (рис. 1). И на этом краю задавали поворот пружины вокруг оси шарнира. Решение краевой задачи позволило найти зависимость реактивного момента на краю пружины от относительного угла закручивания (рис. 3). Указанная зависимость содержит точку экстремума, которая соответствует критическому состоянию пружины. Полученный таким способом критический момент позволяет найти значение коэффициента пропорциональности

$$K \approx \frac{M_{кр} D}{Ed^4}.$$

Неоднократные численные эксперименты были систематизированы и на их основе была получена приближенная формула (3), обобщающая результаты для довольно большого интервала изменения параметров пружины: $i = (20 \dots 200)$;

$\frac{d_0}{D_0} = (0,01 \dots 0,12)$; $\alpha_0 = (2,5 \dots 5)$ град., где D_0 — диаметр витка пружины; d_0 — диаметр проволоки пружины; α_0 — угол подъема витка пружины; i — число витков пружины; E — модуль упругости 1-го рода.

$$M_{кр}^{эмпр} = \frac{1}{9} \frac{d_0^4 E}{D_0 i \cos \alpha_0}. \quad (3)$$

В таблице показаны результаты расчета по эмпирической формуле и численной методике механики стержней [1].

Таблица

Параметры пружины				Момент		разница, %
i , шт.	d , м	D , м	угол подъема, град.	Краевая задача, Н · м	приближен- ный, Н · м	
50	6.0E-03	1.18E-01	2,78	4,9740	4,8871	2
50	6.0E-03	5.90E-02	5,56	10,1490	9,8089	3
50	6.0E-03	5.90E-02	2,78	9,6600	9,7742	1
100	6.0E-03	5.90E-02	2,78	5,1650	4,8871	6
50	1.0E-03	5.90E-02	2,78	0,0072	0,0075	5
50	3.0E-03	5.90E-02	2,78	0,5800	0,6109	5

Полученное выражение для критического момента скручивания цилиндрической пружины, изогнутой в полуокружность, будет полезно знать на этапе конструирования рабочих органов спиральных мельниц, пружинных муфт и других конструкций, содержащих цилиндрические пружины, изогнутые в полуокружность.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Светлицкий В. А. Механика стержней: Учеб. для вузов. В 2-х ч. — Ч. 1. Статика. — М.: Высшая школа, 1987. — 320 с.
2. Светлицкий В. А. Механика стержней: Учеб. Для вузов. В 2-х ч. — Ч. 2. Динамика. — М.: Высшая школа, 1987. — 304 с.
3. Андреева Л. Е. Упругие элементы приборов. — М.: Машиностроение, 1981. — 392 с.
4. Расчеты на прочность в машиностроении / С.Д. Пономарев, В.Л. Бидерман и др. — М., 1959. — Т. 3. — 1120 с.