

УДК 534.1

DOI 10.18698/0536-1044-2016-4-92-104

Чувствительность вынужденных колебаний рамы с несбалансированным ротором к вариациям жесткостей раскрепления

С.В. Аринчев¹, А.С. Федюшкин²

¹ МГТУ им. Н.Э. Баумана, 105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1

² АО «ВПК «НПО машиностроения», 143966, Реутов, Московская область, ул. Гагарина, д. 33

Sensitivity of Forced Vibrations of the Frame with an Unbalanced Rotor to the Variations of Bracing Stiffness

S.V. Arinchev¹, A.S. Fedyushkin²

¹ Bauman Moscow State Technical University, 105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block

² Military Industrial Corporation, Scientific and Production Association of Mechanical Engineering AO VPK
NPO Mashinostroyeniya, 143966, Reutov, Moscow region, Gagarin St., Bldg. 33

@ e-mail: arinchev@inbox.ru

i Большинство работ по роторной динамике посвящено анализу колебаний самого ротора и свойств его опоры. Влияние вращения ротора на колебания упругой конструкции, на которой он установлен, изучено недостаточно. При увеличении частоты вращения ротора даже малый дисбаланс может привести к возникновению недопустимой амплитуды вынужденных колебаний характерной точки конструкции. В статье рассмотрена задача анализа чувствительности амплитуды вынужденных колебаний заданной точки рамы с несбалансированным ротором к вариациям жесткостей раскрепления. Жесткости раскрепления эквивалентны линейным (угловым) интегральным жесткостям сегментов рамы. Как правило, традиционные конечно-элементные пакеты типа MSC.Nastran не позволяют напрямую поставить и решить рассматриваемую задачу анализа чувствительности. Предложено использовать метод сосредоточенных параметров. Рама с ротором заменяется эквивалентной многомассовой моделью. Важной характеристикой модели является матрица податливости, элементы которой, как правило, представляют не в аналитической, а в численной форме. Получены расчетные формулы производных матрицы податливости по вариациям жесткостей раскрепления, не требующие дифференцирования указанной матрицы.

Ключевые слова: дисбаланс ротора, упругая рама, чувствительность вынужденных колебаний, жесткость раскрепления.

i Most of the literature in the rotor dynamics field is focused on the analysis of rotor behavior and rotor support properties. The influence of the rotor on the vibrations of the elastic supporting structure requires further study. As the rotation speed increases, even a small imbalance may cause an impermissible amplitude of forced vibrations of the given structural unit. This article presents the analysis of sensitivity of the forced vibration amplitude of the given unbalanced rotor frame to the bracing stiffness variations. The bracing stiffness is equivalent to the linear (torsional) integral stiffness of the frame segments. Conventional finite element software of the MSC.Nastran type normally does not have the facilities to directly formulate and solve the sensitivity analysis problem, therefore

the lumped parameter method is proposed. The frame with the rotor is replaced by an equivalent multimass model. An important characteristic of the model is the flexibility matrix where the elements are generally not represented analytically but numerically. The authors present calculation formulae of the flexibility matrix derivatives with respect to the bracing stiffness variations. These formulae do not required matrix differentiation.

Keywords: rotor imbalance, elastic frame, forced vibration sensitivity, bracing stiffness.

Большинство работ по роторной динамике посвящено анализу колебаний самого ротора и свойств его опоры [1–8]. Влияние вращения ротора на колебания упругой конструкции, на которой он установлен, изучено недостаточно.

Рассмотрим раму с роторами, приведенную на рис. 1. Рама имеет «колена» и установлена на монтажной плите вибростенда V55 компании Data Physics Corporation. Из двух роторов используется только верхний, причем он не сбалансирован. Нижний ротор рассматривается как сосредоточенная масса. Частота вынужденных колебаний рамы, обусловленных дисбалансом ротора, равна частоте вращения ротора. Проведем анализ чувствительности амплитуды вынужденных колебаний заданной точки (например, «колена») рамы к вариациям жесткостей раскрепления.

Цель работы — исследование изменения иерархии влияния указанных вариаций с увеличением частоты вращения ротора.

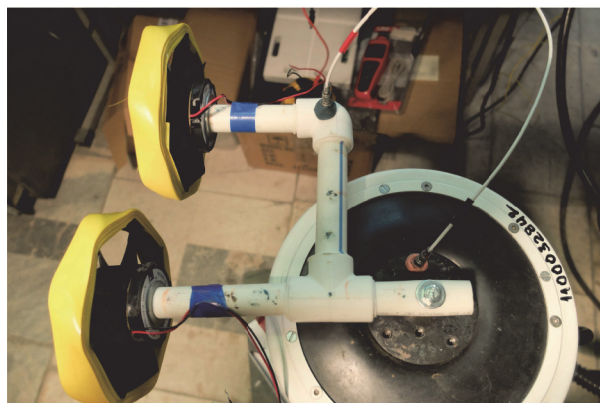


Рис. 1. Рама с ротором, установленная на вибростенде V55

Простейшая гироскопическая модель. Рассмотрим предлагаемую методику анализа чувствительности на примере простейшей гироскопической модели (рис. 2), динамика которой описана в работе [9]. Уравнения динамики рассматриваемой простейшей модели, содержащей

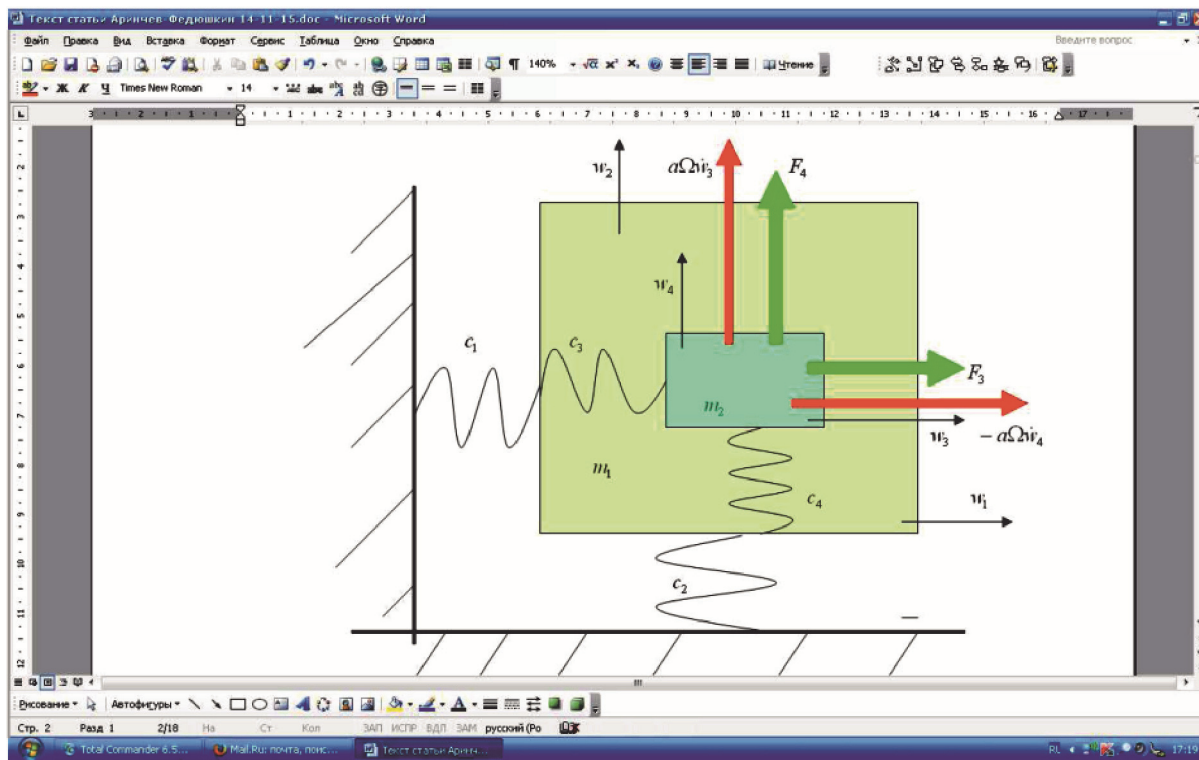


Рис. 2. Простейшая гироскопическая модель

неидеальный гироскопический элемент и совершающей вынужденные гармонические колебания под действием сил инерции, гироскопических сил и центробежных сил, имеют вид

$$w = -GM\dot{w} + a\Omega G^{g^{34}}\dot{w} + \Omega^2 \Delta m_2 G^{c^{34}} e^{i\Omega t}, \quad (1)$$

где $w = \{y_1, y_2, y_3, y_4\}$ — вектор фазовых координат модели; G — симметричная матрица податливости размерностью 4×4 ; M — диагональная матрица масс; a и Ω — коэффициент, выступающий аналогом соответственно момента инерции ротора и угловой скорости собственного вращения ротора; Δm_2 — дисбаланс ротора.

