

ственно на рис. 6 и 7. Все расчеты были проведены для случая несжимаемого материала (коэффициент Пуассона $\nu = 0,5$).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Божкова Л. В., Чебанюк А. М. Взаимодействие кольца, жестко насаженного на абсолютно твердое цилиндрическое тело, с жестким основанием. // Известия вузов. Машиностроение. 1977. № 8. - С. 16—22.
2. Божкова Л. В., Рябов В. Г. Контактная задача для кольцевого слоя произвольной толщины с учетом сил трения в зоне контакта. Югославский конгресс по теоретической и прикладной механике. Г. Охрид, СФРЮ, 1990. — С. 112—119.

621.833.16

НАГРУЗОЧНАЯ СПОСОБНОСТЬ ПЛАНЕТАРНЫХ ЭКСЦЕНТРИКОВЫХ ПЕРЕДАЧ

Д-р техн. наук, проф. М.Ф. ПАШКЕВИЧ, инж. О.Е. ПЕЧКОВСКАЯ

*Рассмотрены пути повышения нагрузочной способности планетарных эксцентрик-
риковых передач на основе модификации зубьев сателлита и обеспечения многопар-
ности зацепления. Показаны возможности уменьшения сил, действующих на пальцы,
которые служат для передачи вращающего момента на ведомый вал передачи.*

*The ways of load-carrying capacity increase of the planetary eccentric gears on the
basis of satellite teeth modification and maintenance of multipaired gearing are considered.
Opportunities of reduction of the acting on fingers forces which serve for transfer the rotating
moment on a conducted shaft are shown.*

В приводах различных машин широко используются планетарные зубчатые передачи. Они сочетают в себе малые габаритные размеры, высокую нагрузочную способность и широкие кинематические возможности. И хотя такие передачи наиболее изучены, их исследования активно продолжаются с использованием современных компьютерных технологий. Эти технологии позволяют на основе моделирования зубчатых зацеплений пересмотреть традиционные точки зрения и уточнить ранее сформулированные положения.

Так, моделирование внутреннего зубчатого зацепления в планетарных передачах типа $2K-H$ позволило нам получить новые сведения о возможности реализации такого зацепления даже при разнице чисел зубьев центрального колеса и сателлита, равной единице [1]. В настоящей статье эти сведения будут расширены и будет показана возможность их применения к передачам типа $K-H-V$.

Вначале проведем сравнение обеих передач по их кинематическим и конструктивным признакам (рис. 1). Как следует из схем передач, по кинематическому признаку (способу преобразования вращения ведущего звена — водила) эти передачи совершенно одинаковы: в обоих случаях вращение водила, выполненного в виде эксцентрика, преобразуется во вращательное движение сателлита, который размещен на эксцентрикe с возможностью свободного вращения.

Различаются эти передачи только способом снятия вращения с сателлита на ведомый вал. В передаче $2K-H$ это вращение снимается посредством зубчатого механизма, содержащего второй зубчатый венец на сателлите и зубчатое колесо внутреннего зацеп-

