

УДК 519.633.2


DOI 10.18698/0536-1044-2017-11-10-17

# Математическое моделирование теплообмена при газофазном осаждении

**А.В. Журавский**

МГТУ им. Н.Э. Баумана, 105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1

## Mathematical Modeling of Heat Transfer During Chemical Vapor Deposition

**A.V. Zhuravskiy**BMSTU, 105005, Moscow, Russian Federation, 2<sup>nd</sup> Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1 e-mail: zhavl6@mail.ru

**i** Предложена модель теплопроводности, учитывающая физические особенности теплообмена пластины с парами осаждаемого материала. Рассмотрен наиболее общий случай криволинейной пластины. Учтены конвективно-лучистый теплообмен, а также тепло- и массоперенос. Показана возможность модификации математической модели в целях учета диффузионного переноса вещества и линейного изменения кривизны по толщине пластины. Проведено построение численного алгоритма решения задачи. Выполнены расчеты для различных пар материалов пластина-покрытие. Сделаны выводы о зависимости температурного поля в пластине, на которой происходит газофазное осаждение, от ее геометрии, параметров осаждения и свойств материала.

**Ключевые слова:** газофазное осаждение, криволинейная пластина, нестационарная теплопроводность, численное моделирование

**i** A heat conductivity model is proposed that takes into account physical features of heat exchange of a plate with vapors of the deposited material. The most general case of a curvilinear plate is considered. Heat transfer by convection and radiation, as well as heat and mass transfer are examined. The possibility of modifying the mathematical model in order to take into account diffusion mass transfer and linear changes of the curvature with regards to the plate thickness is shown. A numerical algorithm for solving the problem is proposed. Calculations for various materials of the plate-coating pairs are performed. Conclusions are drawn about the dependence of the temperature field in the plate on the plate geometry, parameters of deposition and material properties.

**Keywords:** chemical vapor deposition, curvilinear plate, non-stationary heat conductivity, numerical modeling

Газофазное осаждение, являющееся методом наращивания твердых тел, представляет собой нанесение на охлаждаемую пластину пленки или покрытия непрерывного слоя, в том числе и нанокристаллического материала [1–2]. В настоящее время с помощью этой технологии, изначально применявшейся только для нанесения чистых металлов, можно наносить покрытия с разными свойствами и создавать слоистые композиции из различных материалов.

На сегодняшний день существуют работы, посвященные моделированию и анализу нанесения кремниевых пленок [3–5] и осаждению материала на алюминиевые пластины [6–7]. Однако большая часть исследований направлена на решение конкретной инженерной задачи, а не на рассмотрение общего случая нанесения материала. Так, во многих научных трудах учтены особенности теплообмена газа с пластиной, в то время как ее температура является

одним из основополагающих факторов, определяющих структуру пленки [8].

Цель работы — построение математической модели для наращиваемой криволинейной пластины (КП), которая отражает особенности теплообмена, характерные для процесса газофазного осаждения.

Предлагаемая модель дает возможность исследовать наиболее общий случай нанесения материала на охлаждаемую подложку. В ней учтены все существенные теплообменные процессы, происходящие на поверхности пластины: конвективный и лучистый теплообмен, тепло- и массоперенос. Рассмотрено наращивание более общего случая — КП. Показаны возможные модификации модели, позволяющие учитывать диффузионный перенос вещества и линейное изменение кривизны КП по толщине.

**Математическая модель.** На КП (рис. 1) происходит газофазное осаждение с постоянной скоростью, а на внешней поверхности вследствие высокой температуры газа — лучистый и конвективный теплообмен. Положим, что толщина пластины  $H$  мала по сравнению с радиусом ее кривизны, и примем гипотезу идеального теплового контакта между КП и осажденным материалом.

