УДК 621.311.016.35 DOI 10.18698/0536-1044-2017-7-20-27

Расчет надежности фундаментов машин и механизмов с периодическими нагрузками по критерию амплитуды колебаний

В.С. Уткин

ФГБОУ ВО «Вологодский государственный университет», 160000, Вологда, Российская Федерация, ул. Ленина, 15

A Reliability Analysis of the Foundations of Machines and Mechanisms under Periodic Loads by the Criterion of Oscillation Amplitude

V.S. Utkin

Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education: Vologda State University, 160000, Vologda, Russian Federation, Lenin St., Bldg. 15

e-mail: UtkinVoGTU@mail.ru, pgs-vgu@mail.ru

Рассмотрены методы оценки качества надежности фундаментов машин и механизмов с периодическими нагрузками по критерию амплитуды колебаний при разном объеме и недостаточной исходной статистической информации о контролируемых параметрах в математических моделях предельных состояний на стадии монтажа и эксплуатации. Контролируемые параметры в математической модели предельного состояния описаны вероятностными, возможностными и комбинированными методами в зависимости от полноты (неполноты) статистической информации о них. При полной статистической информации о параметрах (случайных величинах) в математических моделях предельных состояний используют вероятностно-статистические методы расчета надежности с описанием параметров функциями распределения вероятностей и получают однозначную вероятностную оценку уровня надежности. При ограниченной (неполной) статистической информации о параметрах (нечетких переменных) применяют возможностные методы расчета надежности, по которым она характеризуется интервалом вероятностей, где известны только его границы, т. е. результат расчета этим методом менее информативный. При наличии параметров как с полной, так и с ограниченной статистической информацией используют комбинированные методы расчета надежности, выбор которых зависит от вида информации. Благодаря описанию одних параметров вероятностными методами, а других возможностными можно уменьшить диапазон расчетного интервала надежности, например фундамента, и повысить информативность результатов вычислений, что позволит более объективно принять то или иное решение.

Ключевые слова: надежность фундамента машины, амплитуда колебаний, случайная величина, нечеткая переменная, возможность отказа, безотказная работа

The article describes methods of reliability analysis of the foundations of machines and mechanisms under periodic loads with regard to the criterion of oscillation amplitude. These methods take into account the varying volume and quality of initial statistical information about the controlled parameters in mathematical models of limit states at the stages of installation and operation. The controlled parameters in the mathematical model of the limit state are described by probabilistic, possibilistic and combined methods depending on the completeness (or incompleteness) of statistical information. With full statistical information about the parameters (random values) in mathematical models of limit states, probabilistic statistical methods are used for calculating reliability, with the description of parameters by probability distribution functions. As a result, a single-value probability estimate of the level of reliability of the foundation is obtained. With limited (incomplete) statistical information about the parameters (fuzzy variables), possibilistic methods of reliability calculations are used, according to which reliability is characterized by an interval of probabilities where only the boundaries of the interval are known, i.e. the result of the calculations is less informative. When dealing with parameters with both full and limited statistical information, combined methods are used for calculating reliability. The choice of the methods depends on the type of the information available. Due to the fact that some parameters can be described by probabilistic methods, while others by possibilistic ones, it is possible to reduce the range of the calculated reliability interval, for example that of the foundation, and to increase the information value of the calculation results, which will allow the designer to make decisions more objectively.

Keywords: reliability of a machine foundation, oscillation amplitude, random value, fuzzy variable, possibility of failure, failure-free operation

Согласно своду правил СП 26.13330.2012, при эксплуатации фундаментов машин с динамическими нагрузками должны быть предусмотрены решения, обеспечивающие надежность, долговечность и экономичность фундаментов, а техническое состояние фундаментов и машин должно гарантировать безопасность эксплуатации машин и всей системы, а также безопасность людей, окружающей среды, зданий и сооружений. Кроме того, от состояния фундамента зависит качество выпускаемой продукции в процессе работы машины.

К машинам с периодическими нагрузками относятся машины с вращающимися частями, кривошипно-шатунными механизмами, дробилки и др. Одной из мер качества фундамента и машины является их надежность, под которой в соответствии со стандартом [1], введенном в марте 2017 г., понимается «свойство объекта сохранять во времени способность выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, хранения и транспортирования». Существуют и другие, близкие к приведенному, определения надежности, представленные в работах [2, 3] и в ГОСТ Р 54257–2010.

