

УДК 539.3

## Расчет эластомерного цилиндрического амортизатора с учетом вязких свойств материала

А.Е. Белкин, Н.Л. Нарская

МГТУ им. Н.Э. Баумана, 105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1

## Analysis of an Elastomer Cylindrical Shock-Absorber with Regard to Viscous Properties of the Material

A.E. Belkin, N.L. Narskaya

BMSTU, 105005, Moscow, Russian Federation, 2<sup>nd</sup> Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1



e-mail: a\_belkin@newmail.ru, narskaya.natalia@yandex.ru

**i** Предложен метод приближенного расчета эластомерного полого цилиндрического амортизатора с учетом вязкоупругого поведения материала. Метод основан на использовании уравнения баланса виртуальных работ внешних и внутренних сил. Для разделения пространственных и временных переменных в уравнениях задачи принята гипотеза о подобии функций сдвиговой и объемной релаксации. В результате выполненных расчетов определены коэффициенты ужесточения рабочих элементов амортизаторов, позволяющие учесть условия закрепления их торцов. Проанализировано влияние относительных размеров этих элементов и коэффициента поперечной деформации эластомера на значения коэффициентов ужесточения. Рассмотрена задача ударного нагружения полиуретанового амортизатора. Построены диаграммы динамического сжатия амортизатора при различных значениях параметров релаксации материала.

**Ключевые слова:** эластомерные детали амортизаторов, вязкоупругие деформации, метод расчета, коэффициенты ужесточения, ударное нагружение, диаграммы динамического сжатия.

**i** When analyzing performance of elastomer parts and constructions subjected to impact forces (such as shock-absorbers, absorbing devices, and buffers), it is important that viscous properties of the material are considered as they determine the absorbing capacity of the constructions. Currently, the applied methods of calculating elastomer parts using viscoelastic models are not widely used in engineering practice due to their inherent complexity. In the article an approximated method is proposed for the calculation of a hollow cylindrical elastomer shock-absorber that takes into account viscoelastic behaviour of the material. The method is based on the balance equation for virtual works of external and internal forces. For the division of spatial and time variables in the problem equations, the hypothesis about similarity of functions of shear and volume relaxation is accepted. As a result of the performed calculations, toughening factors of the shock-absorber working components are determined with regard to their butt-end fastening conditions. The influence of the component relative size and Poisson's ratio on the toughening factor values is analyzed. The problem of impact loading of a polyurethane shock-absorber is considered. Diagrams of the shock-absorber dynamic compression are drawn for different values of material relaxation parameters. The article is intended for professionals dealing with applied calculations and design of elastomer parts.

**Keywords:** elastomer shock-absorbers, viscoelastic deformations, calculation methods, toughening factors, impact loading, diagrams of dynamic compression.

Расчеты напряженного состояния эластомерных деталей амортизаторов, как правило, выполняют в предположении о совершенной упругости материала, без учета эффектов, обусловленных его вязкими свойствами. Однако вязкость материала может заметно влиять на эксплуатационные характеристики амортизаторов, в частности нагрузочные характеристики, зависящие от скорости деформирования. Вязкостью материала определяется также поглощающая способность амортизатора, которая является важным показателем его работы.

Проблема анализа вязкоупругого деформирования эластомерных амортизаторов рассмотрена в фундаментальных работах [1–4], содержащих изложение теоретических основ расчета. В [5] решена задача об ударном нагружении резинометаллического цилиндрического амортизатора с учетом вязкости резины. Для резины были использованы соотношения линейной теории вязкоупругости с экспоненциальным ядром релаксации. В уравнениях движения учтены как сила инерции амортизируемого тела, так и весьма малые распределенные силы инерции в самом амортизаторе. Решение было получено методом конечных элементов по пространственным переменным в сочетании с численным интегрированием уравнений движения по времени.

Для проектирования эластомерных деталей амортизаторов, в частности выбора размеров и материала этих деталей, целесообразно располагать более простым способом приближенного расчета характеристик амортизаторов. В настоящей статье предложена процедура такого расчета для амортизатора с вязкоупругим элементом в виде полиуретановой цилиндрической шайбы (рис. 1). Амортизатор может иметь различное число таких элементов, последовательно расположенных на штоке, что позволяет изменять его рабочие характеристики в широких пределах.

Рассматривая осесимметричную задачу о сжатии цилиндрической шайбы, будем считать, что на торцах, контактирующих с металлическими недеформируемыми пластинами, отсутствуют радиальные перемещения. В качестве параметра нагружения примем осадку шайбы, считая ее известной функцией времени  $\Delta(t)$ ; силу сжатия амортизатора будем рассматривать как искомую функцию времени  $P(t)$ .

