

# Авиационная и ракетно-космическая техника

УДК 532.6

DOI: 10.18698/0536-1044-2015-11-78-84

## Роль капиллярной составляющей давления при вытеснении частично смачивающей жидкости из капилляра

А.Р. Полянский, А.С. Романов, А.В. Семиколенов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, 105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1

## The Role of the Capillary Pressure Component in the Displacement of Partially Wetting Liquid from the Capillary

A.R. Polyanskiy, A.S. Romanov, A.V. Semikolenov

BMSTU, 105005, Moscow, Russian Federation, 2<sup>nd</sup> Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1

e-mail: korolev100-rd@mail.ru, rolmal@bk.ru, avsemik@mail.ru



Рассмотрена задача о моделировании процесса вытеснения газом частично смачивающей жидкости в тонком капилляре. Приведены результаты численных расчетов в рамках рассматриваемой модели с учетом сил расклинивающего давления в области трехфазного контакта. На примере вытеснения газом вязкой частично смачивающей жидкости из тонкого плоского капилляра оценена относительная роль перепада давления в капилляре. Показано, что строгий учет зависимости динамического угла смачивания от скорости движения мениска существен только при относительно малых скоростях или, что то же самое, при относительно малых перепадах давления в капилляре.

**Ключевые слова:** частично смачивающая жидкость, мениск, капилляр, расклинивающее давление, трехфазный контакт, краевой угол.



The problem of modelling the process of displacement of partially wetting liquid by gas in a thin capillary is considered in this article. The results of numerical calculations for the investigated model are presented, taking into account the disjoining pressure in the three-phase contact area. Using the displacement of viscous partially wetting liquid by gas in a thin flat capillary as an example, the relative role of the pressure drop in the capillary is investigated. It is shown that a detailed account of the dependency of the dynamic contact angle on the meniscus speed is significant only at low relative speeds, in other words, at relatively small pressure drops in the capillary.

**Keywords:** partially wetting liquid, meniscus, capillary, disjoining pressure, three phase contact, contact angle.

Процесс вытеснения газом вязкой жидкости из капилляра — основа многих природных и технологических процессов. Отметим, в частности, применение пористо-сетчатых материалов для заборных устройств ЖРД [1, 2]. В настоящей работе модель процесса рассмотрена с учетом сил расклинивающего давления в области трехфазного контакта. Подобный подход активно развивается в научных исследованиях [3–18].

Падение давления при вытеснении жидкости из пористой среды можно условно разбить на две составляющие. Одна из них имеет вязкую природу и, очевидно, пропорциональна вязкости вытесняемой жидкости и толщине слоя пористого материала, из которого жидкость выдавливается. Другая вызвана поверхностным натяжением на свободной поверхности жидкости. Этот капиллярный перепад давления может оказаться значительным при малом поперечном размере капилляров в пористом веществе.

Для достаточно тонкого плоского капилляра свободная поверхность, разделяющая жидкую и газовую фазы, близка к круговой цилиндрической поверхности. Если известен радиус цилиндрической поверхности  $r$ , то перепад давления на мениске  $\Delta P_c$  можно определить по формуле Лапласа. Для цилиндрической поверхности раздела фаз  $\Delta P_c = \sigma/r$ , где  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения на поверхности раздела жидкой и газообразной фаз. В случае равновесия радиус мениска (рис. 1) легко определить по равновесному углу смачивания (углу Юнга):

$$r = \frac{H}{2\cos \alpha_e},$$

где  $H$  — ширина плоского капилляра, имеющего постоянное поперечное сечение;  $\alpha_e$  — равновесный угол смачивания (для частично смачивающей жидкости равновесный угол смачивания  $0 < \alpha_e < \pi/2$ ).

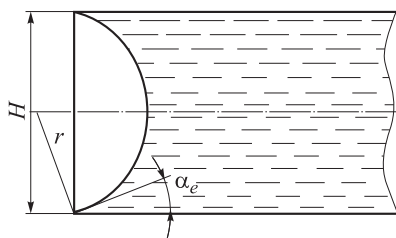


Рис. 1. Форма равновесного мениска

Экспериментально показано [19], что при движении динамический угол смачивания зависит от скорости перемещения мениска, поэтому радиус мениска зависит от скорости вытеснения жидкости из капилляра. Радиус мениска может быть как больше, так и меньше полуширины капилляра [19].

