№ 11 2006

РАСЧЕТ И КОНСТРУИРОВАНИЕ МАШИН

621.01

ФОРМАЛИЗАЦИЯ СТРУКТУРНОГО АНАЛИЗА И СИНТЕЗА МЕХАНИЗМОВ С КИНЕМАТИЧЕСКИМИ, ГИБКИМИ И ДИНАМИЧЕСКИМИ СВЯЗЯМИ

Д-р техн. наук, проф. В.И. ПОЖБЕЛКО

Представлена попытка выработки обобщенного подхода к рассмотрению механизмов как частного случая механистических систем, содержащих кинематические, гибкие и динамические связи. На основе теорем о структуре рациональных механизмов рассчитаны все коды четырех-, шести-, восьми-, десяти-, и двенадцатизвенных замкнутых кинематических цепей без избыточных связей. Приведенные теоремы и коды могут быть использованы для структурного анализа и синтеза одноподвижных и многоподвижных механизмов, содержащих простые и сложные (совмещенные) шарниры, кинематические пары различной подвижности, гибкие и динамические связи. Приведены примеры обнаруженных автором необычных (парадоксальных) кривошипных сборок рычажных механизмов со сложными двойными шарнирами.

Formation attempt of generalized approach to a problem of consideration of mechanisms as a particular case in the mechanistic systems containing kinematic, flexible and dynamic links is presented. On the basis of theorems on structure of rational mechanisms all codes of four-, six-, eight-, ten-, and twelve-ladder closed kinematic chains without redundant constraints are calculated. The reduced theorems and codes can be used for the structural analysis and a synthesis of the one- and multidirectional mechanisms containing single and multiple (combined) hinges, kinematic pairs of different mobility, flexible and dynamic links. Instances of unusual (paradoxical) crank sets of link mechanisms with complex double joints detected by the author are cited.

При конструировании механизмов для разных областей техники [1—21] могут использоваться разнообразные взаимодействия (связи) твердых тел, которые осуществляются разными способами: с помощью элементов контактирующих звеньев в кинематической паре или посредством их бесконтактного взаимодействия через гибкие элементы, жидкость, магнитное поле, силы инерции и др.

Рассмотрим некоторые формализации, которые могут оказаться полезными для структурного анализа и синтеза механизмов на основе математических зависимостей [7, 8], описывающих строение разнообразных механических систем с учетом различных возможных взаимодействий (связей) твердых тел. Представленные ниже варианты определений и примеры их использования при конструировании механизмов предназначены для выработки более обобщенного подхода к изучению строения механизмов в связи с их структурным анализом и синтезом.

1. Механическая система — система взаимосвязанных (взаимодействующих между собой) твердых тел.

В зависимости от назначения механические системы могут быть выполнены в виде одноподвижных и многоподвижных механизмов, неподвижных ферм и структурных групп Ассура с особыми свойствами [1, 4]. Механические системы представляют: при структурном анализе — в виде кинематической цепи; при структурном синтезе — в виде структурной математической модели (оба понятия рассмотрены ниже).

С точки зрения топологии (как науки, исследующей свойства фигур и их взаиморасположение) механические системы представляют собой кинематические цепи с определенным набором и взаиморасположением замкнутых и незамкнутых (открытых) контуров, образованных твердыми телами (звеньями) и связями между ними. В общем случае механические системы (и, соответственно, кинематические цепи и механизмы) можно разделить [6] на *однородные* (содержат контуры только какого-либо одного класса) и *неоднородные* (содержат контуры разных классов, отличающиеся, например [6, с. 9, рис. 4] подвижностью входящих в них звеньев и типом замыкающих их связей).

2. Связь — геометрическое (кинематическое) и/или силовое взаимодействие двух твердых тел (представляет ограничения, налагаемые на положения и скорости твердых тел или точек механической системы; в механизмах — это средство передачи усилий и преобразования движений). *Реакция связи* — результат этого взаимодействия.

В зависимости от способа осуществления взаимодействия твердых тел различают [4, 17, 18] следующие типы связей: кинематические (геометрические), гибкие, динамические.

3. Кинематические (геометрические) связи — ограничения, налагаемые на скорости (положения) твердых тел, которые должны выполняться при любых (значениях и направлениях) действующих на механическую систему силах [15, 16].

Кинематическая пара — соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающее их относительное движение и накладывающее ограничения на их положения и скорости (предлагаемое определение отражает двойственную роль кинематических пар в механизмах и является более полным по сравнению с традиционным [15]).

Наибольшее распространение в механизмах получили [4]: одноподвижная вращательная пара (в виде *простого* шарнира), одноподвижная поступательная пара, а также *сложные*, т.е. совмещенные, шарниры (получающиеся в результате совмещения на одной оси нескольких простых шарниров) [21].

Для приведения сложных шарниров к уже имеющимся в цепи простым шарнирам вводится [7] понятие: *приведенное число сложных шарниров* — число вращательных кинематических пар, добавляемых в данную цепь сложными шарнирами, рассчитывается по формуле [7]: $v = v_2 + 2v_3 + 3v_{4\,...} \leq 2(K - 1)$; т. е. величина v имеет четкий предел $v_{\max} = 2(K - 1)$, зависящий от числа замкнутых контуров K синтезируемой цепи и позволяющий определить все возможные числа и комбинации простых и сложных шарниров в различных структурах многозвенных механизмов.

Обозначения: p — общее число кинематических пар в кинематической цепи, представляющей систему связанных между собой звеньев; H — подвижность кинематической пары, равная числу степеней свободы в относительном движении соприкасающихся звеньев; p_H — число кинематических пар подвижности H ($1 \leq H \leq 5$); v — приведенное число сложных шарниров; v_2 — число двойных шарниров; v_3 — число тройных шарниров и т.д.

4. Гибкие связи — можно рассматривать [17, с. 27], как односторонний неупругий транслятор передачи движения от одного к другому звену без их непосредственного контакта между собой, устанавливающий соответствие между положениями и скоростями звеньев (в отличие от кинематических пар) только в одном направлении.

Например, гибкая связь в виде системы соприкасающихся шариков или жидкости [17, с. 26, рис. 1.13] может работать только на сжатие. Другой пример — гибкая связь в виде цепи, троса, ремня и др. [17, с. 27, рис. 1.14] работает только на растяжение.

