

Разработанный алгоритм восстановления одномерных полиномиальных зависимостей на основе ограниченного объема экспериментальных данных позволяет решать проблему построения математических моделей, описывающих процессы, происходящие в материале датчиков при циклическом деформировании, и дает возможность адекватно интерпретировать экспериментальные данные тарировочных испытаний, необходимые для реализации методик прогнозирования ресурса деталей и конструкций машин на ранних стадиях их эксплуатации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сызранцев В. Н., Голофаст С. Л. Измерение циклических деформаций и прогнозирование долговечности деталей по показаниям датчиков деформаций интегрального типа. — Новосибирск: Наука, 2004. — 206 с.
2. Сызранцев В. Н., Голофаст С. Л., Сызранцева К. В. Диагностика нагруженности и ресурса деталей трансмиссий и несущих систем машин по показаниям датчиков деформаций интегрального типа. — Новосибирск: Наука, 2004. — 188 с.
3. Григорович В. К. Твердость и микротвердость металлов. — М.: Наука, 1976. — 230 с.
4. Алгоритмы и программы восстановления зависимостей / Под ред. Вапника В. Н. — М.: Наука, 1984. — 816 с.

621.7:536.2

НЕСТАЦИОНАРНЫЙ НАГРЕВ КОМПОЗИЦИОННЫХ ПЛИТ

Канд. техн. наук, доц. П.Б. ФЕДОРОВ

Рассматривается динамическая трехмерная модель упругопластического случайно неоднородного тела. Исследовано влияние толщины плиты, размера источника и учета пластических деформаций на значения прогиба и интенсивности напряжений с целью подобрать толщину, при которой в рабочем диапазоне температур плита будет находиться в пределах упругости.

A dynamic three-dimensional model of elastoplastic occasionally non-heterogeneous body has been considered. Influence of thickness of a plate, the size of a source and the account plastic deformations on values of a deflection and intensity of stress with the purpose to pick up thickness at which in a working range of temperatures the plate will be within the limits of elasticity is investigated.

Наиболее перспективными материалами, обладающими высокими прочностью, жесткостью, жаропрочностью и выносливостью, созданными человеком, в настоящее время становятся композиционные материалы. Одним из способов их создания является набор из чередующихся фольг алюминия и стали.

Нами был выбран материал, составленный из сплава на основе алюминия АД1 и стали 12Х18Н10Т, используемый при изготовлении деталей газотурбинных двигателей самолетов и других летательных аппаратов в пределах рабочих температур до 723 К. При обработке этих материалов концентрированными потоками энергии внутри элементов конструкций появляются источники тепла, что требует создания трехмерной модели термоупругости с учетом зависимости характеристик материала от температуры. Причем интенсивность термоупругих напряжения, как это показано в [1], может превышать предел текучести, даже в диапазоне рабочих температур.

Рассмотрим плиту со сторонами L_x, L_y, L_z , нагретую движущимся со скоростью V по поверхности $z = L_z$ вдоль стороны с размером L_x плоским, с размерами L_{xq} и L_{yq} , источни-

ком тепла с координатой его центра по оси Y , равной $L_y/2$. Уравнения движения элемента плиты имеют следующий вид [2,3]:

$$\frac{\partial y_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial y_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial y_{xz}}{\partial z} = \frac{c}{g} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial y_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial y_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial y_{yz}}{\partial z} = \frac{c}{g} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}; \quad (2)$$

$$\frac{\partial y_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial y_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial y_{zz}}{\partial z} = \frac{c}{g} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \quad (3)$$

где ρ — плотность материала, g — ускорение свободного падения, t — время.