В случае наступающего мениска (когда он движется в сторону сухой поверхности) для динамического краевого угла смачивания можно использовать приближенный закон, являющийся обобщением известного закона Таннера [19, 20]:

$$\alpha_d (\alpha_d^2 - \alpha_e^2) = \theta \frac{\mu \dot{x}_f}{\sigma},$$

где  $\alpha_d$  — динамический угол смачивания;  $\theta$  — безразмерная постоянная, равная нескольким единицам;  $\mu$  — динамическая вязкость;  $x = x_f(t)$  — положение линии трехфазного контакта в зависимости от времени  $t$ ;  $\dot{x}_f = dx_f/dt$  — скорость перемещения линии трехфазного контакта.

**Постановка задачи.** В результате значительного объема вычислений, проведенных авторами в рамках предлагаемой теории, был получен качественный вид свободной поверхности частично смачивающей жидкости, стекающей со смоченной поверхности, вблизи линии трехфазного контакта в зависимости от расстояния до линии трехфазного контакта  $\eta = x - x_f(t)$ .

Оказалось, что профиль свободной поверхности жидкости вблизи линии трехфазного контакта всегда содержит точку перегиба, где угол наклона свободной поверхности минимален (рис. 2). Эту точку удобно считать характерной при определении динамического угла смачивания в рассматриваемом случае. За пределами переходного слоя по форме свободную поверхность следует считать близкой к цилиндрической поверхности — мениску.

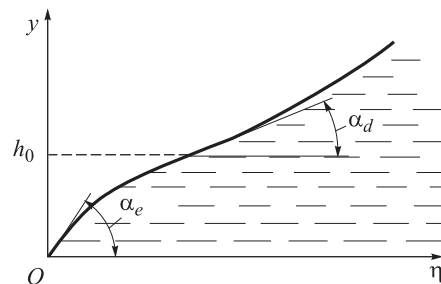


Рис. 2. Профиль свободной поверхности ( $h_0$  — толщина переходного слоя)

(Следует отметить, что время  $t$  в рамках рассматриваемой асимптотической теории смачивания для частично смачивающей жидкости играет роль параметра, так как инерционными силами пренебрегли. Подробности и соответствующие ссылки можно найти в [21].)

Для характерных значений толщины жидкой пленки  $h_0$  и динамического угла смачивания  $\alpha_d$  (см. рис. 2) после обработки результатов вычислений авторами были получены приближенные формулы

$$\operatorname{tg} \alpha_d = \operatorname{tg} \alpha_e \left( 1 + 0,66 \alpha_e^{-3} \left| \frac{\mu \dot{x}_f}{\sigma} \right|^{0,56} \right)^{-1}; \quad (1)$$

$$h_0 = 0,82 \sqrt{R} \cdot L \alpha_e^{3,7} \left| \frac{\sigma}{\mu \dot{x}_f} \right|^{0,9}. \quad (2)$$

Достоверность аппроксимации для формулы (1) превосходит 0,91, для формулы (2) — 0,99. В формуле (2)  $R = \pi A_{LL} / (48 \sigma L^2)$  — безразмерный параметр, определяющий относительную роль расклинивающего давления, формирующего жидкую пленку вблизи линии трехфазного контакта [21] ( $A_{LL}$  — постоянная Гамакера для взаимодействия жидкость–жидкость);  $L = (\sigma / \rho g)^{1/2}$  — так называемая капиллярная длина ( $\rho$  — плотность жидкости;  $g$  — ускорение свободного падения).