Надежность фундамента машины определяется по контролируемым параметрам фундамента, грунта, окружающих зданий и сооружений (СП 26.13330. 2012) в зависимости от требуемой точности и влияния этих параметров на работу фундамента и машины. Для расчета надежности механической системы или ее элементов необходима статистическая информация о контролируемых параметрах, об их предельных значениях (ограничениях) и об их зависимости (независимости) от каких-либо факторов.

Для представления взаимодействия элементов системы применяют структурные схемы или графы. Одним из показателей надежности любой механической системы или ее элемента является вероятность безотказной работы по тому или иному критерию работоспособности, которым для фундамента машины может быть амплитуда колебаний.

В предлагаемой статье будем рассматривать надежность фундамента машины именно по этому критерию. Актуальность обозначенной проблемы возрастает в связи с развитием высокоточных технологических процессов на предприятиях, изготавливающих сверхточные изделия (такие как микропроцессоры, устройства на основе интегральных схем, линзы и телескопы с высоким качеством поверхности, приборы типа микроскопов, профилографов, голографических установок и т. д.), а также с развитием высокоточных научных исследований, требующих контроля за амплитудой колебаний, вызванных различными причинами (даже двигающимися транспортными средствами вдали от исследуемого объекта) [4]. Неслучайно в последнее время проводятся теоретические и экспериментальные работы по измерениям амплитуд колебаний, разработке приборов для виброзащиты [5] и способов измерения и контроля параметров колебаний фундаментов и машин.

Постановка проблемы. Для расчета надежности по СП 26.13330.2012 «допускается использование вероятностных методов в теории надежности». Для вероятностно-статистических методов расчета надежности как машин, так и фундаментов исходные данные должны собираться в необходимом объеме в зависимости от их изменчивости. Нередко объем статистической информации оказывается недостаточным, и результаты расчета, полученные вероятностными методами, могут быть некорректными из-за необходимости вводить необоснованные предположения о видах функций распределения случайных величин, значениях их параметров и т. д. Однако это небезопасно, и последствия непредсказуемы.

На стадии монтажа и эксплуатации ограниченность статистической информации о контролируемых параметрах часто вызвана отсутствием соответствующей службы, системы мониторинга, а при аварийных ситуациях природного и техногенного происхождения — отсутствием времени на выявление результатов их воздействия на механические системы и изменения в технологических процессах.

Цель работы — применение в таких случаях других методов расчета надежности [6, 7 и др.], появившихся в последнее время и используемых при ограниченных объемах статистических данных о контролируемых параметрах в расчетных моделях предельных состояний фундаментов машин и механизмов.

Предлагаемые решения. Рассмотрим варианты методов расчета надежности при ограниченной статистической информации о контролируемых параметрах применительно к фундаментам и машинам с периодическими динамическими нагрузками по одному из критериев работоспособности — амплитуде колебаний. Математическая модель предельного состояния амплитуды колебаний по СП 26.13330.2012 (с учетом изменчивости параметров, отмеченных волнистой линией над буквами) имеет следующий вид:

$$\tilde{a}_{h,\Psi} = \tilde{a}_x + \tilde{a}_\Psi \tilde{l}_\delta \le a_u, \qquad (1)$$

где $\tilde{a}_x$ — контролируемая амплитуда горизонтальных колебаний центра тяжести верхней фундаментной плиты (опорной платформы на ригелях рамы); $\tilde{a}_\Psi$ — контролируемая амплитуда вращательных колебаний верхней фундаментной плиты относительно вертикальной оси, проходящей через ее центр тяжести; $\tilde{l}_\delta$ — измеренное расстояние от центра тяжести верхней плиты опорной платформы фундамента до оси наиболее удаленного подшипника машины; a_u — предельное значение амплитуды колебаний фундамента, значение которой регламентировано сводом правил СП 26.13330.2012 или устанавливается заданием на стадии проектирования. В связи с этим a_u в дальнейшем принимаем детерминированной величиной.

Расчет надежности рамных, стенчатых и других фундаментов машин проводят по модели (1). Для измерения амплитуд колебаний $\tilde{a}_x$ и $\tilde{a}_\Psi$ применяют различные приборы. Так, в последнее время амплитуду, фазу и частоту собственных и вынужденных колебаний измеряют с помощью приборов, описанных в работах [8, 9 и др.].

Представим выражение (1) в виде $\tilde{a}_x \le a_u - \tilde{a}_\Psi \tilde{l}_\delta$ или $\tilde{a}_x \le \tilde{a}_y$, где $\tilde{a}_y = a_u - \tilde{a}_\Psi \tilde{l}_\delta$. Приведем формулу модели (1) к обобщенному виду:

$$X \le Y, \qquad (2)$$

где $X = \tilde{a}_x$; $Y = a_u - \tilde{a}_\Psi \tilde{l}_\delta$. Параметры X и Y содержат разные случайные величины, но приведены к одной физической природе (иначе их нельзя сопоставлять).

