

Транспортное и энергетическое машиностроение

УДК 629.33


DOI 10.18698/0536-1044-2016-8-29-37

Проверка адекватности математической модели криволинейного движения автопоезда

Г.И. Скотников

ООО «Наземные Транспортные Системы», 105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1

Verification of the Mathematical Model of Curvilinear Motion of a Semi-Trailer Truck

G.I. SkotnikovООО Ground Transportation Systems, 105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1 e-mail: skotnikov.g@yandex.ru

i Широкое применение автомобильных поездов в транспортной системе обусловлено их преимуществами, позволяющими существенно улучшить экономические показатели перевозок. Повышение эффективности, качества и безопасности эксплуатации многозвенных транспортных средств определяется улучшением их свойств. Одним из наиболее перспективных способов оценки конструктивных решений, проверки работы систем автоматического управления, направленных на повышение эксплуатационных свойств автопоездов, является математическое моделирование. Однако математическая модель, являясь приближенным описанием объекта моделирования, выраженным с помощью математической символики, требует проверки. В связи с этим проведена проверка адекватности разработанной математической модели криволинейного движения автопоезда путем сравнения результатов натурального эксперимента и численного моделирования. Доказана адекватность разработанной математической модели, а также возможность ее применения для моделирования криволинейного движения автопоездов и оценки их эксплуатационных свойств.

Ключевые слова: автопоезд, многозвенное транспортное средство, имитационное моделирование, математическая модель, экспериментальный заезд, сцепное устройство.

i The widespread use of semi-trailer trucks in the transportation system is due to a number of advantages that can significantly improve the economic performance of transportation. To improve the efficiency, quality and safety of operation of semi-trailer trucks it is necessary to improve their properties. Mathematical modeling is one of the most promising methods for evaluating design solutions and testing the operation of automatic control systems aimed at improving performance properties of semi-trailers. However, the mathematical model being an approximate description of the simulation object expressed by means of mathematical symbols requires validation. In this regard, the developed mathematical model of curvilinear motion of the semi-trailer truck was validated by comparing the results of field and numerical experiments. The developed mathematical model has been proved adequate, and the possibility of using it for

modeling curvilinear motion of semi-trailers to evaluate their operational properties has been confirmed.

Keywords: semi-trailer truck, multi-combination vehicle, simulation, mathematical model, experimental lap, trailer hitch.

При перевозке некоторых видов грузов автомобильные поезда являются более предпочтительными по сравнению с одиночными машинами, что обусловлено следующими специфическими особенностями подвижного состава:

- использование прицепов (полуприцепов) позволяет увеличить грузоподъемность и грузместимость транспортного средства без существенного усложнения его конструкции;
- применение автомобиля с прицепом в некоторых случаях дает возможность получить единый технологический комплекс оборудования;
- некоторые специальные, особенно длиномерные грузы можно перевозить только на автопоездах;
- первоначальная стоимость, а также эксплуатационные затраты на хранение и техническое обслуживание прицепов и полуприцепов значительно меньше, а надежность вследствие отсутствия сложных агрегатов и систем выше, чем у автомобилей с равной грузоподъемностью.

Ввиду указанных преимуществ применение многозвенных транспортных средств позволяет существенно улучшить экономические показатели перевозки грузов автомобильным транспортом. По сравнению с одиночными грузовыми машинами у автопоезда примерно на 60 % выше производительность, на 25...30 % ниже себестоимость перевозок и на 40 % меньше расход горючего [1, 2].

Повышение эффективности, качества и безопасности перевозок напрямую связано с улучшением эксплуатационных свойств автопоездов. Так, безопасность движения подвижного состава в условиях растущих скоростей обеспечивается такими его свойствами, как устойчивость и управляемость. Не менее важна и маневренность, определяющая возможность использования автопоездов в стесненных условиях на дорогах с ограниченной шириной полосы движения, на строительных площадках и складских территориях. Обеспечение данных эксплуатационных свойств достигается внедрением специальных конструктивных решений,

разработанных для тягачей, прицепов и полуприцепов, применением систем автоматического управления многозвенными транспортными средствами и различными вариантами их составления.

Математическое моделирование является наиболее перспективным инструментом, позволяющим выбрать оптимальные решения, а также избежать ошибки на этапе проектирования, что значительно снижает затраты на разработку автопоездов, а также время на их доводку и испытания. Применение математических моделей и проведение вычислительных экспериментов дает возможность создавать системы управления движением многозвенных транспортных средств и проверять их работу в различных условиях эксплуатации.

Одним из требований, предъявляемых к математическим моделям, является их адекватность. Модель считают адекватной, если она отражает исследуемые свойства с приемлемой точностью (под которой понимают количественный показатель, характеризующий степень различия модели и изучаемого явления) [3] и может быть использована для предсказания его поведения.