$G^{g^{34}}$ — специальная матрица податливости, составленная из основной матрицы податливости G для учета составляющих гироскопических сил, которые действуют только в каналах 3 и 4. Поэтому столбцы 1 и 2 основной матрицы G обнуляются. Гироскопические силы в каналах 3 и 4 имеют разные знаки. Соответственно, столбцы 3 и 4 матрицы податливости $G^{g^{34}}$ для составляющих гироскопических сил также имеют разные знаки. Гироскопическая сила в 3-м канале вибраций пропорциональна скорости изменения фазовой координаты в 4-м канале вибраций, и наоборот, поэтому столбцы 3 и 4 основной матрицы G следует поменять местами.

$G^{c^{34}}$ — специальный вектор податливостей, составленный из основной матрицы податливости G для учета центробежных сил, являющихся гармоническими вынуждающими силами. Центробежные силы, приложенные к телу массой m_2 , получены в предположении, что вследствие неидеальности ротора тело движется по окружности радиуса Δ с угловой скоростью Ω . В каналах 3 и 4 составляющие центробежной силы изменяются по гармоническому закону и имеют фазовый сдвиг, равный 90° . Поэтому выражения для составляющих центробежной силы F_3 и F_4 (см. рис. 2) в каналах 3 и 4 различаются только наличием мнимой единицы i :

$$F_3 = i\Omega^2 \Delta m_2 e^{i\Omega t}; \quad F_4 = \Omega^2 \Delta m_2 e^{i\Omega t}. \quad (2)$$

Центробежные силы не зависят от фазовых координат, поэтому их можно учесть в совокупности. Для получения искомого вектора податливостей $G^{c^{34}}$ столбец 3 исходной матрицы податливости G , умноженный на мнимую единицу i , складывается со столбцом 4 матрицы G .

Решение уравнения (1) имеет вид

$$w(t) = we^{i\Omega t}. \quad (3)$$

После подстановки, дифференцирования и сокращения на экспоненту получим систему линейных неоднородных уравнений с комплексными коэффициентами:

$$Aw = \Omega^2 \Delta m_2 G^{c^{34}}, \quad (4)$$

где

$$A = E - \Omega^2 GM - ia\Omega^2 G^{g^{34}}, \\ w = A^{-1} \Omega^2 \Delta m_2 G^{c^{34}}. \quad (5)$$

Рассмотрим задачу анализа чувствительности амплитуды вынужденных колебаний простейшей модели к вариациям жесткости раскрепления. Пусть α — вариация жесткости. Функции чувствительности — производные первого порядка по α при $\alpha = 0$. Производные обозначены запятой на месте нижнего индекса. Продифференцируем уравнение (4) по вариации жесткости:

$$(-\Omega^2 G_{,\alpha} M - ia\Omega^2 G^{g^{34}}_{,\alpha})w + Aw_{,\alpha} = \\ = \Omega^2 \Delta m_2 G^{c^{34}}_{,\alpha}. \quad (6)$$

Откуда

$$w_{,\alpha} = A^{-1} [(\Omega^2 G_{,\alpha} M + ia\Omega^2 G^{g^{34}}_{,\alpha})w + \\ + \Omega^2 \Delta m_2 G^{c^{34}}_{,\alpha}]. \quad (7)$$

Полученные коэффициенты чувствительности (иерархия влияния вариаций) зависят от угловой скорости вращения ротора.

Формулы производных матрицы податливости. Из выражения (7) следует, что задача анализа чувствительности вынужденных колебаний к вариациям жесткостей раскрепления сводится к вычислению производных матрицы податливости G по данным вариациям. Как правило, такие матрицы представляют не в аналитической форме, а в численной. В связи с этим в статье предложены формулы их производных, не требующие аналитического дифференцирования.

Рассмотрим жесткости «внешних» упругих элементов, соединяющих одну точку конструкции с неподвижной опорой. Вариации α рассматриваемой жесткости c_j зададим в безразмерном виде в долях от номинального значения: $(1 + \alpha)c_j$. Матрица податливости составлена из смещений расчетных точек под действием единичных нагрузок. Заменим рассматриваемый упругий элемент с варьированной жесткостью эквивалентным соединением исходной пружи-

ны c_j и ее вариации αc_j . Тогда под действием единичных нагрузок в точках крепления пружины возникают дополнительные силы, равные $\alpha c_j G_{kj}(\alpha)$, где $G_{kj}(\alpha)$ — варьирующая матрица податливости $G(\alpha)$, в которой все строки нулевые, кроме одной строки с номером kj , равным номеру расчетной точки, в которой крепится рассматриваемая пружина. Пусть аналитическое представление $G(\alpha)$ отсутствует. Тогда

$$G(\alpha) = G(0)[E - \alpha c_j G_{kj}(\alpha)]. \quad (8)$$

Продифференцировав выражение (8) по α при $\alpha = 0$, получим искомую расчетную формулу производной:

$$G_{,\alpha} = -c_j G(0) G_{kj}(0). \quad (9)$$

Таким образом, для получения производной матрицы податливости по вариации параметра эту матрицу аналитически дифференцировать не нужно.

Рассуждая аналогично и учитывая правила перестановочности операций дифференцирования и выделения строки, получим, например, формулу смешанной производной матрицы податливости по двум вариациям β, γ «внешних» жесткостей c_i и c_j , прикрепленных в расчетных точках k_i и k_j соответственно:

$$G_{,\beta\gamma} = c_i c_j G[(GG_{ki})_{kj} + (GG_{kj})_{ki}], \quad (10)$$

где $G = G(0, 0)$.

Рассмотрим жесткости «внутренних» упругих элементов, соединяющих между собой две точки конструкции. Пусть упругий элемент c_j соединяет расчетные точки $kj1$ и $kj2$, а упругий элемент c_i — расчетные точки $ki1$ и $ki2$. Пусть β, γ — вариации «внутренних» жесткостей c_j и c_i , заданные в безразмерном виде в долях от номинальных значений.