Тогда распределение температуры в КП, где ось  $Ox$  перпендикулярна поверхности, описывает уравнение [9]

$$c^{(k)}\rho^{(k)}\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial q^{(k)}}{\partial x} - 2\kappa(x)q^{(k)}, \quad (1)$$

где  $k=1, 2$ , при  $k=1$  параметры относятся к КП, при  $k=2$  — к пленке;  $c^{(k)}$  — удельная массовая теплоемкость;  $\rho^{(k)}$  — плотность;

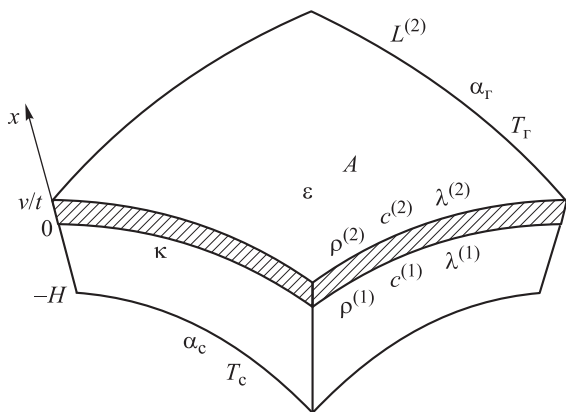


Рис. 1. Наращиваемая КП

$T = T(x, t)$  — температура;  $t$  — время;  $x$  — координата;  $\kappa(x)$  — средняя кривизна КП;  $q^{(k)}$  — проекция вектора плотности теплового потока  $\mathbf{q}^{(k)}$  на ось  $Ox$ .

В простейшей постановке задачи средняя кривизна и тепловой поток имеют вид

$$\kappa(x) \approx \kappa(0) = \kappa_0; \quad (2)$$

$$\mathbf{q}^{(k)} = -\lambda^{(k)}\nabla T, \quad (3)$$

где  $\kappa_0$  — средняя кривизна внешней поверхности КП;  $\lambda^{(k)}$  — коэффициент теплопроводности.

С учетом выражений (2) и (3) уравнение теплопроводности (1) записывается следующим образом [10]:

$$c^{(k)}\rho^{(k)}\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda^{(k)}\frac{\partial T}{\partial x}\right) + 2\kappa_0\left(\lambda^{(k)}\frac{\partial T}{\partial x}\right). \quad (4)$$

Формула (4) представляет собой уравнение переноса в криволинейной ортогональной системе координат с учетом принятых допущений и справедливо как для КП при  $x \in (-H, 0)$  (см. рис. 1), так и для пленки при  $x \in (0, vt)$ , где  $v$  — скорость осаждения.

В соответствии с допущениями граничные и контактные условия имеют вид [11]

$$\begin{cases} \lambda^{(1)}\frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{x=-H} = \alpha_c [T(t, -H) - T_c]; \\ \lambda^{(2)}\frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{x=vt} = \alpha_r [T_r - T(t, vt)] - \varepsilon\sigma_0 T^4(t, vt) + \\ + Aq_r^r + c^{(2)}\rho^{(2)}v [T_r - T(t, vt)] + \rho^{(2)}vL^{(2)}, \\ T(t, 0-0) = T(t, 0+0); \\ \lambda^{(1)}\frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{x=0-0} = \lambda^{(2)}\frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{x=0+0}, \end{cases}$$

где  $T_c$  и  $T_r$  — температуры газа, из которого происходит осаждение охлаждающей среды и материала;  $\varepsilon$  — коэффициент излучения;  $\sigma_0$  — постоянная Стефана-Больцмана;  $A$  — коэффициент поглощения излучения осаждаемого материала;  $q_r^r$  — лучистый тепловой поток газа;  $L^{(2)}$  — удельная теплота фазового перехода для осаждаемого вещества;  $\alpha_c$  и  $\alpha_r$  — коэффициенты конвективного теплообмена в охлаждающей среде и материале.

Чтобы получить в начальный момент времени распределение температуры в пластине  $T_0(x)$ , достаточно решить уравнение стационарной теплопроводности для неподвижных границ

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dx} \left( \lambda^{(1)} \frac{dT_0}{dx} \right) + 2\kappa_0 \lambda^{(1)} \frac{dT_0}{dx} = 0; \\ \lambda^{(1)} \frac{dT_0}{dx} \Big|_{x=-H} = \alpha_c [T_0(-H) - T_c]; \\ \lambda^{(2)} \frac{dT_0}{dx} \Big|_{x=0} = \alpha_r [T_r - T_0(0)] - \varepsilon \sigma_0 T_0^4(0) + A q_{\Gamma}^r. \end{array} \right.$$

$$c^{(2)} \rho^{(2)} \frac{\hat{u}_{N_1+N_2} - \tilde{u}}{\tau} \frac{h_2}{2} =$$