Напряжения σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{zz} , σ_{xy} , σ_{xz} , σ_{yz} определялись из соотношений Дюамеля—Неймана [2]:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda e - F(T); & \sigma_{yy} &= 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} + \lambda e - F(T); \\ \sigma_{zz} &= 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} + \lambda e - F(T); & \sigma_{xy} &= \mu \frac{\partial u}{\partial y} + \mu \frac{\partial v}{\partial x}; \\ \sigma_{xz} &= \mu \frac{\partial u}{\partial z} + \mu \frac{\partial w}{\partial x}; & \sigma_{yz} &= \mu \frac{\partial v}{\partial y} + \mu \frac{\partial w}{\partial z}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $e = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$; $F(T) = (3\lambda + 2\mu)\alpha_l (T - T_0)$; $\lambda = \frac{E^* \nu^*}{(1 - 2\nu^*)(1 + \nu^*)}$; $\mu = \frac{E^*}{2(1 + \nu^*)}$

— параметры Ламе; α_l — коэффициент линейного теплового расширения, E^* — модуль Юнга, ν^* — коэффициент Пуассона, u, v, w — функции перемещений трех переменных x, y, z , $T_0 = 273$ К, $T = T(x, y, z)$ — температура в каждой точке области.

Если материал находится в пределах упругости, то E^*, ν^* в каждой точке плиты остаются неизменными и равными соответствующим параметрам упругости E, ν и интенсивности напряжений $\sigma_i = 3\mu \epsilon_i$, где σ_i — расчетная интенсивность напряжений [3]:

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{xx} - \sigma_{zz})^2 + 6(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{yz}^2 + \sigma_{xz}^2)}, \quad (5)$$

здесь ϵ_i — интенсивность деформаций [4]:

$$\epsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\epsilon_{xx} - \epsilon_{yy})^2 + (\epsilon_{yy} - \epsilon_{zz})^2 + (\epsilon_{xx} - \epsilon_{zz})^2 + \frac{3}{2}(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{xz}^2)}. \quad (6)$$

За пределами упругости, согласно методу переменных параметров упругости [7], эти характеристики материала вычисляются по формулам [4]

$$E^* = \frac{\frac{\sigma_i}{\epsilon_i}}{1 + \frac{1 - 2\nu^* \sigma_i}{3E \epsilon_i}}; \quad \nu^* = \frac{\frac{1 - 2\nu \sigma_i}{3E \epsilon_i}}{1 + \frac{1 - 2\nu \sigma_i}{3E \epsilon_i}}, \quad (7)$$

Линейные $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}$ и угловые $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}$ деформации, входящие в формулу (6), вычисляются через перемещения u, v, w по следующим линейным зависимостям [4]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x}; & \varepsilon_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y}; & \varepsilon_{zz} &= \frac{\partial w}{\partial z}; \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}; & \gamma_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}; & \gamma_{xz} &= \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}. \end{aligned} \quad (8)$$

Температурное поле $T(x, y, z)$ определялось из уравнения теплопроводности, полученного на основе закона Фурье [2],

$$\begin{aligned} \frac{\partial \lambda_i(T)}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial \lambda_i(T)}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial \lambda_i(T)}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} + \\ + \lambda_i(T) \left\{ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right\} + q_v = c \frac{\partial T}{\partial t}, \end{aligned} \quad (9)$$

где λ_i — теплопроводность, q_v — мощность внутреннего источника тепла образованного при технологических операциях, связанных с обработкой материала концентрированными потоками энергии (световым лучом, электронными ионными лучами, плазменной струей), c — объемная теплоемкость.

Граничные условия для уравнений (1), (2) и (3):

$$u = 0 \text{ при } x = 0, L_x; \quad v = 0 \text{ при } y = 0, L_y; \quad \sigma_{zz} = \sigma_{yz} = \sigma_{xz} = 0 \text{ при } z = 0, L_z.$$

Граничные условия для уравнения (9):

$$T = 273 \text{ К при } x = 0, L_x; \quad y = 0, L_y; \quad z = 0, L_z.$$

Зависимость λ_i, α_i и E от температуры принималась в виде многочленов до третьего порядка, коэффициенты которых определялись обработкой экспериментальных данных [5,6] методом наименьших квадратов с точностью до 1%:

$$\lambda_i = \lambda_{i0} + k_{\lambda 1} (T - T_0) + k_{\lambda 2} (T - T_0)^2 + k_{\lambda 3} (T - T_0)^3; \quad (10)$$

$$E = E_0 + k_{E1} (T - T_0) + k_{E2} (T - T_0)^2 + k_{E3} (T - T_0)^3; \quad (11)$$

$$\alpha_i = [\alpha_{i0} + k_{\alpha 1} (T - T_0) + k_{\alpha 2} (T - T_0)^2 + k_{\alpha 3} (T - T_0)^3] \times 10^{-6}, \quad (12)$$

где индекс 0 соответствует значению характеристики при $T = T_0 = 273 \text{ К}$, $k_{\lambda 1}, k_{\lambda 2}, k_{\lambda 3}, k_{E1}, k_{E2}, k_{E3}, k_{\alpha 1}, k_{\alpha 2}, k_{\alpha 3}$ — коэффициенты многочленов.