Введем в рассмотрение матричный оператор G_{kjm}^{kjl} с тройным верхним и нижним индексами. Индексы l, m принимают значения 1 или 2. Оператор выполняет следующие функции: извлекает из матрицы податливости G строку с номером kjm , соответствующим номеру одной из расчетных точек, в которой крепится внутренний упругий элемент; полностью обнуляет матрицу податливости; возвращает выделенную строку на место, соответствующее другой расчетной точке с номером kjl . Рассуждая, как и ранее, после двукратного смешанного дифференцирования по вариациям β, γ жесткостей внутренних упругих элементов при $\beta = \gamma = 0$ получим расчетную формулу производной матрицы податливости второго порядка:

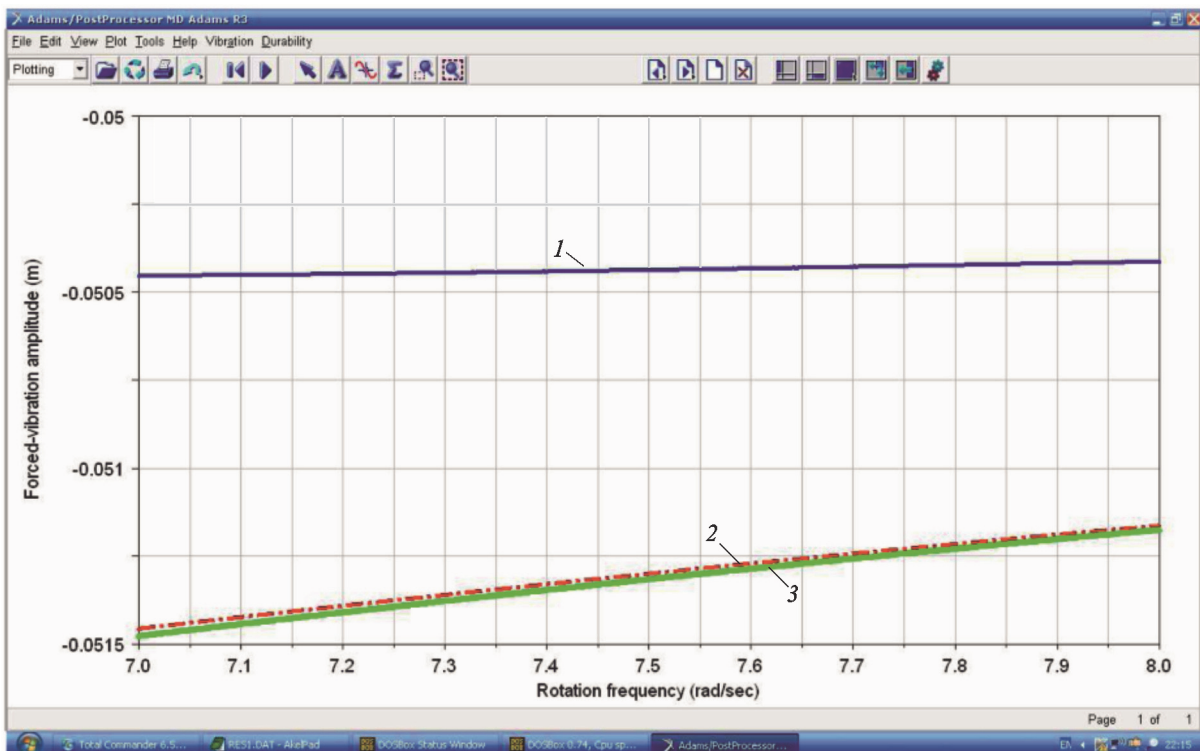


Рис. 3. Сходимость разложения амплитуды вынужденных колебаний по вариации внешней жесткости: 1 — номинальное значение; 2 — аппроксимация 1-го порядка; 3 — 30%-ная вариация

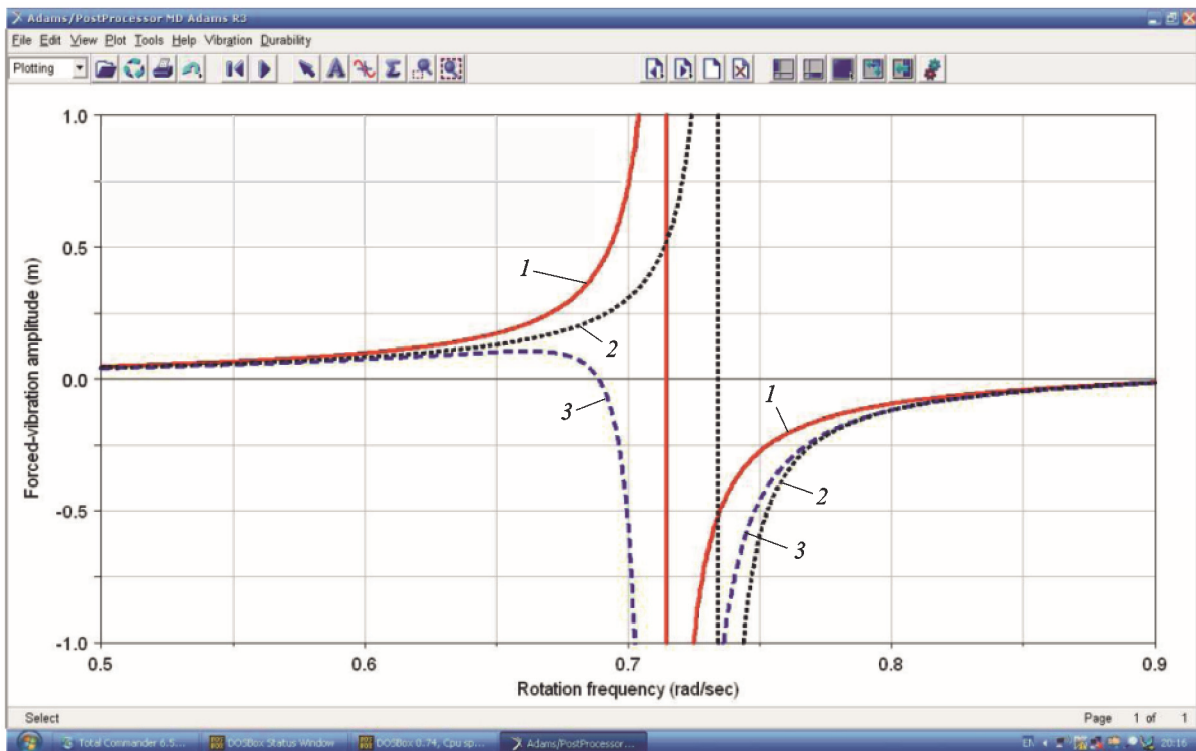


Рис. 4. Нарушение сходимости разложения амплитуды вынужденных колебаний в окрестности резонанса по вариации внешней жесткости:

1 — номинальное значение; 2 — 30%-ная вариация; 3 — аппроксимация 1-го порядка

$$G_{\gamma, \beta \gamma} = -c_j G(G_{kj1}^{kj1} - G_{kj2}^{kj1}) + c_j G(G_{kj1}^{kj2} - G_{kj2}^{kj2}) - \\ - c_i G(G_{ki1}^{ki1} - G_{ki2}^{ki1}) + c_i G(G_{ki1}^{ki2} - G_{ki2}^{ki2}), \quad (11)$$

где $G = G(0, 0)$.

Отметим, что в эту формулу смешанной производной второго порядка входят и производные первого порядка.

На рис. 3 показано изменение амплитуды вынужденных колебаний фазовой координаты $w_1 = y_1$ с увеличением угловой скорости вращения ротора при 30%-ной вариации внешней жесткости c_1 для следующих параметров: $c_1 = 3$ Н/м; $c_2 = 5$ Н/м; $c_3 = 1$ Н/м; $c_4 = 3$ Н/м; $m_1 = m_2 = 1$ кг; $a = 1$ Н·с²/м. Кривая 1 соответствует номинальному значению внешней жесткости, кривая 2 — аппроксимации 1-го порядка для вариации жесткости, вычисленной по формуле (9), кривая 3 — 30%-ной вариации жесткости. Как видно из рис. 3, сходимость разложения вдали от резонансов в интервале значений угловой скорости вращения ротора [7,0, 8,0] достаточно высока.

На рис. 4 показано, что в окрестности резонансов сходимость амплитуды вынужденных колебаний фазовой координаты w_1 нарушается,

затем быстро восстанавливается. Далее было принято, что рабочий режим ротора «отстроен» от резонанса, поэтому сходимость рассматриваемого разложения первого порядка достаточно высока.

Идентификация конечно-элементной модели рамы по результатам частотных испытаний.

Известно, что традиционные конечно-элементные пакеты типа MSC.Nastran изначально не приспособлены для анализа чувствительности моделей к вариациям параметров [10]. Поэтому метод конечных элементов использовал только для вспомогательных вычислений: построения матрицы податливости рамы (см. рис. 1) и определения жесткостей раскрепления.