Амортизатор (шайбу) отнесем к цилиндрической системе координат  $r, \varphi, z$ , расположив начало отсчета осевой координаты  $z$  в срединной плоскости амортизатора. Введем масшта-

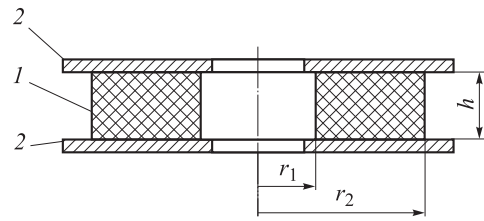


Рис. 1. Схема рабочего элемента амортизатора: 1 — полиуретановая шайба; 2 — металлические пластины

бированные координаты  $s = 2z/h$ ,  $\rho = r/r_2$ , изменяющиеся в пределах  $-1 \leq s \leq 1$ ,  $m \leq \rho \leq 1$ , где  $m = r_1/r_2$ . Для приближенного решения аппроксимируем законы изменения осевых ( $w$ ) и радиальных ( $u$ ) перемещений по толщине шайбы так, чтобы выполнялись кинематические условия на плоскостях контакта шайбы с жесткими металлическими пластинами.

Положим

$$w(\rho, s, t) = -\Delta(t)s/2 + \Delta(t)s(1-s^2)f(\rho);$$

$$u(\rho, s, t) = \Delta(t)(1-s^2)\psi(\rho),$$
(1)

где  $f(\rho)$ ,  $\psi(\rho)$  — искомые функции радиальной координаты.

Принятой аппроксимации перемещений (1) соответствуют деформации

$$\varepsilon_z = -\Delta(t)/h + 2\Delta(t)(1-3s^2)f(\rho)/h;$$

$$\varepsilon_r = \Delta(t)(1-s^2)\psi'(\rho)/r_2;$$

$$\varepsilon_t = \Delta(t)(1-s^2)\psi(\rho)/(r_2\rho);$$

$$\gamma_{rz} = \Delta(t)s(1-s^2)f'(\rho)/r_2 - 4\Delta(t)s\psi(\rho)/h,$$
(2)

где штрих обозначает дифференцирование по масштабированной радиальной координате  $\rho$ .

Для поиска функций  $f(\rho)$ ,  $\psi(\rho)$  используем уравнение баланса виртуальных работ внутренних и внешних сил. Рассматривая обжатие амортизатора как квазистатический процесс, составим уравнение баланса для произвольного момента времени в виде

$$\pi r_2^2 h \int_m^1 \left[ \int_{-1}^1 (\sigma_z \delta \varepsilon_z + \sigma_r \delta \varepsilon_r + \sigma_t \delta \varepsilon_t + \tau_{rz} \delta \gamma_{rz}) ds \right] \rho d\rho =$$

$$= P \delta \Delta,$$
(3)

где  $\sigma_z, \sigma_r, \sigma_t$  — нормальные осевые, радиальные и окружные напряжения;  $\tau_{rz}$  — касательные напряжения;  $\delta \varepsilon_z, \delta \varepsilon_r, \delta \varepsilon_t, \delta \gamma_{rz}$  — соответствующие этим напряжениям вариации деформаций (2).

Осадка амортизатора считается заданной функцией времени, поэтому  $\delta \Delta = 0$  и виртуальная работа внешней силы, сжимающей амортизатор, обращается в нуль, как в случае работы реакции наложенной связи.

Подставив вариации деформаций (2) в уравнение баланса (3), представим его в виде

$$\int_m^1 \left( T_z \delta f + T_r \delta \psi' + \rho^{-1} T_t \delta \psi + T_{rz}^{(1)} \delta \psi + T_{rz}^{(2)} \delta f' \right) \rho d\rho = 0, \quad (4)$$

где введены обозначения

$$\begin{aligned} T_z(t, \rho) &= 2h^{-1} \int_{-1}^1 \sigma_z(1-3s^2) ds; \\ T_r(t, \rho) &= r_2^{-1} \int_{-1}^1 \sigma_r(1-s^2) ds; \\ T_t(t, \rho) &= r_2^{-1} \int_{-1}^1 \sigma_t(1-s^2) ds; \\ T_{rz}^{(1)}(t, \rho) &= -4h^{-1} \int_{-1}^1 \tau_{rz} s ds; \\ T_{rz}^{(2)}(t, \rho) &= r_2^{-1} \int_{-1}^1 \tau_{rz} s(1-s^2) ds. \end{aligned} \quad (5)$$