Для решения уравнений (1), (2), (3), (9) использовался метод конечных разностей, (по времени использовалась неявная разностная схема) [8], в результате чего уравнения в частных производных сводились к системе алгебраических уравнений, которая, в свою очередь, на каждом шаге по времени решалась методом верхней релаксации [8] с коэффициентом релаксации 1,7 без сохранения матрицы коэффициентов (подробно алгоритм изложен в [9]).

Причем уравнение теплопроводности (9) в силу температурной зависимости характеристик материала является нелинейным и линеаризация системы алгебраических уравнений осуществлялась за счет того, что в первом приближении T подставлялось равным нулю, а затем значения температуры с предыдущей итерации метода верхней релаксации.

Для решения уравнений (1)—(3) за пределами упругости использовалась схематическая диаграмма $\sigma_i^*(\varepsilon_i)$ с площадкой текучести и линейным упрочнением [4], характеристики которой применительно к материалу с усредненными характеристиками алюминия АД1 и стали 12Х18Н10Т показаны на рис. 1.

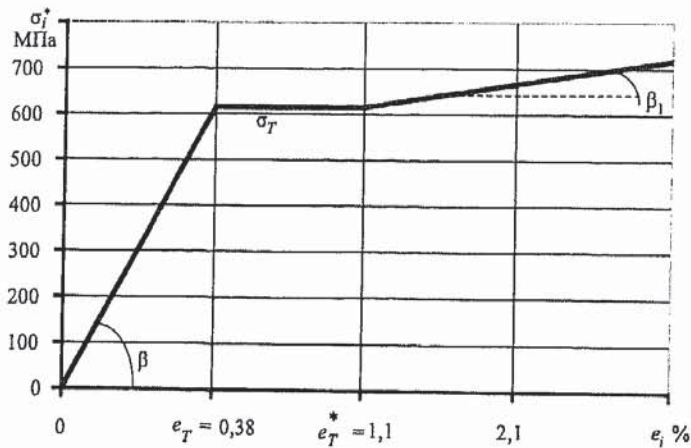


Рис. 1. Диаграмма деформирования материала плиты

На этом рисунке σ_T — предел текучести, ε_T — деформация, соответствующая пределу текучести, ε_T^* — деформация, соответствующая началу упрочнения,

$$\operatorname{tg} \beta = 3 \mu; \operatorname{tg} \beta_1 = K_{E_T} = \frac{E_T}{E};$$

E_T — модуль упрочнения материала.

На первом шаге метода верхней релаксации переменные параметры упругости E^* , ν^* равны соответствующим параметрам упругости E , ν и по значениям перемещений u , v , w , полученным из решения уравнений (1)—(3), вычисляются линейные $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}$ и угловые $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}$ деформации (8), а по ним — ε_i по формуле (6). По значению ε_i определяется σ_i^* по диаграмме деформирования

$$\begin{cases} \sigma_T & \text{при } \varepsilon_T < \varepsilon_i \leq \varepsilon_T^* \\ \sigma_T + (\varepsilon_i - \varepsilon_T^*) E_T & \text{при } \varepsilon_i > \varepsilon_T^* \end{cases} \quad (13)$$

По значению σ_i^* определяются для второго шага метода верхней релаксации переменные параметры упругости E^* , ν^* по формулам (7).

На последующих шагах процедура пересчета E^* , ν^* осуществляется аналогично, пока результаты в некотором приближении с заданной точностью ни будут близки к соответствующим результатам предыдущего приближения.

Разработанный алгоритм был реализован в среде Delphi-6 и позволяет решать задачи с общим числом узлов сетки до 16000.

