ТРАНСПОРТНОЕ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ МАШИНОСТРОЕНИЕ

665.5

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ПРОЧНОСТНОЙ НАДЕЖНОСТИ НЕФТЕГАЗОВОГО ОБОРУДОВАНИЯ МЕТОДАМИ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

Д-р техн. наук, проф. В.Н. СЫЗРАНЦЕВ, канд. техн. наук Я.П. НЕВЕЛЕВ, д-р техн. наук, проф. С.Л. ГОЛОФАСТ

Рассмотрен новый подход к решению задач прочностной надежности — определении вероятности безотказной работы отдельных элементов и оборудования в целом, основанный на применении математического аппарата и методов непараметрической статистики.

Вероятностные методы расчета на прочность, позволяющие учесть случайные вариации характеристик прочности и нагрузок и определить вероятность безотказной работы (основной показатель надежности), для нефтегазового оборудования в настоящее время приобретают особую актуальность. При проектировании вероятностные прочностные расчеты являются конструктивным способом получения количественных оценок надежности оборудования. Наполнение вероятностных моделей экспериментальными данными о фактических величинах напряжений, возникающих в элементах оборудования, позволяет осуществлять диагностику технического состояния исследуемых объектов, уточнять вероятность безотказной работы и оценивать остаточный ресурс.

При вероятностных расчетах σ — напряжение, возникающее в исследуемом элементе детали под действием внешней нагрузки, принимается величиной случайной. В общем случае σ — это функция от внешней случайной нагрузки (давление, сила, изгибающий и скручивающий моменты), случайной вариации размеров (диаметр трубопровода, толщина его стенки), а также других случайных воздействий, например температурных, климатических и т.д. Предельное напряжение s, в качестве которого выбирают, в зависимости от условий эксплуатации и принятых норм расчета, предел текучести, предел прочности, предел выносливости и т.д., также является величиной случайной. Характеристики случайной величины s определяются механическими свойствами и качеством используемого материала, их изменением в процессе эксплуатации изделия.

Оценка прочностной надежности изделия как на этапе его проектирования, так и эксплуатации заключается в определении вероятности безотказной работы (R) путем решения следующего уравнения [1—5]:

$$R = \Pr\left(y \geq 0\right), \tag{1}$$

где $y = s - \sigma$ — разность двух независимых случайных величин s и σ.

Особых сложностей при решении (1) не возникает, если известен закон распределения случайной величины y или законы распределения случайных величин s и σ. Из [6—8] следует, что исчерпывающей характеристикой закона распределения вероятности случайной величины является ее плотность. Зная плотность распределения вероятности, можно решать все основные задачи статистического анализа, в том числе и уравнение (1). Поэтому восстановление плотности распределения вероятности s и σ на основе либо выполненных экспериментальных исследований, либо данных компьютерного моделирования — принципиальная задача, от корректного решения которой зависит достоверность результатов оценки прочностной надежности изделий.