Для жидкости, имеющей средние характеристики, капиллярная длина при комнатной температуре составляет несколько миллиметров. Безразмерная постоянная  $R \sim 10^{-14}$  [21]. Соответственно для толщины переходного слоя (в метрах) получим  $h_0 \sim 10^{-10} \alpha_e^{3,7} |\sigma / \mu \dot{x}_f|^{0,9}$ . Толщина переходного слоя существенна только для сверхтонких капилляров, поперечный размер которых менее  $10^{-7}$  м. Следует заметить, что применительно к сверхтонким капиллярам развиваемая теория должна быть уточнена, так как действие расклинивающего давления в этом случае соизмеримо с шириной всего капилляра, а не только в переходной зоне. Интересно, что для таких капилляров радиус мениска может оказаться меньше полуширины капилляра. Этот факт отмечают многие авторы (см., например, [19]), но, как показано в настоящей работе, он может наблюдаться только в сверхтонких капиллярах. Мы ограничимся капиллярами, поперечный размер которых значительно больше радиуса действия расклинивающего давления, и пренебрежем толщинами порядка  $h_0$ .

Можно утверждать, что вдали от движущегося мениска в капилляре реализуется плоское течение Куэтта. Объемный расход жидкости пропорционален продольному постоянному градиенту давления и может быть найден по формуле

$$Q = \frac{1}{12\mu} \left| \frac{dP}{dx} \right| H^3. \quad (3)$$

В то же время, если форма мениска изменяется достаточно медленно, тот же расход можно вычислить, предположив, что все точки мениска имеют одинаковую скорость, направленную вдоль канала и равную скорости движения линии трехфазного контакта:

$$Q = |\dot{x}_f| H. \quad (4)$$

Сравнив формулы (3) и (4), найдем

$$\left| \frac{dP}{dx} \right| = 12\mu \frac{|\dot{x}_f|}{H^2}.$$

Тогда перепад давления на всей длине заполненной части капилляра  $l(t)$  можно определить как сумму вязкого перепада давления и капиллярного давления на мениске:

$$|\Delta P| = 12\mu \frac{|\dot{x}_f|}{H^2} l(t) + \frac{2\sigma}{H} [1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_d]^{-1/2}, \quad (5)$$

величину  $\operatorname{tg} \alpha_d$  следует определять по формуле (1). Необходимо отметить, что при выводе формулы (5) потерями давления на перестройку течения жидкости вблизи мениска и потерями давления на выходе из капилляра пренебрегли.

Вытеснение жидкости из капилляра при использовании уравнения (5) удобнее изучать в безразмерном виде. Выберем в качестве характерных величин ширину капилляра  $H$  и характерную скорость  $U = \sigma / \mu$  (предполагается, что капиллярный перепад давления играет существенную роль). Тогда в безразмерных переменных уравнение (5) преобразуется к виду

$$\Delta \Pi = -3 \frac{d\lambda^2}{dt^*} + (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_d)^{-1/2}, \quad (6)$$

где учтено, что  $\dot{x}_f = -dl/dt$ , и обозначено:  $\Delta \Pi = |\Delta P| H / (2\sigma)$ ;  $\lambda = l(t) / H$ ;  $t^* = tU / H$  — безразмерный перепад давления, относительная длина заполненной части капилляра и безразмерное время соответственно.

В этих же переменных соотношение (1) можно переписать так:

$$\operatorname{tg} \alpha_d = \operatorname{tg} \alpha_e \left( 1 + 0,66 \alpha_e^{-3} \left| \frac{d\lambda}{dt^*} \right|^{0,56} \right)^{-1}. \quad (7)$$

Роль изменения радиуса мениска в процессе вытеснения жидкости из капилляра может быть оценена в двух предельных случаях. Пусть безразмерная скорость вытеснения мала:  $|d\lambda/dt|^{0,56} \ll 1$ , тогда  $\operatorname{tg} \alpha_d \approx \operatorname{tg} \alpha_e$ . Если же, напротив, безразмерная скорость велика:  $|d\lambda/dt|^{0,56} \gg 1$ , то  $\operatorname{tg} \alpha_d \ll 1$ . В обоих предельных случаях уравнение (6), выражающее закон вытеснения частично смачивающей жидкости из капилляра, принимает вид

$$\Delta\Pi = -3 \frac{d(\lambda^2)}{dt^*} + A, \quad (9)$$

где  $A = \operatorname{const} > 0$ ,  $A = A_0 = (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_e)^{-1/2}$  и  $A = A_\infty = 1$  при малой и большой скорости вытеснения соответственно.