Из уравнения (4) при произвольных вариациях функций  $f, \psi$  следуют приближенные условия равновесия элемента шайбы:

$$\begin{aligned} \rho T_z - (\rho T_{rz}^{(2)})' &= 0; \\ \rho T_{rz}^{(1)} + T_t - (\rho T_r)' &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

и естественные граничные условия на внутреннем и наружном радиусах, т. е. при  $\rho = m$  и  $\rho = 1$

$$T_{rz}^{(2)} = 0; \quad T_r = 0. \quad (7)$$

Перейдем к формулировке определяющих соотношений для материала. Разрабатывая простой способ приближенного расчета амортизатора, примем гипотезу о справедливости для полиуретана линейной теории вязкоупругости. Связь между напряжениями и деформациями представим в виде соотношений, формально совпадающих с соотношениями линейной теории упругости:

$$\begin{aligned} \sigma_z &= 2\hat{G} \left( \varepsilon_z - \frac{1}{3} \varepsilon_v \right) + \hat{K}(\varepsilon_v), \quad (z \rightarrow r \rightarrow t); \\ \varepsilon_v &= \varepsilon_z + \varepsilon_r + \varepsilon_t; \quad \tau_{rz} = \hat{G}(\gamma_{rz}), \end{aligned} \quad (8)$$

где коэффициенты упругости заменены операторами

$$\hat{G}(\varepsilon) = G \left[ \varepsilon(t) - \int_0^t R_1(t-t^*) \varepsilon(t^*) dt^* \right];$$

$$\hat{K}(\varepsilon_v) = K \left[ \varepsilon_v(t) - \int_0^t R_2(t-t^*) \varepsilon_v(t^*) dt^* \right].$$

Здесь  $\varepsilon$  — любая компонента тензора деформации или объемная деформация  $\varepsilon_v$ ;  $G$  — мгновенный модуль сдвига;  $K$  — модуль объемного сжатия;  $R_1(t-t^*)$ ,  $R_2(t-t^*)$  — функции сдвиговой и объемной релаксации соответственно.

В результате подстановки соотношений вязкоупругости (8) в формулы приведения напряжений (5) и вычисления образующихся интегралов по переменной  $s$  можно получить выражения для введенных силовых факторов (5) через искомые функции  $f(\rho)$ ,  $\psi(\rho)$  и их производные. При дальнейшем исключении силовых факторов из условий равновесия (6) приходим к системе уравнений

$$\begin{aligned} \hat{G}(\Delta)(\rho f)' - 42(r_2/h)^2 [\hat{\Lambda}(\Delta) + 2\hat{G}(\Delta)] \rho f - \\ - 7(r_2/h) [\hat{\Lambda}(\Delta) + \hat{G}(\Delta)] (\rho \psi)' = 0; \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} [\hat{\Lambda}(\Delta) + 2\hat{G}(\Delta)] [\rho^{-1}(\rho \psi)']' - 10(r_2/h)^2 \hat{G}(\Delta) \psi + \\ + (r_2/h) [\hat{\Lambda}(\Delta) + \hat{G}(\Delta)] f' = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь  $\hat{\Lambda}(\Delta) = \hat{K}(\Delta) - 2/3 \hat{G}(\Delta)$  — оператор, заменяющий в соотношениях вязкоупругости упругую постоянную Ламе  $\Lambda$ .

Граничные условия (7) для системы (9), (10) получают следующий вид: при  $\rho = m$  и  $\rho = 1$

$$f' - 7(r_2/h) \psi = 0;$$

$$\begin{aligned} [\hat{\Lambda}(\Delta) + 2\hat{G}(\Delta)] \psi' + \hat{\Lambda}(\Delta) \frac{\psi}{\rho} + \left( \frac{r_2}{h} \right) \hat{\Lambda}(\Delta) f = \\ = \frac{5}{4} \left( \frac{r_2}{h} \right) \hat{\Lambda}(\Delta). \end{aligned} \quad (11)$$

Приступая к решению сформулированной краевой задачи, заметим, что в соответствии с принятой формой представления перемещений (1) предполагается разделение переменных, зависящих от времени и пространственных координат. Как известно [6, 7], в линейных квазистатических задачах вязкоупругости возможно такое разделение переменных, если операторы  $\hat{G}$  и  $\hat{\Lambda}$  подобны. Конечно, отождествление функций сдвиговой  $R_1(t)$  и объемной  $R_2(t)$  релаксации не имеет непосредственного физического обоснования, однако служит удобным приемом приближенного расчета. Для слабосжимаемого материала, каким является по-

лиуретан, предположение о подобии операторов  $\hat{G}$  и  $\hat{\Lambda}$  представляется допустимым еще и потому, что свойства этого материала при объемном деформировании практически не изучены, вид оператора  $\hat{\Lambda}$  не известен.