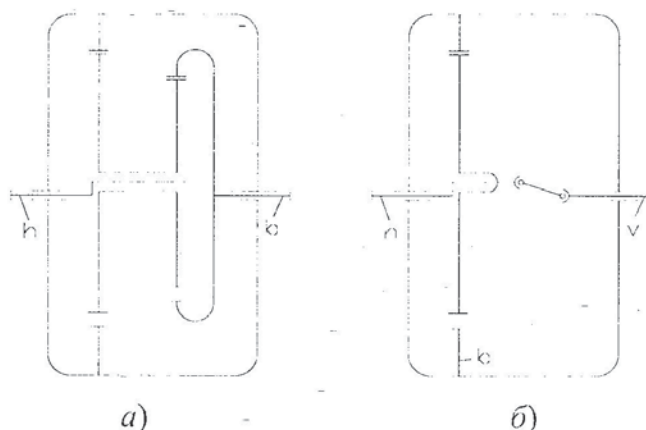
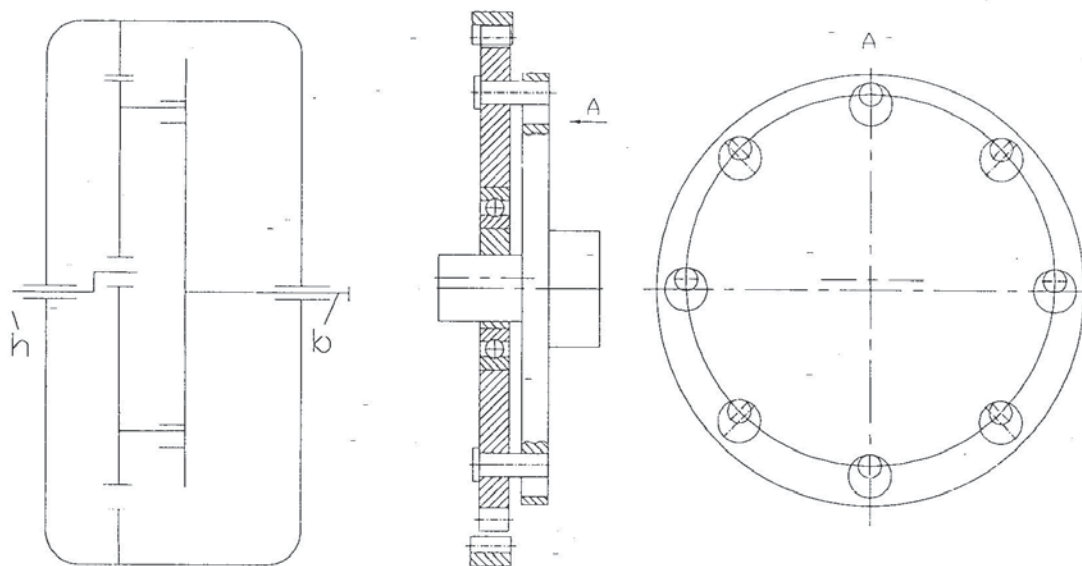


Рис. 1. Схемы эксцентриковых передач: а — 2К-Н; б — К-Н-В

ления на ведомом валу. В передаче К-Н-В вращение с сателлита на ведомый вал передается посредством шарнирного механизма *W* (карданного вала).

Формально различаются эти передачи своими обозначениями, которые нельзя признать строгими, но которые были перенесены из [2, 3] в учебную и справочную литературу и закрепились там. Нестрогость обозначений состоит в следующем. В передаче 2К-Н ведомый вал обозначен буквой *b*, в передаче К-Н-В — буквой *v*. В обозначении первой передачи буквенное обозначение ведомого вала не участвует, в обозначении второй — участвует, т. е. единство принципа построения обозначений не соблюдено.



а) Рис. 2. Механизм передачи вращения от сателлита к ведомому валу

Указанные различия непринципиальны. Рассматриваемые передачи по главному, кинематическому признаку являются одинаковыми. В связи с этим их целесообразно объединить единым названием: планетарные эксцентриковые зубчатые передачи.

В этих передачах наиболее простым по конструкции механизмом передачи вращения от сателлита к ведомому валу являются оси (пальцы), закрепленные в сателлите. На рис. 2 представлена схема, реализующая такой механизм (а), его конструктивное испол-

нение (b) и расположение пальцев в отверстиях фланца (v), выполненного на конце ведомого вала.

При работе передачи оси обкатываются по поверхности отверстий и передают нагрузку. Диаметр отверстий во фланце выбирается по соотношению

$$D = d + 2e,$$

где d — диаметр пальца, e — эксцентриситет эксцентрика.

Наибольшее значение передаточного отношения в таких передачах может быть достигнуто в том случае, когда разница чисел зубьев центрального зубчатого колеса и сателлита равна единице. При этом достигается значительное уменьшение габаритных размеров и, следовательно, материалоемкости передачи. Такая разница чисел зубьев приводит к пересечению профилей этих зубьев. Однако это пересечение может быть устранено путем корректировки размеров сателлита и модификации зубьев [1]. Для этого диаметры делительной окружности сателлита d_2 и окружности вершин его зубьев d_{2a} при заданном модуле m и числе зубьев Z_1 центрального колеса необходимо выбирать из соотношений

$$d_2 = m(Z_1 - 2);$$

$$d_{2a} = mZ_1.$$

При этом размеры центрального колеса с внутренними зубьями и самих зубьев подчиняются известным соотношениям теории эвольвентных зацеплений, а предельное передаточное отношение U оказывается равным количеству зубьев сателлита ($U = Z_2$).