Для обеспечения достоверности полученных результатов параметры рамы идентифицировали по результатам ее частотных испытаний на вибростенде V55 (см. рис. 1). Сваренные сегменты рамы выполнены из полипропиленовых труб. Роторы, представляющие собой компьютерные кулеры, для повышения момента инерции и увеличения гироскопического момента обмотаны изоляцией. От генератора постоянного тока на ротор подается напряжение 30 В,

соответствующее частоте вращения ротора 3 400 об/мин (56,7 Гц). Два одноосных датчика ускорения устанавливаются на пластилин: управляющий датчик — на монтажную плиту вибростенда, а измерительный — на «колени» модели (см. рис. 1). Расчетная сосредоточенная масса намотанного ротора составляет 0,28 кг, радиус намотки 0,06 м, масса намотки 0,072 кг. Момент инерции ротора, определяемый в основном моментом инерции намотки, вычисляются как момент инерции кольца (относительно оси собственного вращения): $0,072 \cdot 0,06^2 = 2,59 \cdot 10^{-4}$ (кг·м²). Принято, что момент инерции основной части ротора составляет 1/10 момента инерции намотки.

Ротор имеет дисбаланс. Несбалансированность ротора приводит к зашумленности измерительного сигнала. Используемое оборудование позволяет проводить эксперимент, если отношение полезный сигнал/шум не превышает заданной величины. На рис. 5 приведена карта измеренной степени зашумленности измерительного сигнала при установке датчиков на пластилин. Верхнее число на выносной надписи показывает степень зашумленности управляющего датчика (дБ), а нижнее число — измерительного (дБ). Из рис. 5 видно, что чем дальше датчик от ротора, тем он менее зашум-

лен. Вследствие этого измерительный датчик был установлен не на верхней ветви модели, содержащей вращающийся ротор, а на нижней (см. рис. 5, закрашенное поле выносной надписи).

Известно, что вращение ротора связывает колебания в вертикальном и горизонтальном каналах вибраций. В эксперименте использовали одноосные датчики линейных ускорений, измерявшие только вертикальные составляющие ускорений. Поэтому при изучении гироскопического взаимодействия «вертикального» и «горизонтального» тонов колебаний одноосные датчики выявляли только «вертикальный» тон.

На рис. 6 показана расчетная форма тона 8 колебаний рамы с нераскрученным ротором в вертикальной плоскости, а на рис. 7 — экспериментальная амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) рамы с нераскрученным ротором («вертикальный» тон 8 с частотой 88,6 Гц). Все кривые — гладкие (не зашумлены). Фаза контрольного датчика равна нулю, ускорение монтажной платформы постоянно и равно 1g. На рис. 8 показана экспериментальная АЧХ рамы с раскрученным несбалансированным ротором («вертикальный» тон 8 с частотой 92,8 Гц). Все кривые (кроме фазы сигнала контрольного датчика) зашумлены. С увеличением

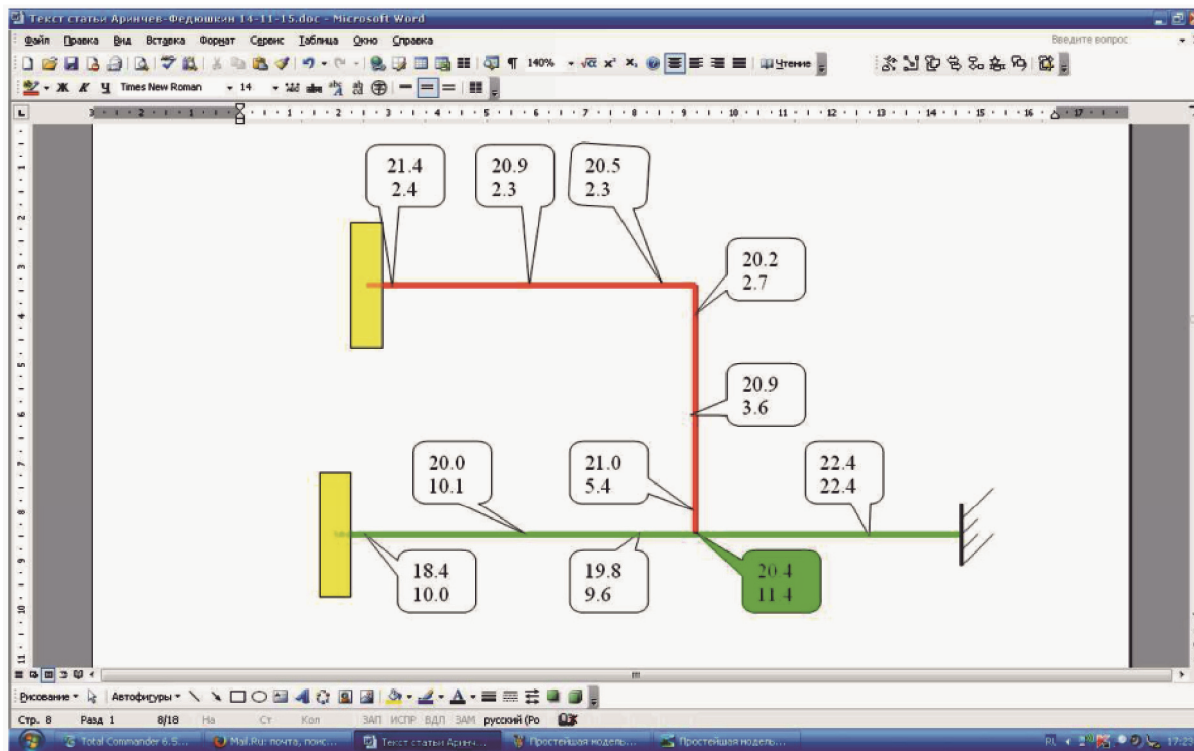


Рис. 5. Карта степени зашумленности измерительных сигналов

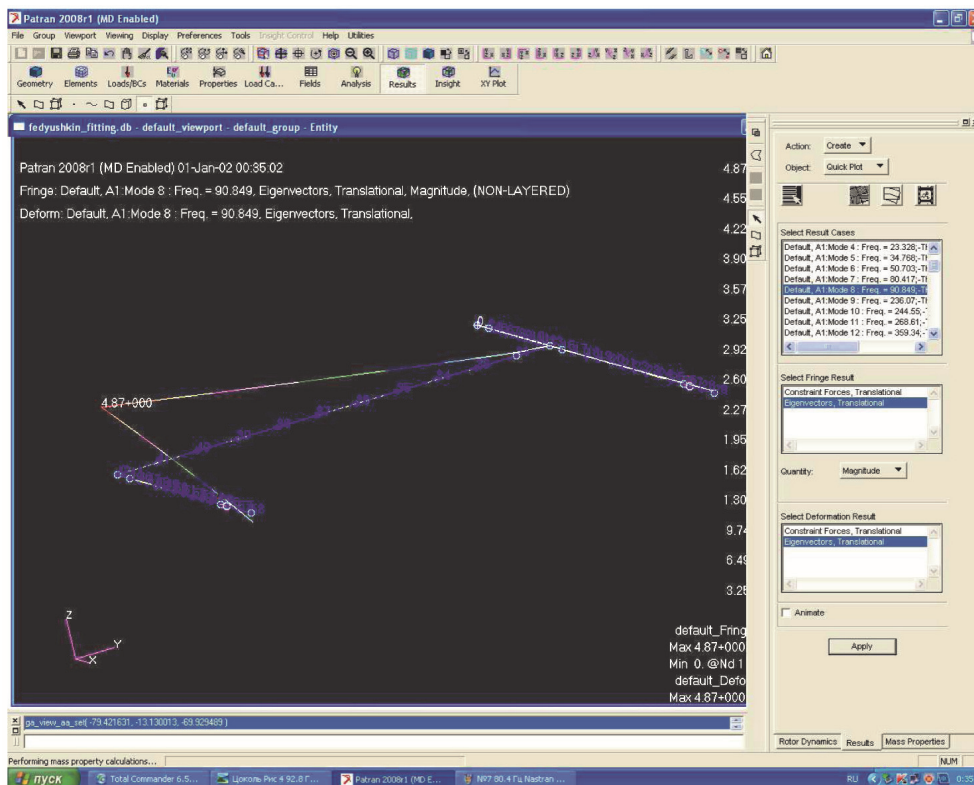


Рис. 6. Конечно-элементная модель рамы с нераскрученным ротором («вертикальный» тон 8 с частотой 90,8 Гц)