Рассмотрим варианты полноты (неполноты) описания контролируемых параметров и методы их использования при расчете надежности фундамента машины по критерию (2).

В работе [10] отмечено, что вероятность, с одной стороны, и пара возможность–необходимость — с другой, соответствуют двум крайним, а значит, идеальным случаям. На практике встречается и промежуточная ситуация, которая также будет представлена ниже.

Вариант 1. Математическая модель предельного состояния для расчета надежности фундаментов имеет вид критерия (2), только в выражении $Y = a_u - \tilde{a}_\psi l_\delta$ расстояние l_δ принято детерминированной величиной, в предположении малой ее изменчивости при измерениях. Объем информации о параметрах $\tilde{a}_x$ и $\tilde{a}_\psi$ ограничен. Из априорной или апостериорной информации не удается выявить функции распределения вероятностей случайных величин $\tilde{a}_x$ и $\tilde{a}_y$. Число измерений $\tilde{a}_x$ и $\tilde{a}_y$ мало, например, $n < 5$. Оценить среднее значение и меру изменчивости $\tilde{a}_x$ и $\tilde{a}_\psi$ вероятностно-статистическими методами практически можно, но с большой долей неопределенности из-за ограниченности информации. В такой ситуации для расчета надежности целесообразно использовать метод, построенный на основе теории возможностей [6, 7, 10]. По этой теории находится возможность события $X = x$, где X — случайная величина (нечеткая переменная в терминах теории возможностей), а x — значение случайной величины. Согласно работе [6], X характеризуется (описывается) функцией распределения возможностей $\pi_X(x)$, в качестве которой наибольшее применение получила функция [6, 7 и др.]

$$\pi_X(x) = \exp\left[-\left(\frac{x - a_x}{b_x}\right)^2\right], \qquad (3)$$

где $a_x = 0,5(X_{\max} + X_{\min})$ — условное «среднее»; $X_{\max}$ и $X_{\min}$ — максимальное и минимальное значение случайной величины; $b_x = 0,5(X_{\max} - X_{\min})/\sqrt{-\ln\alpha}$, $\alpha \in \{0, 1\}$.

Значением α задаются в зависимости от числа измерений, ответственности фундамента и всей системы от технического состояния фундамента и других факторов, описанных в работе [11]. Такой же функцией распределения возможностей будем описывать нечеткую переменную Y.

Главным различием между вероятностью и возможностью [10] является то, что вероятность P некоторого события полностью определяется вероятностью Q противоположного события, т. е. $P = 1 - Q$, а возможность (или необходимость) некоторого события A и возможность (необходимость) противоположного ему события связаны слабее, т. е. для этого требуются два числа $\pi(A)$ и $N(A)$, где $N(A)$ — мера необходимости события A.

Предварительно по результатам испытаний (измерений) найдем минимальное $X_{\min}$ и максимальное $X_{\max}$ значения нечеткой переменной X и параметры a_X, b_X. Затем определим минимальное $Y_{\min}$ и максимальное $Y_{\max}$ значения нечеткой переменной Y и параметры a_Y, b_Y, по которым сформируем функции распределения возможностей вида (3) для $\pi_X(x)$ и $\pi_Y(y)$. На рис. 1 показаны эти функции при $X < Y$.

Если $a_X < a_Y$, что соответствует функционирующему объекту и его фундаменту, то возможность безотказной работы фундамента по критерию (1) $R = 1$. Возможность отказа Q определяется из функции $\pi_X(x)$ по выражению (3) при $x = x_*$ или из функции $\pi_Y(y)$ при $y = x_*$, как показано на рис. 1. Для этого предварительно находят значение x_* из решения

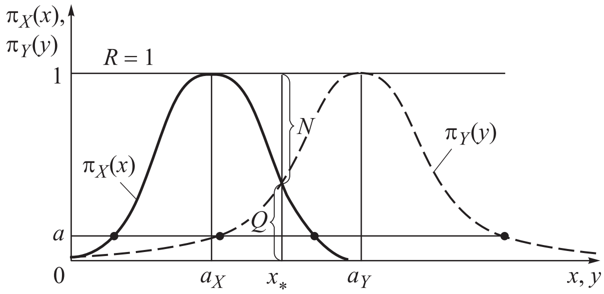

Рис. 1. Функции распределения возможностей $\pi_X(x)$ и $\pi_Y(y)$

уравнения $\pi_X(x_*) = \pi_Y(x_*)$ при соблюдении условия $a_X \le x_* \le a_Y$.