Соблюдение указанных выше соотношений для определения диаметров делительной окружности и окружности вершин зубьев сателлита при $Z_1 - Z_2 = 1$ необходимое, но недостаточное условие работоспособности передачи. Необходимо учитывать интерференцию зубьев, а профиль зубьев одного или обоих зацепляющихся колес требуется модифицировать. Лучше всего проводить эту модификацию колес с наружными зубьями, т.е. модификацию сателлита.

Модификация зубьев сателлита была выполнена на основе компьютерного моделирования внутреннего зацепления. Анализ моделей позволил определить величину интерференции зубьев при различных условиях зацепления, устранить ее и, таким образом, получить фактические форму профиля и размеры модифицированных зубьев. Это, в свою очередь, позволило найти наиболее технологичные методы модификации, а также оценить коэффициент перекрытия передач.

Коэффициент перекрытия является характеристикой продолжительности зацепления зубьев в передаче и может определяться количеством зубьев зубчатых колес, находящихся в зацеплении. На основе анализа моделей было установлено, что независимо от количества зубьев сателлита, величины модуля зацепления и направления вращения в зацеплении состоит несколько пар зубьев (рис. 3), расположенных симметрично оси симметрии эксцентрика и на некотором удалении от нее. Так, из рис. 3 следует, что в зацеплении состоят зубья с номерами 3, 4, 5.

При этом одна пара зубьев (4) зацепляется практически по всей длине своих профилей, а две другие пары (3, 5) — лишь частично. В процессе вращения происходит изменение условий взаимодействия зубьев, однако такая же картина относительного расположения этих зубьев сохраняется.

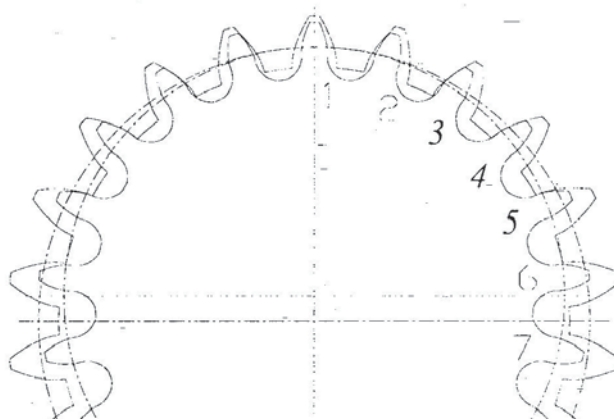


Рис. 3. Схема модифицированного зубчатого зацепления при $Z_2 = 20$

Установлено, что, независимо от модуля зацепления и направления вращения, нагрузку передают две или три пары зубьев модифицированной передачи. В зацеплениях с числами зубьев сателлита в интервалах 25...27, 33...36, 42...45, 51...54 и т. д., через четыре, вращение передают две пары зубьев, а в зацеплениях с числами зубьев сателлита в интервалах 20...24, 28...32, 37...41, 46...50 и т. д., через пять, вращение передают три пары зубьев. Это позволяет утверждать, что передача с модифицированными зубьями особенно хорошо может зарекомендовать себя в условиях реверсивной работы. Из представленной схемы следует, что даже при наличии зазоров в зацеплении, которые необходимы для компенсации теплового расширения, ожидается плавная реверсивная работа передачи. Так, при вращении сателлита по часовой стрелке крутящий момент будут передавать пары зацепляющихся зубьев, расположенные слева от плоскости симметрии передачи. При вращении сателлита против часовой стрелки крутящий момент будут передавать пары зацепляющихся зубьев, расположенные справа от плоскости симметрии передачи. В любом случае в зацеплении оказывается одновременно несколько пар зубьев, т. е. имеет место многопарное зацепление, что позволяет существенно увеличить нагрузочную способность, уменьшить шумность, снизить износ.

Когда в передаче вращения участвуют три пары зубьев (рис. 4), то в первой паре контакт имеет место у вершины зуба сателлита. Длина этого контакта обозначена на схеме h_1 . Во второй паре зуб сателлита соприкасается с зубом центрального колеса серединой своего профиля. Длина контакта этих зубьев h_2 . В третьей паре контакт имеет место у основания зуба сателлита на дуге длиной h_3 . В следующий момент времени крайняя, третья, пара зубьев выходит из зацепления, но в зацеплении еще остаются две пары зубьев. При дальнейшем вращении сателлита в зацепление входит следующая пара зубьев. Подобные переключения наблюдаются в косозубом зацеплении, когда зубья постепенно входят во взаимодействие, но в зацеплении всегда находится минимум две пары зубьев.