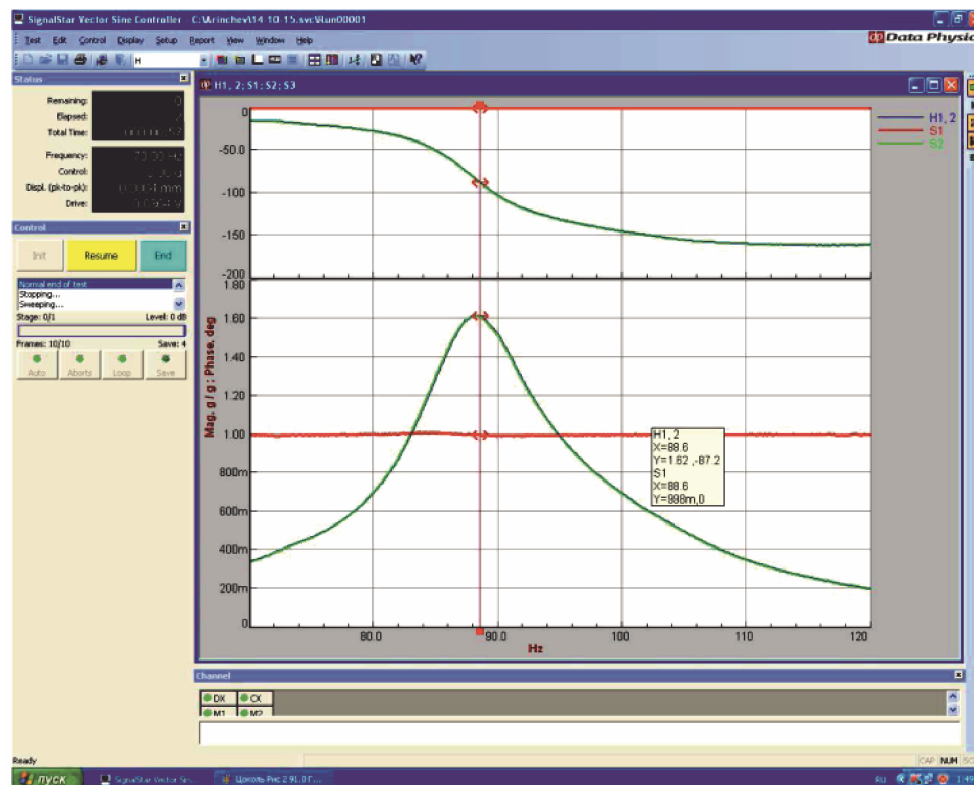


Рис. 7. Экспериментальная АЧХ рамы с нераскрученным ротором («вертикальный» тон 8 с частотой 88,6 Гц)

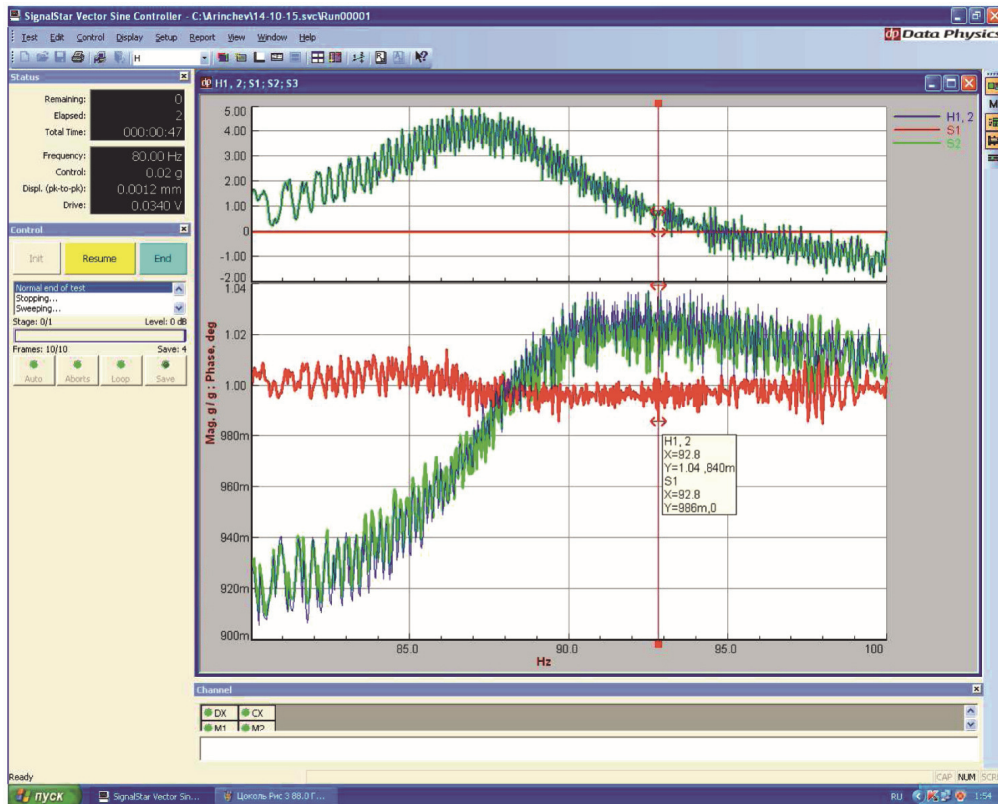


Рис. 8. «Зашумленная» АЧХ рамы с раскрученным ротором («вертикальный» тон 8 с частотой 92,8 Гц)

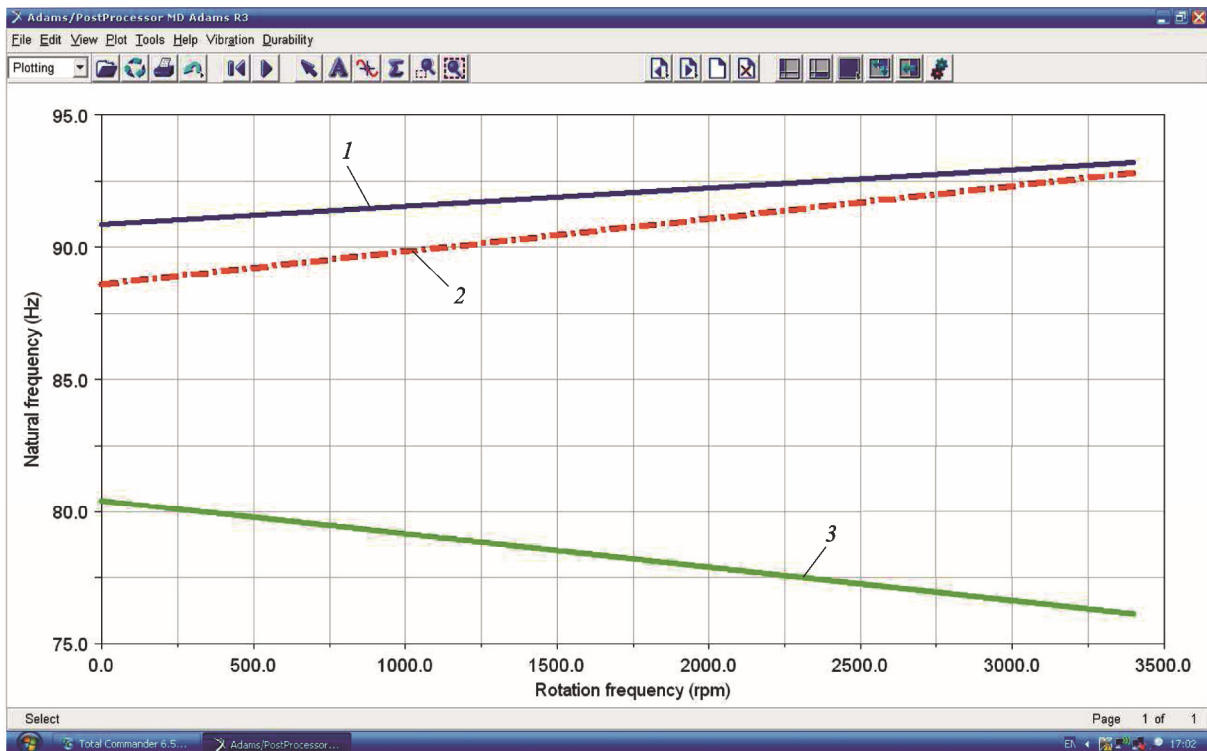


Рис. 9. Зависимости частоты собственных колебаний рамы с ротором от угловой скорости его вращения: 1 — расчетная для тона 8; 2 — экспериментальная для тона 8; 3 — расчетная для тона 7

угловой скорости собственного вращения ротора частота тона 8 рамы растет.

