

УДК 532, 519.6; 534-18

DOI 10.18698/0536-1044-2016-4-22-30

## К расчету машущего гибкого профиля в потоке вязкой несжимаемой жидкости\*

**Я.А. Дынный**

МГУ им. М.В. Ломоносова, 119192, Москва, Мичуринский просп., д. 1

## On the Calculation of a Flapping Flexible Airfoil in the Flow of Viscous Incompressible Fluid

**Y.A. Dynnikov**

Lomonosov Moscow State University, 119192, Moscow, Russian Federation, Michurinskiy Ave., Bldg. 1

 e-mail: yaroslav.dynnikov@gmail.com

**i** Исследование движения деформируемых тел в потоке жидкости является актуальной задачей инженерных наук и биомеханики. При сопряженной постановке задачи моделирование таких процессов затруднено. В этом случае на каждом временном шаге уравнения гидродинамики должны решаться с учетом движения тела, которое деформируется и перемещается под действием гидродинамических сил, зависящих от движения тела. Одним из способов решения сопряженных задач является метод расщепления, когда уравнения гидродинамики и динамики решают отдельно последовательными итерациями. Однако такой подход не всегда позволяет получить решение. В частности, при значительном отличии временных масштабов процессов гидродинамики жидкости и динамики тела метод расщепления может потребовать выбора недостижимо малого шага по времени. В связи с этим предложено использовать бессеточный численный метод, позволяющий устранить указанные проблемы за счет объединения уравнений гидродинамики, определяющих поток завихренности с поверхности тела в вязкой жидкости, и уравнений динамики твердого тела в единую систему линейных уравнений. При этом все неизвестные величины, включая параметры движения тела, вычисляются за один временной шаг без расщепления на гидродинамическую и динамическую составляющие задачи. Приведены примеры численного решения задачи о колебаниях жесткого и гибкого крылового профиля в потоке вязкой жидкости. Гибкость профиля моделировалась шарнирно-упругим сочленением нескольких недеформируемых звеньев. Проведено сравнение результатов численных решений и известных экспериментов. Установлено, что гибкость профиля может оказывать существенное влияние на течение в следе и результирующую пропульсивную силу машущего крыла.

**Ключевые слова:** вязкая несжимаемая жидкость, машущий крыловой профиль, гидродинамика, численное моделирование, сопряженная задача, метод вязких вихревых доменов.

**i** The study of motion of deformable bodies in a liquid flow is a topical task in engineering and biomechanics. Modelling of these problems as a two-way coupled interaction is problematic. In this case, at each time step, the hydrodynamic equations must be solved taking into account the motion of the body, which deforms and moves under the action of

\* Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП Министерства образования и науки РФ (соглашение 14.576.21.0079, проект RFMEFI57614X0079).

the hydrodynamic forces that depend on the motion of the body. One way to solve these problems is to use the splitting method when the equations of hydrodynamics and dynamics are solved separately by successive iterations. However, this approach does not always lead to a solution. In particular, when there is a significant difference in timescales of fluid hydrodynamic and body dynamics, the splitting method requires an unattainably small time step. In this paper, the meshless numerical method eliminating these problems is applied. The method allows combining the equations of flow vorticity from the surface of the body in the viscous fluid, and the equations of solid body dynamics into an integrated system of linear equations. This way all the unknowns including the body motion parameters are calculated over one time step, without splitting them into the hydrodynamic and the dynamic components. The examples of numerical solutions to the problems of rigid and flexible airfoils flapping in a viscous fluid flow are presented. The airfoil flexibility is modelled by flexible coupling of several non-deformable sections. The numerical solutions are compared with the experimental results. It is shown that the flexibility of the airfoil can have a significant influence on the flow and the resulting propulsive force of the flapping airfoil.

**Keywords:** viscous incompressible fluid, flapping airfoil, hydrodynamics, numerical simulation, flow-structure interaction, method of viscous vortex do-mains.

Исследование течений, создаваемых машущим крылом с учетом его эластичности, является актуальной и сложной проблемой современной аэрогидродинамики. Об этом свидетельствует большое количество экспериментальных и теоретических работ, в которых для ее решения используются разнообразные упрощения. Наиболее распространенным упрощением является рассмотрение двумерных моделей при экспериментальных [1, 2] и расчетных [3–5] исследованиях. Однако и в такой постановке задача сложна, так как требует одновременного решения уравнений движения жидкости и динамики упругого тела, т. е. является сопряженной. Для ее решения обычно применяют метод расщепления по физическим процессам, когда поочередно решают уравнения гидродинамики при известной скорости поверхности тела и уравнения динамики при известных по времени предыдущего шага гидродинамических силах [6]. При этом для решения гидродинамических уравнений и уравнений движения упругого тела часто используют отдельные решатели, которые обмениваются данными на каждом шаге, что приводит к большим затратам времени расчета [7].

