

## ВИБРОЗАЩИТНЫЕ И УДАРОЗАЩИТНЫЕ СИСТЕМЫ ПАССИВНОГО ТИПА НА БАЗЕ УПРУГИХ ЭЛЕМЕНТОВ С УЧАСТКАМИ КВАЗИНУЛЕВОЙ ЖЕСТКОСТИ

*Канд. техн. наук, доц. А. Н. ЗОТОВ*

*Проанализированы пассивные системы виброзащиты на базе упругих элементов с участками квазинулевой жесткости. Рассмотрена возможность получения виброзащитных систем принципиально новым способом с рабочими диапазонами квазинулевой жесткости превышающим рабочие диапазоны существующих виброзащитных систем с участками квазинулевой жесткости в несколько раз. Исследовано применение упругих систем с участками квазинулевой жесткости при наличии кулонова трения для одновременной защиты оборудования от вибрации и ударов.*

*Passive vibration isolation systems on the basis of springing elements with sites of quasi-zero stiffness are analyzed. The opportunity of deriving such systems by new way in principle with effective ranges of quasi-zero stiffness exceeding effective ranges of the existing vibration isolation systems with sites of quasi-zero stiffness up many times. Application of those systems is examined at presence of the Coulomb friction for simultaneous guard of the equipment from vibration and impacts.*

Защита от низкочастотных колебаний и ударных воздействий актуальна для многих областей техники. Одним из основных параметров эффективности виброзащитных систем является их низкая собственная частота. До настоящего времени не созданы защитные системы, которые в одинаковой мере эффективно защищают от воздействия и ударов и вибраций, хотя эта проблема существует уже давно. Амортизаторы, предназначенные для защиты от вибраций, неспособны защитить от ударов большой амплитуды, так как для этого необходим значительный «ход» системы. В то же время системы защиты от ударов должны обеспечивать плавное снижение энергии удара до безопасных пределов в течение этого «хода», а также возврат объекта защиты в исходное положение при требуемом уровне демпфирования. Очень важен тот факт, что на практике чаще встречаются полигармонические и случайные колебания, а большинство существующих амортизаторов рассчитано на определенную полосу частот вынуждающей силы.

Возможность использования упругих систем с квазинулевой жесткостью на основе фермы Мезиса («с пересеком») для виброзащиты динамических объектов впервые была высказана в 1967 г. профессором Алабужевым П.М. [1].

Системы с квазинулевой жесткостью находят применение в виброзащитных креслах, защите подвижных составов от вибрации на железной дороге и в некоторых других областях техники [2].

Украинским институтом технической механики НАНУ и НКАУ [3] на основании теоретических и экспериментальных исследований пневматических виброзащитных систем с квазинулевой жесткостью на рабочем участке статической характеристики разработаны технологии проектирования и изготовления принципиально новых подвесок легковых автомобилей различных классов. Указанные подвески имеют квазинулевую жесткость на рабочем участке статической характеристики (рис. 1), не требуют установки гидравлического демпфера и удовлетворяют требованиям плавности хода и устойчивости движения автомобиля.