На рис. 9 приведено сравнение результатов расчета частот собственных колебаний рамы с ротором в пакете MSC.Nastran.Rotordynamics и результатов частотных испытаний в виде диаграммы Кэмпбелла. Имеет место гироскопический эффект: в результате взаимодействия двух тонов — 7 и 8 — их частоты «расщепляются». С увеличением угловой скорости вращения ротора частота нижнего тона 7 становится все ниже, частота верхнего тона 8 — все выше. Эксперимент дает аппроксимацию только верхнего «вертикального» тона колебаний. Расхождение результатов расчета и эксперимента не превышает 2,5 %. Для снижения степени зашумленности измерительного сигнала датчики поставлены на пластилин. Поскольку последний снижает измеренную частоту колебаний, экспериментальная кривая оказалась ниже расчетной.

Идентификация модели с сосредоточенными параметрами. Рассматриваемая модель с сосредоточенными параметрами (рис. 10) имеет 4 сосредоточенные массы и $6 \times 4 = 24$ степени свободы. Элементы крепления рамы обозначены стрелками. Линейные и угловые жесткости c_{ij} и k_{ij} — жесткости крепления. Главной

задачей для анализа чувствительности вынужденных колебаний системы с роторами к вариациям жесткостей раскрепления является построение матрицы податливости G (размерностью $24 \times 24 = 576$) с элементами g_{ik} ($i = 1, \dots, 24$, $k = 1, \dots, 24$). Элементы матрицы податливости определяются вектором фазовых координат модели:

$$w = \{x_{13}, y_{13}, z_{13}, x_{28}, y_{28}, z_{28}, x_{42}, y_{42}, z_{42}, x_{57}, y_{57}, z_{57}, \varphi_{13}, \psi_{13}, \vartheta_{13}, \varphi_{28}, \psi_{28}, \vartheta_{28}, \varphi_{42}, \psi_{42}, \vartheta_{42}, \varphi_{57}, \psi_{57}, \vartheta_{57}\}.$$

Элементами этого вектора являются смещения расчетных сечений по осям координат x , y , z и углы поворота расчетных сечений вокруг указанных осей в узлах 13, 28, 42 и 57 конечно-элементной исходной модели рамы (см. рис. 6). Один элемент матрицы податливости g_{ik} соответствует двум элементам вектора фазовых координат w_i и w_k . Например, величина $g_{11,19}$ равна смещению $w_{11} = y_{57}$ узла 57 вдоль оси OY (рис. 11) под действием единичного момента, приложенного по углу $w_{19} = \varphi_{42}$ в узле 42 вокруг оси OX на боковом «колене» рамы. Элементы матрицы податливости вычисляются в среде MSC.Nastran: рассматривают 24 варианта нагружения рамы единичными силовыми факторами. Приведем некоторые полученные характерные значения элементов матрицы по-