Метод решения сопряженных задач, разработанный в работе [8], не требует расщепления временного шага на гидродинамическую и динамическую части. Он основан на бессеточном вихревом методе вязких вихревых доменов (ВВД) и позволяет составить единую систему линейных уравнений, решение которой дает одновременно значения скоростей тел и потоков завихренности с поверхностями движущихся тел, что корректно определяет согласованное

движение тел и жидкости с заданными граничными условиями. Метод ВВД был успешно применен для моделирования авторотации пластин и оперенных цилиндров в потоке жидкости [9], для расчета движения систем маятников в вязкой жидкости [10], самодвижения квазибиологических объектов [11]. В перечисленных задачах обтекаемые тела считались либо твердыми, либо их форма изменялась по заданному закону.

В данной работе метод обобщен на случай обтекания конечно-звенного профиля, состоящего из упругосвязанных секций, имеющих скользящие относительно друг друга участки общих границ, имитирующих гибкость тела.

Цель работы — валидация метода при решении сопряженных задач, а также верификация программного обеспечения для проведения вычислительного эксперимента.

**Постановка задачи.** Рассмотрим обтекание симметричного крылового профиля, совершающего угловые колебания в неограниченном потоке вязкой несжимаемой жидкости. В нейтральном положении хорда профиля направлена вдоль постоянного набегающего потока. Колебания симметричны относительно этого направления.

Течение жидкости описывается уравнениями Навье — Стокса:

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} - \nu \nabla^2 \mathbf{V} = -\frac{1}{\rho} \nabla p; \quad \nabla \cdot \mathbf{V} = 0, \quad (1)$$

где  $\mathbf{V}$  — скорость жидкости;  $p$  — давление;  $\rho$  — плотность;  $\nu$  — кинематическая вязкость.

На поверхности профиля ставится условие прилипания, на бесконечности — отсутствие возмущений.

Контур базовой конфигурации профиля образован дугой окружности и двумя касательными к ней (рис. 1). Такая форма выбрана с целью сравнения с результатами экспериментов, где исследовалось обтекание такого же профиля, изготовленного из жесткого [1] и гибкого [2] материалов. Профиль имеет шарнирное соединение с неподвижной осью  $\mathbf{R}_0$ , проходящей через центр кривизны его передней кромки ( $\mathbf{R}_0$  — векторная координата).

Безразмерными параметрами задачи являются скорость набегающего потока  $U$ , число Рейнольдса  $Re = DU/\nu$  ( $D$  — толщина профиля (диаметр передней кромки)) и отношение плотностей тела  $\rho_*$  и жидкости  $\rho$ :  $\bar{\rho} = \rho_*/\rho$ .

Для имитации гибкости профиля используем модель, состоящую из трех недеформируемых звеньев, соединенных между собой упругими шарнирами (рис. 2). Первое звено связано с воображаемой державкой, совершающей вращательные колебания по гармоническому закону  $\alpha(t) = \theta \sin(2\pi ft)$ , где  $\theta$ ,  $f$  — амплитуда и частота колебаний соответственно. Движение всех секций обусловлено действием гидродинамических сил и сил упругих связей. Моменты сил упругих связей пропорциональны разности углов  $\Delta\alpha_I$ ,  $\Delta\alpha_{II}$ ,  $\Delta\alpha_{III}$  (см. рис. 2) с безразмерными коэффициентами жесткости  $k_I$ ,  $k_{II}$ ,  $k_{III}$  (коэффициенты обезразмерены на величину  $\rho D^2 U^2$ ). В нейтральном состоянии форма трехзвенного профиля такая же, как на рис. 1. При этом третье звено, геометрически подоб-

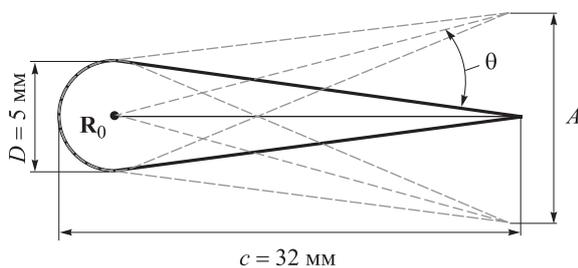


Рис. 1. Форма профиля

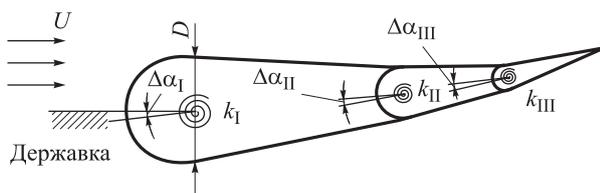


Рис. 2. Трехзвенная модель гибкого профиля

ное базовому профилю с коэффициентом подобия 1/4, вместе со вторым звеном в нейтральном положении образует фигуру, подобную базовому профилю с коэффициентом подобия 1/2.

Силы и моменты, действующие на каждое из звеньев, складываются из гидродинамических сил  $\mathbf{F}_H$  и моментов  $\mathbf{M}_H$ , а также сил и моментов упругих связей  $\mathbf{F}_h$  и  $\mathbf{M}_h$ . Предполагается, что трение в шарнирах отсутствует, а момент упругой связи прямо пропорционален отклонению звена от положения равновесия. Поскольку каждое звено является жестким телом, его движение характеризуется поступательной скоростью оси  $\mathbf{u}$  и угловой скоростью  $\omega$ . При этом произвольная точка  $\mathbf{r}$   $n$ -го контура движется со скоростью

$$\mathbf{V}^{(n)}(\mathbf{r}) = \mathbf{u}^{(n)} + \boldsymbol{\omega}^{(n)} \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0^{(n)}),$$

где  $\mathbf{u}^{(n)}$  и  $\boldsymbol{\omega}^{(n)}$  — соответственно поступательная и вращательная скорости;  $\mathbf{r}_0^{(n)}$  — ось вращения  $n$ -го контура.