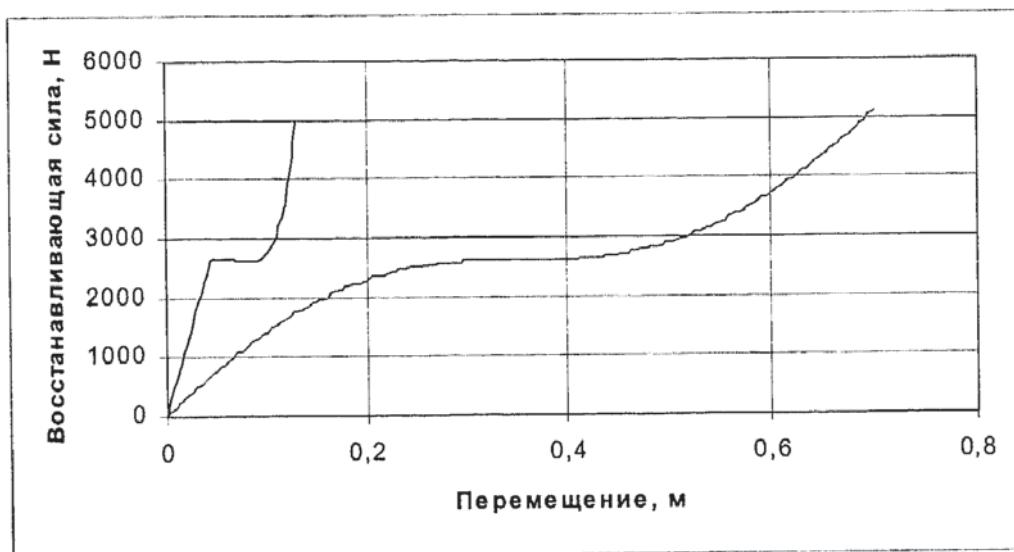


Рис. 1. Зависимость восстанавливающей силы от перемещения для системы Алабужева (справа) и системы НАНУ и НКАУ (слева)

Особенностью приведенных виброзащитных систем является то, что диапазон перемещений с квазинулевой жесткостью у них достаточно мал (несколько сантиметров — рис. 1).

Автором доказана возможность виброзащитных систем, имеющих характеристику с участком квазинулевой жесткости в несколько раз (до пяти раз при сопоставимых условиях) превышающим рабочие диапазоны существующих систем с квазинулевой жесткостью [4, 5]. Упругие элементы (линейные пружины, подчиняющиеся закону Гука; пневмопружины; резиновые стержни) предложенных упругих систем расположены под определенными расчетными углами и имеют соответствующие длины.

Восстанавливающая сила  $F_\Sigma(x)$  упругой системы, состоящей из двух пар линейных пружин, без учета трения определяется следующими уравнениями [4]:

$$F_\Sigma(x) = F1(x) + F2(x), \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} F1(x) &= 2l_1 c_1 x / \sqrt{l_1^2 + x^2 - 2l_1 x \cos \alpha_1} - \\ &- 2l_1^2 c_1 \cos \alpha_1 / \sqrt{l_1^2 + x^2 - 2l_1 x \cos \alpha_1} + 2c_1 l_1 \cos \alpha_1 - 2c_1 x; \\ F2(x) &= 2l_2 c_2 x / \sqrt{l_2^2 + x^2 - 2l_2 x \cos \alpha_2} - \\ &- 2l_2^2 c_2 \cos \alpha_2 / \sqrt{l_2^2 + x^2 - 2l_2 x \cos \alpha_2} + 2c_2 l_2 \cos \alpha_2 - 2c_2 x; \end{aligned}$$

$l_{1,2}$  — соответствующие длины ненапряженных пружин;  $c_{1,2}$  — соответствующие жесткости пружин;  $\alpha_{1,2}$  — соответствующие углы наклона ненапряженных пружин;  $x$  — смещение защищаемого тела из нулевого положения.

Параметры упругой системы:  $c_1, c_2, l_1, l_2, \alpha_1, \alpha_2$  для получения характеристики с квазинулевым участком жесткости в данном случае определялись путем максимизации следующего коэффициента в определенном диапазоне перемещений:

$$k = \int_0^{z_l \cos \alpha} F_\Sigma(x) dx / (z F_{\Sigma_{\max}} l_1 \cos \alpha_1) \rightarrow \max, \quad (2)$$

где  $\int_0^{z l_1 \cos \alpha} F_{\Sigma}(x) dx$  — энергия, запасенная предложенной системой на участке

$x \in (0...z l_1 \cos(\alpha_1))$ ;  $F_{\Sigma_{\max}}$  — максимальное значение функции  $F_{\Sigma}(x)$  на участке  $x \in (0...z l_1 \cos(\alpha_1))$ ;  $z$  — коэффициент, определяющий ширину квазинулевого участка,  $z = 3$ .