Обозначение: g — число гибких связей (число контуров кинематической цепи [1, с. 14], замыкаемых гибкими связями).

5. **Динамические связи** — согласно [18, с. 50] накладывают ограничения на положения и скорости взаимодействующих через эти связи твердых тел в зависимости от движения механизма, а также от других действующих на механизм сил, имеющих свойство реакций связи. Они обеспечивают передачу движения от одного звена к другому без их непосредственного контакта между собой и осуществляются в виде магнитного поля или фрикционных сил [17, с. 29], гидродинамического сцепления между насосом и турбиной [18, с. 49, рис. 2.15], сил инерции вращающихся неуравновешенных грузов [9], сил упругости пружины [18] и др. Следует выделять динамическую связь, через которую осуществляется передача движения между двумя подвижными звеньями механизма. Назовем ее *активной* динамической связью (пример такой связи показан в [4, с. 74, рис. 2.15].

Обозначение: d — число активных динамических связей (число контуров кинематической цепи [1, с. 14], замыкаемых активными динамическими связями).

6. **Избыточные связи** — повторяющиеся (или зависимые) геометрические связи, удаление которых не изменяет числа степеней свободы механизма [16, с. 36].

Избыточные связи дублируют ограничения, уже наложенные другими кинематическими связями (кинематическими парами), в результате чего некоторые из уравнений связей получаются [1, с. 18], как следствие других, взаимно независимых уравнений. Установлено [4, 11, 16], что при сборке механизмов с избыточными связями в кинематических парах возникают натяги, существенно снижающие эксплуатационную работоспособность механизмов и поэтому структурный синтез рациональных (самоустанавливающихся [11] механизмов заключается в проектировании механических систем без избыточных связей.

Для исключения избыточных связей в проектируемых структурах многозвенных рычажных механизмов достаточно выполнить их строение согласно ниже рассматриваемым кодам рациональных механизмов. Сводная таблица со всеми рассчитанными кодами четырех-, шести-, восьми-, десяти- и двенадцатизвенных замкнутых кинематических цепей механизмов приведена в [7].

Обозначения: q — число избыточных связей (число зависимых уравнений связей); $q = q_0 + q_1$; q_0 — избыточные связи, выявленные только в пространственной схеме механизма (и отсутствующие в его «плоской» схеме); q_1— избыточные связи, выявленные в «плоской» схеме механизма (их следует удалять в первую очередь [11]).

7. **Звено механизма** — твердое тело, входящее в состав механизма, где отдельные подвижные звенья совершают движение относительно неподвижной стойки.

По числу связей данного звена с другими звеньями следует различать: односвязные звенья (со свободным, т. е. незамкнутым концом), а также двухсвязные (линейные), трехсвязные (треугольные) и т. д. звенья. Соответственно в механизмах, содержащих связи только в виде кинематических пар (механические системы без применения гибких и динамических связей звеньев: $g = 0$, $d = 0$), различают [1, с. 12] двупарные, трехпарные и т. д. звенья (по числу кинематических пар, образуемых данным звеном с другими звеньями кинематической цепи).

Обозначения: n_1, n_2, n_3..., n_i — соответственно число односвязных (однопарных), двухсвязных, трехсвязных..., i — связных звеньев кинематической цепи (где наибольшее число связей i, т. е. кинематических пар, гибких и динамических связей, одного из звеньев цепи с другими звеньями определяет *наиболее сложное звено* в кинематической цепи данного механизма); $\tilde{n} = n_1 + n_2 + n_3 + ... + n_i$ — общее число звеньев цепи (включая стойку в механизмах); $n = (\tilde{n} - 1)$ — число подвижных звеньев механизма.

8. Кинематическая цепь — отображение геометрии строения механической системы в виде определенного взаиморасположения (топологии) отдельных тел (звеньев) и их связей (кинематических, гибких, динамических) с другими твердыми телами (звеньями).

Кинематическая цепь механизма — представляет систему входящих в состав механизма звеньев, взаимосвязанных между собой (посредством кинематических, гибких и динамических связей) и образующих замкнутые контуры.

9. Уровень сложности кинематической цепи *(Y)* — новое понятие, введенное в [7] для количественной характеристики сложности и особенностей строения механической системы и представляющее разность между общим числом связей всех типов ($p + g + d$) и общим числом звеньев ($\tilde{n}$) системы: $Y = (p + g + d) - \tilde{n}$.

Уровень сложности проектируемой или анализируемой механической системы (механизма) однозначно предопределяет число возникающих в ней изменяемых замкнутых контуров: $K = Y + 1$. Таким образом, простейшие механические системы характеризуются $Y = 0$ (нулевой уровень сложности) и будут одноконтурными ($K = 1$), а в более сложных системах увеличение уровня сложности (т.е. разности между числом связей и числом звеньев цепи) приводит к соответствующему увеличению числа замкнутых контуров синтезируемого механизма ($Y = 1$, $K = 2$...), причем $K = 0$ при $Y = Y_{\min} = -1$.

Зависимость между уровнем сложности кинематической цепи (Y) и ее связностью (т. е. наиболее сложным по числу связей i звеном цепи) представляет собой *главную геометрическую зависимость механических систем*, график которой позволяет выделить [5, 7] все возможные области существования открытых и замкнутых кинематических цепей механизмов и ферм, содержащих как простые, так и сложные (совмещенные) шарниры в пределах задаваемого уровня сложности цепи.

10. Замкнутый (изменяемый) контур — представляет собой замкнутую кинематическую цепь, состоящую из всех или из некоторой части звеньев механизма, в которой каждое звено образует кинематические пары и/или гибкие и динамические связи не менее, чем с двумя другими звеньями цепи.

Независимые изменяемые замкнутые контуры отличаются между собой хотя бы одним звеном или одной кинематической парой и их число K можно рассчитать по предложенной автором в [5, 6] формуле

$$K = (p + g + d) - n = Y + 1,$$

которая в частном случае (для цепей без гибких и динамических связей) вырождается в известную формулу Гохмана [16, с. 39].