Рассматривались композиционные плиты со сторонами: $L_x = 1$ м, $L_y = 1$ м, L_z от 0,01 до 0,15 м. и следующими характеристиками материала: $E_0 = 140,5$ ГПа; $\nu = 0,305$; $\alpha_{10} = 13,435 \times 10^{-6}$ К $^{-1}$; $\lambda_{10} = 127,35$ Вт/(м К); $\rho = 5260$ кг/м 3 , $c = 670$ Дж/(кг К); $\sigma_B = 768$ МПа; $\sigma_T = 616$ МПа; $K_{E_T} = 0,03625$; $\varepsilon_T = 0,38\%$; $\varepsilon_T^* = 1,1\%$;

$$k_{\lambda 1} = -0,130436508; k_{\lambda 2} = -0,000142857; k_{\lambda 3} = 0,000000028;$$

$$k_{E1} = -0,072236996; k_{E2} = -0,000086410; k_{E3} = 0,000000010;$$

$$k_{\alpha 1} = 0,00695; k_{\alpha 2} = 0; k_{\alpha 3} = 0,$$

где σ_B — предел прочности.

Причем характеристики материала выбирались из [5] как усредненные для плиты, состоящей из четного числа слоев сплава на основе алюминия АД1 и стали 12Х18Н10Т. Как было показано в [10], при числе слоев, большем 50, такое усреднение является правомочным.

Для скорости движения источника тела $V = 2,5$ м/с и размеров источника L_{xq} и L_{yq} от 0,1 до 0,4 м при различной толщине плиты L_z от 0,01 до 0,15 м были побраны значения мощности источника тепла q_v , при которых из решения уравнения (9) максимальная температура T_{max} , возникающая в объеме плиты, получалась равной с точностью до 1 % предельно допустимой рабочей температуре 723 К. Это было сделано для того, чтобы рассматривать самые неблагоприятные случаи нагрева композиционных плит. Результаты данного исследования приведены в табл. 1 для пяти случаев толщины плиты и трех случаев размеров источника.

Таблица 1

Результаты подбора мощности источника в зависимости от толщины плиты и размеров плоского источника

L_{xq} (м)	L_{yq} (м)	L_z (м)	q_v (МВт/м ³)
0,1	0,1	0,01	107900
		0,025	17330
		0,05	4385
		0,1	1137
		0,15	530,5
0,2	0,2	0,01	102695
		0,025	16330
		0,05	4100
		0,1	1044
		0,15	475,5
0,4	0,4	0,01	98790
		0,025	15813
		0,05	3959
		0,1	995,5
		0,15	447,2

Исследование показали, что чем тоньше плита, тем больше оказывает влияние ненагретая противоположная её поверхность, и тем большее значение мощности источника может принять плита в пределах рабочих температур. Кроме того, с увеличением размеров плоского источника значения q_v , при которых $T_{max} = 723$ К, уменьшаются для всех рассмотренных случаев толщины плиты.

Для найденных значений мощностей источника были просчитаны максимальные значения: прогиба w_{max} и интенсивности напряжений $\sigma'_{i,max}$ без учета (рис. 2, 3) и с учетом (рис. 4, 5) пластических деформаций (линия 1 соответствует размерам плоского источника $L_{xq} = L_{yq} = 0,1$ м, 2 — $L_{xq} = L_{yq} = 0,2$ м, 3 — $L_{xq} = L_{yq} = 0,4$ м, пунктирная линия соответствует пределу разрушения).

Как показали исследования, при самом неблагоприятном случае нагрева (максимальная температура на верхней границе рабочего интервала температур) расчеты композиционных плит необходимо выполнять только с учетом пластических деформаций. В противном случае для обеспечения расчетной работоспособности плиты без её разрушения необходимо выбирать очень толстые плиты. Проведенные исследования, однако, показали, что плиты будут работать без разрушения в достаточно широком диапазоне толщин.