Предположим, что

$$\hat{\Lambda}(\Delta) = 2\beta\hat{G}(\Delta), \quad (12)$$

где  $\beta$  — число, связанное с коэффициентом поперечной деформации  $\mu$ ,  $\beta = \mu/(1-2\mu)$ .

Тогда в уравнениях (9), (10) и граничном условии (11) удастся отделить функции времени. Уравнения принимают вид

$$\begin{aligned} (\rho f')' - a_1 \rho f - a_2 (\rho \psi)' &= 0; \\ [\rho^{-1} (\rho \psi)']' - a_3 \psi + a_4 f' &= 0, \end{aligned}$$

граничное условие

$$(1+\beta)\psi' + \beta \frac{\psi}{\rho} + \beta(r_2/h)f = \frac{5}{4}\beta(r_2/h).$$

Здесь

$$a_1 = 84(1+\beta)(r_2/h)^2; \quad a_2 = 7(1+2\beta)(r_2/h);$$

$$a_3 = \frac{5}{(1+\beta)}(r_2/h)^2; \quad a_4 = \frac{(1+2\beta)}{2(1+\beta)}(r_2/h).$$

Для сформулированной задачи характерны сильно выраженные краевые эффекты, поэтому ее численное решение определяли методом ортогонализации С.К. Годунова.

Через функции  $f, f', \psi, \psi'$ , найденные в результате решения, сначала выражаются деформации по формулам (2), а затем напряжения по соотношениям вязкоупругости (8). С учетом принятой связи операторов (12) можно получить:

$$\sigma_z = \hat{G}(\Delta/h)\sigma_z^\circ; \quad \sigma_r = \hat{G}(\Delta/h)\sigma_r^\circ;$$

$$\sigma_t = \hat{G}(\Delta/h)\sigma_t^\circ; \quad \tau_{rz} = \hat{G}(\Delta/h)\tau_{rz}^\circ,$$

где функции  $\sigma_z^\circ, \sigma_r^\circ, \sigma_t^\circ, \tau_{rz}^\circ$  — это напряжения в упругой шайбе (с модулем упругости  $G = 1$ ) при относительной осадке  $\Delta/h = 1$ ,

$$\begin{aligned} \sigma_z^\circ &= 2(1+\beta) \left[ -1 + 2(1-3s^2)f \right] + \\ &+ 2(h/r_2)\beta(1-s^2)\rho^{-1}(\rho\psi)'; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_r^\circ &= 2(h/r_2)(1+\beta)(1-s^2)\psi' + 2\beta \left[ -1 + 2(1-3s^2)f + \right. \\ &\left. + (h/r_2)(1-s^2)\rho^{-1}\psi \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_t^\circ &= 2(h/r_2)(1+\beta)(1-s^2)\rho^{-1}\psi + 2\beta \left[ -1 + \right. \\ &\left. + 2(1-3s^2)f + (h/r_2)(1-s^2)\psi' \right]; \end{aligned}$$

$$\tau_{rz}^\circ = (h/r_2)s(1-s^2)f' - 4s\psi.$$

В качестве примера приведем результаты расчета напряжений в шайбе с геометрическими параметрами  $r_1/r_2 = 0,4$ ;  $h/r_2 = 0,2$  при различных значениях коэффициента поперечной деформации материала и, следовательно, различных значениях параметра  $\beta$ . На рис. 2 показаны эпюры осевых напряжений  $\sigma_z^\circ$  в плоскости симметрии шайбы ( $s = 0$ , пунктирная линия) и в плоскости контакта с жесткой пластиной ( $s = 1$ , сплошная линия). Как и предполагалось, поле напряжений характеризуется сильными краевыми эффектами.

По осевым напряжениям в сечении  $s = = \text{const}$  вычисляем силу сжатия амортизатора

$$P = \hat{G}(\Delta/h)2\pi r_2^2 \int_m^1 \sigma_z^\circ|_{(s=\text{const})} \rho d\rho. \quad (13)$$

Заметим, что выбор конкретного сечения в пределах толщины шайбы почти не влияет на результат. Расчеты, выполненные по напряжениям в сечениях  $s = 0$  и  $s = 1$ , дают практически одинаковые значения силы сжатия.