В нашей стране первые статьи, посвященные оценке надежности (энергетических систем), опубликованы в 30-х годах прошлого века, а основное развитие отечественной школы теории надежности относится к 50-м годам и связано, в первую очередь, с работами академика Б.В. Гнеденко. За рубежом, в частности в США, проблемами надежности (радиоэлектронных систем) ученые начали заниматься с начала 40-х годов прошлого века [1]. За весьма продолжительный период развития теории надежности сложилась вполне определенная практика решения задач на основе уравнения (1). Она заключается в использовании предложенных и исследованных в теории вероятности и математической статистики различных законов распределения случайных величин. К настоящему времени число таких законов приближается к ста и, естественно, инженерам без специальной подготовки сложно ориентироваться в тонкостях их применения. На практике наибольшее применение получили: нормальный закон распределения, равномерное распределение, гамма-распределение, экспоненциальное распределение, распределение Вейбулла, распределение Релея, логарифмически нормальное распределение, распределения наибольших и наименьших значений [1—5]. Для перечисленных выше законов распределения случайных величин s и σ получены аналитические решения задачи (1). Пока возможности вычислительной техники были невелики, описанный подход был, по существу, единственно возможным, поскольку для решения уравнения (1) необходимо использовать справочные таблицы со статистическими характеристиками случайных величин, распределенных по принятым законам. Помимо изложенного, данный подход имеет и более серьезные недостатки. Уже на этапе принятия того или иного закона распределения возникает проблема, не имеющая корректного решения. Выборки случайных величин s и σ обычно насчитывают лишь несколько десятков и реже сотен значений. В этом случае для одной и той же выборки с помощью критериев согласия может быть принят ряд законов распределения, отличающихся «тяжестью» хвостов, которые и определяют конечный результат решения уравнения (1). Более того, при идентификации законов распределения с помощью критериев согласия (Колмогорова—Смирнова, критерия χ^2 , критерия ω^2) устанавливается, с какой вероятностью отклонение эмпирического распределения от предполагаемого может объясняться лишь случайным разбросом и с какой вероятностью предположение должно быть отвергнуто. Обоснование же критической величины рассчитываемой вероятности, отклонение от которой может привести к появлению ошибки 2-го рода (принятый закон распределения не соответствует фактическому распределению случайной величины), лежит вне рамок теории математической статистики и в рассматриваемой задаче (1) определяется материальными затратами, возникающими при потере прочности изделия в условиях эксплуатации. Обратим внимание еще на один факт [6]. В машиностроении при разработке стандартов на точность размеров, получаемых в процессе обработки деталей, считалось, что случайный характер размеров можно описать нормальным, равномерным и треугольным распределениями. Однако исследование обширного экспериментального материала (несколько десятков тысяч данных) показало, что отклонения размеров подчиняются отмеченным распределениям только в 20 % случаев. Аналогично и реальные законы распределения случайных величин s и σ отличаются большим разнообразием, в частности, их функции плотности распределения могут иметь не один, а два и более экстремумов, что еще более усложняет решение задачи (1) в рамках описываемого подхода, несмотря на уже достаточно наполненный банк исследованных законов распределения случайных величин.

Резюмируя изложенное, отметим, что возможность получения в ходе решения задачи (1) вероятности безотказной работы изделия, неадекватной его реальной надежности, определяется стремлением исследователей работать с известными (с точностью до параметров) законами распределения случайных величин s и σ, применяя математические методы параметрической статистики. В то же время в рамках теории математической статистики разработаны непараметрические методы [6—8], когда изначально предполагается, что вид распределения случайной величины или неизвестен, или может быть определен лишь приближенно. Обработка экспериментальных данных с помощью алгоритмов, реализующих методы непараметрической статистики, требует существенных объемов вычислений, поэтому их развитие и внедрение в практику (в основном в психологических и медицинских науках) стало возможным только с появлением ЭВМ, обладающих высоким быстродействием и достаточной оперативной памятью. Цель настоящей работы — решение задачи (1) с использованием математического аппарата и методов непараметрической статистики.

Выше было отмечено, что для решения уравнения (1) необходимо знать функции плотности распределения случайных величин s и σ или их разности. В рамках теории непараметрической статистики для восстановления неизвестной функции плотности распределения разработан ряд методов [6—8]. Выделим из них два, получивших наибольшее распространение к настоящему времени. Первый метод [6, 7] основан на использовании оценки Розенблатта—Парзена. Созданные на базе этого метода адаптивные оценки плотности среди имеющегося (заданного) набора ядерных функций позволяют получить наилучшее приближение по принятому критерию, в качестве которого рекомендуется [6] использовать информационный функционал вида

$$J = \int \ln\left[k(t)\right] f(t)dt = \int \ln\left[k(t)\right] dF(t)\,, \tag{2}$$

где $F(t)$, $f(t)$ — функция и плотность распределения случайной величины t; $k(t)$ — некоторая плотность распределения, для оценки которой используется имеющаяся выборка случайной величины $t_i, i=\overline{1,N}$ и набор $g_k(t), k=\overline{1,n}$ ядерных функций: $k(t)=f_{kN}(t,h_N,g_k(t))$, где h_N — параметр размытости.

Результаты компьютерной реализации метода [6] свидетельствуют о его высокой эффективности даже на малых выборках. В то же время опыт обработки экспериментальных данных с рядом конкретных функций $k(t)$, накопленный авторами, показал, что при реализации метода определение оптимальной величины параметра размытости h_N часто требует достаточно тонкой настройки работы алгоритма.