Цель работы — проверка адекватности разработанной математической модели криволинейного движения двухзвенного автопоезда по недеформируемому опорному основанию.

Описание математической модели. Пространственное движение автопоезда, состоящего из двухосного тягача и одноосного прицепа, рассматривается как движение двух тел, соединенных шарниром (рис. 1). Связь между кинематическими параметрами и внешними возмущениями устанавливается дифференциальными уравнениями.

Система уравнений движения содержит:

- динамические уравнения, описывающие движение тягача и прицепа, полученные на основе закона сохранения количества движения и момента количества движения;

- кинематические уравнения связи угловых и линейных скоростей с угловыми и пространственными координатами, полученные на ос-

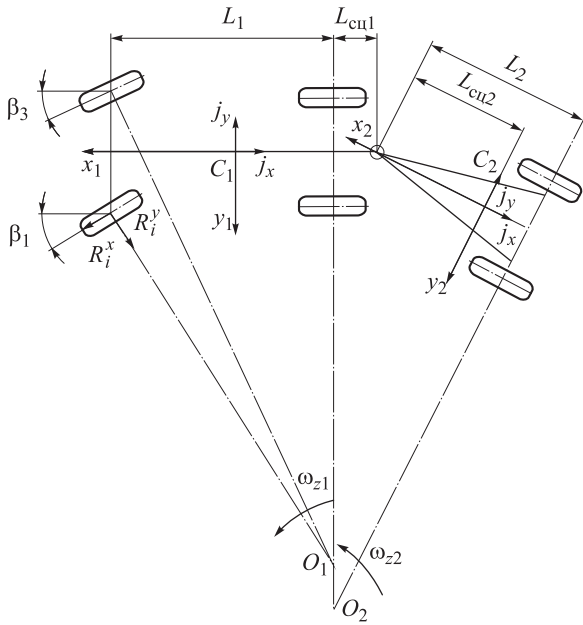


Рис. 1. Схема сил, действующих на автопоезд:
 C1 и C2 — центры масс тягача и прицепа;
 L1 и L2 — колесные базы тягача и прицепа;
 Lcn1 — расстояние от второй оси тягача до сцепного устройства;
 Lcn2 — расстояние от сцепного устройства до центра масс прицепа;
 beta1, beta2, beta3 — углы поворота управляемых колес тягача; omega_z1 и omega_z2 — угловые скорости колес тягача и прицепа; jx и jy — проекции силы инерции на оси подвижной системы координат тягача и прицепа;
 Ri^x, Ri^y — проекции силы взаимодействия i-го колеса с опорной поверхностью на оси системы координат, связанной с колесом

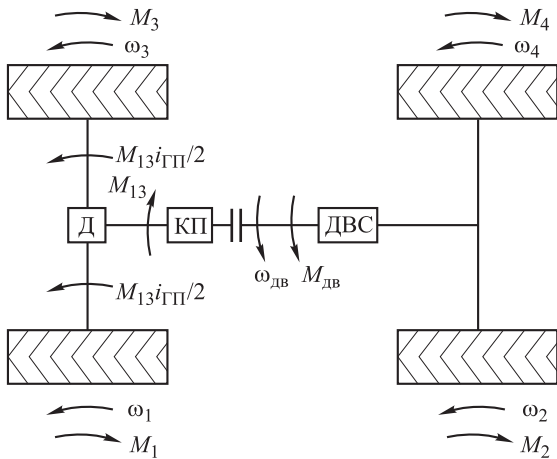


Рис. 2. Расчетная схема трансмиссии

нове уравнений связи между различными координатными системами;

- динамические уравнения движения неподрессоренных масс относительно несущих систем тягача и прицепа.

В математической модели движения автопоезда скорость тягача задается не принудительно изменением координаты центра масс кузова, а

формируется моделированием работы двигателя внутреннего сгорания (ДВС) и процесса взаимодействия ведущих колес с опорным основанием. Это позволяет не только более адекватно представлять движение автопоезда, но и моделировать трогание, разгон, торможение, процессы юза и буксования с учетом характеристик шины и сцепных свойств опорного основания.