$$= \left[ \alpha_r (T_r - \hat{u}_{N_1+N_2}) - \varepsilon \sigma_0 \tilde{u}^4 + A q_{\Gamma}^r + \right.$$

$$+ c^{(2)} \rho^{(2)} \nu (T_r - \hat{u}_{N_1+N_2}) + \rho^{(2)} \nu L^{(2)} -$$

$$\left. - \lambda^{(2)} \frac{\hat{u}_{N_1+N_2} - \hat{u}_{N_1+N_2-1}}{h_2} \right] +$$

$$+ 2\kappa_0 \lambda^{(2)} \frac{\hat{u}_{N_1+N_2} - \hat{u}_{N_1+N_2-1}}{2},$$

**Численное решение.** Проведем численное моделирование нестационарной теплопроводности. Построим разностную схему для уравнения (4) интегроинтерполяционным методом [12, 13]. За каждый шаг по времени  $\tau$  к внешней поверхности КП присоединяется слой материала толщиной  $h_2 = \nu\tau$ , равной шагу по пространству в пленке.

Введем сеточную функцию  $u_i^j = T(t_j, x_i)$  и сетку по пространству

$$\omega_h = \{x_i = -H + ih_1, i = 0, \dots, N_1, h_1 = H/N_1;$$

$$x_i = ih_2, i = N_1 + 1, \dots, N_1 + N_2, h_2 = \nu\tau\}.$$

Для удобства обозначим  $u = u_i^j$ ,  $\hat{u} = u_i^{j+1}$ ,  $\hat{u}_+ = u_{i+1}^{j+1}$ ,  $\hat{u}_- = u_{i-1}^{j+1}$ .

Исходному уравнению теплопроводности (4) соответствует разностный аналог [14]

$$c^{(k)} \rho^{(k)} \frac{\hat{u} - u}{\tau} h_k = \left( \lambda^{(k)} \frac{\hat{u}_+ - \hat{u}}{h_k} - \lambda^{(k)} \frac{\hat{u} - \hat{u}_-}{h_k} \right) +$$

$$+ 2\kappa_0 \lambda^{(k)} \frac{\hat{u}_+ - \hat{u}_-}{2}.$$

Аппроксимация левого граничного условия

$$c^{(1)} \rho^{(1)} \frac{\hat{u}_0 - u_0}{\tau} \frac{h_1}{2} = \left( \lambda^{(1)} \frac{\hat{u}_1 - \hat{u}_0}{h_1} - \alpha_c (\hat{u}_0 - T_c) \right) +$$

$$+ 2\kappa_0 \lambda^{(1)} \frac{\hat{u}_1 - \hat{u}_0}{2}.$$

Аппроксимация условия идеального теплового контакта [15]

$$\left( c^{(1)} \rho^{(1)} \frac{h_1}{2} + c^{(2)} \rho^{(2)} \frac{h_2}{2} \right) \frac{\hat{u}_{N_1} - u_{N_1}}{\tau} =$$

$$= \left( \lambda^{(2)} \frac{\hat{u}_{N_1+1} - \hat{u}_{N_1}}{h_2} - \lambda^{(1)} \frac{\hat{u}_{N_1} - \hat{u}_{N_1-1}}{h_1} \right) +$$

$$+ 2\kappa_0 \left( \lambda^{(2)} \frac{\hat{u}_{N_1+1} - \hat{u}_{N_1}}{2} + \lambda^{(1)} \frac{\hat{u}_{N_1} - \hat{u}_{N_1-1}}{2} \right).$$

Аппроксимация правого граничного условия сопряжена с двумя трудностями: четвертой степенью температуры в граничном условии и отсутствием точки  $u_{N_1+N_2}$ :

где  $\tilde{u}$  — значение температуры с предыдущего временного слоя, интерполированное в несуществующую точку  $u_{N_1+N_2}$ ;  $\tilde{u}^4$  — приближение,

$$\hat{u}_{N_1+N_2}^4 \approx u_{N_1+N_2-1}^4 + 4u_{N_1+N_2-1}^3 (\hat{u}_{N_1+N_2} - u_{N_1+N_2-1}).$$

В растущей сетке любой вариант выбора  $\tilde{u}$  приведет к появлению в схеме условной аппроксимации. Если  $\tilde{u} = 3u_{N_1+N_2-1} - 3u_{N_1+N_2-2} + u_{N_1+N_2-3}$ , то к порядку аппроксимации добавится слагаемое  $O(h_2^3/\tau) = O(h_2^2\nu)$ . Практика показывает, что при отсутствии существенных изменений температуры данные формулы можно использовать.