Второй распространенный метод восстановления неизвестной функции плотности распределения предложен в [8], где оценка неизвестной функции плотности $f_N(t)$ ищется в виде разложения по системе тригонометрических функций

$$f_N(t) = \sum_{j=1}^{M} \lambda_j \varphi_j(t)\,, \tag{3}$$

где $\varphi_j(t)=\sqrt{\frac{4}{\pi}}\cos\left[(2j-1)\frac{\pi}{2}t\right]$; $t\in[0,1]$; λ_j — коэффициенты; $j=\overline{1,M}$.

При имеющейся выборке $t_i, i=\overline{1,N}$ случайной величины выбор степени «сложности» оценки (3), — числа членов разложения M, с учетом ее объема (N) определяется на основе метода структурной минимизации риска [8], заключающегося в минимизации по M функционала

$$J(M)=\left[\frac{\frac{1}{n}(y-S(\lambda))^T R_y^{-1}(y-S(\lambda))}{1-\sqrt{\frac{(M+1)(1+\ln(n)-\ln(M+1))-\ln\eta)}{n}}}\right], \tag{4}$$

где $n=5N/\ln N$; $(1-\eta)$ — заданный уровень надежности решения задачи восстановления плотности; $y=\{y_1,...,y_n\}$; $S(\lambda)=\{S_1^\lambda,...,S_n^\lambda\}$; $i=\overline{1,n}$; $\tau_i=\frac{i}{n+1}$;

$S_i^\lambda=\int\limits_0^{\tau_i}\left[\sum\limits_{j=1}^{M}\lambda_j\varphi_j(t)\right]dt$; R_y^{-1} — обратная ковариационная матрица вектора y [8];

$$y_i=G(\tau_i)-\psi(\tau_i)\pi/2;\ \psi(\tau_i)=2\sin\left[(\tau_i\pi)/2\right]/\pi;$$

$$G(\tau_i)=\begin{cases}\frac{1}{2N}\left(\frac{\tau_i}{t_1}\right) \text{при } 0\le\tau_i\le t_1\\ \frac{k-0,5}{N}+\frac{1}{N}\left(\frac{\tau_i-t_k}{t_{k+1}-t_k}\right)\text{при } t_k\le\tau_i\le t_{k+1}\\ \frac{N-0,5}{N}+\frac{1}{2N}\left(\frac{\tau_i-t_N}{1-t_N}\right)\text{при } t_N\le\tau_i\le 1\end{cases}$$

При каждом фиксированном значении M минимум функционала (4) ищется при условии

$$\int\limits_0^1\left[\sum\limits_{j=1}^{M}\lambda_j\varphi_j(t)\right]dt=1, \tag{5}$$

выполнение которого позволяет определить величины неизвестных коэффициентов λ_j, $j=\overline{1,M}$.

Для реализации описанного метода в системе Mathcad разработана программа. Ее работу проиллюстрируем следующим примером. Требуется восстановить функцию распределения напряжений в стенке трубопровода, нагруженного внутренним избыточным давлением g, являющимся случайной величиной. Генерирование выборки g осуществлялось на основе функции (3), имеющей два явных экстремума, при $M = 6$: $\alpha_1 = 1{,}27027$; $\alpha_2 = -0{,}85566$; $\alpha_3 = 0{,}07521$; $\alpha_4 = -0{,}52205$; $\alpha_5 = -0{,}31440$; $\alpha_6 = 0{,}43318$. Разработанный на основе (3) датчик случайных чисел обеспечивал получение выборки $g_i, i = \overline{1, N}$ при g в