Угловые скорости колес определяются из следующей системы дифференциальных уравнений [4, 5], описывающих трансмиссию тягача, схема которой приведена на рис. 2:

$$\begin{cases} J_k \dot{\omega}_1 = \frac{M_{13}}{2} i_{ГП} - M_1; \\ J_k \dot{\omega}_2 = -M_2; \\ J_k \dot{\omega}_3 = \frac{M_{13}}{2} i_{ГП} - M_3; \\ J_k \dot{\omega}_4 = -M_4; \\ \frac{\dot{\omega}_1 + \dot{\omega}_3}{2} i_{ГП} i_{КП} = \dot{\omega}_{дв}; \\ J_{дв} \dot{\omega}_{дв} = h_{др} M_{дв} - \frac{M_{13}}{i_{КП}}, \end{cases}$$

где J_k — момент инерции колеса; $\dot{\omega}_i$ — угловое ускорение вращения i -го колеса; M_{13} — момент сопротивления, приходящий к коленчатому валу ДВС от колес; $i_{ГП}$ — передаточное отношение главной передачи (ГП); M_i — момент сопротивления на i -м колесе; $i_{КП}$ — передаточное отношение включенной передачи в коробке передач (КП); $\dot{\omega}_{дв}$ — угловое ускорение вращения коленчатого вала ДВС; $J_{дв}$ — момент инерции ДВС; $h_{др}$ — задающее воздействие на дроссельную заслонку; $M_{дв}$ — крутящий момент, развиваемый ДВС.

Сцепное устройство является шарниром с тремя степенями свободы, ограничивающим относительные линейные перемещения. Шарнир моделируем как упругодемпфирующую связь, которая описывается следующими уравнениями в проекциях на оси неподвижной системы координат OXYZ (рис. 3) [6–8]:

$$\begin{aligned} F_{1x} &= \Delta x c_x + \Delta \dot{x} k_x; \\ F_{1y} &= \Delta y c_y + \Delta \dot{y} k_y; \\ F_{1z} &= \Delta z c_z + \Delta \dot{z} k_z; \\ F_1 &= -F_2, \end{aligned}$$

где F_1 — сила, действующая на тягач; F_2 — сила, действующая на прицеп; $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ — относительные перемещения в сцепке; $\Delta \dot{x}, \Delta \dot{y}, \Delta \dot{z}$ —

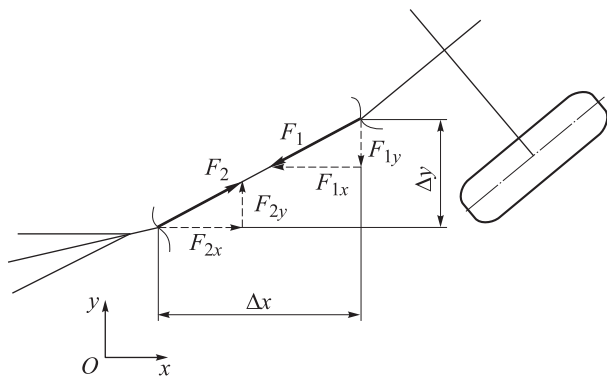


Рис. 3. Расчетная схема для определения сил, действующих в сцепном устройстве

относительные скорости; c_x, c_y, c_z — коэффициенты жесткости шарнира; k_x, k_y, k_z — коэффициенты демпфирования шарнира.

Описание объекта эксперимента. При проведении испытаний в качестве тягача в составе автопоезда использовали автомобиль ВАЗ 21093 и прицеп — одноосный бортовой малой грузоподъемности. Ниже приведены их технические характеристики, где ЦМ — центр масс, СУ — сцепное устройство, ЧВКВ — частота вращения коленчатого вала ДВС.

Технические характеристики тягача

Двигатель:

максимальная мощность, л.с.
(при ЧВКВ, об/мин) 78 (5 400)
максимальный крутящий момент, Н·м
(при ЧВКВ, об/мин) 115 (2 000)

Трансмиссия:

передаточное отношение ГП 3,9
передаточные числа КП: 3,636; 1,95; 1,357;
0,941; 0,784
Колесная база, мм 2 460

Расстояние, мм:

от ЦМ до первой оси 1 123
от ЦМ до СУ 2 037

Колея, мм 1 400

Высота ЦМ, мм 519

Размер шин 175/70/R13

Масса, кг 990

Технические характеристики прицепа

Расстояние, мм:

от ЦМ до СУ 1 700
от ЦМ до оси 400

Высота ЦМ, мм 878

Колея, мм 1 650

Размер шин 6,15-R13

Масса, кг 510

Описание эксперимента. Испытания включали в себя 25 заездов по траекториям, соответствующим ГОСТ 52302–2004, и проводились на дорогах Автополигона (ФГУП НИЦИАМТ НАМИ) с привлечением водителей-испытателей Научно-исследовательского центра по испытаниям и доводке автотехники отделения безопасности автомобилей и использованием современного оборудования и программно-вычислительных комплексов лаборатории управляемости и устойчивости.

Экспериментальные заезды проводились по участкам дорожного полотна с разметкой, соответствующей испытаниям «переставка $S_n = 20$ м» и «поворот $R_n = 35$ м» (рис. 4) [9]. Выполнено 12 заездов по участку «переставка $S_n = 20$ м» с изменением скорости движения от 40 до 53 км/ч (рис. 5) и 13 заездов по участку «поворот $R_n = 35$ м» с изменением скорости движения от 30 до 55 км/ч.