Пусть известны $a_X = 0,5(X_{\max} + X_{\min})$, $b_X = 0,5(X_{\max} - X_{\min})/\sqrt{-\ln\alpha}$, $a_Y = 0,5(Y_{\max} + Y_{\min})$, $b_Y = 0,5(Y_{\max} - Y_{\min})/\sqrt{-\ln\alpha}$ при одинаковых значениях α, тогда имеем

$$\left|\frac{x_* - a_X}{b_X}\right| = \left|\frac{x_* - a_Y}{b_Y}\right|.$$

Отсюда определяют значение x_*, которое как было отмечено ранее, должно удовлетворять условию $a_X < x_* < a_Y$, а затем — возможность отказа

$$Q = \exp\left[-\left(\frac{x_* - a_X}{b_X}\right)^2\right]$$

или

$$Q = \exp\left[-\left(\frac{x_* - a_Y}{b_Y}\right)^2\right]$$

и $N = 1 - Q$ (см. рис. 1). Таким образом, надежность фундамента машины по критерию (1) будет характеризоваться интервалом $[N, R = 1]$.

Пример. Пусть известны $a_x = 1$ мм; $b_x =$ = 0,3 мм; $a_y = 2$ мм; $b_y = 0,2$ мм. Как видно, $a_x < a_y$, поэтому $R = 1$.

Из равенства $\pi_X(x_*) = \pi_Y(x_*)$ или

$$\left|\frac{x_* - 1}{0,3}\right| = \left|\frac{x_* - 2}{0,2}\right|$$

имеем четыре корня. По условию $a_X \le x_* \le a_Y$ выбираем из них $x_* = 1,6$ мм.

$$Q = \exp\left[-\left(\frac{1,6 - 1,0}{0,3}\right)^2\right] = 0,018,$$

отсюда $N = 0,982$. Надежность фундамента по критерию (1) характеризуется интервалом $[0,982; 1]$.

Вариант 2. В расчетной модели $\tilde{a}_x + \tilde{a}_\Psi \tilde{l}_6 \le a_u$ все параметры, кроме a_u, являются нечеткими переменными и описываются функциями распределения возможностей вида (3). В этом случае используем принцип обобщения Л. Заде из теории нечетких множеств [12] по следующему алгоритму. Сформируем нечеткую переменную $\tilde{a}_x = X$, $\tilde{a}_\Psi = Y$, $\tilde{l}_\delta = Z$ с одинаковым уровнем среза α в виде

$$T(t) = X + YZ \le a_u. \qquad (4)$$

Функция $T(t)$ будет характеризоваться неизвестной по форме функцией распределения возможностей $\pi_T(t)$, но по аналогии с $\pi_X(x)$, содержит a_t, b_t, левую и правую ветви.

Предварительно из выражения (3) найдем обратную функцию $x = a_x \pm b_x\sqrt{-\ln \pi_x(x)}$ или $x = a_x \pm b_x\sqrt{-\ln \alpha_*}$, где $\pi_x(x) = \alpha_*$. Аналогично определим $y = a_y \pm b_y\sqrt{-\ln \alpha_*}$, $z = a_z \pm b_z\sqrt{-\ln \alpha_*}$. По принципу обобщения Л. Заде из нечетной функции (4) определим обратную функцию через обратные функции нечетких аргументов.

Для левой (возрастающей) ветви $\pi_T(t)$ имеем

$$t_{\text{лев}} = \left(a_x - b_x\sqrt{-\ln \alpha_*}\right) +$$
$$+ \left(a_y - b_y\sqrt{-\ln \alpha_*}\right)\left(a_z - b_z\sqrt{-\ln \alpha_*}\right). \qquad (5')$$

Перед параметрами b_x, b_y, b_z стоит знак минус. Это означает, что функция $T(t)$ увеличивается с ростом нечеткого аргумента.

Для правой ветви $\pi_T(t)$ получим

$$t_{\text{пр}} = \left(a_x + b_x\sqrt{-\ln \alpha_*}\right) +$$
$$+ \left(a_y + b_y\sqrt{-\ln \alpha_*}\right)\left(a_z + b_z\sqrt{-\ln \alpha_*}\right). \qquad (5'')$$

Перед параметрами b_x, b_y, b_z, наоборот, стоит знак плюс.