Уравнения, определяющие изменение величин  $\mathbf{u}^{(n)}$  и  $\boldsymbol{\omega}^{(n)}$ , следуют из законов сохранения импульса и момента:

$$\begin{aligned} I^{(1)}\dot{\boldsymbol{\omega}}^{(1)} &= \mathbf{M}_H^{(1)} - k_I \Delta\alpha_I \mathbf{e}_z + k_{II} \Delta\alpha_{II} \mathbf{e}_z + \\ &+ \mathbf{F}_{h,II} \times (\mathbf{r}_0^{(2)} - \mathbf{r}_0^{(1)}); \\ m^{(2)}\dot{\mathbf{u}}_m^{(2)} &= \mathbf{F}_H^{(2)} - \mathbf{F}_{h,II} + \mathbf{F}_{h,III}; \\ I^{(2)}\dot{\boldsymbol{\omega}}^{(2)} &= \mathbf{M}_H^{(2)} - k_{II} \Delta\alpha_{II} \mathbf{e}_z + k_{III} \Delta\alpha_{III} \mathbf{e}_z + \\ &+ \mathbf{F}_{h,III} \times (\mathbf{r}_0^{(3)} - \mathbf{r}_0^{(2)}) - m^{(2)}\dot{\mathbf{u}}^{(2)} \times (\mathbf{r}_m^{(2)} - \mathbf{r}_0^{(2)}); \\ m^{(3)}\dot{\mathbf{u}}_m^{(3)} &= \mathbf{F}_H^{(3)} - \mathbf{F}_{h,III}; \\ I^{(3)}\dot{\boldsymbol{\omega}}^{(3)} &= \mathbf{M}_H^{(3)} - k_{III} \Delta\alpha_{III} \mathbf{e}_z - \\ &- m^{(3)}\dot{\mathbf{u}}^{(3)} \times (\mathbf{r}_m^{(3)} - \mathbf{r}_0^{(3)}), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\mathbf{e}_z$  — единичный вектор, перпендикулярный плоскости течения;  $\mathbf{r}_m^{(n)}$  и  $\mathbf{u}_m^{(n)}$  — координаты и скорость движения центра тяжести  $n$ -го звена соответственно.

Аналогичная система уравнений может быть записана для произвольного количества звеньев. При этом структура промежуточных звеньев будет аналогична структуре уравнений второго звена, а у крайних — такая же, как у первого и третьего соответственно.

Неизвестные силы  $\mathbf{F}_{h,II}$ ,  $\mathbf{F}_{h,III}$  определяются уравнениями связей, а именно совпадением осей  $\mathbf{r}_0^{(n)}$  второго и третьего звена с соответ-

ствующими точками  $\mathbf{r}_*^{(n)}$  на первом и втором звеньях:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_0^{(2)} = \mathbf{r}_*^{(1)} \Rightarrow \mathbf{u}^{(2)} = \dot{\mathbf{r}}_*^{(1)} \Rightarrow \mathbf{u}^{(2)} = \mathbf{u}^{(1)} + \\ + \omega^{(1)} \times (\mathbf{r}_*^{(1)} - \mathbf{r}_0^{(1)}); \\ \mathbf{r}_0^{(3)} = \mathbf{r}_*^{(2)} \Rightarrow \mathbf{u}^{(3)} = \dot{\mathbf{r}}_*^{(2)} \Rightarrow \mathbf{u}^{(3)} = \mathbf{u}^{(2)} + \\ + \omega^{(2)} \times (\mathbf{r}_*^{(2)} - \mathbf{r}_0^{(2)}). \end{aligned} \quad (3)$$

**Метод решения.** Для моделирования течения используем метод ВВД [8, 12]. Область течения с существенно ненулевой завихренностью представляется набором дискретных областей конечного размера — доменами. Циркуляция каждого домена —  $\gamma_i = \Omega s_i$ , где  $s_i$  — его площадь,  $\Omega = \nabla \times \mathbf{V}$ . Каждый такой домен можно рассматривать как частицу, движущуюся со скоростью  $\mathbf{u} = \mathbf{V} + \mathbf{V}_d$ , где  $\mathbf{V}_d$  — так называемая диффузионная скорость,

$$\mathbf{V}_d = -\frac{1}{v} \frac{\nabla \Omega}{\Omega}.$$

Циркуляция домена при этом остается постоянной.