Из схемы на рис. 3 следует, что с обеих сторон от указанных трех пар зацепляющихся зубьев, в парах зубьев с номерами 2 и 6, имеют место незначительные зазоры. С увеличением Z_2 эти зазоры уменьшаются и составляют сотые доли миллиметра для десяти и более пар. Эти пары зубьев при передаче нагрузки и возникновении даже небольших деформаций окажутся работающими.

В таблице приведены численные значения длин контактов соприкасающихся зубьев (жирные цифры) и значения зазоров между парами зубьев, расположенных по обе стороны от соприкасающихся пар. Анализ моделей зацепляющихся колес в широком диапазоне чисел зубьев показал, что общее количество пар зацепляющихся зубьев и пар зубьев,

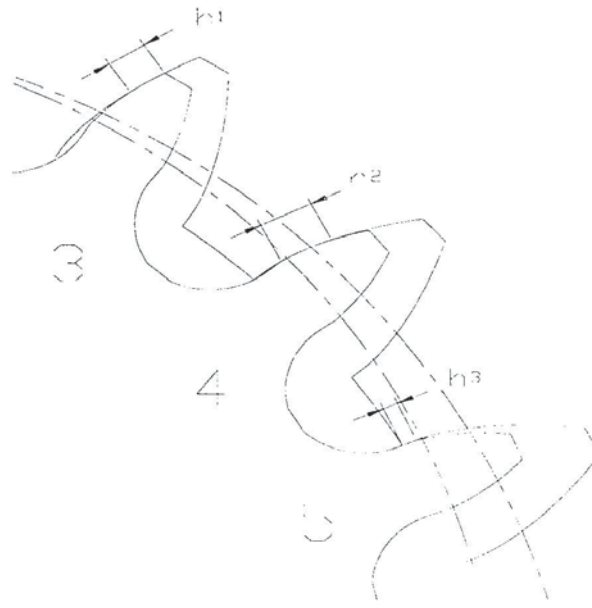


Рис. 4. Характер сопряжения зубчатых пар в модифицированной экцентриковой передаче

расположенных по обе стороны от зацепляющихся и имеющих зазор, меньший, чем 0,1 мм, составляет примерно 17 % от Z_2 при $Z_2 \leq 30$ и примерно 13 % от Z_2 при $Z_2 \geq 60$. Это обстоятельство свидетельствует о том, что в экцентриковых передачах количество потенциально работающих зубьев достаточно велико. Следовательно, при работе такой передачи вращающий момент распределяется между большим количеством пар зубьев, что приводит к повышению нагрузочной способности передачи и должно учитываться при расчете передачи на прочность.

Нагрузочная способность передачи определяется не только многоярностью зубчатого зацепления, но и механизмом снятия редуцированного вращения с сателлита на ведомый вал. Для таких передач нагрузочную способность в значительной степени определяет прочность пальцев, посредством которых передается нагрузка. Из [2] известно, что нагрузка, передаваемая пальцами, изменяется по синусоидальному закону. При вращении эксцентрика, например, против часовой стрелки, сателлит с закрепленными в нем пальцами вращается по направлению часовой стрелки, и в передаче нагрузки участвуют пальцы, расположенные слева от оси симметрии эксцентрика (рис. 2). Следовательно, число пальцев, принимающих участие в передаче нагрузки, колеблется между $n/2$ и $n/2 - 1$. При этом наиболее нагруженным является палец, расположенный под углом $\pi/2$ к оси симметрии эксцентрика.

Траектория перемещения геометрических осей пальцев в неподвижной системе координат представляет собой гипоциклоиду, координаты которой в зависимости от угла поворота φ определяются уравнениями

$$x = (R - r) \cos \varphi + \lambda r \cos \left((R - r) \varphi / r \right),$$

$$y = (R - r) \sin \varphi + \lambda r \sin \left((R - r) \varphi / r \right),$$

где R — радиус делительной окружности центрального колеса; r — радиус делительной окружности сателлита; λ — коэффициент, определяющий радиус R_n сателлита, на котором расположены пальцы, т. е. $\lambda = R_n / r$.