Будем считать безразмерный перепад давления постоянным:  $\Delta\Pi = \operatorname{const}$ . Тогда из этих оценок, в частности, следуют утверждения, что если безразмерный перепад давления  $\Delta\Pi < A_0$ , то вытеснение жидкости из капилляра невозможно. Если  $A_0 < \Delta\Pi < 1$ , то скорость вытеснения ограничена при любой длине заполненной жидкостью части капилляра. Наконец, если  $\Delta\Pi > 1$ , то скорость вытеснения жидкости из капилляра возрастает неограниченно при уменьшении длины заполненной части капилляра.

Уравнение (6) совместно с соотношением (7) является обыкновенным нелинейным дифференциальным уравнением первого порядка, неразрешенным относительно производной. Глобальной теории таких уравнений не существует, поэтому в полной мере проанализировать закон вытеснения жидкости из капилляра можно только численно.

При вычислениях воспользуемся тем фактом, что капиллярная часть падения давления изменяется в достаточно узких пределах, поэтому значение функции  $\operatorname{tg} \alpha_d$  можно приближенно определять по скорости вытеснения на предыдущем по времени шаге.

**Основные результаты.** Для конкретных расчетов зададим начальное значение заполненной части капилляра  $\lambda(0) = 10^3 \gg 1$  и равновесный угол смачивания  $\alpha_e = \pi/6$ . Тогда с высокой

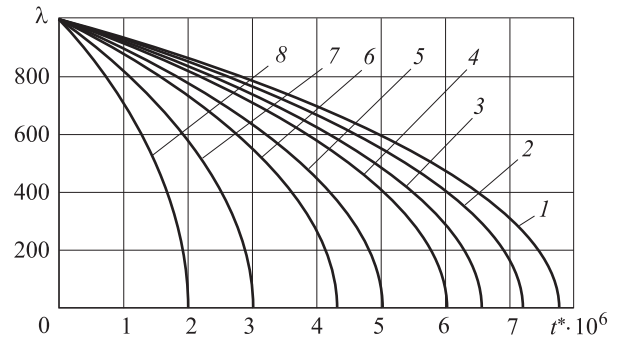


Рис. 3. Зависимости  $\lambda(t^*)$  для разных значений  $\Delta\Pi$ : 0,89 (1); 0,92 (2); 0,96 (3); 1,00 (4); 1,1 (5); 1,20 (6); 1,50 (7); 2,00 (8)

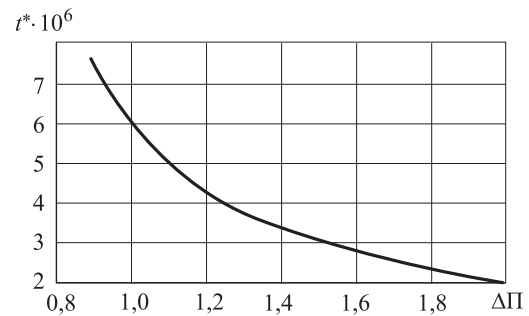


Рис. 4. Зависимость  $t^*(\Delta\Pi)$

степенью точности можно считать, что начальное значение динамического угла смачивания равно его равновесному значению:  $\alpha_d(0) = \alpha_e$ , при этом значение постоянной  $A_0 = 0,866$ .

Для примера зададим несколько значений безразмерного перепада давления в обоих допустимых интервалах изменения безразмерного перепада давления:  $A_0 < \Delta\Pi < 1$  и  $\Delta\Pi \geq 1$ . Конкретные значения указаны на рис. 3, где приведены результаты численных расчетов зависимости длины заполненной части капилляра от времени.

Зависимость безразмерного времени опорожнения капилляра той же безразмерной длины от безразмерного перепада давления представлена на рис. 4.

Значение характерного времени  $t_0 = H/U$ , где  $U = \sigma/\mu$ , процесса вытеснения воды комнатной температуры из капилляра шириной  $H = 10^{-3}$  м составляет  $t_0 \approx 13 \cdot 10^{-6}$  с.