В дальнейшем для краткости обозначим $\sqrt{-\ln \alpha_*} = \beta$. Предварительно найдем из формул (5′) или (5″), «среднее» значение a_t при $\alpha_* = \pi_T(t) = 1$ по средним значениям нечетких переменных X, Y, Z. Имеем $a_t = a_x + a_y a_z$. При $a_t \le a_u$ с учетом выражения (4) будем проводить анализ по правой ветви функции $\pi_T(t)$, т. е. по соотношению (5″), и использовать равенство из выражения (4) $t = a_u$ по наибольшей обеспеченности надежности фундамента (при $t < a_u$ расчетная надежность будет больше):

$$t_{\text{пр}} = \left(a_x + b_x\beta\right) + \left(a_y + b_y\beta\right)\left(a_z + b_z\beta\right) = a_u. \qquad (6)$$

Из формулы (6) найдем $\beta_{\min}$ (по абсолютному значению) и из $\sqrt{-\ln \alpha_*} = |\beta_i|_{\min}$ — значение $\alpha_* = e^{-\beta^2_{\min}}$. Тогда с учетом $\alpha_* = Q$ имеем $Q = e^{-\beta^2_{\min}}$. При $a_t \le a_u$ возможность безотказной работы фундамента по критерию (1) $R = 1$, а возможность отказа $Q = \pi_T(t = a_u) = e^{-\beta^2_{\min}}$ и $N = 1 - Q$. Надежность фундамента характеризуется интервалом $[N, R]$ или в вероятностных показателях $[\underline{P}, \overline{P}]$, где $\underline{P}$ и $\overline{P}$ — нижнее и верхнее значение вероятности отказа.

Пример. Пусть известны значения $a_x = 1$ мм; $b_x = 0{,}3$ мм; $a_y = 1\cdot 10^{-3}$ рад; $b_y = 5\cdot 10^{-4}$ рад; $a_z = 500$ мм; $b_z = 50$ мм; $a_u = 2{,}5$ мм. Поскольку $a_t = a_x + a_y a_z = 1{,}5$ мм меньше $a_u = 2{,}5$ мм, $R = 1$. Подставив в формулу (6) исходные значения параметров, найдем

$$t = (1 + 0{,}3\beta) + (10^{-3} + 10^{-4}\beta)(500 + 50\beta) = 2{,}5.$$

Решив это уравнение, получим $\beta_{\min} = 2{,}4$ и $Q = e^{-2{,}4^2} = 0{,}0032$. Следовательно, $N = 0{,}9968$. Надежность характеризуется интервалом [0,9968; 1].

Вариант 3. В результате измерений $\tilde{a}_x$ и $\tilde{a}_\psi$ (при детерминированном значении l_δ) представим, что объем и точность получаемых результатов позволяют определить средние значения $\overline{a}_x$ и $l_\delta\overline{a}_\psi = \overline{a}_y$ и средние квадратические отклонения S_x и $S_y = l_\delta S_\psi$, но не позволяют по объему информации о $\tilde{a}_x$ и $\tilde{a}_\psi$ выявить функции распределений X и Y для вероятностных методов расчета. Измерение l_δ показало малую изменчивость результатов, поэтому l_δ принята детерминированной величиной. При такой статистической информации о средних значениях $\tilde{a}_x$ и $l_\delta\tilde{a}_\psi = \tilde{a}_y$ для их описания используем функцию распределения, построенную на основе неравенства Чебышева [13, 14], аналитические выражения которой для случайной величины X (при обозначении $\tilde{a}_x = X$) представлены в виде нижней $\underline{F}_X(x)$ и верхней $\overline{F}_X(x)$ граничных функций распределения, а графический вид — на рис. 2.

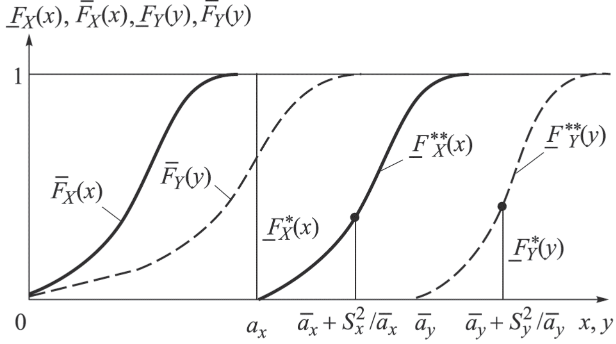

Рис. 2. Граничные функции распределения (по Чебышеву) $\overline{F}_X(x)$, $\overline{F}_Y(y)$,

$\underline{F}_X(x) = \underline{F}^*_X(x) + \underline{F}^{**}_X(x)$, $\underline{F}_Y(y) = \underline{F}^*_Y(y) + \underline{F}^{**}_Y(y)$