Таблица

Характер сопряжений зубьев в передачах с модифицированными зубьями сателлита

Число зубьев сателлита	Порядковый номер пары сопряжения															
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
20	0,07	1,19	1,18	0,21	0,21											
21	0,082	0,96	1,38	0,36	0,15											
22	0,088	0,67	1,61	0,48	0,09											
23	0,093	0,38	1,63	0,61	0,06											
24	0,097	0,072	2,06	0,81	0,0039											
25	0,11	0,01	1,92	1,02	0,02											
26		0,019	1,76	1,28	0,012											
27		0,026	1,52	1,49	0,0005											
28		0,035	1,34	1,3	0,123	0,1										
29		0,04	1,08	1,52	0,254	0,077										
30		0,045	0,87	1,7	0,37	0,055										
31		0,049	0,57	1,876	0,54	0,043										
32		0,052	0,272	2,02	0,74	0,033										
33			0,0007	2,075	0,99	0,02										
34			0,007	1,92	1,19	0,017										
35			0,01	1,7	1,47	0,009										
36			0,017	1,48	1,72	0,004										
37			0,022	1,26	1,94	0,15	0,05									
38			0,025	0,99	1,77	0,31	0,04									
41			0,05	0,18	2,26	0,9	0,03									
42			0,05	0,0015	2,037	1,1	0,016									
43			0,05	0,06	1,84	1,38	0,01	0,06	0,17							
44			0,05	0,009	1,63	1,55	0,005	0,05	0,14							
45			0,05	0,012	1,37	1,86	0,001	0,04	0,12							
46			0,06	0,016	1,18	1,78	0,2	0,03	0,1							
47			0,063	0,019	0,9	1,88	0,36	0,026	0,09							
48			0,067	0,02	0,62	2,04	0,6	0,021	0,08							
50			0,07	0,025	0,11	2,16	1,02	0,01	0,06							
51			0,078	0,03	0,003	2	1,23	0,009	0,05	0,12						
54			0,09	0,04	0,01	1,29	1,99	0,0002	0,03	0,08						
55			0,095	0,04	0,012	1	1,85	0,27	0,02	0,07						
56				0,04	0,014	0,78	1,97	0,42	0,017	0,06						
62				0,067	0,03	0,006	1,4	1,86	0,0016	0,02						
63				0,07	0,03	0,08	1,24	1,81	0,17	0,018	0,06					
71				0,09	0,05	0,02	0,006	1,02	1,96	0,001	0,01	0,05	0,09			
72					0,05	0,03	0,007	1,13	2,05	0,27	0,01	0,04	0,08			
76					0,065	0,03	0,01	0,1	2,2	1,12	0,006	0,02	0,06			
77					0,07	0,04	0,01	0,0008	2,02	1,42	0,004	0,02	0,05			
79					0,07	0,04	0,02	0,004	1,36	1,86	0,001	0,01	0,04	0,08		
										0,000						
80					0,08	0,04	0,02	0,005	1,25	2,19	4	0,01	0,03	0,07		
81					0,08	0,05	0,02	0,006	0,95	2	0,43	0,01	0,03	0,06		
86					0,09	0,05	0,03	0,01	0,001	2,01	1,2	0,01	0,02	0,04	0,07	

В подвижной системе координат, связанной с ведомым валом, траектория перемещения геометрических осей пальцев может быть представлена уравнениями

$$x = (R - r) \cos \varphi + \lambda r \cos \varphi_m,$$

$$y = (R - r) \sin \varphi + \lambda r \sin \varphi_m,$$

где φ_{in} — полярный угол расположения геометрической оси пальца, имеющего номер i .

Расчет координат и построение траекторий перемещения пальцев проводились в табличном процессоре Microsoft Excel. Получались графики, аналогичные представленным на рис. 5. Данный рисунок иллюстрирует траектории 2 и 3 осей пальцев в неподвижной системе координат XOY , связанной с неподвижным колесом 1 передачи (корпусом), и подвижной системе координат X_1OY_1 , связанной с ведомым валом передачи. Начала обеих систем координат совпадают. Как видно из уравнений траекторий пальцев, вид этих траекторий зависит от эксцентриситета сателлита, равного $(R - r)$, и коэффициента λ . Кривые на рис. 5 построены при следующих исходных данных: $R = 50$ мм, $r = 45$ мм, $\lambda = 1$, количество пальцев $n = 8$, $i = 0 \dots 7$ порядковые номера пальцев.