Метод ВВД во многом похож на метод диффузионной скорости Огами и Акаматсу [13], но существенно отличается от него способом вычисления диффузионной скорости при дискретном представлении вихревого поля. Формулы, применяемые в методе ВВД, позволяют более точно описывать движение доменов, особенно вблизи поверхности, что имеет важное значение для вычисления напряжения трения и формирования областей отрыва погранслоя. В программном комплексе ПОЛЯРА [14] метод ВВД был реализован с применением новой модификации обеспечения граничных условий прилипания на теле.

Контур тела аппроксимируется многоугольником с заданными вершинами, в которых образуются вихревые частицы на каждом шаге по времени. Циркуляции новых доменов  $\gamma_k^{(new)}$  определяются из граничных условий, для чего составляется система линейных уравнений, количество которых равно количеству неизвестных значений циркуляций  $N_k$ . В эти уравнения также линейно входят значения скоростей поверхностей. При решении сопряженной задачи эти скорости являются неизвестными, их необходимо вычислять на каждом шаге по времени. С этой целью уравнения, выражающие граничные условия, дополняют-

ся уравнениями (2). Принципиально важной особенностью используемого метода является то, что гидродинамические силы и моменты линейно выражаются через неизвестные величины  $\gamma_k^{(new)}$  и ускорения тел. Так, сила давления и момент между двумя точками контура  $A$  и  $B$  с координатами  $\mathbf{r}_A$  и  $\mathbf{r}_B$  соответственно могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_p &= \int_A^B p \mathbf{n} dl = \mathbf{e}_z \times \int_A^B p \frac{d\mathbf{r}}{dl} dl = \\ &= \mathbf{e}_z \times (p_B \mathbf{r}_B - p_A \mathbf{r}_A) - \mathbf{e}_z \times \int_A^B \frac{\partial p}{\partial l} \mathbf{r} dl; \\ \mathbf{M}_p &= \int_A^B p (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \times \mathbf{n} dl = \mathbf{e}_z \int_A^B p (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial l} dl = \\ &= \frac{\mathbf{e}_z}{2} \left[ p_B (\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_0)^2 - p_A (\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_0)^2 \right] - \\ &\quad - \frac{\mathbf{e}_z}{2} \int_A^B \frac{\partial p}{\partial l} (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)^2 dl, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $p$  — давление;  $\mathbf{n}$  — единичная нормаль, направленная внутрь контура.

Выражая производную давления вдоль контура из уравнений Навье — Стокса и учитывая, что при условии прилипания полная производная скорости жидкости совпадает с ускорением поверхности  $\dot{\mathbf{V}}_c$ , получим

$$\frac{\partial p}{\partial l} = \mathbf{e}_l \nabla p = -\rho (\mathbf{e}_l \cdot \dot{\mathbf{V}}_c - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{V}_d) \Omega).$$

В дискретном выражении величина  $-(\mathbf{n} \cdot \mathbf{V}_d) \Omega$  есть поток завихренности с поверхности и равняется  $\gamma_k^{(new)} / (\Delta l \Delta t)$ . Таким образом, интегралы, содержащие  $\partial p / \partial l$  могут аппроксимироваться суммами, содержащими  $\gamma_k^{(new)}$ . Разность давлений между точками  $A$  и  $B$  аналогичным образом выражается через  $\gamma_k^{(new)}$ , так как

$$p_B - p_A = \int_A^B \frac{\partial p}{\partial l} dl.$$

Все это приводит к замкнутой системе линейных уравнений относительно неизвестных величин  $\gamma_k^{(new)}$ ,  $\mathbf{u}^{(n)}$ ,  $\omega^{(n)}$ , а также сил и моментов, что дает возможность решать сопряженную задачу динамики и гидродинамики безытерационным способом, в том числе находить скорости движения всех тел, на поверхностях которых выполняются граничные условия прилипания жидкости.

В соответствии с представленным подходом был разработан комплекс вычислительных кодов «Взмах-2D» для решения класса задач о взаимодействии многозвенного машущего крылового профиля с неограниченным потоком вязкой несжимаемой жидкости. В нем можно произвольно менять количество звеньев профиля и параметры шарнирных связей между ними. Ниже приведены результаты численного решения некоторых задач о машущем профиле, имеющих экспериментальные аналоги. Характерное количество отрезков, на которые разбивается профиль, и с которых на каждом шаге по времени в область течения жидкости сходит один вихревой домен, в среднем составляло 450.

**Обтекание машущего жесткого профиля.** Для сравнения с экспериментальными результатами [1] были выполнены расчеты для однозвенного жесткого профиля, совершающего детерминированные гармонические колебания. В этом

случае задача не является сопряженной, и для ее решения используется система уравнений, выражающая только граничные условия прилипания. Значения безразмерных параметров — числа Рейнольдса  $Re = DU/\nu$ , числа Струхала  $St = fD/U$  ( $f$  — частота колебаний), амплитуды колебаний  $A_D = A/D$  были такими же, как и в экспериментах.