При свободных радиальных перемещениях на торцах шайбы, т. е. в условиях одноосного напряженного состояния, сила сжатия составляет

$$P_0 = 2(1+\mu) \hat{G}(\Delta/h) \pi r_2^2 (1-m^2).$$

Примем условную силу  $P_0$  за базовую величину, через которую будем выражать реальную силу сжатия амортизатора (13). Сравнивая силы  $P$  и  $P_0$ , находим

$$P = k P_0;$$

$$k = \frac{1}{(1+\mu)(1-m^2)} \int_m^1 \sigma_z^\circ|_{(s=\text{const})} \rho d\rho.$$

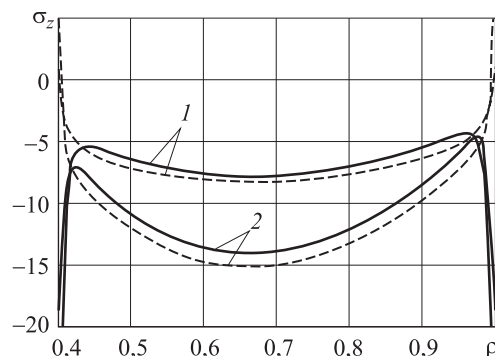


Рис. 2. Графики изменения осевых напряжений  $\sigma_z^\circ$  вдоль радиуса шайбы при различных значениях коэффициента поперечной деформации:  $\mu = 0,45$  (1);  $0,49$  (2); сплошные линии — напряжения в плоскости контакта с жесткой пластиной; пунктирные линии — напряжения в срединной плоскости шайбы

Здесь  $k$  — введенный в работе [8] коэффициент ужесточения амортизатора, позволяющий учесть запрет радиальных перемещений на торцах шайбы.

Значения коэффициента  $k$  зависят как от геометрических параметров шайбы, так и от объемной сжимаемости материала, характеризуемой коэффициентом поперечной деформации, т. е.  $k = k(r_1/r_2, h/r_2, \mu)$ . Считая отношение радиусов неизменным, проанализируем влияние на коэффициент  $k$  толщины шайбы и коэффициента  $\mu$ . На рис. 3 представлены графики зависимости коэффициента ужесточения от параметра  $r_2/h$  при некоторых, близких к 0,5, значениях коэффициента поперечной деформации.

Из полученных результатов следует, что объемная сжимаемость эластомера оказывает сильное влияние на жесткость упругого элемента амортизатора, поэтому для повышения точности расчетных прогнозов важно располагать достоверными значениями коэффициента поперечной деформации эластомера.

В соответствии с изложенной теорией сила сжатия амортизатора может быть представлена в виде

$$P(t) = C \left[ \Delta(t) - \int_0^t R_1(t-t^*) \Delta(t^*) dt^* \right],$$

где  $C$  — мгновенная жесткость, вычисляемая по формуле

$$C = 2(1+\mu)G k \pi r_2^2 (1-m^2)/h. \quad (14)$$

В качестве примера рассмотрим задачу горизонтального удара по амортизатору грузом массой  $M$ . Эта задача сводится к решению интегро-дифференциального уравнения движения

$$M \ddot{\Delta}(t) + C \left[ \Delta(t) - \int_0^t R_1(t-t^*) \Delta(t^*) dt^* \right] = 0 \quad (15)$$

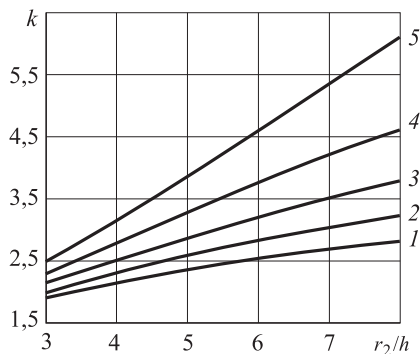


Рис. 3. Влияние геометрического параметра шайбы  $r_2/h$  на коэффициент ужесточения амортизатора ( $r_1/r_2 = 0,4$ ) при различных значениях коэффициента поперечной деформации материала:  $\mu = 0,45$  (1); 0,46 (2); 0,47 (3); 0,48 (4); 0,49 (5)

при начальных условиях

$$\Delta(0) = 0; \quad \dot{\Delta}(0) = v_0, \quad (16)$$

где  $v_0$  — скорость груза перед ударом.