При максимальном коэффициенте  $k$  ( $k \approx 0,8$ ) параметры системы следующие:

$c_1 = 30030 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$ ;  $c_2 = 14520 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$ ;  $l_1 = 0,234 \text{ м}$ ;  $l_2 = 0,391 \text{ м}$ ;  $\alpha_1 = 54^{\circ}$ ;  $\alpha_2 = 24^{\circ}$ . Зависимость

восстанавливающей силы от перемещения для данных параметров представлена на рис. 2.

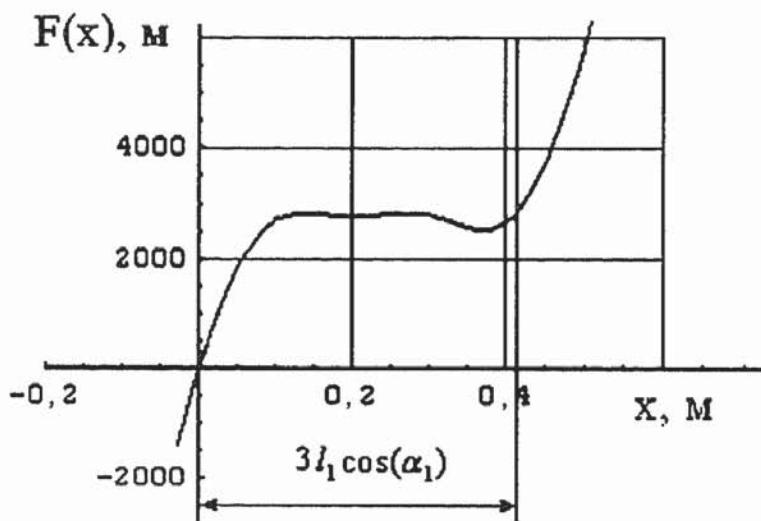


Рис. 2. Зависимость восстанавливающей силы от перемещения для упругой системы, состоящей из двух пар линейных пружин

Как видно из рис. 1 и 2, диапазон квазинулевой жесткости предложенной упругой системы в несколько раз больше при сопоставимых условиях (модуль восстанавливающей силы на квазинулевом участке жесткости во всех случаях одинаковый: примерно 2800 Н — взято из [3]).

Зависимость восстанавливающей силы от перемещения с участком квазинулевой жесткости можно получить не только для линейных пружин, но и для пневмопоршневых упругих элементов [6].

Связь между объемом  $V$  и давлением  $p$  воздуха (или иного газа) обычно определяют уравнением политропного процесса  $pV^n = \text{const}$ .

Значения показателя политропы  $n$  чаще всего лежат в пределах 1,15...1,35 (при относительно медленных движениях принимают  $n = 1$ ). Тогда для пневмопружины восстанавливающую силу  $F$  в зависимости от перемещения  $x$  можно определить по следующей формуле [7]:

$$F = p_1 S H_0^n / (H_0 - x)^n, \quad (3)$$

где  $p_1$  — начальное давление;  $H_0$  — расстояние от днища цилиндра до поршня в его начальном положении;  $S$  — площадь поршня;  $x$  — перемещение поршня.

Примем  $n = 1,20$ . Тогда, если расположить две пары пневматических пружин под определенными углами, то зависимость восстанавливающей силы от перемещения будет определяться так [6]:

$$F(x) = F_1(x) + F_2(x), \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} F_1(x) &= 2p_1S_1 \left( \frac{H_1}{\sqrt{(H_1 + l_1)^2 + x^2 - 2(H_1 + l_1)x \cos(\alpha_1)} - l_1} \right)^n \times \\ &\quad \times \frac{(H_1 + l_1)\cos(\alpha_1) - x}{\sqrt{(H_1 + l_1)^2 + x^2 - 2(H_1 + l_1)x \cos(\alpha_1)}}; \\ F_2(x) &= 2p_2S_2 \left( \frac{H_2}{\sqrt{(H_2 + l_2)^2 + x^2 - 2(H_2 + l_2)x \cos(\alpha_2)} - l_2} \right)^n \times \\ &\quad \times \frac{(H_2 + l_2)\cos(\alpha_2) - x}{\sqrt{(H_2 + l_2)^2 + x^2 - 2(H_2 + l_2)x \cos(\alpha_2)}}. \end{aligned}$$

Здесь  $S_1, S_2$  — площади соответствующих поршней;  $H_1, H_2$  — расстояния от днищ соответствующих цилиндров до поршней в их начальных положениях;  $l_1, l_2$  — длины штоков соответствующих поршней;  $\alpha_1, \alpha_2$  — углы, под которыми расположены пневмопружины;  $x$  — перемещение точки приложения силы.