На этапе подготовки эксперимента было

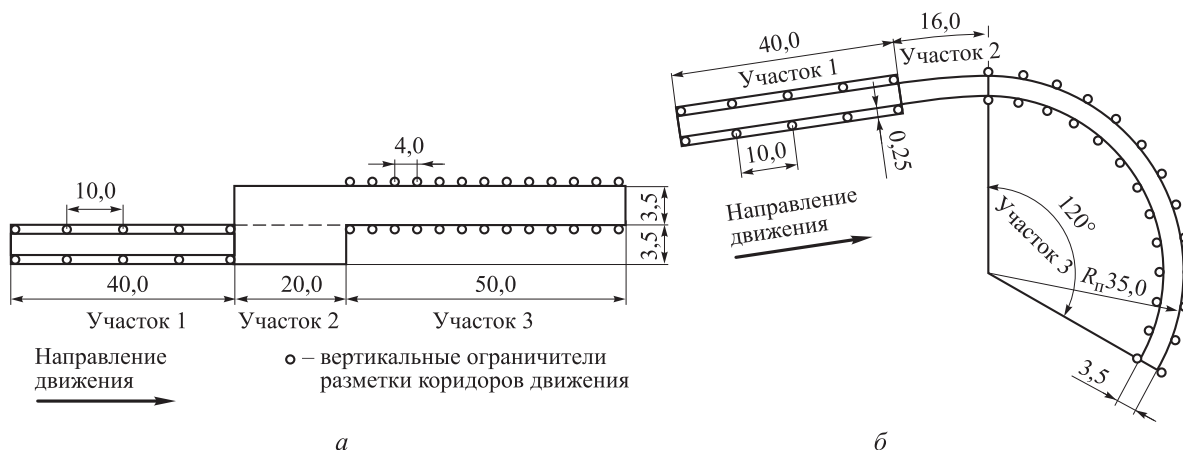


Рис. 4. Разметки участков испытаний (размеры в метрах):
а — «переставка $S_n = 20$ м»; б — «поворот $R_n = 35$ м»



Рис. 5. Проведение экспериментального заезда «переставка $S_n = 20$ м»

проведено взвешивание для определения масс автомобиля и прицепа, распределения вертикальной нагрузки по колесам, а также для определения положения центров масс с учетом веса полезной нагрузки, измерительного оборудования, водителя-испытателя и оператора.

В ходе экспериментальных заездов измеряли и записывали следующие параметры движения автопоезда: скорость движения тягача, линейные ускорения, действующие на тягач и прицеп, угловые скорости кузова тягача и платформы прицепа и угол поворота рулевого колеса. Регистрацию и первичную обработку полученных данных проводили с помощью измерительного комплекса фирмы CORRSYS-DATRON (Германия) [10].

Сравнение экспериментальных параметров и данных, полученных при имитационном моделировании в среде MATLAB/Simulink. Для проверки адекватности математической модели была проведена ее предварительная настройка с учетом экспериментальных данных, включающая в себя следующие операции:

- внесение в файл исходных данных геометрических и массовых параметров автопоезда, задание начальных условий, соответствующих проведенным заездам (начальная скорость движения, соответствующая скорости в момент начала регистрации данных, время и продолжительность переключения передач);
- задание воздействия на дроссельную заслонку для воспроизведения работы водителя-испытателя педалью акселератора;
- пересчет угла поворота рулевого колеса, значение которого регистрировалось в ходе проведения экспериментальных заездов, в углы поворота управляемых колес в соответствии с

передаточным отношением рулевого механизма и рулевого привода;

- пересчет линейных скоростей и ускорений, полученных при моделировании в центре масс тягача и прицепа, для точек с координатами, соответствующими координатам положения датчиков.

На рис. 6–8 представлено сравнение параметров, полученных при моделировании и экспериментальном заезде «переставка $S_n = 20$ м» с начальной скоростью 40 км/ч: скоростей тягача (см. рис. 6, а); ускорений относительно трех осей системы координат, связанной с центрами масс соответственно тягача и прицепа (см. рис. 6, б и 7, а); угловых скоростей тягача и прицепа также относительно осей x, y, z