**Анализ модели и ее модификации.** В качестве примера рассмотрим осаждение нитрида титана на стальную пластину. Свойства материалов взяты из работы [16]:  $\rho^{(1)} = 7800$  кг/м<sup>3</sup>;  $\rho^{(2)} = 5400$  кг/м<sup>3</sup>;  $c^{(1)} = 460$  Дж/(кг·К);  $c^{(2)} = 600$  Дж/(кг·К);  $\lambda^{(1)} = 22,4$  Вт/(м·К);  $\lambda^{(2)} = 41,8$  Вт/(м·К);  $\kappa = 1$  м<sup>-1</sup>;  $\alpha_c = 53$  Вт/(м<sup>2</sup>·К);  $\alpha_r = 72$  Вт/(м<sup>2</sup>·К);  $D^{(1)} = 9 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с;  $D^{(2)} = 8 \cdot 10^{-5}$  м<sup>2</sup>/с;  $\beta_c = 2 \cdot 10^{-3}$  м/с;  $\beta_r = 10^{-2}$  м/с;  $Q_r = 50$  кг/м<sup>3</sup>;  $H = 0,05$  м;  $\nu = 10^{-7}$  м/с;  $\varepsilon = 0,7$ ;  $A = 0,7$ ;  $L^{(2)} = 2 \cdot 10^6$  Дж/кг;  $q_{\Gamma}^r = 9,2 \cdot 10^4$  Вт/м<sup>2</sup>;  $T_c = 300$  К;  $T_r = 1400$  К. Здесь  $D^{(k)}$  — коэффициент диффузии частиц в материалах;  $\beta_c$  и  $\beta_r$  — коэффициенты массоотдачи для охлаждающей среды и газа;  $Q_r$  — плотность газа, из которого происходит осаждение материала. Эти параметры нужны для модификаций модели, показанных далее.

Проведем расчет для различных значений средней кривизны КП и скорости газофазного осаждения (рис. 2, а).

В результате математического моделирования выявлена существенная зависимость профиля температуры от средней кривизны КП (см. рис. 2, а, слева): температура в сечении КП