Длина участка квазинулевой жесткости упругой системы, состоящей из двух пар пневмопружин, при сопоставимых условиях достигает большей величины, чем в случае линейных пружин (в 5 раз больше, чем в системе Алабужева [6]).

Существует проблема удержания защищаемого от вибрации объекта в центре участка с квазинулевой жесткостью [2]. Одним из вариантов решения данной проблемы может быть создание участка с малой жесткостью, что возможно предложенными способами. На рис. 3 представлена такая характеристика. При определенной массе  $M$  защищаемое от вибраций

тело попадает на участок характеристики с малой жесткостью (в данном случае  $250 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$ ).

Наклон прямой, представленной на рис. 3 ( $250x + 2800$ ), можно изменять, начиная с нуля.

При защите от ударов недостаточно, чтобы защищаемое от вибрации и ударов тело находилось в пределах квазинулевого участка. Теоретически, без демпфирования тело будет находиться как бы в невесомости и от любого толчка будет перемещаться. Необходимо демпфирование. Значительное увеличение длины участка квазинулевой жесткости в характеристиках предложенных упругих систем позволит одновременно с виброзащитой плавно снижать энергию удара при демпфировании до безопасных значений в пределах этого участка.

При силе сопротивления, пропорциональной первой степени скорости, удар можно описать в первом приближении следующим дифференциальным уравнением:

$$mx'' = -\mu x', \quad (5)$$

где  $m$  — масса защищаемого груза;  $\mu$  — коэффициент сопротивления.

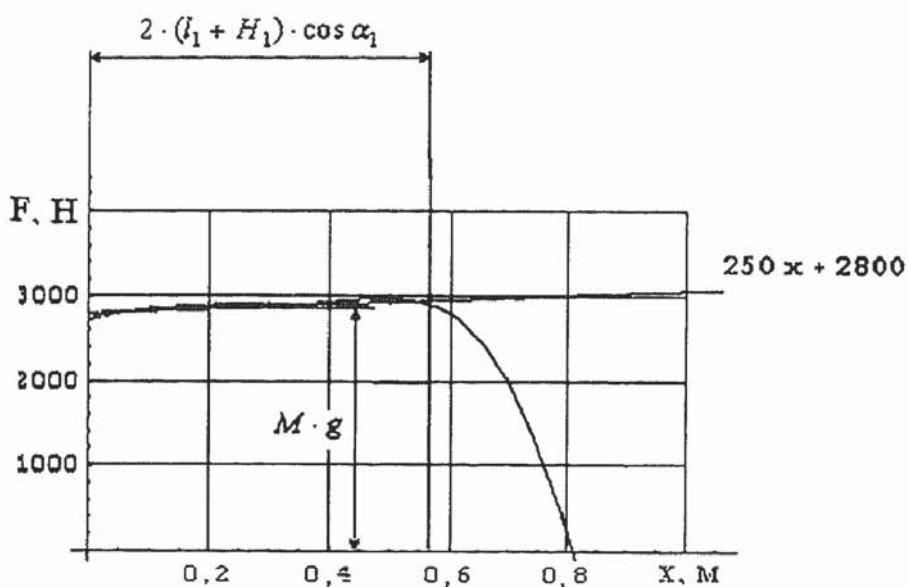


Рис. 3. Зависимость восстанавливающей силы от перемещения для упругой системы, состоящей из двух пар пневмопружин

Начальные условия для уравнения (5):  $x_0 = 0$ ,  $v_0$  — начальная скорость защищаемого тела после удара.