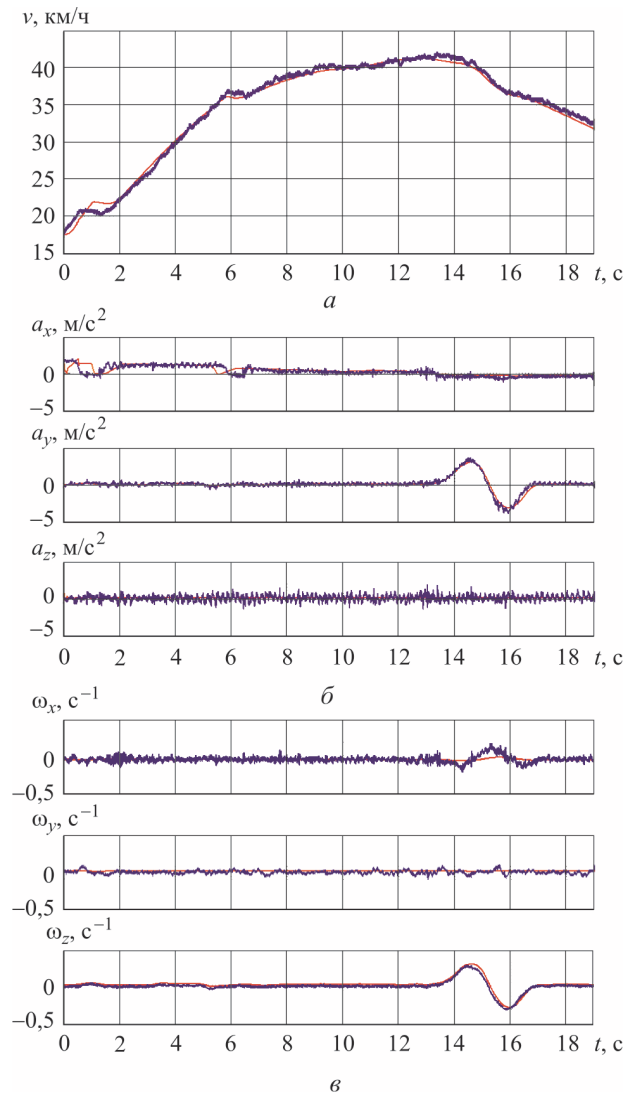


Рис. 6. Зависимости линейных скоростей (а), ускорений (б) и угловых скоростей (в) тягача от времени при испытании «переставка $S_n = 20$ м»:

— моделирование;
— экспериментальный заезд

(см. рис. 6, в и 7, б). На рис. 8 приведены траектории движения тягача (зеленая кривая) и прицепа (синяя кривая), полученные при моделировании.

Сопоставление графиков скоростей тягача,

построенных по данным эксперимента и моделирования (см. рис. 6, а), показывает достаточно точное воспроизведение степени нажатия на педаль акселератора и корректную работу трансмиссии (расхождение значений до 5 %).

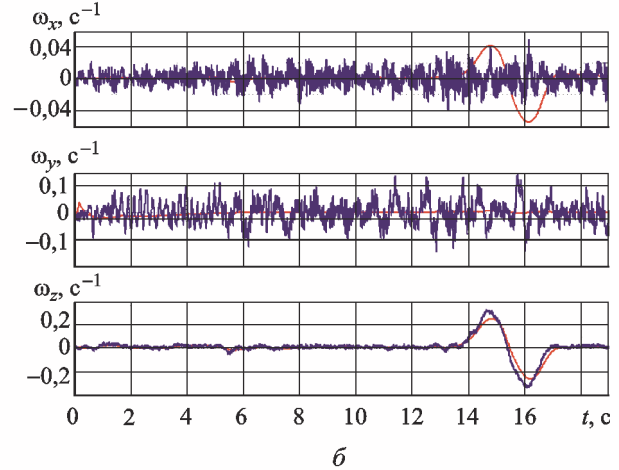
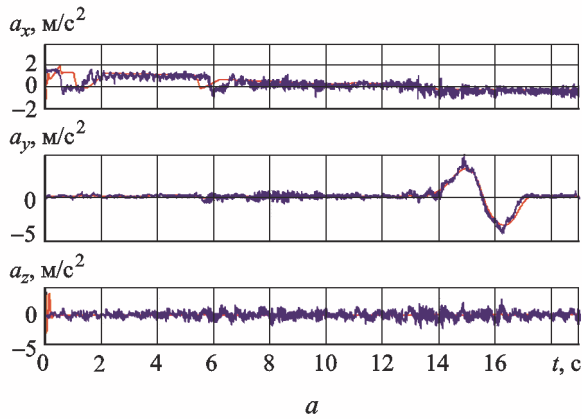


Рис. 7. Зависимости ускорений (а) и угловых скоростей (б) прицепа от времени при испытании «переставка $S_n = 20$ м»:
— моделирование; — экспериментальный заезд

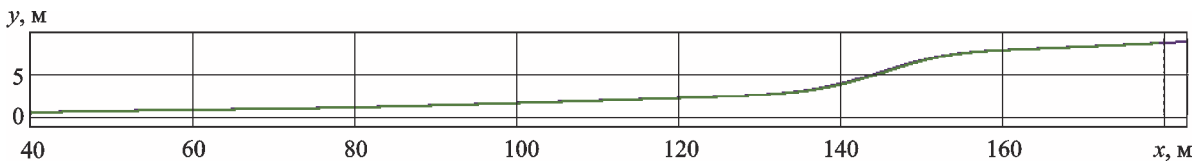


Рис. 8. Траектории тягача и прицепа при моделировании испытания «переставка $S_n = 20$ м»