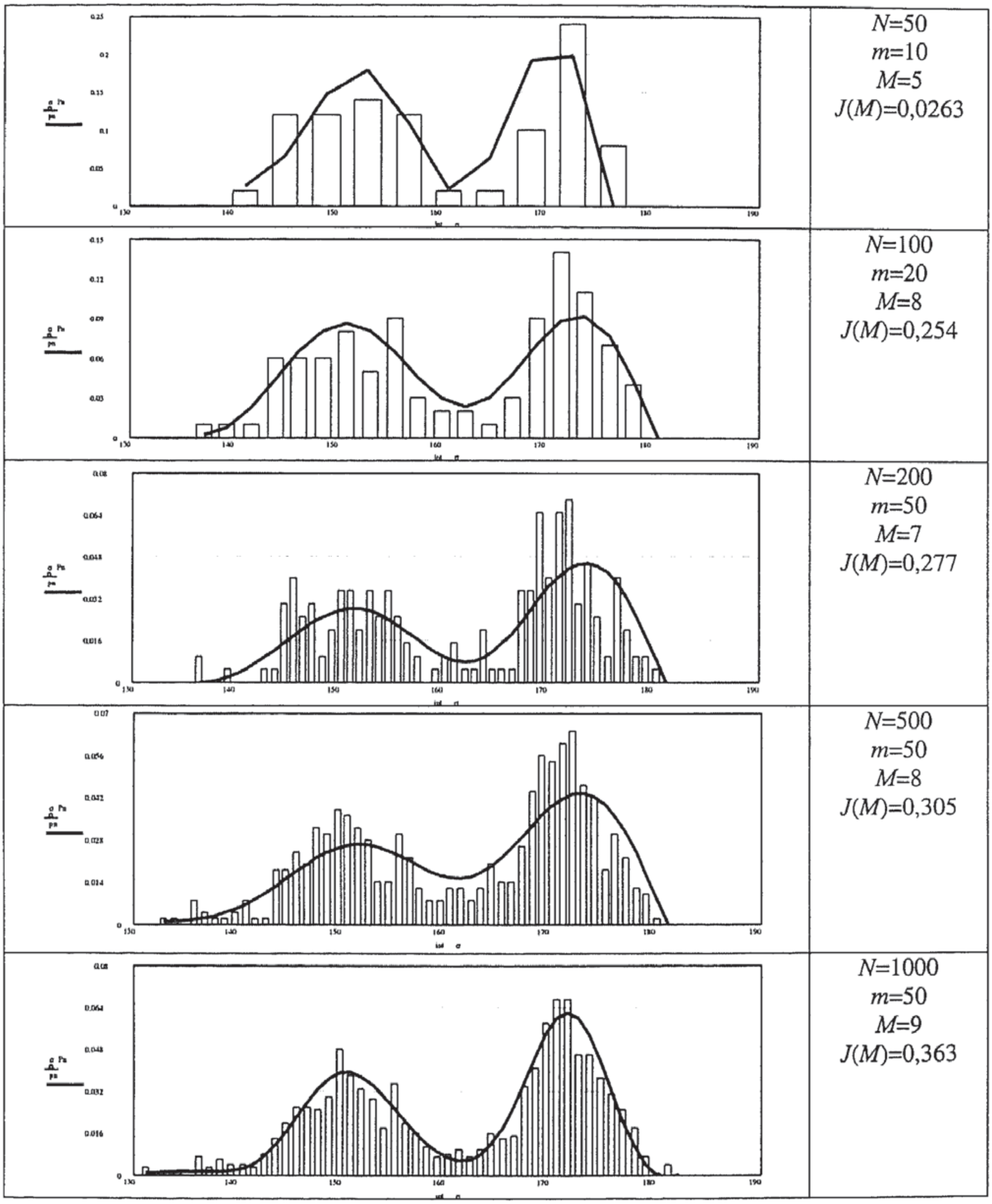

Рис. 1. Функции распределения плотности случайной величины σ

пределах от $g_{\min} = 5$ МПа до $g_{\max} = 8$ МПа. Расчет выборки напряжений ($\sigma_i, i = \overline{1, N}$) в трубопроводе, возникающих под действием g, осуществлялся по формуле

$$\sigma = g\left(d - 2\delta\right)/\left(2\delta\right), \tag{6}$$

в которой толщина стенки трубопровода δ, как и его диаметр d, приняты случайными, распределенными, соответственно, по равномерному ($\delta_{\min} = 19$ мм; $\delta_{\max} = 21$ мм) и нормальному (среднее значение $d = 1020$ мм, среднеквадратичное отклонение 1 мм) законам распределения.

Результаты восстановления функции плотности распределения напряжений σ путем решения задачи (4) с учетом (5) при вариации длины выборки $\sigma_i, i = 1, N$ ($N = 50$, 100, 200, 500, 1000) представлены на рис. 1, где через m обозначено число интервалов разбиения.