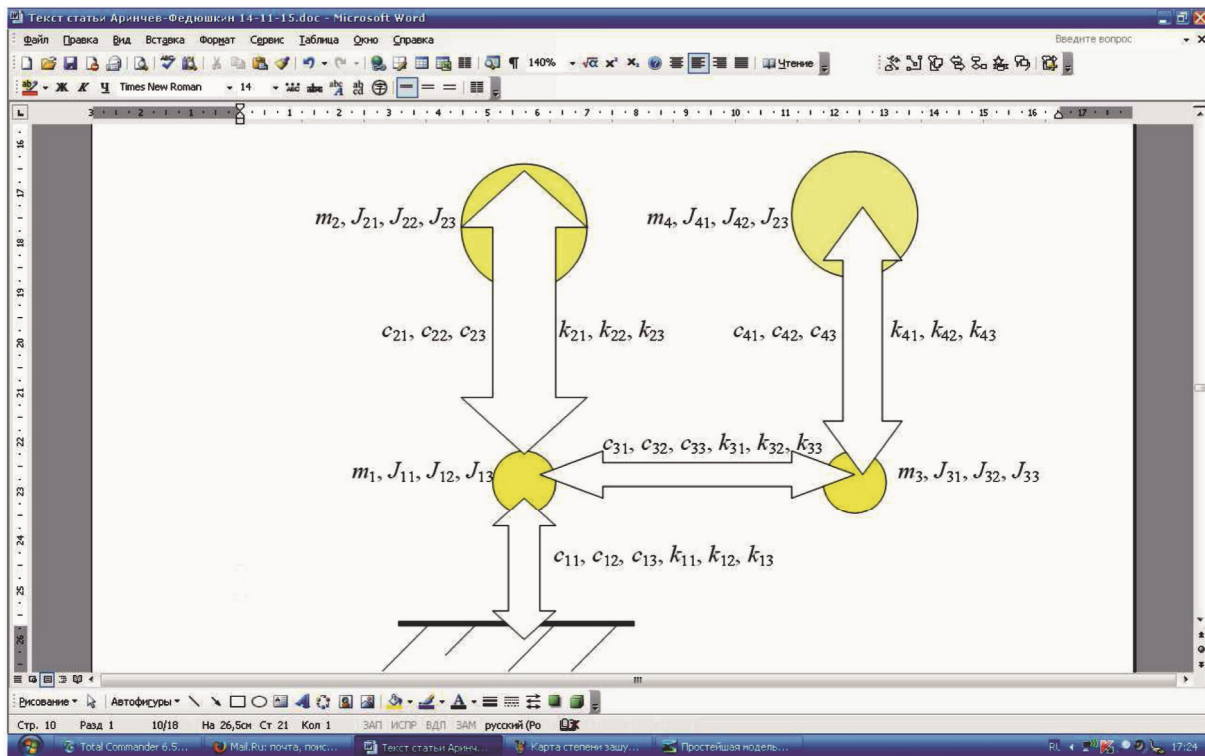


Рис. 10. Модель с сосредоточенными параметрами

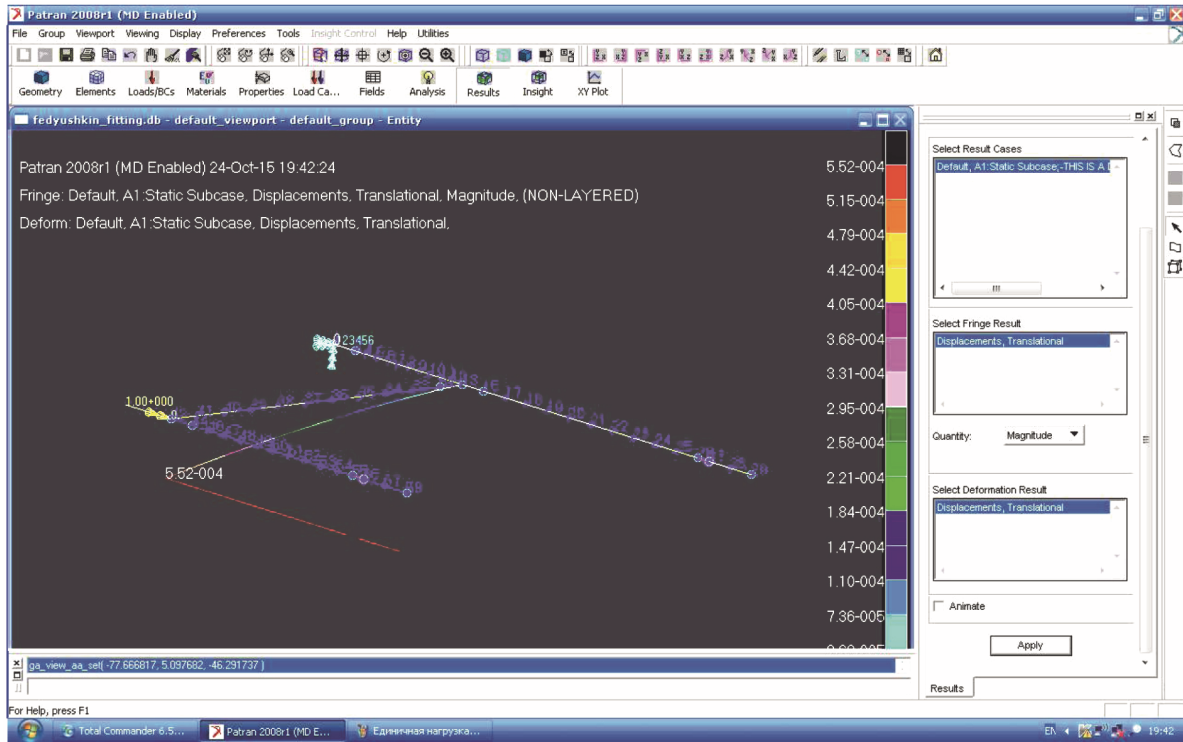


Рис. 11. Нагружение конечно-элементной модели рамы единичным моментом в узле 42 (по углу $w_{19} = \varphi_{42}$) для вычисления столбца матрицы податливости $g_{j,19}$

дательности G : $g_{02,02} = 1,509 \cdot 10^{-6}$ м/Н, $g_{24,02} = 3,412 \cdot 10^{-5}$ рад/Н, а также матрицы масс M : $m_{12,12} = 0,2738$ кг, $m_{24,24} = 1,478 \cdot 10^{-4}$ кг·м².

Сосредоточенные параметры модели, приведенной на рис. 10, идентифицируют сравнением ее собственных частот, полученных путем решения алгебраической задачи

$$w = \omega^2 GMw, \tag{12}$$

с собственными частотами колебаний исходной конечно-элементной модели для остановленного ротора. Результаты сравнения приведены в таблице, откуда следует, что погрешность аппроксимации для первых семи тонов не превышает 1,2 %.

Таким образом, построение модели с сосредоточенными параметрами закончено.

Чувствительность вынужденных колебаний гироскопической модели к вариациям жесткостей раскрепления. Методика анализа чувствительности рассматриваемой модели с сосредоточенными параметрами аналогична методике анализа чувствительности простейшей гироскопической системы (формулы (4)–(7)). Неоднородная система алгебраических уравнений вынужденных колебаний рамы имеет вид

$$Aw = f, \tag{13}$$

где

$$A = E - \Omega^2 GM - i j_x \Omega^2 G g^{2324};$$

$$f = \Omega^2 \Delta m_4 G^{c1112}.$$

Gg^{2324} — специальная матрица податливости для учета гироскопических сил, полученная из матрицы податливости G : первые 22 столбца исходной матрицы обнуляются, а столбцы 23 и 24 меняются местами. У элемен-

Сравнение собственных частот колебаний различных моделей

Но- мер тона	Собственная частота колебаний, рад/с		Погреш- ность, %
	конечно- элементной модели	модели с сосредото- ченными парамет- рами	
1	128,65	128,36	0,22
2	157,85	157,25	0,38
3	245,91	244,64	0,52
4	328,68	327,32	0,41
5	534,46	528,34	1,14
6	538,74	535,22	0,65
7	672,63	672,28	0,052
8	1026,53	992,83	3,28

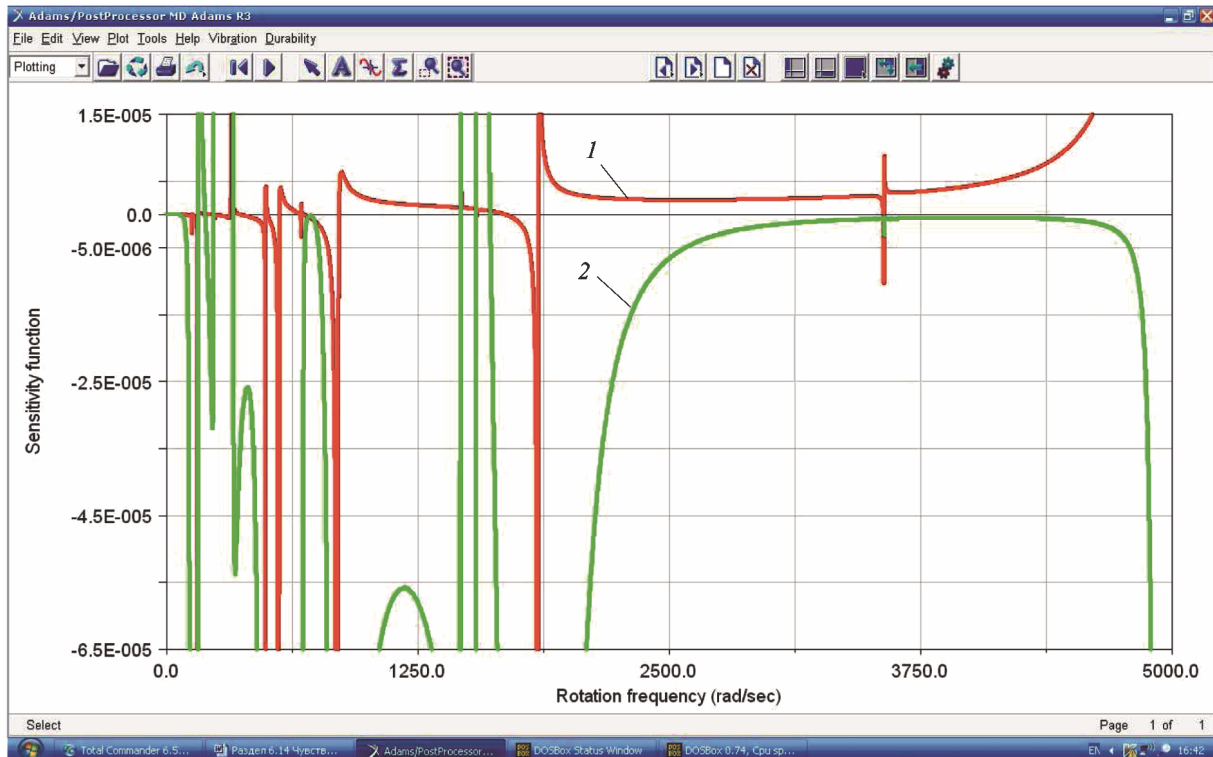


Рис. 12. Функции чувствительности амплитуд $w_{08} = y_{42}$ вынужденных колебаний «колена» рамы к вариациям внутренних линейной (1) и угловой (2) жесткостей его раскрепления

тов столбца 24, передвинутого на место столбца 23, меняются знаки.

G^{c1112} — специальный вектор податливостей для учета составляющих центробежных сил. Данные моногармонические вынуждающие силы работают на фазовых координатах 11 и 12 и имеют фазовый сдвиг 90° , поэтому вектор G^{c1112} — комплексный. Он составлен из столбцов 11 и 12 исходной матрицы податливости G . Элементы столбца 12 дают действительную часть, элементы столбца 11 — мнимую часть. Частота вынуждающей силы совпадает с частотой вращения ротора.