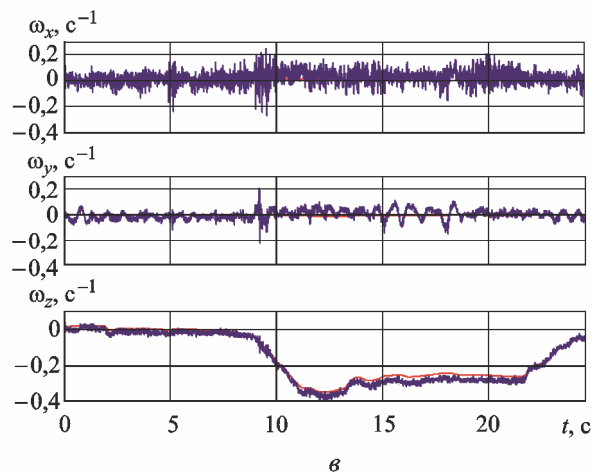
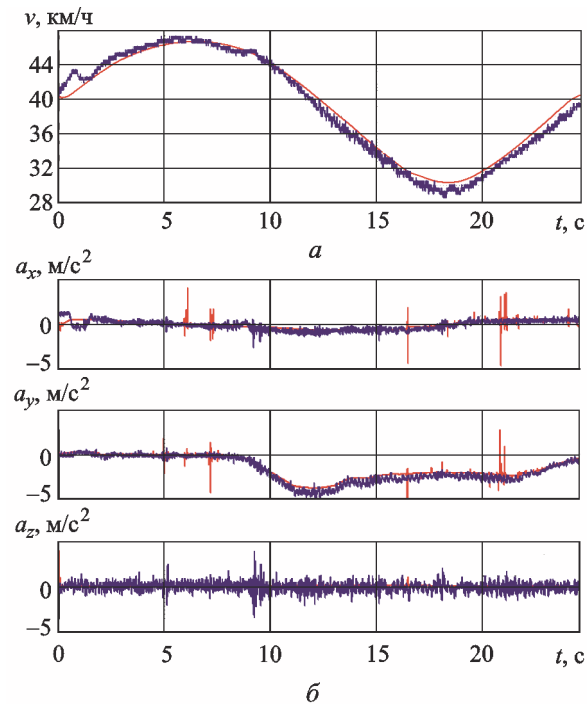


Рис. 9. Зависимости линейных скоростей (а), ускорений (б) и угловых скоростей (в) тягача от времени при испытании «поворот $R_n = 35$ м»:
— моделирование; — экспериментальный заезд

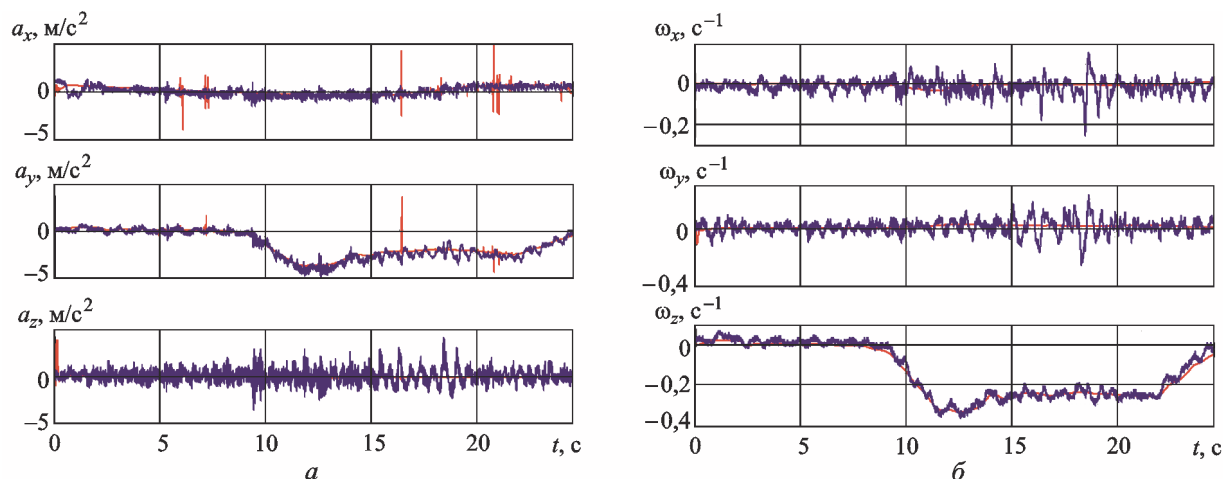


Рис. 10. Зависимости ускорений (а) и угловых скоростей (б) прицепа от времени при испытании «поворот $R_{п} = 35$ м»: — моделирование; — экспериментальный заезд

Полученные при проведении численного эксперимента траектории тягача и прицепа соответствуют разметке, используемой в натурном эксперименте. Расхождение линейных ускорений не превышает 3 %, угловых скоростей — 11 %.