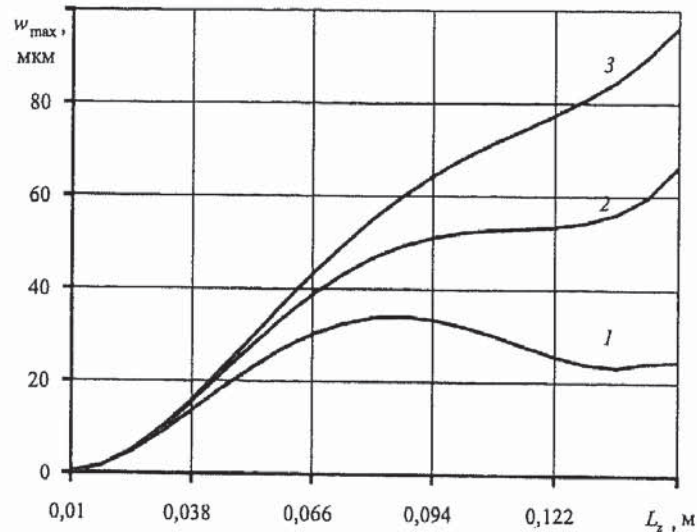


Рис. 2. Зависимость максимального прогиба от толщины плиты

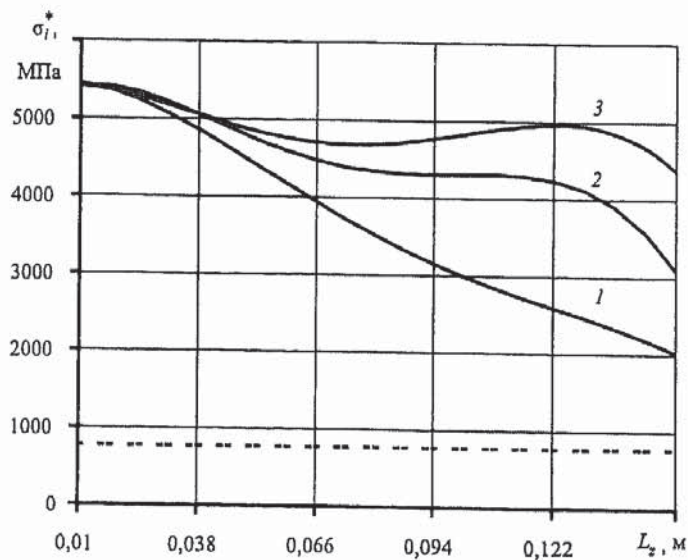


Рис. 3. Зависимость интенсивность напряжений от толщины плиты без учета пластических деформаций

Исследования выявили неоднозначный характер изменения прогиба и интенсивности напряжений с увеличением толщины плиты и размеров источника. Однако для основных расчетов (с учетом пластических деформаций) зависимость интенсивности напряжений от толщины плиты носит монотонно убывающий характер для всех случаев размеров источника. Причем для толщин плит, меньших значений L_{zp} , указанных в табл. 2, может произойти их разрушение на верхней границе рабочего интервала температур.