Замкнутые контуры в разнообразных механических системах могут быть образованы из открытых кинематических цепей двумя способами [6, с. 5, рис. 1]: а — контактным замыканием звеньев посредством кинематических пар (связей); б — бесконтактным замыканием звеньев посредством гибких или динамических связей.

Класс изменяемого замкнутого контура ($1 \leq h \leq 6$) предлагается [6] принимать равным числу параметров свободного движения звеньев в этом контуре (для контуров, замыкаемых только кинематическими парами подвижностью H выполняется соотношение $h \geq H + 1 = 2 \ldots 6$) или равным числу направлений передачи усилий (для контуров, замыкаемых гибкой или динамической связью, например, в контурах с однонаправленной гибкой связью в виде троса — $h = 1$).

Такая классификация замкнутых контуров позволяет: с одной стороны, по одинаковой величине h объединить (обобщить) плоские рычажные и пространственные сферические механизмы (h = 3), а с другой стороны, многоконтурные механизмы ($K > 1$) разделить на *однородные* (содержат все контуры одного класса h) и *неоднородные* (представляют набор взаимосвязанных контуров разного класса, например, $h = 2$ и $h = 3$).

В [6, 7] показано, что существующие структурные формулы расчета W [4, 17] непригодны для описания неоднородных механизмов, и их можно заменить универсальной формулой W для любых механических систем [6].

Обозначения: K — общее число независимых изменяемых замкнутых контуров механизма; h — класс замкнутого контура, равный числу степеней свободы входящих в него звеньев; K_h — число замкнутых контуров данного класса в составе цепи механизма.

Примечания. 1. Величина $h = 0$ характеризует кинематическую цепь без каких- либо замкнутых контуров ($K = 0$), представляющую собой [6, с. 5, рис. 1] открытый контур ($h \equiv 0$). 2. Для установления, какие именно звенья многозвенного механизма образуют тот или иной контур посредством кинематических пар, гибких и динамических связей, может быть использована предложенная в [7] формула строения кинематической цепи механизма (являющаяся формализованным символьным представлением цепи, не зависящим от нумерации звеньев механизма).

11. Основные методы образования механизмов без избыточных связей — для построения структурных схем рациональных механизмов в теории механизмов и механике машин могут быть использованы разные методы.

Метод Грюблера образования механизмов — заключается в составлении замкнутых кинематических цепей звеньев с последующим выбором из них начального звена и стойки [1]. Однако применяемые для этого аналитические зависимости Грюблера [17, с. 104], [1, с. 33] носят ограниченный характер, так как выведены только для механизмов с простыми шарнирами.

Метод Ассура образования механизмов — заключается в присоединении к предварительно заданному начальному звену механизма и стойке открытых кинематических цепей звеньев, соединенных одноподвижными кинематическими парами (в виде групп Ассура нулевой подвижности) [4]. Однако данный метод не позволяет установить все возможные типы структуры механизмов.

Метод структурного синтеза механических систем заданного уровня сложности — разработан [5, 7] на основе универсальной структурной математической модели и теорем (см. п.п. 12—14) и заключается в образовании механической системы требуемой сложности (см. п. 9) из необходимого расчетного набора звеньев и соединяющих их различных связей (простых и сложных шарниров, многоподвижных кинематических пар, гибких и динамических связей). Его применение на практике позволяет рассчитать все возможные типы структуры и построить структурные схемы механических систем для каждого заданного уровня их сложности (см. п. 14).

Данный метод позволяет расчетным путем синтезировать не только традиционные цепи Грюблера и механизмы Ассура, но и все другие возможные варианты строения механических систем в виде открытых и замкнутых цепей ферм и механизмов со сложными шарнирами, гибкими и динамическими связями, а также различных неоднородных и неассуровых механизмов. Некоторые примеры синтеза механизмов с гибкими и динамическими связями, а также неоднородных механизмов даны в работах [6, 7]. Сводные итоги синтеза и кодирования механизмов разного уровня сложности рассмотрены в п. 14.

В результате применения данного метода устанавливаем (рис. 1), что, например, в дополнение к двум известным шестизвенным кинематическим цепям Уатта [1, с. 34, рис. 1.23, *б*] и Стефенсона с простыми шарнирами [1, с. 34, рис. 1.23, *в*] существуют еще одна шестизвенная цепь с одним двойным шарниром ($n_2 = 5$, $n_3 = 1$, $\nu = \nu_2 = 1$) и одна шестизвенная цепь с двойными шарнирами ($n_2 = 6$, $n_3 = 0$, $\nu = \nu_2 = 2$).

Отметим, что указанные цепи со сложными шарнирами ($n_2 = 5$, $n_3 = 1$ и $n_2 = 6$, $n_3 = 0$) представляют собой дополнительные (по набору образующих их звеньев n_2, n_3) типы структуры по сравнению с известными цепями Уатта и Стефенсона (где $n_2 = 4$, $n_3 = 2$), что расширяет диапазон возможных схем рычажных механизмов (рис. 1).