Примем, что функция релаксации имеет экспоненциальный вид:

$$R_1(t) = A e^{-\lambda t}, \quad (17)$$

где из условия положительности равновесного модуля  $0 \leq A \leq \lambda$ .

В этом случае уравнение (15) допускает точное решение [9]. Дифференцированием (15) и последующим исключением интегрального слагаемого можно прийти к новой формулировке уравнения движения:

$$\ddot{\Delta}(t) + \lambda \dot{\Delta}(t) + p^2 \Delta(t) + p^2 (\lambda - A) \Delta(t) = 0, \quad (18)$$

где  $p = (C/M)^{1/2}$  — круговая частота свободных колебаний груза на упругом амортизаторе.

Если корни характеристического уравнения

$$\alpha^3 + \lambda \alpha^2 + p^2 \alpha + p^2 (\lambda - A) = 0$$

обозначить через  $\alpha_1 = -\gamma$ ,  $\alpha_{2,3} = -n \pm ip_1$ , то решение уравнения (18), отвечающее начальным условиям (16) и условию  $\dot{\Delta}(0) = 0$ , можно представить в виде

$$\Delta(t) = \frac{v_0}{p_1} e^{-nt} \sin p_1 t + \frac{2nv_0}{p_1^2 + (n-\gamma)^2} \times \left[ e^{-\gamma t} - e^{-nt} \left( \frac{n-\gamma}{p_1} \sin p_1 t + \cos p_1 t \right) \right]. \quad (19)$$

Скорость и ускорение груза определяют по формулам

$$\begin{aligned} \dot{\Delta}(t) &= v_0 e^{-nt} \left( \cos p_1 t - \frac{n}{p_1} \sin p_1 t \right) + \\ &+ \frac{2nv_0}{p_1^2 + (n-\gamma)^2} \left\{ -\gamma e^{-\gamma t} + \gamma e^{-nt} \cos p_1 t + \right. \\ &\quad \left. + \left[ \frac{n(n-\gamma)}{p_1} + p_1 \right] e^{-nt} \sin p_1 t \right\}; \quad (20) \\ \ddot{\Delta}(t) &= -v_0 p_1 e^{-nt} \left[ \left( 1 - \frac{n^2}{p_1^2} \right) \sin p_1 t + \frac{2n}{p_1} \cos p_1 t \right] + \\ &+ \frac{2nv_0}{p_1^2 + (n-\gamma)^2} \left\{ \gamma^2 e^{-\gamma t} + (p_1^2 + n^2 - 2n\gamma) e^{-nt} \cos p_1 t - \right. \\ &\quad \left. - \left[ \frac{n^2(n-\gamma)}{p_1} + p_1(n+\gamma) \right] e^{-nt} \sin p_1 t \right\}. \quad (21) \end{aligned}$$

При известном законе движения (19)–(21) могут быть определены различные показатели работы амортизатора. Например, силу, переда-

ваемую при ударе через амортизатор на основании, вычисляют по ускорению (21) как  $P(t) = -M\ddot{\Delta}(t)$ . Продолжительность удара  $T$  определяют из условия  $\dot{\Delta}(T) = 0$ . Энергия, поглощенная амортизатором за время удара, может быть найдена по формуле

$$U = \int_0^T P(t) \dot{\Delta}(t) dt = - \int_0^T M \ddot{\Delta}(t) \dot{\Delta}(t) dt = \frac{1}{2} M [v_0^2 - \dot{\Delta}^2(T)].$$

Рассмотрим результаты расчета для амортизатора с полиуретановыми шайбами, параметры которых таковы:  $r_1 = 20$  мм;  $r_2 = 50$  мм;  $h = 10$  мм;  $G = 6$  МПа;  $\mu = 0,47$ . Массу груза примем равной 1 000 кг.

По выражению (14) находим жесткость шайбы  $C_{ш} = 3,342 \cdot 10^7$  Н/м. У амортизатора, составленного из  $n$  одинаковых шайб, последовательно расположенных на штоке, жесткость снижается до значения  $C = C_{ш}/n$ . При числе шайб  $n = 10$  круговая частота колебаний груза на упругом амортизаторе составляет  $p = 57,8$  с<sup>-1</sup>. Полученный результат позволяет ориентировочно оценить продолжительность удара как  $T \approx \pi/p \approx 0,05$  с.