## Выводы

1. Строгий учет зависимости динамического угла смачивания от скорости движения мениска существен только при относительно малых скоростях или, что то же самое, при относительно малых перепадах давления на капилляре  $\Delta\Pi \sim 1$ .

2. Если полагать при расчетах, что динамический угол смачивания все время равен нулю ( $\alpha_d = 0$ ), то это, очевидно, означает что при  $\Delta P < 1$  возможностью вытеснения жидкости из капилляра пренебрегают.

## Литература

- [1] Корольков А.В., Меньшиков В.А., Партола Н.С., Сапожников В.Б. Развитие идей профессора В.М. Поляева по применению пористо-сетчатых материалов для внутрибаковых устройств, обеспечивающих многократный запуск ЖРД. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2006, № 2(63), с. 78–88.
- [2] Сапожников В.Б., Крылов В.И., Новиков Ю.М., Ягодников Д.А. Наземная отработка капиллярных фазоразделителей на основе комбинированных пористо-сетчатых материалов для топливных баков жидкостных ракетных двигателей верхних ступеней ракет-носителей, разгонных блоков и космических аппаратов. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 4(16). URL: <http://engjournal.ru/catalog/machin/rocket/707.html>
- [3] Романов А.С., Семиколенов А.В. Моделирование гидродинамики растекания капли частично смачивающей жидкости под действием горизонтальной силы. *Журнал вычислительной математики и математической физики*, 1999, т. 39, № 7, с. 1205–1210.
- [4] Radoev B., Stöckelhuber K.W., Tsekov R., Letocart P. Wetting film dynamics and stability. *Colloid Stability and Application in Pharmacy*, 2007, vol. 3, pp. 151–172.
- [5] Dai B., Leal L.G., Redondo A. Disjoining pressure for nonuniform thin films. *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 2008, vol. 78, iss. 6, article no. 061602.
- [6] Saramago B. Thin liquid wetting films. *Current Opinion in Colloid & Interface Science*, 2010, vol. 15, no. 5, pp. 330–340.
- [7] Ren W., Hu D. Continuum models for the contact line problem. *Physics of Fluids*, 2010, vol. 22, no. 10, pp. 102103-19.
- [8] Patra A., Bandyopadhyay D., Tomar G., Sharma A., Biswas G. Instability and dewetting of ultrathin solid viscoelastic films on homogeneous and heterogeneous substrates. *Journal of Chemical Physics*, 2011, vol. 134, no. 6, pp. 064705–11.
- [9] Boinovich L., Emelyanko A. Wetting and surface forces. *Advances in Colloid and Interface Science*, 2011, 165, pp. 60–69.
- [10] Tsekov R., Toshev B.V. Capillary pressure of van der Waals liquid nanodrops. *Colloid Journal*, 2012, vol. 74, no. 2, pp. 266–268.
- [11] Colosqui C.E., Kavousanakis M.E., Papanthasiou A.G., Kevrekidis I.G. Mesoscopic model for microscale hydrodynamics and interfacial phenomena: Slip, films, and contact-angle hysteresis. *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 2013, vol. 87, no. 1, p. 013302.
- [12] Nikolov A., Wasan D. Wetting-dewetting films: the role of structural forces. *Advances in Colloid and Interface Science*, 2014, vol. 206, pp. 207–221.
- [13] Boinovich L., Emelyanenko A. The prediction of wettability of curved surfaces on the basis of the isotherms of the disjoining pressure. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, 2011, vol. 383, pp. 10–16.
- [14] Popescu M.N., Oshanin G., Dietrich S., Cazabat A.-M. Precursor films in wetting phenomena. *Journal of Physics Condensed Matter*, 2012, vol. 24, p. 243102.
- [15] Moulton D.E., Lega J. Effect of disjoining pressure in a thin film equation with nonuniform forcing. *European Journal of Applied Mathematics*, 2013, vol. 24, pp. 887–920.
- [16] Snoeijer J.H., Andreotti B. Moving Contact Lines: Scales, Regimes, and Dynamical Transitions. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2013, vol. 45, pp. 269–292.
- [17] Sibley D.N., Nold A., Savva N., Kalliadasis S. A comparison of slip, disjoining pressure, and interface formation models for contact line motion through asymptotic analysis of thin two-dimensional droplet spreading. *Journal of Engineering Mathematics*, August 2014.
- [18] Chaudhury K., Acharya P.V., Chakraborty S. Influence of disjoining pressure on the dynamics of steadily moving long bubbles inside narrow cylindrical capillaries. *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 2014, vol. 89, iss. 5, article no. 053002.