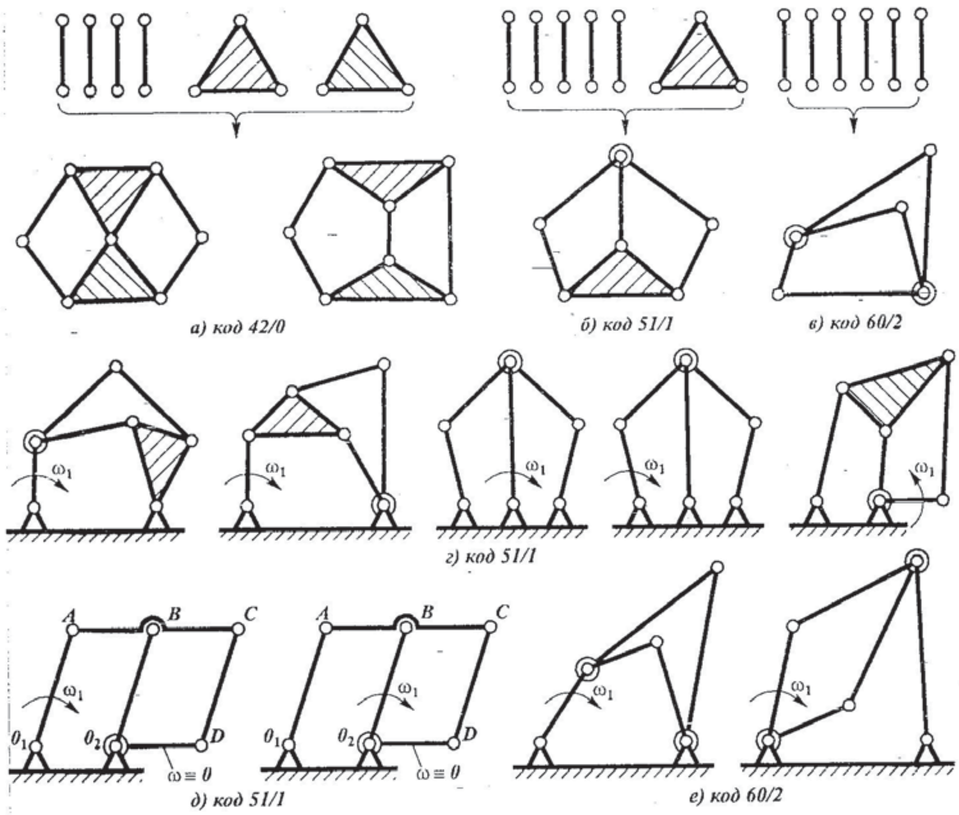

Рис. 1. Примеры разных типов структуры в виде двухконтурных шестизвенных кинематических цепей Уатта и Стефенсона (*а*), цепей (*б, в*) и одноподвижных механизмов (*г, д, е*) с одним (*б, г, д*) и двумя (*в, е*) сложными шарнирами (*д* — парадоксальная кривошипная сборка II типа за счет параллельной установки AO_1, BO_2, CD)

На рис. 1, *г, д, е* приведены результаты образования из двухконтурных кинематических цепей (показанных на рис. 1 *а, б, в*) девяти возможных схем шестизвенных рычажных механизмов со сложными шарнирами.

В результате кинематического анализа синтезированных схем шестизвенных механизмов со сложными шарнирами (рис. 1) автором обнаружено существование в кривошипных механизмах (в дополнение к ранее установленным [12, с. 101]) другого типа парадоксальных сборок — не связанных с периодичностью угла поворота входного звена механизма (назовем их «парадоксальными сборками II типа» и дадим им свое определение).

Парадоксальная кривошипная сборка II *типа* — сборка, существующая при любом положении входного звена, при которой одно из формально подвижных при монтаже звеньев механизма при его движении остается кинематически неподвижным (относительно стойки — рис. 1, *д* или другого звена — рис. 2) без приложения к нему тормозного момента (т.е. возникает своеобразный «кинематический тормоз»).

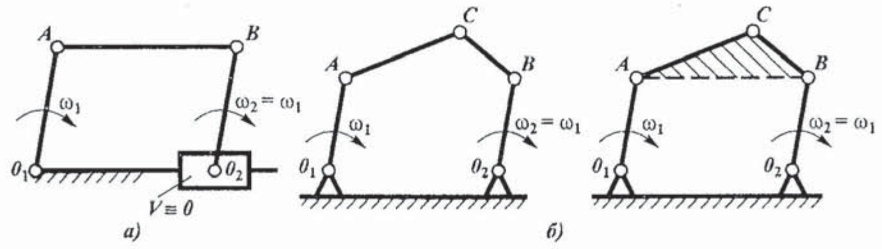

Рис. 2. Примеры парадоксальных кривошипных сборок II типа в двухподвижных механизмах (монтаж BO_2 параллельно AO_1)

Показанный на рис. 1, *д* пример парадоксальной сборки II типа представляет собой новую схему: «Рычажный механизм В.И. Пожбелко»(патент RU 2246056) — это двухконтурный шестизвенный сдвоенный параллелограммный механизм с одним сложным (совмещенным на стойке) двойным шарниром, в котором одна из формально подвижных при монтаже механизма сторон параллелограмма остается неподвижной относительно стойки ($\omega \equiv 0$) при неограниченном вращении входного звена ($\omega_1 \neq 0$).

Отличительный признак парадоксальных кривошипных сборок II типа — функция положения механизма тождественно равна нулю (график функции отсутствует) независимо от области существования сборки (при любом угле поворота кривошипа), т.е. кинематическая остановка выходного звена может продолжаться неограниченное время при непрерывном вращении приводного двигателя и входного звена механизма ($\omega_1 \neq 0$) без разрыва кинематической цепи.

12. Структурная математическая модель механической системы без избыточных связей — представляет собой совокупность (систему) алгебраических уравнений, содержащих структурные параметры, характеризующие строение механической системы, и предназначенных для расчета числа звеньев и числа связей (кинематических пар, гибких и динамических связей), необходимых для образования (составления) из них кинематических цепей механизмов без избыточных связей.

В [7] на основании изложенных выше понятий автором составлена универсальная структурная математическая модель разнообразных (как однородных, т. е. содержащих все замкнутые контуры одного класса h = const; так и неоднородных, содержащих замкнутые контуры разных классов h = 1—6) механических систем любого уровня сложности ($Y = -1$, $Y = 0$, $Y = 1$, $Y = 2$ ...):

$$(p + g + d) = \frac{1}{2}\left[n_1 + 2n_2 + 3n_3 + \ldots + (Y + 2) \cdot n_{Y \cdot 2} + v\right], \qquad (1)$$

$$\tilde{n} = n_1 + n_2 + n_3 + \ldots + n_{Y \cdot 2},$$

$$v = v_2 + 2v_3 + 3v_4 + \ldots \leq 2Y;$$

$$K = (p + q + d) - h;\ K = Y + 1;\ 1 \leq Y + 2,$$

$$W = \sum_{H=1}^{5}(Hp_H) - \sum_{h=1}^{6}(hK_h).$$

Математическая модель (1) позволяет решать задачу структурного синтеза механизмов без избыточных связей по заданным входным параметрам, включающим допускаемый уровень сложности синтезируемой кинематической цепи (Y), подвижность звеньев в каждом из замкнутых контуров (h), подвижность кинематических пар (H), число гибких связей (g), число динамических связей (d) и требуемое число степеней свободы синтезируемых механизмов (W). Полученные на ЭВМ решения универсальной структурной математической модели (1) объединены в сводную таблицу в работе [7, с. 19, табл. 2] и представляют подробно рассмотренные ниже расчетные наборы чисел двух-, трех-, четырех- и т. д. многопарных звеньев замкнутых кинематических цепей с простыми ($\nu = 0$) и со сложными ($\nu \neq 0$) шарнирами для образования из них одноподвижных и многоподвижных механизмов.