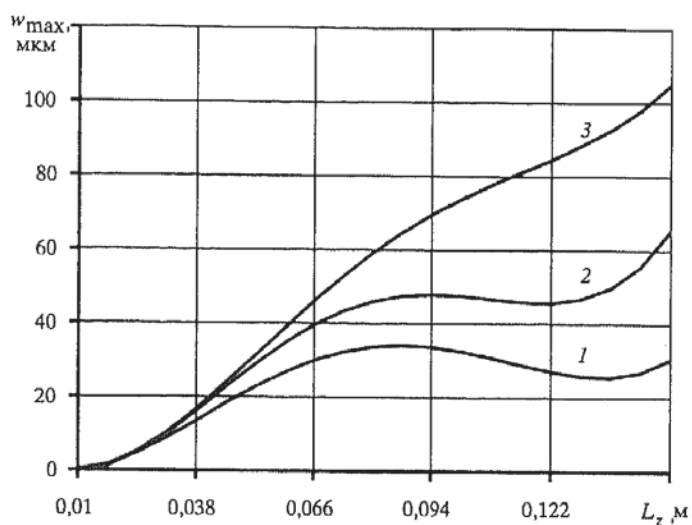


Рис. 4. Зависимость максимального прогиба от толщины плиты

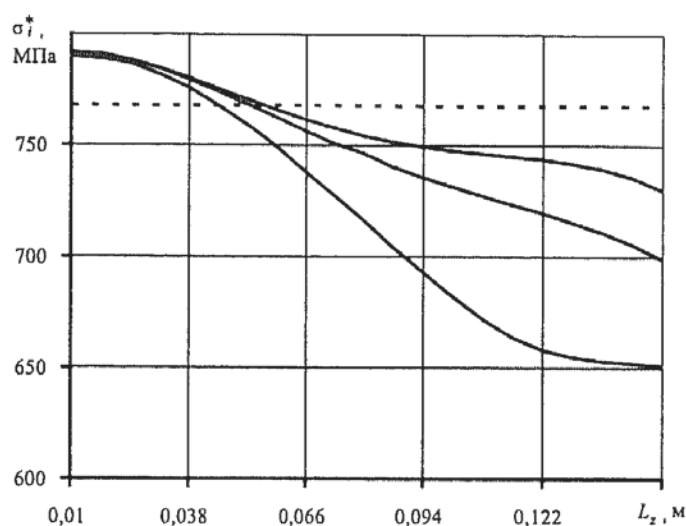


Рис. 5. Зависимость интенсивности напряжений от толщины плиты с учетом пластических деформаций

Таблица 2

Результаты подбора толщин плит, работающих без разрушения

L_{xq} (м)	L_{yq} (м)	L_{zp} (м)
0,1	0,1	0,045
0,2	0,2	0,052
0,4	0,4	0,056

В силу этих выявленных особенностей работы композиционных плит были определены величины мощности источника q_{vp} и предельная температура T_p , до которой плита будет работать без разрушения. Результаты данного исследования приведены в таблице 3 для необходимого числа случаев толщины плиты и размеров источника трех видов.

Таблица 3

Результаты подбора предельно допустимого значения мощности источника в зависимости от толщины плиты и размеров плоского источника

L_{xq} (м)	L_{yq} (м)	L_z (м)	q_{vp} (МВт/м ³)	T_p (К)
0,1	0,1	0,01	106100	674
		0,025	17120	687
0,2	0,2	0,01	101500	693
		0,025	16250	688
		0,05	4098	720
0,4	0,4	0,01	98535	667
		0,025	15792	687
		0,05	3958	715

Выводы

1. Расчеты композиционных плит на верхней границе справочного [5] рабочего интервала температур необходимо выполнять только с учетом пластических деформаций.

2. Для каждого размера источника (табл. 2) существует толщина плиты, меньше которой может произойти ее разрушение на верхней границе рабочего интервала температур.

Нагрев движущимся источником — одно из самых неблагоприятных воздействий на работу композиционной плиты без её разрушения. Это воздействие приводит к снижению (табл. 3) реальной верхней границы рабочего интервала температур.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федоров П. Б. Термоупругие деформации и напряжения многослойных композиционных плит различной толщины. — Саратов. гос. техн. ун-т. — Саратов, 2002. — Деп. в ВИНТИ 05.11.02 № 1906 — В2002.
2. Коляно Ю. М., Кулик А. Н. Температурные напряжения от объемных источников. — Киев: Наукова думка, 1983. — 288 с.
3. Толоконников Л. А. Механика деформируемого твердого тела: Учеб. пособие для вузов. — М.: Высш. школа, 1979. — 318 с.
4. Малинин Н. Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. — М.: Машиностроение, 1968. — 400 с.
5. Композиционные материалы: Справочник / Под ред. Д.М. Карпиноса. — Киев: Наукова думка, 1985. — 592 с.
6. Материалы в машиностроении: Справочник / Под ред. И.В. Кудрявцева: в 5 т. — М.: Машиностроение, 1967. — Т.3. 446 с.
7. Биргер И. А. Круглые пластины и оболочки вращения. — М. Оборонгиз, 1961. — 300 с.
8. Самарский А. А. Введение в численные методы: Учеб. пособие для вузов. — М.: Наука, 1987. — 288 с.
9. Федоров П. Б. Математическое моделирование случайно неоднородных термоупругих полей. — Саратов. гос. техн. ун — т. — Саратов, 2000 — 9 с.: Библиогр. 5 назв. — Рус. — Деп в ВИНТИ 04.02.00 №272 —В2000.
10. Федоров П. Б. Термоупругие деформации многослойной композиционной плиты. — Известия вузов. Машиностроение, 2001. № 4. С. 3—7.
11. Федоров П. Б. Упруго-пластические деформации случайно неоднородных композиционных плит. — Известия вузов. Машиностроение, 2003. № 9. С. 8—16