Нижняя и верхняя граничные функции для случайной величины X определяются следующими образом:

$$\left.\begin{aligned} &\underline{F}_X(x)=\begin{cases}\underline{F}_X^{*}(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<\overline{a}_x;\\ 1-\dfrac{\overline{a}_x}{x} & \text{при } \overline{a}_x\le x\le \overline{a}_x+\dfrac{S_X^2}{\overline{a}_x};\end{cases}\\ \underline{F}_X^{**}(x)=\dfrac{\left(x_x-\overline{a}_x\right)^2}{\left(x_x-\overline{a}_x\right)^2}+S_x^2 \text{ при } x>\overline{a}_x+\dfrac{S_X^2}{\overline{a}_x};\end{cases}\\ &\overline{F}_X(x)=\begin{cases}\dfrac{S_X^2}{\left(\overline{a}_X-x\right)^2}+S_X^2 \text{ при } x<\overline{a}_x;\\ 1 \qquad \text{при } x\ge \overline{a}_x.\end{cases}\end{aligned}\right\} \quad (7)$$

Условные функции плотностей распределения вероятностей (границ) $\underline{f}_X(x)$ и $\overline{f}_X(x)$ находят дифференцированием функций $\underline{F}_X(x)$ и $\overline{F}_X(x)$ по аргументу x.

Условие (1) запишем в виде $\tilde{a}_x \le a_u - \tilde{a}_\psi l_\delta$. Обозначим $a_x = X$ и $(a_u - \tilde{a}_\psi l_\delta) = Y$. Случайная величина Y также будет характеризоваться функцией распределения вида (7) со статистическим математическим ожиданием $m_y = \overline{Y} = a_u - \overline{a}_\psi l_\delta$ и среднеквадратическим отклонением $S_y = l_\delta S_\psi$. На рис. 2 показаны функции $\overline{F}_X(x)$, $\overline{F}_Y(y)$, $\underline{F}_X(x)$ и $\underline{F}_Y(y)$ с учетом того, что в условиях работоспособности фундамента $m_y > 0$ и $\overline{a}_x < \overline{a}_y = m_y$.

Из рис. 2 видно, что

$$\underline{Q} = \int_{\overline{a}_x}^{\infty} \overline{f}_X(x)\underline{F}_Y(x)dx = 0.$$

Поскольку при $\overline{a}_y > \overline{a}_x$ и $x > \overline{a}_x$, получим $\overline{F}_X(x) = 1$ и $\overline{f}_X(x) = 0$. Также имеем

$$\overline{Q} = \int_{\overline{a}_x}^{\overline{a}_x + S_X^2/\overline{a}_x} \underline{f}_X(x)\overline{F}_Y^{*}(x)dx + \int_{\overline{a}_x + S_X^2/\overline{a}_x}^{\infty} \underline{f}_X(x)\overline{F}_Y^{**}(x)dx$$

или в развернутом виде

$$\overline{Q} = \int_{\overline{a}_x}^{\overline{a}_x + S_X^2/\overline{a}_x} \frac{\overline{a}_x}{x^2}\left[\frac{S_y^2}{\left(\overline{a}_y - x\right)^2 + S_y^2}\right]dx + \int_{\overline{a}_x + S_X^2/\overline{a}_x}^{\infty} \frac{2\left(x-\overline{a}_x\right)S_x^2}{\left[\left(\overline{a}_x - x\right)^2 + S_x^2\right]^2}\left[\frac{S_y^2}{\left(\overline{a}_y - x\right)^2 + S_y^2}\right]dx. \quad (8)$$

Следовательно, вероятности безотказной работы фундамента $\underline{P} = 1 - \overline{Q}$; $\overline{P} = 1 - \underline{Q}$. Надежность фундамента по критерию амплитуды колебаний будет характеризоваться интервалом $[\underline{P}, \overline{P}]$.

Пример. Пусть известны $\overline{a}_x = 1$ мм; $\overline{a}_y = a_u - l_\delta \overline{a}_\psi = 1{,}5$ мм; $S_x = 0{,}1$ мм; $S_y = 0{,}1$ мм. Используя формулу (8) и компьютерную программу, найдем $\overline{Q} = 3{,}6225 \cdot 10^{-2}$. Отсюда $\underline{P} = 0{,}964$, $\overline{P} = 1$ или [0,964; 1].

Вариант 4. Рассмотрим вариант ситуации с исходной информацией, в которой все параметры в расчетной модели (1) случайные величины (a_u — детерминированная величина).

Запишем выражение (1) в виде

$$\tilde{a}_\psi \tilde{l}_\delta \le a_u - \tilde{a}_x \ \text{ или } \ YZ \le X \quad (9)$$

($\tilde{a}_\psi = Y$; $a_u - \tilde{a}_x = X$).