В работе [1] установлено, что в зависимости от интенсивности (амплитуды и частоты) колебаний наблюдаются четыре различных типа вихревых следов за машущим профилем. Так, при малой частоте и амплитуде за профилем формируется обычная дорожка Кармана, а именно два ряда разноименных вихрей, между которыми средняя продольная скорость меньше, чем в набегающем потоке. При увеличении частоты и/или амплитуды ряды сближаются, выстраиваясь вдоль одной линии. Далее ряды меняются местами, образуя реверсивную дорожку. Средняя скорость на оси такой дорожки

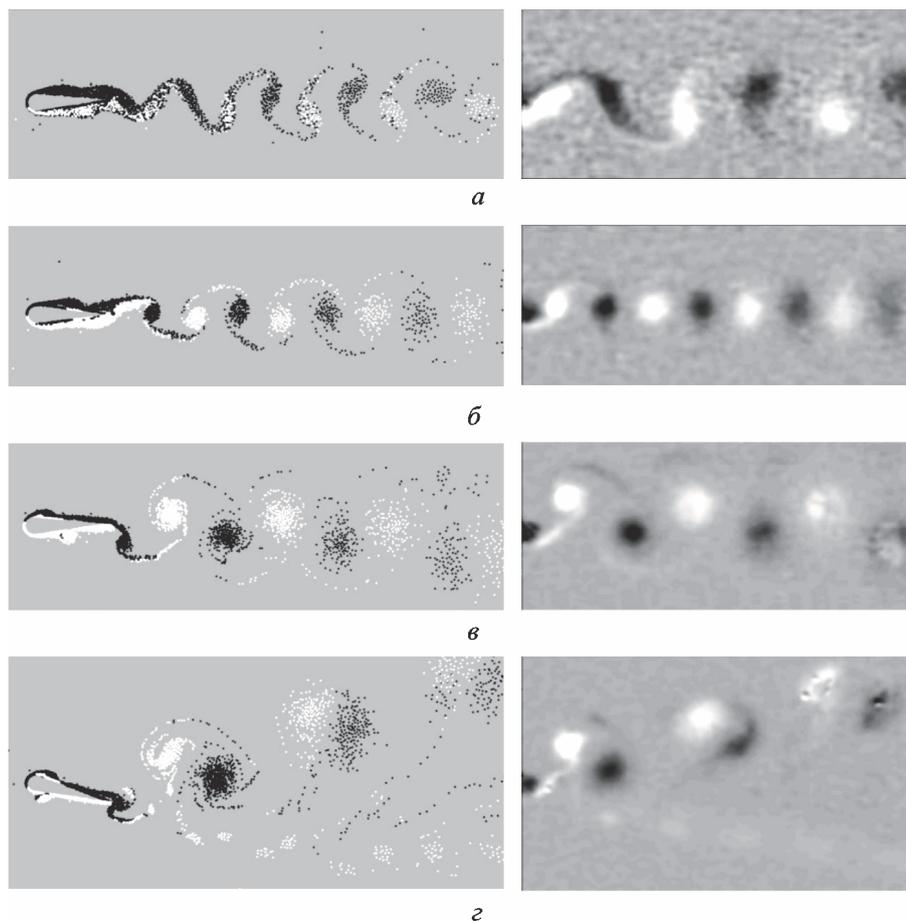


Рис. 3. Сравнение результатов расчетов методом ВВД (слева) и экспериментов [1] (справа) при  $St = 0,2$ ,  $Re = 255$  и различных значениях амплитуды колебаний:

$a$  —  $A_D = 0,36$  (дорожка Кармана);  $b$  —  $A_D = 0,71$  (линейная дорожка);  $v$  —  $A_D = 1,07$  (реверсивная дорожка);  $z$  —  $A_D = 2,8$  (асимметричный след)

больше, чем в набегающем потоке, что создает пропульсивную силу (тягу), действующую на профиль. При дальнейшем увеличении частоты и/или амплитуды след за профилем становится несимметричным, хотя колебания по-прежнему симметричны.

Все перечисленные режимы удалось воспроизвести в численных расчетах описанным выше методом. На рис. 3 слева приведены результаты расчетов при  $St = 0,2$ ,  $Re = 255$  и различных значениях амплитуды колебаний. Белые точки показывают положение вихревых доменов с положительной циркуляцией (против часовой стрелки), черные — с отрицательной циркуляцией. Справа для тех же параметров показаны результаты визуализации экспериментов [1], полученные с помощью PIV технологии. Белые и черные области соответствуют положительной и отрицательной завихренности.

**Обтекание гибкого упругого профиля.** При проведении экспериментов [2] по обтеканию эластичного профиля было замечено, что гиб-

кость препятствует нарушению симметрии следа, возникающему в опытах с жестким профилем. Асимметричные следы в этом случае не наблюдались. При этом область значений числа Струхала в экспериментах не превышала  $St = 0,45$ . Расчеты, выполненные методом ВВД для трехзвенного профиля, показали, что область частот и амплитуд, в которой след симметричен, расширяется по сравнению со случаем жесткого профиля, однако при достаточно больших значениях частоты и/или амплитуды симметрия все равно нарушается. Возможно, это связано с недостаточной гибкостью рассмотренной в расчете модели.