Примечания. Задавая в математической модели (1) различный уровень сложности синтезируемых замкнутых кинематических цепей ($Y = 0$, $Y = 1$, $Y = 2$, ...), получаем:

а) при $Y = 0$ — нулевое решение (одноконтурные цепи нулевого уровня сложности $K = Y + 1 = 1$ с наиболее сложным по числу связей звеном в пределах $i = Y + 2 = 2$);

б) при $Y = 1$ — первое решение (двухконтурные цепи первого уровня сложности $K = Y + 1 = 2$, $i = Y + 2 = 3$); и т. д. до максимально допускаемого числа замкнутых контуров проектируемого механизма.

В частном случае (плоские однородные механизмы с простыми шарнирами, без гибких и динамических связей, содержащие замкнутые контуры только 3-го класса — $h = 3$) универсальная структурная математическая модель (1) вырождается в известные зависимости Грюблера [17, с. 104], формулы Чебышева и Гохмана [17, с. 83], структурные решения на основе которых заранее будут ограничены указанными рамками.

13. Теоремы о структурном синтезе механических систем без избыточных связей.

На основании полученных в [7] аналитических решений универсальной структурной математической модели (1) автором сформулированы следующие теоремы:

Теорема 1. *Кинематические цепи без избыточных связей должны содержать не более K_{max} независимых замкнутых контуров класса h, рассчитываемых по формуле:*

$$K_{max} = \frac{1}{h}[\sum_{H=1}^{5}(H \cdot p_H) - W].$$

Следствие. Выполнение цепи с увеличенным числом замкнутых контуров $K > K_{max}$ приводит к ее сборке с натягами и возникновению в ней избыточных связей, число которых q_1 равно:

$$q_1 = h\left(K - K_{max}\right).$$

Теорема 2. *Кинематические цепи без избыточных связей должны содержать не менее n_{2min} двухсвязных (линейных) звеньев, рассчитываемых по формуле:*

$$n_{2min} = 3 + W + \nu + \sum_{h=1}^{6} K_h(h-3) + (g+d) + (n_4 + 2n_5 + 3n_6 + ...) - \sum_{H=1}^{5}(H-1)p_H. \tag{2}$$

Следствие 1. Выполнение цепи с уменьшенным количеством двухсвязных (линейных) звеньев $n_2 < n_{2min}$ приводит к возникновению в ней избыточных связей, число q_1 которых равно:

$$q_1 = n_{2min} - n_2.$$

Следствие 2. Согласно (2) простейший ($K = p_1 - n = 1,\ \ \nu = 0$) плоский механизм без избыточных связей ($W = 1$, одноконтурный $h = 3$) должен быть четырехзвенным, а простейший ($K = p_1 - n = 1$, $\nu = 0$) пространственный механизм ($W = 1$, одноконтурный $h = 6$) — семизвенным.

На основании как универсальной структурной формулы W [6] в математической модели (1), так и из совместного рассмотрения вышеуказанных первой и второй теорем о структурном синтезе, можно сформулировать следующий принцип структурного синтеза (правило проектирования) замкнутых кинематических цепей без избыточных связей (цепи любого типа — плоские и пространственные, однородные и неоднородные).

Принцип структурного синтеза кинематических цепей без избыточных связей. В кинематической цепи без избыточных связей суммарная подвижность кинематических пар и, соответственно, подвижность каждого из звеньев, образующих замкнутый контур класса h — в каждом из независимых контуров цепи должна быть равна величине h (данное правило проектирования легко проверить на примерах любых групп Ассура — как однозвенных с кинематическими парами разной подвижности, так и многозвенных с одноподвижными парами; как плоских, например $h = 3$, так и пространственных, например $h = 6$).

П р и м е ч а н и я. 1. Аналитическая зависимость (2) устанавливает при синтезе кинематических цепей без избыточных связей требуемую количественную взаимосвязь между разными структурными элементами механической системы (через конкретные значения ν, g, d, W, p_H, K_h, n_2, n_4, n_5, n_6, ...) и может быть использована, как уравнение для проверки правильности строения кинематических цепей плоских и пространственных механизмов — с точки зрения отсутствия вредных избыточных связей (выполнение условия $q = 0$) в их структуре разного уровня сложности.

2. Используя математические зависимости (1) и (2), можно выполнить структурный синтез безызбыточных кинематических цепей, структурных групп Ассура и механизмов не только с традиционно четным числом звеньев [1, 3, 11, 12, 14], но и осуществить синтез безызбыточных структур с нечетным числом звеньев (1, 3, 5,...и т.д.) — примеры даны в [7] и рассмотрены ниже.

3. Задавая в выражениях (1) и (2) значения входных параметров плоской цепи нулевого уровня сложности: $Y = 0$ ($K = 1$), $W = 0$, $g = 0$, $d = 0$, $H = 2$, $h = 3$, получаем следующее нулевое решение: $n_{2\,\min} = 2$ (с учетом стойки), из которого устанавливаем, что простейшая одноконтурная плоская группа Ассура будет однозвенной, т.е. представляет собой одно двупарное звено (одна кинематическая пара — одноподвижная, другая пара — двухподвижная, так как согласно указанной в структурной математической модели (1) универсальной формуле W [6] суммарная подвижность кинематических пар в каждом замкнутом контуре плоской группы Ассура с $W = 0$ должна быть равна $h = 3$).