Для изучения упруго-гистерезисных свойств полиуретана SKU-ПФЛ-100 при интенсивных кратковременных воздействиях проводились испытания образцов на одноосное сжатие при импульсном пульсационном нагружении и времени действия 0,04...0,2 с. Подробное описание результатов приведено в [10].

Установлено, что значения коэффициента механических потерь, определенные по площади гистерезисной петли, находятся в диапазоне 0,3...0,5. Взяв за основу эти значения относительного гистерезиса и ориентируясь на масштаб времени удара  $T$ , можно подобрать значения параметров релаксации  $A, \lambda$  для закона (17). Положим, что  $\lambda$  имеет порядок  $1/T$ , параметр  $A/\lambda$  выбираем из диапазона 0,4...0,6. На рис. 4 приведены диаграммы динамического сжатия амортизатора с 10 полиуретановыми шайбами при ударе со скоростью  $v_0 = 1$  м/с. Параметры релаксации варьировались.

### Литература

- [1] Лавендел Э.Э., ред. *Прикладные методы расчета изделий из высокоэластичных материалов*. Рига, Зинатне, 1980. 238 с.
- [2] Ляпунов В.Т., Лавендел Э.Э., Шляпочников С.А. *Резиновые виброизоляторы*. Ленинград, Судостроение, 1988. 214 с.
- [3] Киричевский В.В., Сахаров А.С. *Нелинейные задачи термомеханики конструкций из слабосжимаемых эластомеров*. Киев, Будівельник, 1992. 216 с.

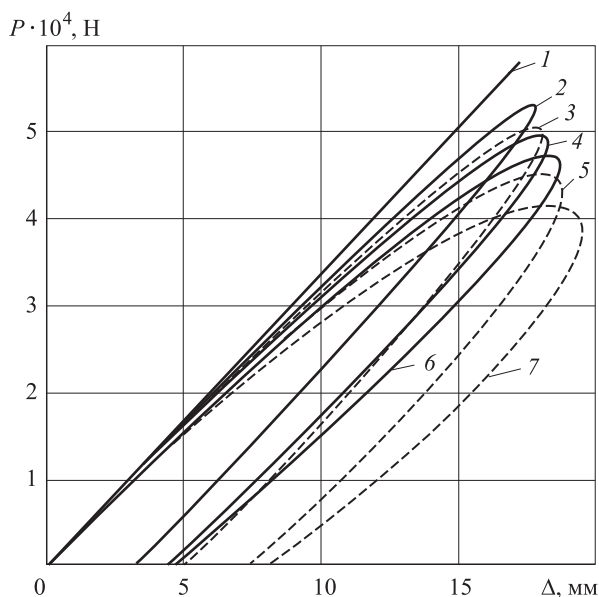


Рис. 4. Диаграммы динамического сжатия амортизатора при различных значениях параметров релаксации материала:

- 1 — идеально упругий материал; 2-7 — вязкоупругий материал ( $\lambda = 20$  с<sup>-1</sup>,  $A/\lambda = 0,4$  (2);  $\lambda = 20$  с<sup>-1</sup>,  $A/\lambda = 0,6$  (3);  $\lambda = 40$  с<sup>-1</sup>,  $A/\lambda = 0,4$  (4);  $\lambda = 40$  с<sup>-1</sup>,  $A/\lambda = 0,6$  (5);  $\lambda = 60$  с<sup>-1</sup>,  $A/\lambda = 0,4$  (6);  $\lambda = 60$  с<sup>-1</sup>,  $A/\lambda = 0,6$  (7))

Можно видеть, что при неизменной мгновенной жесткости амортизатора с увеличением вязкости материала заметно уменьшается максимальная сила, передаваемая амортизатором на основание.

### Выводы

1. Разработан метод расчета эластомерного полого цилиндрического амортизатора при ударном нагружении с учетом вязких свойств материала.
2. Определены коэффициенты ужесточения амортизатора, позволяющие учесть ограничения радиальных перемещений на его торцах. Исследовано влияние относительной толщины эластомерного элемента и коэффициента поперечной деформации материала на значения коэффициентов ужесточения.