Опуская решение уравнения (5), запишем сразу его решение в форме зависимости скорости от перемещения

$$x' = v_0 - x \frac{\mu}{m}. \quad (6)$$

При  $x' \rightarrow 0$  получим

$$v_0 = x_* \frac{\mu}{m}, \quad (7)$$

где  $x_*$  — смещение защищаемого объекта до остановки.

Как видно из (7), скорость  $v_0$  прямо пропорциональна  $x_*$ . Если, к примеру,  $x_{*2}$  больше  $x_{*1}$  в 5 раз (как раз во столько раз длина участка квазинулевой жесткости для двух пар пневмопружин больше длины квазинулевого участка для системы Алабужева — рис. 1 и 3), то можно на этом расстоянии «загасить» в пять раз большую начальную скорость защищаемого тела, которая определяется энергией удара.

Известно, что при кинематическом возбуждении амплитуда колебаний защищаемого объекта может быть как угодно малой в случае, если частота собственных колебаний виброзащитной системы мала по сравнению с частотой колебаний основания [8]. Получение упругой системы с характеристикой, имеющей участок квазинулевой жесткости (или малой жесткости) большой длины (десятка сантиметров — рис. 3), при наличии демпфирования, дает возможность по-новому подойти к решению проблемы одновременной защиты от ударов и вибрации (например, при сейсмозащите).

Для виброзащитной системы из пневмопружин настройка силовой характеристики под новый вес (что является серьезной проблемой для виброзащитных систем из линей-

ных пружин [2]) решается просто, достаточно одновременно изменить давление в обеих парах поршней на расчетную величину [5].

Рассмотрим теперь применение упругой системы с характеристикой, подобной той, что изображена на рис. 2, для защиты от ударов. Появляется возможность при ударе передавать на основание силу не больше заданной (например, условиями производства). Известно, что линейные металлические пружины быстро выходят из строя при высоких скоростях эксплуатации, поэтому предлагается комбинированная упругая система, состоящая из двух пневмопружин и двух линейных пружин. По приведенному выше алгоритму получена характеристика ударозащитной системы, изображенная на рис. 4 (центральная кривая).

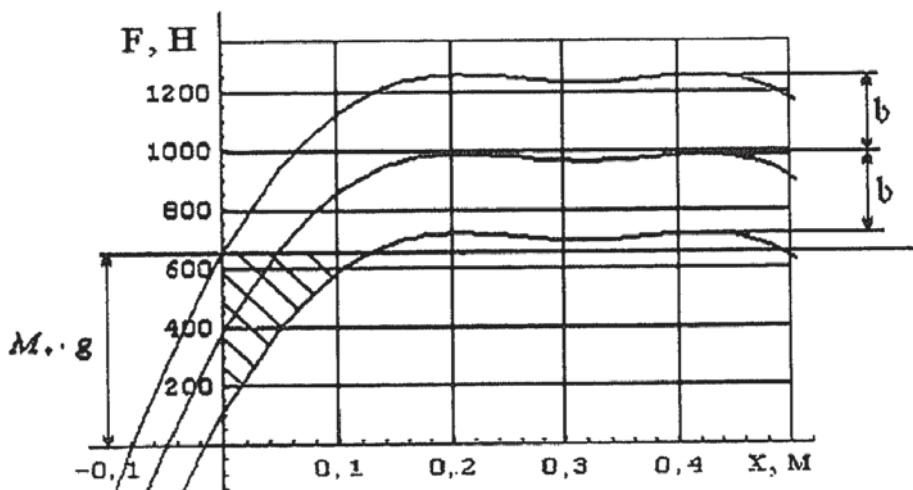


Рис. 4. Зависимость восстанавливающей силы от перемещения для системы, состоящей из линейных пружин и пневмопружин при наличие кулонова трения

Будем считать (в первом приближении), что при ходе защищаемого от удара тела вниз постоянная сила кулонова трения прибавляется, а при ходе вверх — вычитается. ( $\pm b$  — верхняя и нижняя кривая на рис. 4).