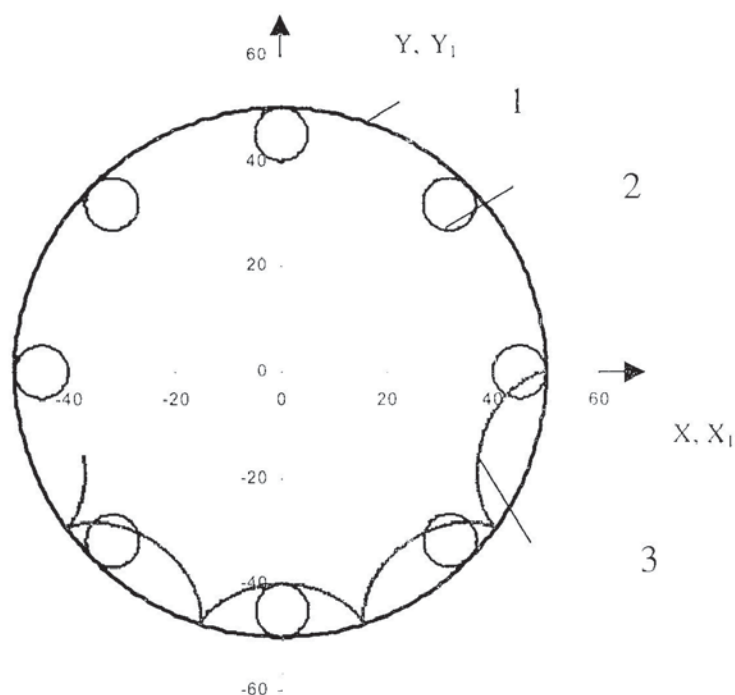


Рис. 5. Траектории перемещения геометрических осей пальцев в подвижной и неподвижной системах координат

Выше отмечалось, что в передаче нагрузки принимает участие в лучшем случае половина от общего количества пальцев. Следовательно, каждый из n пальцев передает часть общей нагрузки M_2 , равную

$$M_n = (2M_2 / n)k,$$

где k — коэффициент нагрузки, определяющий ее неравномерность деления между пальцами.

По величине M_n следует вести прочностные расчеты пальцев и определять их размеры. При этом следует иметь в виду, что чем больше расстояние пальцев от оси вращения сателлита, тем меньше сила, действующая на палец. Поэтому в высоконагруженных передачах данного типа пальцы следует располагать на возможно большем расстоянии от оси, т. е. выбрать значения λ больше единицы.

Проведем силовой анализ эксцентриковой передачи. Для этого рассмотрим схему, показанную на рис. 6.