На рис. 9–11 представлено сравнение параметров, полученных при моделировании и экспериментальном заезде «поворот $R_{п} = 35$ м» с начальной скоростью 45 км/ч: скоростей тягача (см. рис. 9, а), ускорений тягача и прицепа (см. рис. 9, б и 10, а), угловых скоростей тягача и прицепа (см. рис. 9, в и 10, б). На рис. 11 приведены траектории движения тягача (зеленая кривая) и прицепа (синяя кривая), полученные при моделировании.

Сравнение параметров движения автопоезда по разметке «поворот $R_{п} = 35$ м», полученных при экспериментальном заезде на полигоне и при численном моделировании, также доказывает адекватность модели. Расхождение линейных скоростей тягача не превышает 5 %, ускорений — 6 %, угловых скоростей — 9 %.

Выводы

1. Разработана математическая модель движения автопоезда, проведен вычислительный эксперимент в среде имитационного моделирования MATLAB/Simulink.

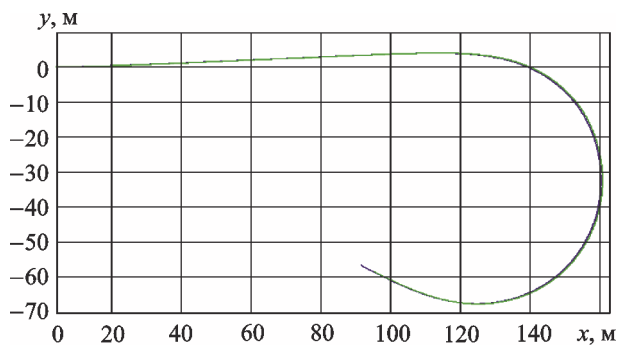


Рис. 11. Траектории тягача (—) и прицепа (—) при моделировании испытания «поворот $R_{п} = 35$ м»

2. Проведены экспериментальные заезды автопоезда по специальным дорогам полигона в целях получения параметров движения и последующего их сравнения с результатами вычислительного эксперимента.

3. Выполнена проверка адекватности математической модели путем сравнения результатов натурного эксперимента и численного моделирования. Показана хорошая сходимость по всем рассмотренным параметрам движения, что свидетельствует об адекватности разработанной математической модели и возможности ее применения для моделирования процессов криволинейного движения автопоездов и оценки их эксплуатационных свойств.

Литература

[1] Павлов В.А., Муханов С.А. *Транспортные прицепы и полуприцепы*. Москва, Воениздат, 1981. 191 с.
 [2] Закин Я.Х. *Маневренность автомобиля и автопоезда*. Москва, Транспорт, 1986. 136 с.

- [3] Жилейкин М.М. *Теоретические основы повышения показателей устойчивости и управляемости колесных машин на базе методов нечеткой логики*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2016. 238 с.
- [4] Ларин В.В. *Теория движения полноприводных колесных машин*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. 391 с.
- [5] Жилейкин М.М., Скотников Г.И. Разработка принципов повышения устойчивости движения многозвенных тракторных поездов. *Тракторы и сельхозмашины*, 2015, № 10, с. 19–23.
- [6] Горелов В.А. Математическое моделирование движения многозвенных колесных транспортных комплексов с учетом особенностей конструкций сцепных устройств. *Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана*, 2012, вып. 2. URL: <http://technomag.edu.ru/doc/343394.html> (дата обращения 7 марта 2016).
- [7] Горелов В.А., Тропин С.Л. Математическая модель криволинейного движения автопоезда по недеформируемому опорному основанию. *Журнал автомобильных инженеров*, 2011, № 5, с. 18–22.
- [8] Шустов А.В., Ганзин С.В., Комаров Ю.Я., Липатов Е.Ю. Математическое моделирование движения малотоннажного автопоезда по участку дороги со случайным профилем. *Известия Волгоградского государственного технического университета*, 2011, т. 4, № 12, с. 64–68.
- [9] РД 37.052.029–86 *Номенклатура и технические данные дорог и сооружений Центрального научно-исследовательского автомобильного полигона*.
- [10] Дзюценидзе Т.Д., Кабанин П.А., Козловская М.А. *Устойчивость движения трехосного грузового автомобиля малой размерности в зависимости от конструктивных параметров*. Москва, ООО «НИИКА», 2013. 136 с.