4. Задавая в выражениях (1) и (2) значения входных параметров пространственной цепи нулевого уровня сложности: $Y = 0$ ($K = 1$), $W = 0$, $g = 0$, $H = H_{\max} = 5$, $h = h_{\max} = 6$, получаем следующее нулевое решение: $n_{2\,\min} = 2$ (с учетом стойки), из которого устанавливаем, что простейшая одноконтурная пространственная группа Ассура будет однозвенной, т. е. также представляет собой одно двупарное звено (но в этом случае одна пара должна быть одноподвижной, а другая — пятиподвижной, так как согласно указанной в структурной математической модели (1) универсальной формуле W [6] суммарная подвижность кинематических пар в каждом замкнутом контуре пространственной группы Ассура с $W = 0$ должна быть равна $h = 6$).

14. Кодирование кинематических цепей механизмов без избыточных связей — формализованное представление строения цепи в виде набора чисел (кода), отображающих количество двух-, трех-,..., и т. д. многосвязных (многопарных) звеньев и соединяющих их простых (случай $\nu = 0$) и сложных (случай $\nu \neq 0$) шарниров.

Предлагаемая [5, 7] запись кода замкнутой кинематической цепи механизма в виде дроби

$$\frac{n_2, n_3, n_4, n_5, n_6, \ldots}{\nu}; \quad \frac{n_2, n_3, n_4, n_5, n_6, \ldots}{\nu_2, \nu_3, \nu_4 \ldots}$$

содержит следующую информацию:

а) количество цифр в числителе кода указывает число независимых замкнутых контуров цепи, а сумма этих цифр указывает общее число звеньев цепи (со стойкой);

б) числитель дроби указывает требуемое (для построения безызбыточной цепи) количество звеньев с определенным числом связей (кинематических пар), а знаменатель дроби указывает, какие шарниры нужны для их соединения;

в) схемы, у которых код (т.е. набор n_2, n_3, n_4, ..., ν) совпадает, относятся к *одному типу структурных схем механизмов.*

В [7] приведена составленная на основе решений универсальной структурной математической модели (1) полная сводная таблица кодов от четырех до двенадцатизвенных цепей плоских рычажных одноподвижных механизмов, из которой следует:

1) *нулевой уровень сложности* ($Y = 0$) — существует только одна четырехзвенная одноконтурная кинематическая цепь (код 4/0);

2) *первый уровень сложности* ($Y = 1$) — существует только 3 типа структур шестизвенных двухконтурных цепей (коды 42/0; 51/1; 60/2), т. е. к указанным в работе [1, с. 34, рис. 1.23] цепям Уатта и Стефенсона с простыми шарнирами (код 42/0) следует добавить показанные на рис.1 еще 2 цепи с одним ($\nu = \nu_2 = 1$) и с двумя ($\nu = \nu_2 = 2$) двойными шарнирами (коды 51/1 и 60/2);

3) *второй уровень сложности* ($Y = 2$) — существует только 9 типов структур восьмизвенных трехконтурных цепей, из которых к рассматриваемым в [12, рис. 21, табл. 1.2], [20, с. 16, табл. 1] 3-м типам цепей только с простыми шарнирами (коды 440/0; 521/0; 602/0) следует добавить 6 типов цепей с двойными шарнирами (коды 530/1; 611/1; 620/2; 701/2; 710/3; 800/4), что существенно расширит диапазон приведенных в [12], [20] схем плоских механизмов и сделает его абсолютно полным;

4) *третий уровень сложности* ($Y = 3$) — существует только 23 типа структур десятизвенных четырехконтурных цепей, из которых существует только 7 типов структур с простыми шарнирами (коды 4600/0; 5410/0; 6220/0; 6301/0; 7030/0; 7111/0; 8002/0); а также 5 типов структур с одним двойным шарниром, т. е. $\nu_2 = 1$ (коды 5500/1; 6310/1; 7120/1; 7201/1; 8011/1); 4 типа структур с $\nu_2 = 2$ (коды 6400/2; 7210/2; 8020/2; 8101/2); 3 типа с $\nu_2 = 3$ (коды 7300/3; 8110/3; 9001/3); 2 типа структур с $\nu_2 = 4$ (коды 8200/4; 9010/4); один тип структуры с $\nu_2 = 5$ (код 9100/5) и один тип структуры с $\nu_2 = 6$ (код 10.000/6);

5) *четвертый уровень сложности* ($Y = 4$) — существует только 53 типа структуры двенадцатизвенных пятиконтурных цепей, из которых 15 типов структуры с простыми шарнирами (коды 48000/0, 56100/0, 64200/0, 65010/0, 72300/0, 73110/0, 74001/0, 80400/0, 81210/0, 82020/0, 82101/0, 90120/0, 90201/0, 91011/0, 10.0002/0) и 38 типов структуры со сложными шарнирами: 11 типов структуры с одним двойным шарниром, т.е. $\nu_2 = 1$ (57000, 65100, 73200, 74010, 81300, 82110, 83001, 90210, 91020, 91101, 10.0011); 9 типов структуры с двумя двойными шарнирами, т.е. $\nu_2 = 2$ (66000, 74100, 82200, 83010, 90300, 91110, 92001, 10.0020, 10.0101); 6 типов структуры с $\nu_2 = 3$ (75000, 83100, 91200, 92010, 10.0110, 10.1001); 5 типов структуры с $\nu_2 = 4$ (84000, 92100, 10.0200, 10.1010, 11.0001); 3 типа структуры с $\nu_2 = 5$ (93000, 10.1100, 11.0010); 2 типа структуры с $\nu_2 = 6$ (коды 10.2000/6 и 11.0100/6); 1 тип структуры с $\nu_2 = 7$ (код 11.1000/7); 1 тип структуры с $\nu_2 = 8$ (код 12.0000/8). Полный перечень всех 38 типов структуры двенадцатизвен-

ных цепей пятиконтурных механизмов со сложными шарнирами приведен ниже («Выводы»).

Сводный перечень указанных выше расчетных кодов [7] можно применить для решения следующих задач.

I. Идентификация различных структурных схем механизмов с точки зрения выявления (по несовпадению кода анализируемого механизма с требуемым табличным кодом) дефектов строения (приводящих к вредным избыточным связям) и определения путей их устранения.