При определенной массе  $M_*$  будем иметь характеристику с петлей гистерезиса. Серьезный недостаток устройства с такой характеристикой в том, что при попадании в заштрихованную область тело массой  $M_*$  не вернется в нулевое положение.

Гораздо более привлекательным выглядит вариант силовой характеристики, изображенной на рис. 5, когда при прохождении нулевого положения сила трения равняется нулю. Это важно с точки зрения возвращения тела в нейтральное положение.

Подобной характеристики позволяет добиться упругая система, схема которой изображена на рис. 6. Предложенная ударозащитная система состоит из двух пар линейных пружин 1 (длиной  $l_1$  и жесткостью  $c_1$ ), двух пар пневмопружин 2 (длиной  $H + l_2$ ), которые расположены под расчетными углами  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ .

После удара, направленного вниз, защищаемое тело 3 обретет определенную скорость  $v_0$ . При его движении вниз к упругой восстанавливающей силе добавляется кулонова сила трения ( $+b$  — верхняя кривая — рис. 4). При движении вверх — вычитается ( $-b$  — нижняя кривая — рис. 4).

Добиться прохождения восстанавливающей силы через нуль позволяет устройство, изображенное на рис. 6 внизу. Пружины 4 жесткостью  $c_2$  прижимают фрикционные диски 5 к поверхности детали 6. Направляющие 7 выполнены таким образом, чтобы в нейтральном положении и выше от него сила трения равнялась нулю: пружины 4 не

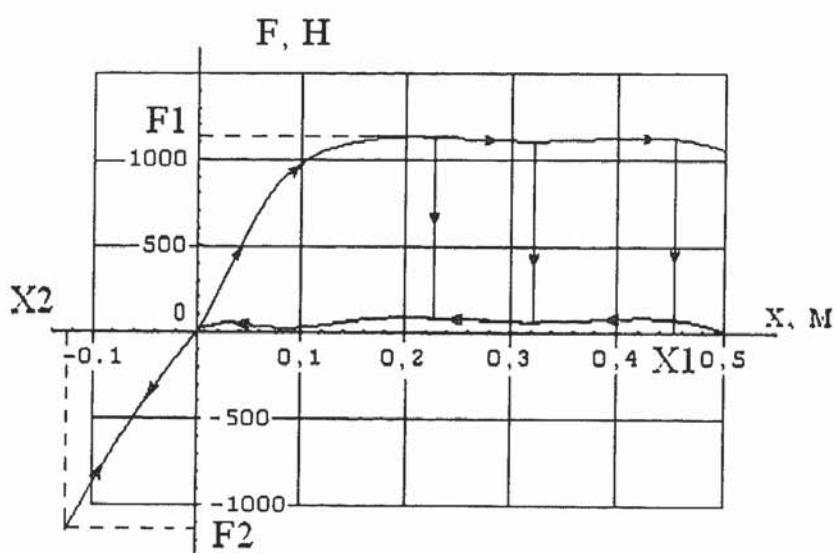


Рис. 5. Характеристика системы с участком квазинулевой жесткости и петлей гистерезиса при прохождении восстанавливающей силы через нуль

прижимают диски. Ниже нейтрального положения на определенное расстояние  $l_0$  (на рис. 5 —  $l_0 = 0,2$  м) сила трения постоянна (натяжение пружин 4 постоянно). На расстоянии от  $x = 0$  до  $x = l_0 = 0,2$  м кулонова сила трения должна измениться от нуля до  $b$  по определенному закону. Кроме силы трения, необходимо учесть реакции, возникающие при прохождении участка от  $x = 0$  до  $x = 0,2$  м. На рис. 5 приведена характеристика системы, когда изменение длины пружины жесткостью  $c_2$ , зависящее от профиля направляющих (рис. 6) определяется следующей формулой:

$$\Delta y = 0,034 + 0,05th[21(x - 0,04)]. \quad (8)$$

Кулонова сила трения, следовательно, будет меняться по следующему закону:

$$F_{tp} = 2fN, \quad (9)$$

где  $f$  — коэффициент трения скольжения;  $N = c_2\Delta y$ .