- [4] Потураев В.Н., Дырда В.И., Круш И.И. *Прикладная механика резины*. Киев, Наукова думка, 1975. 216 с.
- [5] Абросимов Г.Э. Удар жесткого тела по осесимметричному резинометаллическому амортизатору. *Вопросы динамики и прочности*, 1982, вып. 40, с. 90–97.
- [6] Кристенсен Р. *Введение в теорию вязкоупругости*. Москва, Мир, 1974. 340 с.
- [7] Адамов А.А., Матвеев В.П., Труфанов Н.А., Шардаков И.Н. *Методы прикладной вязкоупругости*. Екатеринбург, УрОРАН, 2003. 412 с.
- [8] Бидерман В.Л. Вопросы расчета резиновых деталей. *Сб. Расчеты на прочность*, Москва, Машгиз, 1958, вып. 3, с. 40–87.
- [9] Огибалов П.М., Ломакин В.А., Кишкин Б.П. *Механика полимеров*. Москва, Издательство Московского университета, 1975. 528 с.
- [10] Белкин А.Е., Даштиев И.З., Семенов В.К. Математическая модель вязкоупругого поведения полиуретана при сжатии с умеренно высокими скоростями деформирования. *Вестник МГТУ им. Н.Э.Баумана. Сер. Машиностроение*, 2014, № 6, с. 44–58.

## References

- [1] *Prikladnye metody rascheta izdelii iz vysokoelastichnykh materialov* [Applied methods of calculating products from highly elastic materials]. Ed. Lavendel E.E. Riga, Zinatne publ., 1980. 238 p.
- [2] Liapunov V.T., Lavendel E.E., Shliapochnikov S.A. *Rezinovye vibroizolatory* [Rubber isolators]. Leningrad, Sudostroenie publ., 1988. 214 p.
- [3] Kirichevskii V.V., Sakharov A.S. *Nelineinye zadachi termomekhaniki konstruktсии iz slabozhimaemykh elastomerov* [Nonlinear problems thermomechanics designs from slightly compressible elastomer]. Kiev, Budivel'nik publ., 1992. 216 p.
- [4] Poturaev V.N., Dyrda V.I., Krush I.I. *Prikladnaia mekhanika reziny* [Applied Mechanics rubber]. Kiev, Naukova dumka publ., 1975. 216 p.
- [5] Abrosimov G.E. Udar zhestkogo tela po osesimmetrichnomu rezinometallicheskomu amortizatoru [Blow hard on the body axially symmetric rubber-shock absorber]. *Voprosy dinamiki i prochnosti* [The dynamics and strength]. 1982, iss. 40, pp. 90–97.
- [6] Kristensen R. *Vvedenie v teoriyu viazkouprugosti* [Introduction to the theory of viscoelasticity]. Moscow, Mir publ., 1974. 340 p.
- [7] Adamov A.A., Matveenko V.P., Trufanov N.A., Shardakov I.N. *Metody prikladnoi viazkouprugosti* [Methods of application of viscoelasticity]. Ekaterinburg, UrORAN publ., 2003. 412 p.
- [8] Biderman V.L. Voprosy rascheta rezinovykh detalei [Questions calculate rubber parts]. *Sbornik Raschety na prochnost'* [Collection Strength calculations]. Moscow, Mashgiz publ., 1958, iss. 3, pp. 40–87.
- [9] Ogibalov P.M., Lomakin V.A., Kishkin B.P. *Mekhanika polimerov* [Polymer mechanics]. Moscow, MSU publ., 1975. 528 p.
- [10] Belkin A.E., Dashtiev I.Z., Semenov V.K. Matematicheskaya model' viazkouprugogo povedeniia poliuretana pri szhatii s umerenno vysokimi skorostiami deformirovaniia [Mathematical Model of Viscoelastic Behavior of Polyurethane under Compression with Moderately High Strain Rates]. *Vestnik MGTU im. N.E.Baumana. Ser. Mashinostroenie* [Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Mechanical Engineering]. 2014, no. 6, pp. 44–58.

Статья поступила в редакцию 25.05.2015

## Информация об авторах

**БЕЛКИН Александр Ефимович** (Москва) — доктор технических наук, профессор кафедры «Прикладная механика». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: a\_belkin@newmail.ru).

**НАРСКАЯ Наталия Лазаревна** (Москва) — кандидат технических наук, доцент кафедры «Прикладная механика». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: narskaya.natalia@yandex.ru).

## Information about the authors

**BELKIN Aleksandr Efimovich** (Moscow) — Doctor of Science (Eng.), Professor, Department of Applied Mechanics. Bauman Moscow State Technical University (BMSTU 105005, Moscow, Russian Federation, 2<sup>nd</sup> Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: a\_belkin@newmail.ru).

**NARSKAYA Natalia Lazarevna** (Moscow) — Candidate of Science (Eng.), Assistant Professor, Department of Applied Mechanics. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2<sup>nd</sup> Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: narskaya.natalia@yandex.ru).