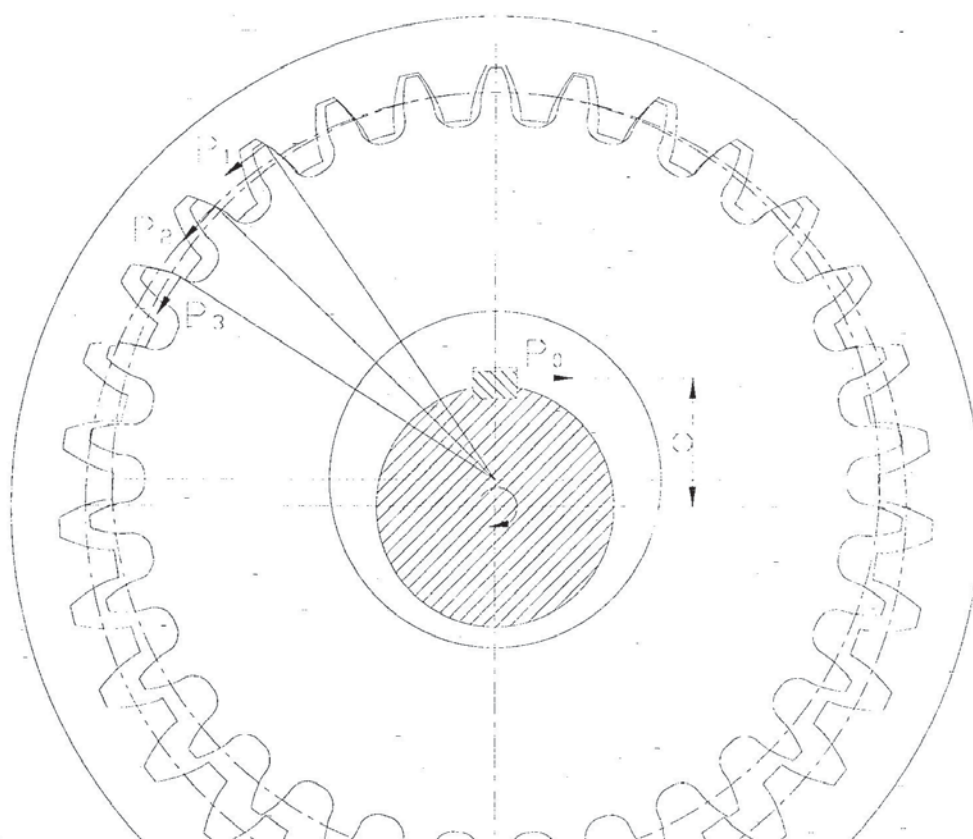


Рис. 6. Схема для силового анализа передачи

Выразим момент M_2 на ведомом звене передачи в виде произведения некоторой силы P , приведенной к делительной окружности сателлита, на радиус этой окружности

$$M_2 = Pr. \quad (1)$$

Приведенная окружная сила, действующая на сателлит со стороны центрального колеса с внутренними зубьями, распределяется между взаимодействующими зубьями и определяется как сумма сил в зацеплениях, т. е.

$$P = P_1 + P_2 + P_3,$$

где P_1, P_2, P_3 — окружные силы в зацеплениях.

В процессе пересопряжения одна из составляющих сил, например P_3 , обращается в нуль. Тогда $P = P_1 + P_2$ и, следовательно, значение силы, приходящейся на один зуб и служащей для расчета на прочность зуба сателлита, можно принять равным

$$P_p = P/2 = M_2/2r.$$

Из схемы на рис. 6 следует, что $M_1 = P_0 a$. С другой стороны, $M_1 = M_2/(U\eta)$, где η — к.п.д. передачи. Следовательно,

$$P_0 = M_2/U\eta a.$$

Полученное значение силы P_0 можно использовать для расчета на прочность шпоночного соединения ведущего вала с эксцентриком.

Момент M_2 на ведомом валу передачи можно выразить через силу, приведенную к радиусу расположения пальцев, передающих вращение на ведомый вал, т. е.

$$M_2 = P_n R_n, \quad (2)$$

где P_n — сила, приведенная к радиусу R_n расположения пальцев.

Приравняв правые части (1) и (2), получим

$$Pr = P_n R_n.$$

Из этого равенства можно найти следующие связи между силой, приведенной к радиусу расположения пальцев, и силой, приведенной к радиусу делительной окружности сателлита

$$P = P_n R_n / r = P_n \lambda,$$

$$P_n = Pr / R_n = P / \lambda.$$

Как указывалось выше, нагрузка, приходящаяся на один палец, изменяется по синусоидальному закону. И если палец расположен на оси симметрии эксцентрика, то он не передает нагрузку. Следовательно, в общем виде нагрузку, приходящуюся в данный момент на любой палец, расположенный по одну сторону от оси симметрии эксцентрика, можно представить соотношением $P_i = P_{\max} \sin \varphi_i$, где φ_i — угол между осью симметрии эксцентрика и радиусом фланца, проходящим через центральную ось рассматриваемого пальца. Тогда силу P_n , приведенную к радиусу R_n расположения пальцев, можно выразить суммой

$$P_n = \sum_0^{n/2} P_{\max} \sin \varphi_i = P_{\max} \sum_{i=0}^{n/2} \sin \varphi_i.$$

Учитывая соотношение (2), определим силу P_{\max} , по величине которой будем вести расчет пальцев на прочность

$$P_{\max} = M_2 / \left(R_n \sum_{i=0}^{n/2} \sin \varphi_i \right).$$

Таким образом, приведенные результаты анализа геометрии зацеплений, а также нагруженности зубьев и элементов передачи вращающего момента от сателлита к ведомому валу могут быть использованы при силовом расчете таких передач на стадии их проектирования для заданных условий работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. П а ш к е в и ч М. Ф. Планетарные передачи с повышенной нагрузочной способностью для реверсивной работы в приводах строительных и дорожных машин. — Вестник МГТУ. — 2005. — № 2. — С. 127—131.
2. К у д р я в ц е в В. Н. Планетарные передачи. — М.: Машиностроение, 1966. — 307 с.
3. Планетарные передачи : справ. / Под ред. В. Н. Кудрявцева и Ю. П. Кирдяшева. — Л.: Машиностроение, 1977. — 536 с.