Представляет интерес сравнение пропульсивной силы и ее отношения к затраченной мощности в случаях жесткого и гибкого профилей. С этой целью были проведены расчеты однозвенного профиля с упругим шарниром в точке  $R_0$  (см. рис. 1) и трехзвенного профиля с тремя упругими шарнирами (см. рис. 2). В обоих случаях державка шарнира в точке  $R_0$  совершает вынужденные колебания по закону

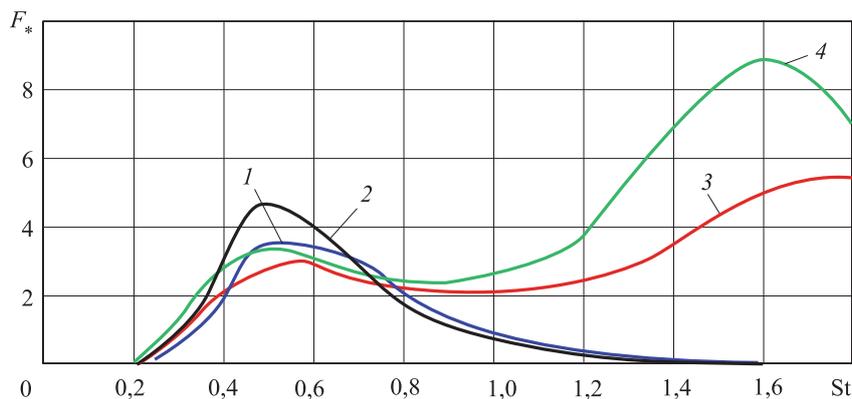


Рис. 4. Зависимость пропульсивной силы (тяги)  $F_*$  от числа Струхала  $St$  для жесткого однозвенного (1, 2) и гибкого трехзвенного (3, 4) профилей:  
1, 3 —  $\bar{\rho} = 1$ ; 2, 4 —  $\bar{\rho} = 3$

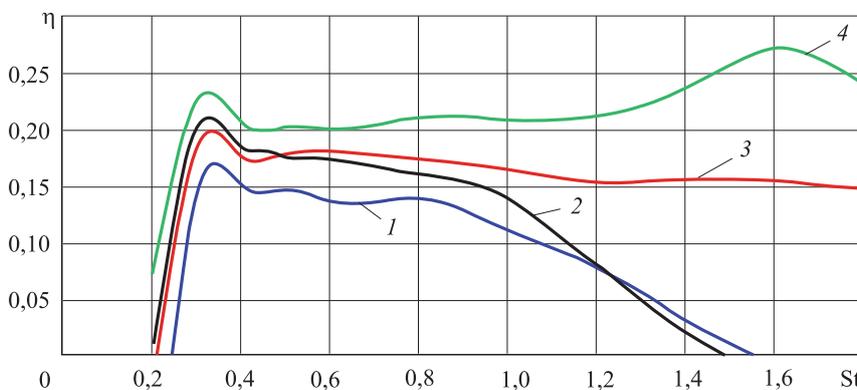


Рис. 5. Зависимость коэффициента полезного действия  $\eta$  от числа Струхала  $St$  для однозвенного (1, 2) и трехзвенного (3, 4) профилей:  
1, 3 —  $\bar{\rho} = 1$ ; 2, 4 —  $\bar{\rho} = 3$

$\alpha_0 = \theta \sin(2\pi ft)$ , а все секции профиля двигаются под действием гидродинамических сил и моментов, создаваемых упругими шарнирами. Коэффициенты жесткости были выбраны равными  $k_I = 800$ ,  $k_{II} = 200$ ,  $k_{III} = 50$ .

На рис. 4 приведены расчетные зависимости усредненной по времени погонной пропульсивной силы (тяги)  $F$ , обезразмеренной на  $\rho D^2 U^2$ , от числа Струхала  $St$  при  $Re = 250$ ,  $\theta = 7^\circ$ ,  $\bar{\rho} = 1$  и 3. Во всех случаях при  $St \approx 0,5$  наблюдается локальный максимум тяги, при этом тяга гибкого профиля вновь начинает увеличиваться при  $St > 0,9$ , в то время как в случае жесткого профиля она стремится к нулю.

На рис. 5 приведены зависимости коэффициента полезного действия (КПД)  $\eta = F \cdot U / W$  ( $W = M_h^{(1)} \omega^{(1)}$  — мощность, прикладываемая в первом шарнире) от числа Струхала. Из рис. 5 видно, что КПД гибкого профиля больше, чем у жесткого, причем при  $St > 0,3$  величина  $\eta$  остается приблизительно на неизменном уровне, а у жесткого профиля КПД резко падает с увеличением  $St$ .

## Выводы

1. Разработан способ безытерационного решения сопряженной задачи движения многозвенных тел с упругими связями в вязкой несжимаемой жидкости на основе бессеточного численного метода ВВД. Важным элементом разработки является раздельное опреде-

ление гидродинамических нагрузок на тела со скользящими друг относительно друга общими участками поверхностей. Это позволило без существенных изменений использовать программные модули, созданные для расчета изолированных тел, при расчете моделей гибких многозвенных конструкций с упругими связями.

2. Создан экспериментальный программный комплекс «Взмах-2D» для решения класса задач о взаимодействии многозвенного машущего крылового профиля с неограниченным потоком вязкой несжимаемой жидкости.