Коэффициенты чувствительности амплитуд вынужденных колебаний модели к вариациям жесткостей раскрепления определяют из неоднородного уравнения чувствительности:

$$Aw_{,\alpha} = f_{\alpha}, \quad (14)$$

где

$$f_{\alpha} = (\Omega^2 G_{,\alpha} M + iJ_x \Omega^2 G^{g2324}_{,\alpha}) w + \Omega^2 \Delta m_4 G^{c1112}_{,\alpha}.$$

Производные исходной матрицы податливости $G_{,\alpha}$, специальной матрицы податливости $G^{g2324}_{,\alpha}$ и специального вектора податливо-

сти $G^{c1112}_{,\alpha}$ по вариациям жесткостей раскрепления вычислены по формулам (9)–(11). Эти формулы не требуют аналитического дифференцирования элементов исходной матрицы G .

На рис. 12 показаны характерные функции чувствительности вынужденных колебаний «колена» рамы к вариациям внутренних линейной (кривая 1) и угловой (кривая 2) жесткостей его раскрепления. Отсюда следует, что иерархия влияния вариаций существенно зависит от угловой скорости вращения ротора.

Выводы

1. Для решения задачи анализа чувствительности использован метод сосредоточенных параметров. Получены формулы производных матрицы податливости по вариациям жесткостей раскрепления, не требующие аналитического дифференцирования.

2. Получены функции чувствительности вынужденных колебаний рамы с несбалансированным ротором к вариациям жесткостей раскрепления. Показано, что иерархия влияния указанных вариаций существенно зависит от угловой скорости вращения ротора.

Литература

- [1] Горошко А.В., Ройзман В.П. Исследование динамики и снижение виброактивности турбонасосного агрегата путем решения обратных задач. *Машиностроение и инженерное образование*, 2014, № 1, с. 29–35.
- [2] ГОСТ ИСО 1940-1-2007. *Вибрация. Требования к качеству балансировки жестких роторов. Ч. 1. Определение допустимого дисбаланса*. Введен 2008-07-01, Москва, Стандартинформ, 2008, 52 с.
- [3] Овчинников И.В., Хомяков А.М. Несущая способность рабочего колеса реактивной турбины. *Вестник Московского авиационного института*, 2010, т. 17, № 3, с. 15.
- [4] Akisanya O.A. *Reaction wheel vibrational force disturbance input to the design of a six-axis multi-configurable hexapod insulator*. Master of Science dissertation. USA, California State University, Long Beach, 2002.
- [5] Леонтьев М.К., Фомина О.Н. Активное управление жесткостью опорных узлов роторов. Конструкция и статический анализ. *Вестник Московского авиационного института*, 2007, т. 14, № 4, с. 17.
- [6] Kamesh D., Pandiyan R., Ashitava Ghosal. Passive vibration isolation of reaction wheel disturbances using a low-frequency flexible space platform. *Journal of sound and vibration*, 2012, vol. 331, pp. 1310–1330.
- [7] Троицкий А.В. *Математические модели и методы анализа чувствительности в задачах оптимизации конструкции роторов*. Дис. ... канд. техн. наук. Москва, 2006, 163 с.
- [8] Темис Ю.М., Темис М.Ю., Егоров А.М. Исследование чувствительности колебаний ротора стационарной ГТУ на подшипниках скольжения к изменению основных параметров системы. *Известия МГТУ «МАМИ»*, 2013, т. 3, № 1 (15), с. 139–147.
- [9] Аринчев С.В. *Теория колебаний неконсервативных систем*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. 464 с.
- [10] Тушев О.Н., Березовский А.В. Чувствительность собственных значений и векторов к вариациям параметров конечно-элементных моделей конструкций. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2007, № 1, с. 35–45.

References

- [1] Goroshko A.V., Roizman V.P. Issledovanie dinamiki i snizhenie vibroaktivnosti turbonasosnogo agregata putem resheniia obratnykh zadach [Study of dynamics and decreasing of vibroactivity of the turbopump assembly by solving the inverse problem]. *Mashinostroenie i inzhenernoe obrazovanie* [Mechanical Engineering and Engineering Education]. 2014, no. 1, pp. 29–35.
- [2] GOST ISO 1940-1-2007. *Vibratsiia. Trebovaniia k kachestvu balansirovki zhestkikh rotorov. Chast' 1. Opredelenie dopustimogo disbalansa* [ISO 1940-1: 2003 Mechanical vibration – Balance quality requirements for rotors in a constant (rigid) state – Part 1: Specification and verification of balance tolerances (IDT)]. Moscow, Standartinform publ., 2007. 52 p.
- [3] Ovchinnikov I.V., Khomiakov A.M. Nesushchaia sposobnost' rabocheho koleasa reaktivnoi turbiny [Bearing capacity of reaction turbine impeller]. *Vestnik Moskovskogo Aviatsionnogo Instituta* [Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo instituta]. 2010, vol. 17, no. 3, p. 15.
- [4] Akisanya O.A. *Reaction wheel vibrational force disturbance input to the design of a six-axis multi-configurable hexapod insulator*. Master of Science dissertation. USA, California State University, Long Beach, 2002.
- [5] Leont'ev M.K., Fomina O.N. Aktivnoe upravlenie zhestkost'iu opornykh uzlov rotorov. Konstruktsiia i staticheskii analiz [An active stiffness control for bearing support of gas-turbine engine rotors. Structure and static analysis]. *Vestnik Moskovskogo Aviatsionnogo Instituta* [Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo instituta]. 2007, vol. 14, no. 4, p. 17.
- [6] Kamesh D., Pandiyan R., Ghosal A. Passive vibration isolation of reaction wheel disturbances using a low-frequency flexible space platform. *Journal of sound and vibration*, 2012, vol. 331, pp. 1310–1330.

- [7] Troitskii A.V. *Matematicheskie modeli i metody analiza chuvstvitel'nosti v zadachakh optimizatsii konstruksii rotorov*. Diss. kand. tekhn. nauk [Mathematical models and methods of sensitivity analysis in optimization problems the construction of rotors. Cand. tech. sci. diss.]. Moscow, Bauman Press, 2006. 163 p.
- [8] Temis Iu.M., Temis M.Iu., Egorov A.M. Issledovanie chuvstvitel'nosti kolebaniy rotora stacionarnoi GTU na podshipnikakh skol'zheniia k izmeneniiu osnovnykh parametrov sistemy [Study of vibration sensitivity of a rotor of stationary gas-turbine unit on slide bearings to change of main settings of the system]. *Izvestiia MGTU MAMI* [Izvestiya MGTU MAMI]. 2013, vol. 3, no. 1(15), pp. 139–147.
- [9] Arinchev S.V. *Teoriia kolebaniy nekonservativnykh sistem* [The theory of fluctuations of non-conservative system]. Moscow, Bauman Press, 2002. 464 p.
- [10] Tushev O.N., Berezovskii A.V. Chuvstvitel'nost' sobstvennykh znachenii i vektorov k variatsiiam parametrov konechno-elementnykh modelei konstruksii [Sensitivity of Eigenvalues and Vectors for Variations of Parameters of Finite Element Models of Construction]. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Mashinostroenie* [Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Ser. Mechanical Engineering]. 2007, no. 1, pp. 35–45.

Статья поступила в редакцию 31.12.2015

Информация об авторах

АРИНЧЕВ Сергей Васильевич (Москва) — доктор технических наук, профессор кафедры «Аэрокосмические системы». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: arinchev@inbox.ru).

ФЕДЮШКИН Андрей Сергеевич (Московская обл.) — начальник отдела предприятия АО «ВПК «НПО машиностроения» (143966, Реутов, Московская область, ул. Гагарина, д. 33).

Information about the authors

ARINCHEV Sergey Vasilievich (Moscow) — Doctor of Science (Eng.), Professor, Department of Aerospace Systems. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: arinchev@inbox.ru).

FEDYUSHKIN Andrey Sergeevich (Moscow region) — Head of Department, Military Industrial Corporation, Scientific and Production Association of Mechanical Engineering AO VPK NPO Mashinostroyeniya (143966, Reutov, Moscow region, Gagarin St., Bldg. 33).