1) Например, приведенный в [1, с. 24, рис. 1.14] десятизвенный механизм привода крючковых игл основовязальной машины содержит $n_2 = 8$, $n_3 = 1$, $n_4 = 1$, $n_5 = 0$, $v_2 = 3$, т.е. имеет код 8110/3, является четырехконтурным $K = 4$ (так как числитель кода содержит 4 цифры) и относится к структурам третьего уровня сложности ($Y = K - 1 = 3$). Такой код есть в рассмотренной выше сводной таблице кодов [7], следовательно, в плоской схеме данного механизма нет особо вредных избыточных связей ($q_1 = 0$) и по терминологии [11] он является рациональным.

2) Приведенный в [1, с. 19, рис. 1.7] механизм двойного параллелограмма имеет строение цепи $n_2 = 3$, $n_3 = 2$, $v = 0$ (код 32/0). Такой код отсутствует в рассмотренном выше перечне кодов двухконтурных цепей первого уровня сложности ($Y = 1$). Для устранения дефектов строения цепи (наличие избыточных связей $q_1 \neq 0$) нужно изменить структуру цепи согласно одного из трех кодов (42/0; 51/1; 60/2) [7, рис. 2].

3) Рассчитанный математически [12, с. 20, табл. 1.1] один из 8 типов структуры десятизвенной кинематической цепи с простыми шарнирами (а именно: $n_2 = 7$, $n_3 = 1$, $n_4 = 2$, $n_5 = 0$, $v = 0$) отсутствует в перечне сводной таблицы перечисленных выше 7 вариантов кодов третьего уровня сложности [7] и поэтому механизм с кодом 7120/0 на практике неосуществим.

Это можно доказать более простым и наглядным способом — так как каждая связь (в данном случае это простой шарнир) соединяет два звена, то удвоенное число связей (шарниров) на всех по отдельности рассматриваемых звеньях в любой цепи должно быть *четным*. Указанное *правило четности*: $2(p + g + d)$ = четное число — в данной цепи с кодом 7120/0 не выполняется, так как удвоенное число кинематических пар равно нечетному числу: $2p = 2n_2 + 3n_3 + 4n_4 + 5n_5 = 2 \cdot 7 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 2 = 25$.

II. Определение кодов и построение механизмов повышенной подвижности ($W > 1$), не содержащих избыточных связей. Для этого согласно указанной во второй теореме синтеза (2) прямой зависимости между n_2 и W [7] достаточно просто увеличить число двухсвязных (двупарных) звеньев пропорционально увеличению W.

Например, используя код 6301/0 десятизвенного механизма третьего уровня сложности с $W_1 = 1$ (имеющего строение $n_2 = 6$, $n_3 = 3$, $n_4 = 0$, $n_5 = 1$, $v = 0$), можно легко рассчитать код механизма, например, с $W_2 = 3$. Для этого нужно соответственно увеличить n_2 до $n_2 = 6 + (W_2 — W_1) = 8$, т.е. искомый код цепи трехподвижного механизма должен быть 8301/0. На практике рассчитанному коду 8301/0 действительно соответствует двенадцатизвенный плоский механизм привода платин основовязальной машины с тремя степенями свободы, не содержащий избыточных связей в плоской схеме [1, с. 25, рис. 1.15].

Примечания. 1. Аналогично без дополнительного решения системы структурных уравнений (1) можно рассчитывать код и построить структурную схему многоподвижного механизма с нечетным числом звеньев цепи. Например, используя рассчитанный [7] для двенадцатизвенных механизмов четвертого уровня сложности с $W = 1$ код 56100/0 ($n_2 = 5$, $n_3 = 6$, $n_4 = 1$, $n_5 = 0$, $n_6 = 0$, $v = 0$), можно за счет увеличения согласно второй теореме синтеза (2) на единицу числа двупарных звеньев (до $n_2 = 6$) рассчитать код нового механизма с $W = 2$ (это будет код 66100/0) и на основании его одноподвижный двенадцатизвенный механизм [17, с. 100, рис. 3.4] преобразовать в тринадцатизвенный двухподвижный механизм тоже без избыточных связей.

2. Аналогично без дополнительного решения системы структурных уравнений (1) можно составить код кинематической цепи механизма с парами увеличенной подвижности ($H > 1$). Например, задавая в зависимости второй теоремы (2) значения $H = 2$, $p_H = p_2 = 1$, т.е. заменяя в структуре цепи одну из пар на двухподвижную, из выражения (2) определяем: $n_2 = 3 + W - (H - 1)p_H = 3 + 1 - (2 - 1)p_2 = 3$, т. е. получаем структуру плоского трехзвенного одноконтурного механизма (кулачкового или зубчатого).

3. Так как при увеличении подвижности синтезируемого механизма W (что требует увеличения числа двупарных звеньев n_2) или при увеличении подвижности применяемых кинематических пар H (что приводит, наоборот, к уменьшению n_2) число цифр в коде синтезируемого механизма не изменяется, то можно утверждать, что число замкнутых контуров K является органической характеристикой механизма, независящей от величины W и H.

4. Подставляя в три первых уравнения математической модели (1) соответствующие структурные параметры анализируемой механической системы, можно по выполнению этих уравнений идентифицировать (распознать) замкнутые кинематические цепи без избыточных связей (как с простыми, так и со сложными шарнирами). Такая процедура распознавания на практике (п. 14) сводится к проверке соответствия кода анализируемой цепи — рассчитанному по уравнениям (1) набору кодов рациональных механизмов.

Выводы

1. С учетом применения при структурном синтезе сложных шарниров установлено существование следующих типов структуры замкнутых кинематических цепей плоских рычажных одноподвижных механизмов без избыточных связей:

а) 1 тип структуры одноконтурных четырехзвенных механизмов с простыми шарнирами (*механизмы нулевого уровня сложности*);

б) 3 типа структуры одноконтурных шестизвенных механизмов — из них 2 дополнительных типа структуры со сложными шарнирами: 51 ($v_2 = 1$) и 60 ($v_2 = 2$) — *механизмы первого уровня сложности*;

в) 9 типов структуры трехконтурных восьмизвенных механизмов — из них 6 дополнительных типов структуры со сложными шарнирами: 530, 611 ($v_2 = 1$); 620, 701 ($v_2 = 2$); 710 ($v_2 = 3$); 800 ($v_2 = 4$) — *механизмы второго уровня сложности*;