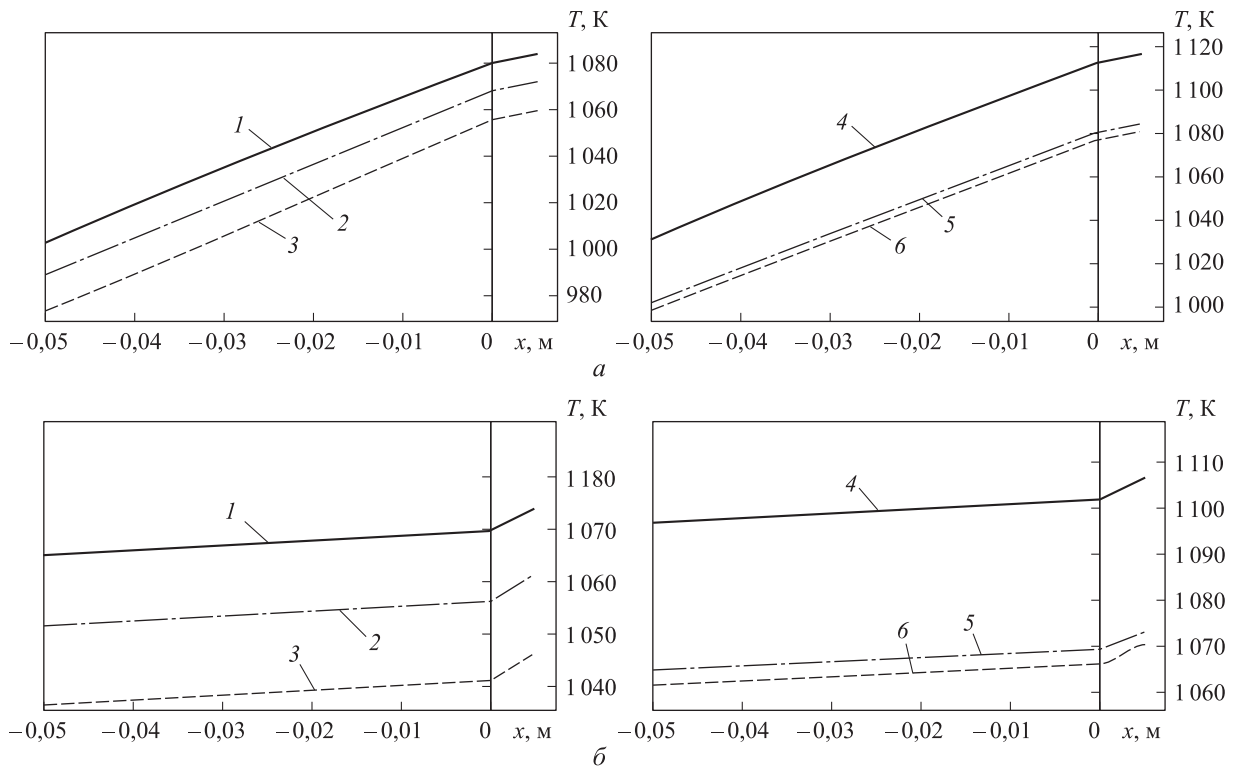


Рис. 2. Распределения температуры  $T$  по толщине КП вдоль оси  $Ox$  для пары материалов сталь–нитрид титана (а) и медь–нитрид титана (б) при различных значениях средней кривизны КП в момент времени  $t = 5 \cdot 10^4$  с (слева) и параметров осаждения (справа):  
 1 —  $\kappa = 1 \text{ м}^{-1}$ ; 2 —  $\kappa = 0 \text{ м}^{-1}$ ; 3 —  $\kappa = -1 \text{ м}^{-1}$ ; 4 —  $\nu = 10^{-6} \text{ м/с}$ ,  $t = 5 \cdot 10^3$  с;  
 5 —  $\nu = 10^{-7} \text{ м/с}$ ,  $t = 5 \cdot 10^4$  с; 6 —  $\nu = 10^{-8} \text{ м/с}$ ,  $t = 5 \cdot 10^5$  с

с большей по модулю средней кривизной при ее положительном значении выше, чем при отрицательном. При сильном различии значений средней кривизны поверхности КП несходство профилей температуры может быть так велико, что одномерная задача теплопроводности будет уже некорректна.

Скорость газофазного осаждения также оказывает значительное влияние на температурное поле в КП (см. рис. 2, а, справа): ее возрастание вызывает значительное повышение  $T$  во всей КП. При уменьшении  $\nu$  распределение температуры сводится к решению стационарной задачи для неподвижной границы.

Результаты аналогичного расчета для пары материалов медь–нитрид титана приведены на рис. 2, б, где видно, что градиент температуры в КП значительно меньше, чем в покрытии. Это объясняется тем, что высокая теплопроводность меди способствует быстрому отводу теплоты от нагреваемой поверхности.

Учтем в математической модели диффузионный перенос частиц газа в КП. Если принять гипотезу об интенсивном теплообмене между

КП и частицами, то для теплового потока выражение (3) примет вид [17]

$$\mathbf{q}^{(k)} = -\lambda^{(k)} \nabla T - c^{(2)} T D^{(k)} \nabla Q$$

( $Q$  — концентрация частиц в материале), а уравнение (4) преобразуется в систему

$$\begin{cases} c^{(k)} \rho^{(k)} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda^{(k)} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( c^{(2)} D^{(k)} T \frac{\partial Q}{\partial x} \right) + \\ + 2\kappa_0 \left( \lambda^{(k)} \frac{\partial T}{\partial x} + c^{(2)} D^{(k)} T \frac{\partial Q}{\partial x} \right); \\ \frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D^{(k)} \frac{\partial Q}{\partial x} \right) + 2\kappa_0 D^{(k)} \frac{\partial Q}{\partial x}. \end{cases}$$

Добавление к этим уравнениям начальных, контактных и краевых условий [18] позволяет учесть в модели диффузионный перенос теплоты. Однако практика численного расчета показывает, что влияние диффузионных температурных потоков меньше, чем зависимость температурного поля от геометрии пластины (рис. 3).