Будем рассматривать ситуацию, в которой информация о параметрах Y и Z полная и позволяет провести их анализ вероятностно-статистическим методом. Пусть Y и Z изменяются по нормальному (гауссовскому) распределению с функциями плотности вероятности вида

$$f_Y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}S_y} e^{-(y-m_y)^2/(2S_y^2)}.$$

Число измерений X позволяет определить лишь среднее значение a_x с достаточным уровнем доверительной вероятности и дисперсию $D_x = S_x^2$. При такой информации случайная величина X описывается функциями распределения (7). Опустив математические выкладки описания расчетных формул для оценки надежности фундамента машины по условию (9), приведем их в окончательном виде

$$\left.\begin{aligned} &\underline{P} = \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}S_y} e^{-\frac{(y-m_y)^2}{2S_y^2}} \left(\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}S_x} e^{-\frac{\left[(z+m_z y)-m_x\right]^2}{2S_x^2}} \times \frac{\left[m_z - (z+m_z y)/y\right]^2}{\left[m_z - (z+m_z y)/y\right]^2 + S_z^2} dz\right) dy;\\ &\overline{P} = \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}S_y} e^{-\frac{(y-m_y)^2}{2S_y^2}} \left(\int_{m_z y}^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}S_x} e^{-\frac{(m_x-x)^2}{2S_x^2}} dx\right) dy.\end{aligned}\right\} \quad (10)$$

Пример. Пусть известны $m_x = 0{,}1$ мм; $S_x = 0{,}01$ мм; $m_y = 10^{-4}$ рад; $S_y = 10^{-5}$ рад; $m_z = 500$ мм; $S_z = 50$ мм. Решив уравнения (10) с помощью компьютерной программы, получим $\underline{P} = 0{,}98741$, $\overline{P} = 1$. Представим, что $S_z = 25$ мм (увеличение точности измерений l_δ), тогда $\underline{P} = 0{,}99679$, т. е. надежность повысилась.

Выводы

1. Представлены новые методы расчетов надежности фундаментов машин по критерию амплитуды колебаний при ограниченной (неполной) статистической информации о контролируемых параметрах, при которых вероятностно-статистические методы расчетов надежности становятся некорректными.

2. Приведены расчетные формулы и примеры вычислений на их основе для оценки надежности фундаментов машин на стадии их монтажа и эксплуатации по амплитуде колебаний при различной полноте (неполноте) информации о случайных величинах применительно к математическим моделям предельных состояний, которые помогут выполнить требования свода правил СП 26.13330.2012 по обеспечению надежности фундаментов машин.

3. Материал статьи может быть использован для расчета надежности по амплитуде колебаний или по другим критериям работоспособности механических систем.

Литература

[1] ГОСТ 27.002–2015. *Надежность в технике. Термины и определения*. Введен 2017–03–01. Москва, Стандартинформ, 2016. 24 с.

[2] Болотин В.В., Нефедов С.В., Чирков В.П. *Надежность в технике. Методология расчетного прогнозирования показателей надежности. Методы теории вероятностей*. Москва, МНТК «Надежность машин», 1993. 172 с.

[3] Труханов В.М. *Методы обеспечения надежности изделий машиностроения*. Москва, Машиностроение, 1995. 304 с.

[4] Мондрус В.Л., Смирнов В.А. Виброзащита высокоточного оборудования от низкочастотных колебаний. *ACADEMIA. Архитектура и строительство*, 2011, № 1, с. 109–111.

[5] Смирнов В.А. *Виброизолятор квазинулевой жесткости*. Пат. 2516967 РФ, 2014, бюл. № 14.

[6] Уткин В.С. *Расчет надежности механических систем при ограниченной статистической информации*. Вологда, ВоГТУ, 2008. 188 с.

[7] Уткин В.С. *Надежность машин и оборудования*. Вологда, ВоГТУ, 2007. 159 с.

[8] Землянский А.А. *Обследование и испытание зданий и сооружений*. Москва, Изд-во АСВ, 2001. 240 с.

[9] *Виброизмерительные приборы, измерители вибрации, виброметры*. URL: http://www.stroypribor.ru/produkt/ (дата обращения 15 марта 2017).

[10] Дюбуа Д., Прад А. *Теория возможностей. Приложения к представлению знаний в информатике*. Москва, Радио и связь, 1990. 288 с.

[11] Уткин В.С. Значение уровня риска в теории возможностей. *Строительные материалы*, 2004, № 8, с. 35.