- [19] Жен П.Ж. Смачивание: статика и динамика. *Успехи физических наук*, 1987, т. 151, № 4, с. 619–681.
- [20] Романов А.С., Семиколонов А.В. Безнапорное заполнение капилляра в асимптотической теории смачивания. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 4. URL: <http://engjournal.ru/catalog/machin/rocket/699.html> (дата обращения 20 августа 2015).
- [21] Романов А.С. Об одном способе гидродинамического описания растекания частично смачивающей жидкости по плоской твердой поверхности. *Коллоидный журнал*, 1990, т. 52, № 1, с. 93–99.

## References

- [1] Korol'kov A.V., Men'shikov V.A., Partola I.S., Sapozhnikov V.B. Razvitie idei professora V.M. Poliaeva po primeneniiu poristo-setchatykh materialov dlia vnutribakovykh ustroystv, obespechivaiushchikh mnogokratnyi zapusk ZhRD [Development of Ideas of Professor V.M. Polyaev on Application of Porous-meshed Materials for Internal Tank Devices Providing Repeated Many Times Start-up of Liquid Propellant Engines]. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Mashinostroenie*. [Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Mechanical Engineering]. 2006, no. 2(63), pp. 78–88.
- [2] Sapozhnikov V.B., Krylov V.I., Novikov Iu.M., Iagodnikov D.A. Nazemnaia otrabotka kapil'liarnykh fazorazdelitelei na osnove kombinirovannykh poristo-setchatykh materialov dlia toplivnykh bakov zhidkostnykh raketnykh dvigatelei verkhnikh stupenei raket-nositelei, razgonnykh blokov i kosmicheskikh apparatov [Ground tests of capillary phase separators based on combined porous mesh material for fuel tanks of liquid propellant engine in propulsion installations of space crafts, top steps of carrier rockets and upper-stage rockets]. *Inzhenernyi zhurnal: nauka i innovatsii* [Engineering Journal: Science and Innovation]. 2013, no. 4(16). Available at: <http://engjournal.ru/catalog/machin/rocket/707.html> (accessed 20 August 2015).
- [3] Romanov A.S., Semikolenov A.V. Modelirovanie gidrodinamiki rastekaniia kapli chastichno smachivaiushchei zhidkosti pod deistviem gorizont'noi sily [Simulation of spreading hydrodynamics for a droplet of an incompletely wetting liquid under a horizontal force]. *Zhurnal vychislitel'noi matematiki i matematicheskoi fiziki* [Computational Mathematics and Mathematical Physics]. 1999, vol. 39, no. 7, pp. 1205–1210.
- [4] Radoev B., Stöckelhuber K.W., Tsekov R., Letocart P. Wetting film dynamics and stability. *Colloid Stability and Application in Pharmacy*, 2007, vol. 3, pp. 151–172.
- [5] Dai B., Leal L.G., Redondo A. Disjoining pressure for nonuniform thin films. *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 2008, vol. 78, iss. 6, article no. 061602.
- [6] Saramago B. Thin liquid wetting films. *Current Opinion in Colloid & Interface Science*, 2010, vol. 15, no. 5, pp. 330–340.
- [7] Ren W., Hu D. Continuum models for the contact line problem. *Physics of Fluids*, 2010, vol. 22, no. 10, pp. 102103-19.
- [8] Patra A., Bandyopadhyay D., Tomar G., Sharma A., Biswas G. Instability and dewetting of ultrathin solid viscoelastic films on homogeneous and heterogeneous substrates. *Journal of Chemical Physics*, 2011, vol. 134, no. 6, pp. 064705-11.
- [9] Boinovich L., Emelyanko A. Wetting and surface forces. *Advances in Colloid and Interface Science*, 2011, 165, pp. 60–69.
- [10] Tsekov R., Toshev B.V. Capillary pressure of van der waals liquid nanodrops. *Colloid Journal*, 2012, vol. 74, no. 2, pp. 266–268.
- [11] Colosqui C.E., Kavousanakis M.E., Papathanasiou A.G., Kevrekidis I.G. Mesoscopic model for microscale hydrodynamics and interfacial phenomena: Slip, films, and contact-angle hysteresis. *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 2013, vol. 87, no. 1, p. 013302.
- [12] Nikolov A., Wasan D. Wetting-dewetting films: the role of structural forces. *Advances in Colloid and Interface Science*, 2014, vol. 206, pp. 207–221.
- [13] Boinovich L., Emelyanenko A. The prediction of wettability of curved surfaces on the basis of the isotherms of the disjoining pressure. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, 2011, vol. 383, pp. 10–16.