References

- [1] Pavlov V.A., Mukhanov S.A. *Transportnye pritsepy i polupritsepy* [Transport trailers and semi-trailers]. Moscow, Voenizdat publ., 1981. 191 p.
- [2] Zakin Ia.Kh. *Manevrennost' avtomobilia i avtopoezda* [The maneuverability of the vehicle and road train]. Moscow, Transport publ., 1986. 136 p.
- [3] Zhileikin M.M. *Teoreticheskie osnovy povysheniia pokazatelei ustoychivosti i upravliaemosti kolesnykh mashin na baze metodov nechetkoi logiki* [The theoretical basis for improving sustainability performance, and manageability-wheeled vehicles on the basis of fuzzy logic techniques]. Moscow, Bauman Press, 2016. 238 p.
- [4] Larin V.V. *Teoriia dvizheniia polnoprivodnykh kolesnykh mashin* [The theory of motion-wheel drive wheeled vehicles]. Moscow, Bauman Press, 2010. 391 p.
- [5] Zhileikin M.M., Skotnikov G.I. *Razrabotka printsipov povysheniia ustoychivosti dvizheniia mnogozvennykh traktornykh poezdov* [Development of principles for improvement of motion stability of multi-unit tractor trains]. *Traktory i sel'khozmashiny* [Tractors and agricultural machinery]. 2015, no. 10, pp. 19–23.
- [6] Gorelov V.A. *Matematicheskoe modelirovanie dvizheniia mnogozvennykh kolesnykh transportnykh kompleksov s uchetom osobennostei konstruksii stsepykh ustroystv* [Mathematical motion simulation of multi-link wheeled transport complexes subject to coupling devices]. *Nauka i obrazovanie. MGTU im. N.E. Bauman* [Science and Education. Bauman MSTU]. 2012, is. 2. Available at: <http://technomag.edu.ru/doc/343394.html> (accessed 7 March 2016).
- [7] Gorelov V.A., Tropin S.L. *Matematicheskaya model' krivoliniinogo dvizheniia avtopoezda po nedeformiruемому опорному osnovaniyu* [Mathematical model of curvilinear motion of trains on deformable support base]. *Zhurnal avtomobil'nykh inzhenerov* [Zurnal AAI]. 2011, no. 5, pp. 18–22.
- [8] Shustov A.V., Ganzin S.V., Komarov Iu.Ia., Lipatov E.Iu. *Matematicheskoe modelirovanie dvizheniia malotonnazhnogo avtopoezda po uchastku dorogi so sluchainym profilom* [Mathematical modeling of motion of small-tonnage trains on the section of road with random profile]. *Izvestiia Volgogradskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Izvestia VSTU]. 2011, vol. 4, no. 12, pp. 64–68.

- [9] RD 37.052.029-86 *Nomenklatura i tekhnicheskie dannye dorog i sooruzhenii Tsentral'nogo nauchno-issledovatel'skogo avtomobil'nogo poligona* [RD 37.052.029–86 Nomenclature and specifications of roads and construction of the Central Scientific Research Automobile landfill].
- [10] Dzotsenidze T.D., Kabanin P.A., Kozlovskaja M.A. *Ustoichivost' dvizheniya trekhosnogo gruzovogo avtomobilia maloi razmernosti v zavisimosti ot konstruktivnykh parametrov* [Stability of the motion of small dimension triaxial truck depending on the design parameters]. Moscow, ООО «НИКА» publ., 2013. 136 p.

Статья поступила в редакцию 22.04.2016

Информация об авторе

СКОТНИКОВ Глеб Игоревич (Москва) — инженер. ООО «Наземные Транспортные Системы» (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: skotnikov.g@yandex.ru).

Information about the author

SKOTNIKOV Gleb Igorevich (Moscow) — Engineer. ООО Ground Transportation Systems (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: skotnikov.g@yandex.ru).



В Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана
вышло в свет учебное пособие
В.С. Зарубина, Г.Н. Кувыркина, И.В. Станкевича
**«Математические модели
прикладной механики»**

Изложены основы построения и анализа математических моделей механических систем, идейное ядро которых составляют математические модели стержней, пластинок и оболочек, что позволяет строить адекватные математические модели в виде совокупности соотношений, достаточно полно и точно отражающих свойства и поведение сложных конструктивных элементов современного технологического оборудования и машиностроения. Содержание учебного пособия соответствует курсам лекций, читаемых в МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Для студентов старших курсов, изучающих такие дисциплины, как «Механика деформируемого твердого тела», «Теория упругости и пластичности», «Динамика и прочность машин», «Сопротивление материалов», «Теория оболочек», «Строительная механика конструкций», и аспирантов математических, физических, естественнонаучных кафедр университетов и технических вузов. Может быть полезно научным сотрудникам и инженерам, занятым в области математического моделирования сложных процессов механического деформирования.

По вопросам приобретения обращайтесь:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.
Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;
press@bmstu.ru; www.baumanpress.ru