Выполнены тестовые расчеты обтекания машущих жестких и гибких многозвенных крыловых профилей в потоке вязкой несжимаемой жидкости.

3. Воспроизведены наблюдаемые в экспериментах эффекты перестройки следа в потоке жидкости при изменении амплитудно-частотных характеристик колебаний жестких однозвенных и гибких многозвенных профилей, соединенных упругими шарнирами.

4. Показано, что гибкость профиля может оказывать существенное влияние на течение жидкости и гидродинамические силы, действующие на профиль, в частности, увеличивает тягу на режимах существования пропульсивной силы, а также увеличивает коэффициент полезного действия соответствующего пропульсивного движителя.

## Литература

- [1] Godoy-Diana R., Aider J.L., Wesfreid J.E. Transitions in the wake of a flapping foil. *Physical Review E – Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 2008, vol. 77 (1), no. 016308.
- [2] Marais C., Thiria B., Wesfreid J.E., Godoy-Diana R. Stabilizing effect of flexibility in the wake of a flapping foil. *Journal of Fluid Mechanics*, 2012, vol. 710, pp. 659–669.
- [3] Richter T., Wick T. Finite elements for fluid–structure interaction in ALE and fully Eulerian coordinates. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2010, 199 (41–44), pp. 2633–2642.
- [4] Fuchiwaki M., Nagata T., Tanaka K. Dynamic forces acting on elastic heaving airfoils based on the bending stiffness considerations. *Proceedings of the ASME 2014 4<sup>th</sup> Joint US-European Fluids Engineering Division Summer Meeting FEDSM2014*, August 3–7, 2014, Chicago, Illinois, USA, code 109724.
- [5] Quinn D.B., Lauder G.V., Smits A.J. Maximizing the efficiency of a flexible propulsor using experimental optimization. *Journal of Fluid Mechanics*, 2015, vol. 767 (3), pp. 430–448.
- [6] Mysa R.C., Venkatraman K. Intertwined vorticity and elastodynamics in flapping wing propulsion. *Journal of Fluid Mechanics*, 2016, vol. 787 (1), pp. 175–223.
- [7] Michelin S., Llewellyn Smith S.G. Resonance and propulsion performance of a heaving flexible wing. *Physics of Fluids*, 2009, vol. 21, iss. 7, no. 071902, doi:10.1063/1.3177356.
- [8] Андронов П.П., Гувернюк С.В., Дынникова Г.Я. *Вихревые методы расчета нестационарных гидродинамических нагрузок*. Москва, Изд-во Моск. ун-та, 2006. 184 с.

- [9] Андронов П.Р., Григоренко Д.А., Гувернюк С.В., Дынникова Г.Я. Численное моделирование самовращения пластин в потоке вязкой жидкости. *Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа*, 2007, № 5, с. 47–60.
- [10] Dynnikov Y.A., Dynnikova G.Y. Application of Viscous Vortex Domains Method for Solving Flow-Structure Problems. *Proceedings of the ECCOMAS Thematic Conference on Multi-body Dynamics*, 2013, pp. 877–882.
- [11] Дынников Я.А. Энергоэффективность самодвижения деформирующихся подводных объектов. *Тр. конф.-конкурса молодых ученых. 13–15 октября 2010 г.*, Москва, Изд-во Моск. ун-та, 2011, с. 124–127.
- [12] Дынникова Г.Я. Лагранжев подход к решению нестационарных уравнений Навье–Стокса. *Доклады Академии наук*, 2004, т. 399, № 1, с. 42–46.
- [13] Ogami Y., Akamatsu T. Viscous flow simulation using the discrete vortex model. The Diffusion Velocity Method. *Computers and Fluids*, 1991, vol. 19 (3/4), pp. 433–441.
- [14] Moreva V.S., Marchevsky I.K. Vortex element method for 2D flow simulation with tangent velocity components on airfoil surface. *ECCOMAS 2012 – 6<sup>th</sup> European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering: Book of proceedings*, Vienna, 2012, 14 p.