На рис. 7 изображена зависимость силы трения  $F_{tp}$  и реакции  $FN$ , возникающих при прохождении участка наклонных направляющих от  $x = 0$  до  $x = 0,2$  м (рис. 7; расчет реакций в статье не приведен). Реакция  $FN$  учтена при получении центральной кривой на рис. 4.

При переходе кинетической энергии тела, полученной после удара, в потенциальную защищаемое тело окажется в крайнем положении с координатой  $x_1$  (рис. 5). Как видно из рисунка, величина восстанавливающей силы при этом не превосходит значения  $F1$ .

После остановки тело (под действием восстанавливающей силы) начнет двигаться в обратную сторону. Оно пройдет нейтральное положение ( $x = 0$ ) и остановится в положении с координатой  $x_2$  (рис. 5). В этот момент модуль восстанавливающей силы  $F2$  не должен намного превышать модуль силы  $F1$ . При определенной величине силы кулонова трения (определяется величиной  $b$ ) это выполняется:  $F2 \approx F1$  (рис. 5).

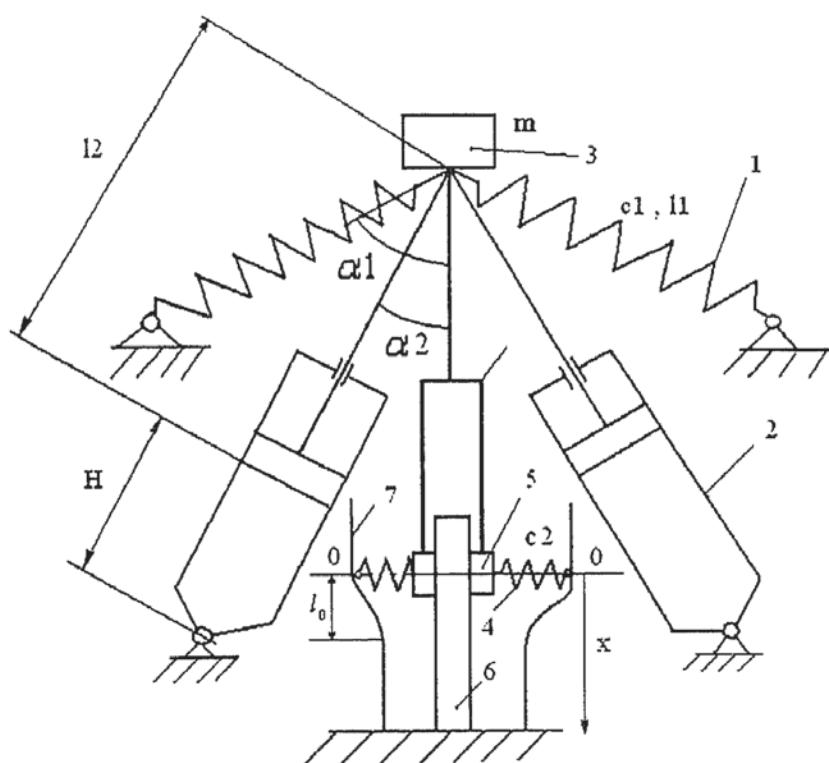
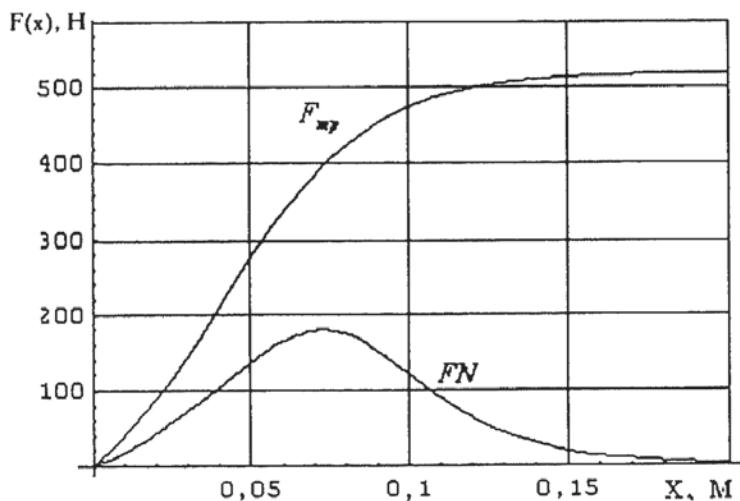