[12] Ross T.J. *Fuzzy logic with Engineering Applications*. England, John Wiley & Sons, 2004. 650 p.

[13] Utkin V.S. Calculating of the shaft reliability (Strength) on the Basis of Limited Information. *Russian Engineering Research,* 2011, vol. 31, no. 2, pp. 119–122.

[14] Utkin V.S. Calculating the reliability of machine parts on the basis of the Chebyshev inequality. *Russian Engineering Research,* 2012, vol. 32, no. 1, pp. 5–8.

References

[1] GOST 27.002–2015. *Nadezhnost' v tekhnike. Terminy i opredeleniia* [State Standard 27.002–2015. Dependability in technics. Terms and definitions]. Moscow, Standartinform publ., 2016. 24 p.

[2] Bolotin V.V., Nefedov S.V., Chirkov V.P. *Nadezhnost' v tekhnike. Metodologiia raschetnogo prognozirovaniia pokazatelei nadezhnosti. Metody teorii veroiatnostei* [Reliability in technique. The methodology of forecasting of indicators of reliability. Methods of probability theory]. Moscow, MNTK Nadezhnost' mashin publ., 1993. 172 p.

[3] Trukhanov V.M. *Metody obespecheniia nadezhnosti izdelii mashinostroeniia* [Methods of ensuring the reliability of engineering products]. Moscow, Mashinostroenie publ., 1995. 304 p.

[4] Mondrus V.L., Smirnov V.A. Vibrozashchita vysokotochnogo oborudovaniia ot nizkochastotnykh kolebanii [Evaluation of Wall Structures Resistance on the Basis of Modifired Analog Rods Models]. *ACADEMIA. Arkhitektura i stroitel'stvo* [Academia. Architecture and construction]. 2011, no. 1, pp. 109–111.

[5] Smirnov V.A. *Vibroizoliator kvazinulevoi zhestkosti* [The quasi-zero stiffness vibration isolator]. Patent RF no. 2516967, 2014.

[6] Utkin V.S. *Raschet nadezhnosti mekhanicheskikh sistem pri ogranichennoi statisticheskoi informatsii* [Calculation of reliability of mechanical systems with bounded statistical information]. Vologda, VoSTU publ., 2008. 188 p.

[7] Utkin V.S. *Nadezhnost' mashin i oborudovaniia* [Reliability of machinery and equipment]. Vologda, VoSTU publ., 2007. 159 p.

[8] Zemlianskii A.A. *Obsledovanie i ispytanie zdanii i sooruzhenii* [Inspection and testing of buildings and structures]. Moscow, ASV publ., 2001. 240 p.

[9] *Vibroizmeritel'nye pribory, izmeriteli vibratsii, vibrometry* [Vibration measuring devices, vibration meters, vibration meters]. Available at: http://www.stroypribor.ru/produkt/ (accessed 15 March 2017).

[10] Diubua D., Prad A. *Teoriia vozmozhnostei. Prilozheniia k predstavleniiu znanii v informatike* [The theory of possibilities. Application to knowledge representation in computer science]. Moscow, Radio i sviaz' publ., 1990. 288 p.

[11] Utkin V.S. Znachenie urovnia riska v teorii vozmozhnostei [The value of the level of risk in the theory of opportunities]. *Stroitel'nye materialy* [Construction Materials], 2004, no. 8, p. 35.

[12] Ross T.J. *Fuzzy logic with Engineering Applications*. England, John Wiley & Sons, 2004. 650 p.

[13] Utkin V.S. Calculating of the shaft reliability (Strength) on the Basis of Limited Information. *Russian Engineering Research*, 2011, vol. 31, no. 2, pp. 119–122.

[14] Utkin V.S. Calculating the reliability of machine parts on the basis of the Chebyshev inequality. *Russian Engineering Research*, 2012, vol. 32, no. 1, pp. 5–8.

Статья поступила в редакцию 05.04.2017

Информация об авторе

УТКИН Владимир Сергеевич (Вологда) — доктор технических наук, профессор кафедры «Промышленное и гражданское строительство». ФГБОУ ВО «Вологодский государственный университет» (160000, Вологда, Российская Федерация, ул. Ленина, 15, e-mail: UtkinVoGTU@mail.ru, pgs-vgu@mail.ru).

Information about the author

UTKIN Vladimir Sergeevich (Vologda) — Doctor of Science (Eng.), Professor, Department of Industrial and Civil Engineering. Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education: Vologda State University (160000, Vologda, Russian Federation, Lenin St., Bldg. 15, e-mail: UtkinVoGTU@mail.ru, pgs-vgu@mail.ru).