г) 23 типа структуры четырехконтурных десятизвенных механизмов — из них 16 дополнительных типов структуры со сложными шарнирами: 5500, 6310, 7120, 7201, 8011 ($v_2 = 1$); 6400, 7210, 8020, 8101 ($v_2 = 2$); 7300, 8110, 9001 ($v_2 = 3$); 8200, 9010 ($v_2 = 4$); 9100 ($v_2 = 5$); 10.000 ($v_2 = 6$) — *механизмы третьего уровня сложности*;

д) 53 типа структуры пятиконтурных двенадцатизвенных механизмов — из них 38 дополнительных типов структуры со сложными шарнирами: 57000, 65100, 73200, 74010, 81300, 82110, 83001, 90210, 91020, 91101, 10.0011 ($v_2 = 1$); 66000, 74100, 82200, 83010, 90300, 91110, 92001, 10.0020, 10.0101 ($v_2 = 2$); 75000, 83100, 91200, 92010, 10.0110, 10.1001 ($v_2 = 3$); 84000, 92100, 10.0200, 10.1010, 11.0001 ($v_2 = 4$); 93000, 10.1100, 11.0010 ($v_2 = 5$); 10.2000, 11.0100 ($v_2 = 6$); 11.1000 ($v_2 = 7$); 12.0000 ($v_2 = 8$) — *механизмы четвертого уровня сложности.*

2. Математическая запись (11) теоремы 2 о структуре кинематических цепей без избыточных связей, которой удовлетворяют все перечисленные выше типы структуры, может быть использована, как уравнение для проверки правильности строения кинематических цепей механизмов — с точки зрения отсутствия вредных избыточных связей (выполнение условия $q_1 = 0$) в их плоской структуре разного уровня сложности.

3. Установлено, что только на основе применения сложных шарниров в плоских шестизвенных рычажных механизмах ($W = 1$) удается реализовать парадоксальную кривошипную сборку, отличающуюся от обычных сборок нулевой функцией положения выходного (формально подвижного) звена при любых значениях угла поворота начального звена механизма (т. е. с неограниченной областью существования).

4. В полноте рассмотренных выше и рассчитанных для каждого уровня сложности ($Y = 0$; $Y = 1$; $Y = 2$; $Y = 3$; $Y = 4$) наборов кодов разных типов структуры (вариантов строения) замкнутых кинематических цепей можно убедиться путем безуспешных попыток обнаружения каких-либо противоречащих данным кодам структурных схем механизмов без избыточных связей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Механика машин: Учебное пособие для втузов/ И.И. Вульфсон, М.Л. Ерихов, М.З. Коловский и др.; Под ред. Г.А. Смирнова. — М.: Высшая школа, 1996. — 511 с.
2. Евграфов А. Н. Расчет и проектирование механизмов и машин с помощью ЭВМ. — СПб.: Изд-во СПбГТУ, 1992. — 80 с.
3. Евграфов А. Н., Коловский М. З., Петров Г. Н. Теория механизмов и машин: Учебное пособие. — СПб: Изд-во СПб ГПУ, 2003. — 240 с.
4. Теория механизмов и механика машин: Учебник для втузов / К.В. Фролов, С.А. Попов, А.К. Мусатов и др.; Под ред. К. В. Фролова. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. — 664 с.
5. Пожбелко В. И. Теория структуры механических систем // Методы решения задач синтеза механизмов: Учебное пособие. — Челябинск: ЧГТУ, 1993. — С. 19—56.
6. Пожбелко В. И. Универсальная структурная формула и классификация механических систем любой структуры // Известия вузов. Машиностроение . — 2000. — №1—2. — С. 3—10.
7. Пожбелко В. И. Структурный синтез и анализ механических систем произвольной структуры заданного уровня сложности // Известия вузов. Машиностроение. — 2000. — № 5—6. — С. 13—25.
8. Пожбелко В. И. Универсальные формулы структурного анализа и синтеза механизмов с позиций «черного ящика» // Проблемы механики современных машин. Материалы второй межд. конф. (21—26 июня 2003 г.), Т. 1. — Улан-Удэ; Изд-во ВСГТУ, 2003. — С. 31—34.
9. Пожбелко В. И. Инерционно-импульсные приводы машин с динамическими связями. — М.: Машиностроение, 1989. — 136 с.
10. Крайнев А. Ф. Механика (искусство построения) машин. Фундаментальный словарь. — М.: Машиностроение, 2000. — 904 с.
11. Решетов Л. Н. Конструирование рациональных механизмов. — М.: Машиностроение, 1972. — 256 с.
12. Пейсах Э. Е., Нестеров В. А. Система проектирования плоских рычажных механизмов. — М.: Машиностроение, 1988. — 232 с.
13. Пейсах Э. Е. О терминологии по теории механизмов и машин. — «Теория механизмов и машин», С.-Петербургский государственный университет, 2004, №2(4). — С. 80—94.
14. Пейсах Э. Е. О структурном синтезе рычажных механизмов (Комментарии к статье Л.Т. Дворникова «Опыт структурного синтеза механизмов» // ТММ, 2004, №2(4)). — «Теория механизмов и машин», С.- Петербургский государственный университет, 2005. — №1(5). — С. 77—80.
15. Теория механизмов и машин. Терминология. АН СССР. — М.: Наука, 1984. — 120 с.
16. Попов С. А., Тимофеев Г. А. Курсовое проектирование по теории механизмов и механике машин: Учебное пособие для втузов / Под ред. К.В. Фролова. — М.: Высшая школа, 1999. — 351 с.
17. Кожевников С. Н. Основания структурного синтеза механизмов. — Киев: Наукова думка, 1979. — 232 с.
18. Озол О. Г. Теория механизмов и машин. — М.: Наука, 1984. — 432 с.
19. Смелягин А. И. Структура, структурный анализ и синтез механизмов: Учебное пособие. — Новосибирск: НГТУ, 1997. — 107 с.
20. Дворников Л. Т. Опыт структурного синтеза механизма. — «Теория механизмов и машин», С.— Петербургский государственный университет, 2004, №2(4).— С. 3—17.
21. Кожевников С. Н. Теория механизмов и машин. — М.: Машиностроение, 1973. — 592 с.