Рис. 6. Схема упругой ударозащитной системы

Рис. 7. Зависимость силы трения  $F_{tp}$  и реакции  $FN$ , возникающих при прохождении наклонных направляющих (рис. 6), от перемещения

Так, для системы с характеристикой, изображенной на рис. 5 при начальной скорости защищаемого от удара тела  $v_0 = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ :  $x_1 = 0,467 \text{ м}$  ( $F_1 \approx 1170 \text{ Н}$ );  $x_2 \approx -0,032 \text{ м}$  ( $F_2 \approx -260 \text{ Н}$ ). Решение проводилось численно.

При начальной скорости защищаемого тела после удара  $v_0 = 3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ :  $x_1 \approx 0,197 \text{ м}$  ( $F_1 \approx 1170 \text{ Н}$ );  $x_2 \approx -0,034 \text{ м}$  ( $F_2 \approx -260 \text{ Н}$ ).

Площадь петли гистерезиса, ограниченная верхней и нижней кривыми (рис. 5) эквивалентна потере энергии удара за одно колебание. Удалось установить интересную особенность предложенной упругой системы. Оказалось, что при изменении энергии удара (соответственно, изменении координаты первой остановки тела  $x_1$  как в большую, так и в меньшую сторону координата  $x_2$ , меняется незначительно (это видно из предыдущего примера). Это получается оттого, что чем больше энергия удара, тем больше она поглощается предложенной защитной системой.

Коэффициент поглощения энергии удара для предложенной ударозащитной системы, определяемый как отношение площади петли гистерезиса к площади под верхней кривой при  $x > 0$  (рис. 5) теоретически может приближаться к 1. Для пассивной системы защиты это очень хороший результат.

Предлагаемую систему, в принципе, можно одновременно использовать как для защиты от ударов, так и для виброзащиты.

Область применения описанных выше систем может быть достаточна широка. В первую очередь, предполагается применять рассмотренные устройства для защиты нефтепромыслового оборудования от вибраций, ударов и случайных воздействий.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Виброзащитные системы с квазинулевой жесткостью / Алабужев П. М., Гритчин А. А., Ким Л. И. и др.; Под ред. К. М. Рагульского. —Л.: Машиностроение, 1986. — 96 с.
2. Савельев Ю. Ф. Метод эффективной виброзащиты подвижного состава и экипажа на основе дополнительных механических устройств со знакопеременной упругостью. — Омск: Омский гос. университет путей сообщения, 2003. — 107 с.
3. Технологии защиты от вибрационного воздействия различных объектов и систем, 2001 Институт технической механики НАНУ и НКАУ (<http://itm.dp.ua/RUS/Technol/Tech1701.html>).
4. Зотов А. Н. Виброизолятор нелинейного принципа действия. / Механика и процессы управления. Т. 2. — Труды XXXIV Уральского семинара по механике и процессам управления. — Екатеринбург, 2004. — С. 172—181.
5. Зотов А. Н. Виброизоляторы с квазинулевой жесткостью. Научно-технический и производственный сб. статей III международной научно-технической конференции «Вибрация машин, снижение, защита». Донецк, 23—25 мая 2005 г. — С. 51—54.
6. Зотов А. Н. Нелинейный виброизолятор нового принципа действия. / Динамика систем, механизмов и машин: материалы V Междунар. науч. техн. конф. — Омск: изд-во ОмГТУ, 2004. — С. 167—172.
7. Пановко Я. Г. Основы прикладной теории колебаний и удара — Л: Политехника, 1990. — 272 с.
8. Левитский Н. И. Колебания в механизмах: Учеб. пособие для втузов. — М.: Наука, 1988. — 336 с.