- [14] Popescu M.N., Oshanin G., Dietrich S., Cazabat A.-M. Precursor films in wetting phenomena. *Journal of Physics Condensed Matter*, 2012, vol. 24, p. 243102.
- [15] Moulton D.E., Lega J. Effect of disjoining pressure in a thin film equation with nonuniform forcing. *European Journal of Applied Mathematics*, 2013, vol. 24, pp. 887–920.
- [16] Snoeijer J.H., Andreotti B. Moving Contact Lines: Scales, Regimes, and Dynamical Transitions. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2013, vol. 45, pp. 269–292.
- [17] Sibley D.N., Nold A., Savva N., Kalliadasis S. A comparison of slip, disjoining pressure, and interface formation models for contact line motion through asymptotic analysis of thin two-dimensional droplet spreading. *Journal of Engineering Mathematics*, August 2014.
- [18] Chaudhury K., Acharya P.V., Chakraborty S. Influence of disjoining pressure on the dynamics of steadily moving long bubbles inside narrow cylindrical capillaries. *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 2014, vol. 89, iss. 5, article no. 053002.
- [19] Zhen P.Zh. Smachivanie: statika i dinamika [Wetting: statics and dynamics]. *Uspekhi fizicheskikh nauk* [Advances of Physical Sciences]. 1987, vol. 151, no. 4, pp. 619–681.
- [20] Romanov A.S., Semikolenov A.V. Beznapornoe zapolnenie kapillara v asimptoticheskoj teorii smachivaniia [Depressurized capillary filling in the asymptotic theory of wetting]. *Inzhenernyi zhurnal: nauka i innovatsii* [Engineering Journal: Science and Innovation]. 2013, no. 4. Available at: <http://engjournal.ru/catalog/machin/rocket/699.html> (accessed 20 August 2015).
- [21] Romanov A.S. Ob odnom sposobe gidrodinamicheskogo opisaniia rastekaniia chastichno smachivaiushchei zhidkosti po ploskoi tverdoi poverkhnosti [A method of hydrodynamic description of partially wetting liquid spreading on a flat solid surface]. *Kolloidnyi zhurnal* [Colloid Journal]. 1990, vol. 52, no. 1, pp. 93–99.

Статья поступила в редакцию 31.08.2015

## Информация об авторах

**ПОЛЯНСКИЙ Александр Ромилович** (Москва) — кандидат технических наук, доцент кафедры «Ракетные двигатели». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: korolev100-rd@mail.ru).

**РОМАНОВ Александр Сергеевич** (Москва) — доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Физика». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: rolmal@bk.ru).

**СЕМИКОЛЕНОВ Андрей Владимирович** (Москва) — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Физика». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: avsemik@mail.ru).

## Information about the authors

**POLYANSKIY Aleksandr Romilovich** (Moscow) — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Department of Rocket Engines. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2<sup>nd</sup> Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: korolev100-rd@mail.ru).

**ROMANOV Aleksandr Sergeevich** (Moscow) — Doctor of Science (Physics and Mathematics), Professor, Department of Physics. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2<sup>nd</sup> Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: rolmal@bk.ru).

**SEMIKOLENOV Andrey Vladimirovich** (Moscow) — Candidate of Science (Physics and Mathematics), Associate Professor, Department of Physics. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2<sup>nd</sup> Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: avsemik@mail.ru).