## References

- [1] Godoy-Diana R., Aider J.L., Wesfreid J.E. Transitions in the wake of a flapping foil. *Physical Review E – Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 2008, vol. 77, iss. 1, no. 016308.
- [2] Marais C., Thiria B., Wesfreid J.E., Godoy-Diana R. Stabilizing effect of flexibility in the wake of a flapping foil. *Journal of Fluid Mechanics*, 2012, vol. 710, pp. 659–669.
- [3] Richter T., Wick T. Finite elements for fluid–structure interaction in ALE and fully Eulerian coordinates. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2010, 199(41–44), pp. 2633–2642.
- [4] Fuchiwaki M., Nagata T., Tanaka K. Dynamic forces acting on elastic heaving airfoils based on the bending stiffness considerations. *Proceedings of the ASME 2014 4<sup>th</sup> Joint US-European Fluids Engineering Division Summer Meeting FEDSM2014*, August 3–7, 2014, Chicago, Illinois, USA, code 109724.
- [5] Quinn D. B., Lauder G. V., Smits A.J. Maximizing the efficiency of a flexible propulsor using experimental optimization. *Journal of Fluid Mechanics*, 2015, vol. 767, pp. 430–448.
- [6] Mysa R.C., Venkatraman K. Intertwined vorticity and elastodynamics in flapping wing propulsion. *Journal of Fluid Mechanics*, 2015, vol. 787, pp. 175–223.
- [7] Michelin S., Llewellyn Smith S.G. Resonance and propulsion performance of a heaving flexible wing. *Physics of Fluids*, 2009, vol. 21, iss. 7, no. 071902, doi:10.1063/1.3177356.
- [8] Andronov P.R., Guverniuk S.V., Dynnikova G.Ia. *Vikhrevye metody rascheta nestatsionarnykh gidrodinamicheskikh nagruzok* [Vortex methods for unsteady hydrodynamic loads]. Moscow, MSU publ., 2006. 184 p.
- [9] Andronov P.R., Grigorenko D.A., Guverniuk S.V., Dynnikova G.Ia. Chislennoe modelirovanie samovrashcheniia plastin v potoke viazkoi zhidkosti [Numerical simulation of auto-rotation plates in a viscous flow]. *Izvestiia Rossiiskoi akademii nauk. Mekhanika zhidkosti i gaza* [A Journal of Russian Academy of Sciences. Fluid Dynamics]. 2007, no. 5, pp. 47–60.
- [10] Dynnikov Y.A., Dynnikova G.Y. Application of Viscous Vortex Domains Method for Solving Flow-Structure Problems. *Proceedings of the ECCOMAS Thematic Conference on Multi-body Dynamics*, 2013, pp. 877–882.
- [11] Dynnikov Ia.A. Energoeffektivnost' samodvizheniia deformiruiushchikhsia podvodnykh ob"ektov [Energy efficiency of self-propulsion submarines deformable objects]. *V sbornike Trudy konferentsii-konkursa molodykh uchenykh, 13–15 oktiabria 2010*. [In Proceedings of the conference-contest of young scientists, 13–15 October 2010]. Moscow, MSU publ., 2011, pp. 124–127.
- [12] Dynnikova G.Ia. Lagranzhev podkhod k resheniiu nestatsionarnykh uravnenii Nav'e–Stoksa [Lagrangian approach to the non-stationary Navier-Stokes equations]. *Doklady Akademii nauk* [Reports of the Academy of Sciences]. 2004, vol. 399, no. 1, pp. 42–46.

- [13] Ogami Y., Akamatsu T. Viscous flow simulation using the discrete vortex model – the Diffusion Velocity Method. *Computers and Fluids*, 1991, vol. 19 (3/4), pp. 433–441.
- [14] Moreva V.S., Marchevsky I.K. Vortex element method for 2D flow simulation with tangent velocity components on airfoil surface. *ECCOMAS 2012 – 6<sup>th</sup> European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering: Book of proceedings*, Vienna, 2012. 14 p.

Статья поступила в редакцию 25.01.2016

## Информация об авторах

**ДЫННИКОВ Ярослав Алексеевич** (Москва) — младший научный сотрудник лаборатории Аэромеханики и волновой динамики НИИ механики. МГУ им. М.В. Ломоносова (119192, Москва, Мичуринский просп., д. 1, e-mail: yaroslav.dynnikov@gmail.com).

## Information about the authors

**DYNNIKOV Yaroslav Alekseevich** (Moscow) — Junior Researcher, Laboratory of Aeromechanics and Wave Dynamics. Scientific and Research Institute of Mechanics. Lomonosov Moscow State University (119192, Moscow, Russian Federation, Michurinskiy Ave., Bldg. 1, e-mail: yaroslav.dynnikov@gmail.com).



В Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана  
вышел в свет учебник в 2-х томах  
под общей редакцией **В.В. Селиванова**

### «Боеприпасы»

В первом томе в систематизированном виде изложена классификация боеприпасов и средств поражения, описаны характеристики эффективности их действия. Дана классификация осколочных, фугасных и кумулятивных боеприпасов, боеприпасов с направленными потоками поражающих элементов и боеприпасов объемного взрыва, а также подробно рассмотрены конструктивно-схемные решения, процессы функционирования и параметры действия указанных боеприпасов.

Во втором томе приведены характеристики эффективности действия рассмотренных в первом томе видов боеприпасов. Изложены основные понятия, принципы применения оружия нелетального действия. Рассмотрены классификация устройств и принципы действия взрывателей (взрывательных устройств) боеприпасов различного назначения, а также общие сведения о средствах инициации. Описаны конструктивно-схемные решения, процессы функционирования и параметры действия бетонобойных боеприпасов, боеприпасов вспомогательного назначения, а также устройств динамической защиты.

Содержание учебника соответствует курсу лекций, читаемых авторами в МГТУ им. Н. Э. Баумана, а также многочисленным публикациям, посвященным исследованиям и разработкам средств поражения и боеприпасов.

Для студентов и аспирантов технических университетов и машиностроительных вузов, курсантов военных училищ, слушателей и адъюнктов военных академий.

**По вопросам приобретения обращайтесь:**

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.  
Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;  
press@bmstu.ru; www.baumanpress.ru