Анализ процесса решения задачи (4) показал, что в отличие от тестов, представленных в [8], где имелся явный минимум функции $J(M)$, в рассматриваемом примере в каждом расчете (N = const) установлено постепенное уменьшение $J(M)$ при увеличении M от 1 до 20, т.е. использование функционала (4) работу алгоритма не прекращает. Решить данную проблему и определить оптимальное число членов разложения M функции (3) можно, если воспользоваться функционалом (2), который необходимо максимизировать. Более того, использование (2) позволяет на единой платформе сравнить эффективность восстановления плотности распределения с помощью оценок Розенблатта—Парзена и на основе функции (3).

Примером такого сравнения являются данные, представленные в таблице, где приведены рассчитанные величины функционала (2) для различных ядерных функций [8] (при оптимальном параметре размытости h_N) и максимальные значения функционала (2), полученные на основе функции (3) и условия (5) при вариации числа членов разложения M (рис.1). Анализ данных таблицы показывает, что в рассматриваемом примере, начиная с выборки N=100, восстановление плотности более эффективно на основе функции (3).

Возвратимся к задаче (1). Для ее решения имеем две выборки: $\sigma_i, i = \overline{1, N}$ и $s_j, j = \overline{1, K}$. В результате реализации рассмотренного выше алгоритма восстанавливаем

Таблица 1

Результаты расчета функционала (2)

Ядро	$N = 50$	$N = 100$	$N = 200$	$N = 500$	$N = 1000$
Нормальное	-0,0033	0,146	0,236	0,281	0,351
Лапласа	-0,0077	0,143	0,235	0,281	0,350
Фишера	0,0280	0,110	0,160	0,165	0,350
Коши	-0,0580	0,107	0,213	0,260	0,336
Логистическое	-0,0054	0,145	0,236	0,280	0,351
Епанчикова	0,1110	0,234	0,249	0,281	0,351
Равномерное	**0,1140**	0,236	0,266	0,300	0,350
Треугольное	0,1080	0,222	0,249	0,281	0,351
Квадратичное	0,1110	0,230	0,253	0,295	0,351
Функция (3)	0,0263	**0,254**	**0,277**	**0,305**	**0,363**

функцию плотности распределения $f_N(\sigma)$ случайной величины σ и функцию плотности распределения $f_K(s)$ случайной величины s. После этого вероятность безотказной работы исследуемого оборудования определяется путем взятия интеграла [1]

$$R = \int_0^{\infty} \left[\int_0^{\infty} f_K(s+\sigma) f_N(\sigma) d\sigma \right] ds \tag{7}$$

численными методами. Опыт его вычисления в системе Mathcad для функций $f_N(\sigma)$ и $f_K(s)$ свидетельствует, что проблемы при расчете R не возникают.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Капур К., Ламберсон Л. Надежность и проектирование систем: Пер. с англ. — М.: Мир, 1980. — 604 с.
2. Арасланов А. М. Расчет элементов конструкций заданной надежности при случайных воздействиях. — М.: Машиностроение, 1987. — 128 с.
3. Иванов В. А., Лысяный К. К. Надежность и работоспособность конструкций магистральных нефтепроводов. — СПб.: Наука, 2003. — 317 с.
4. Протасов В. Н., Султанов Б. Э., Кривенков С. В. Эксплуатация оборудования для бурения скважин и нефтегазодобычи. Под общ. ред. В.Н. Протасова: Учеб. для вузов. — М.: ООО «Недра-Бизнесцентр», 2004. — 691 с.
5. Махутов Н. А., Пермяков В. Н. Ресурс безопасной эксплуатации сосудов и трубопроводов. — Новосибирск: Наука, 2005. — 516 с.
6. Симахин В. А. Непараметрическая статистика. Ч.I. Теория оценок: Учебное пособие. — Курган: Изд-во Курганского гос. ун-та, 2004. — 207 с.
7. Деврой Л., Дьёрфи Л. Непараметрическое оценивание плотности. L_1-подход: Пер. с англ. — М.: Мир, 1988. — 408 с.
8. Алгоритмы и программы восстановления зависимостей: Под редакцией В.Н.Вапника. — М.: Наука, 1984. — 816 с.