Из рис. 3 следует, что качественный вид зависимости температурного поля от параметров

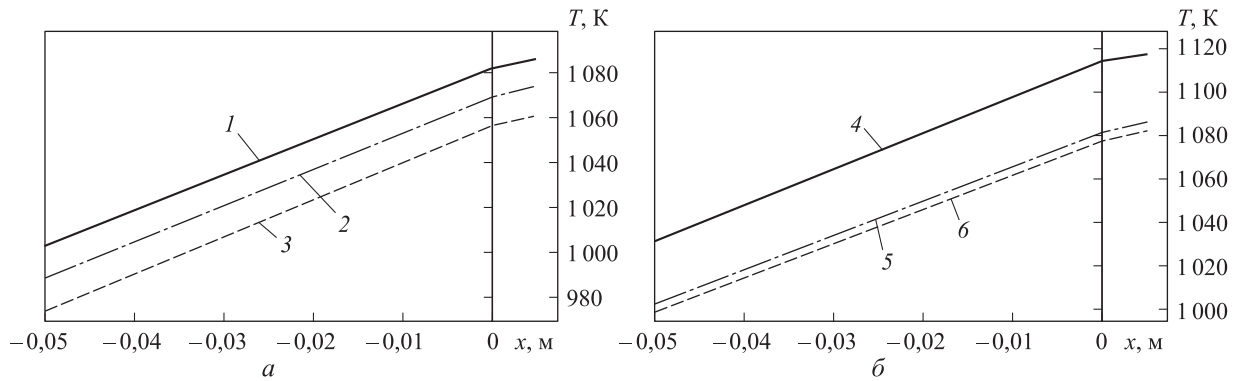


Рис. 3. Распределения температуры  $T$  по толщине КП вдоль оси  $Ox$  для пары материалов сталь–нитрид титана с учетом диффузионного переноса частиц газа при различных значениях средней кривизны КП в момент времени  $t = 5 \cdot 10^4$  с ( $a$ ) и параметров осаждения ( $b$ ):  
 $1 - \kappa = 1 \text{ м}^{-1}$ ;  $2 - \kappa = 0 \text{ м}^{-1}$ ;  $3 - \kappa = -1 \text{ м}^{-1}$ ;  $4 - \nu = 10^{-6} \text{ м/с}$ ,  $t = 5 \cdot 10^3$  с;  
 $5 - \nu = 10^{-7} \text{ м/с}$ ,  $t = 5 \cdot 10^4$  с;  $6 - \nu = 10^{-8} \text{ м/с}$ ,  $t = 5 \cdot 10^5$  с

осаждения и геометрии пластины не изменился, а результаты расчета близки к тем, которые показаны на рис. 2,  $a$ .

Проведем сравнение двух математических моделей (рис. 4) — базовой, не учитывающей диффузию, и модифицированной, учитывающей этот процесс.

Как видно из рис. 4, диффузионные процессы оказывают большее влияние на поверхность пластины отрицательной средней кривизны.

Аналогичные вычисления для разных скоростей газозафазного осаждения выявили их незначительную зависимость от диффузионных процессов. Расчеты, выполненные для разных материалов, показали, что наибольшее влияние диффузионные процессы оказывают на температуру материалов с низкой теплопроводностью.

Еще одной возможной модификацией математической модели может быть учет линейного изменения кривизны КП по толщине

$$\kappa(x) = \frac{1}{R_1 + x} + \frac{1}{R_2 + x} \approx \kappa_0 - x\kappa_x, \quad (5)$$

где  $\kappa_x$  — линейная часть функции  $\kappa(x)$ , взятая с обратным знаком,  $\kappa_x = 2\kappa_0^2 - K^G$  ( $K^G$  — гауссова кривизна);  $R_1$ ,  $R_2$  — главные радиусы кривизны поверхности пластины при  $x = 0$ .

Учет кривизны, определяемой выражением (5) (вместо формулы (2)), в уравнении (1) позволяет рассматривать КП не только средней, но и гауссовой кривизны (рис. 5).

Гауссова кривизна КП при фиксированной средней кривизне имеет максимальное значение, соответствующее равенству главных радиусов кривизны, для которого наблюдается самое быстрое выравнивание температурного поля (рис. 5,  $b$ ). С уменьшением гауссовой кривизны КП температура растет по каждому сечению КП.

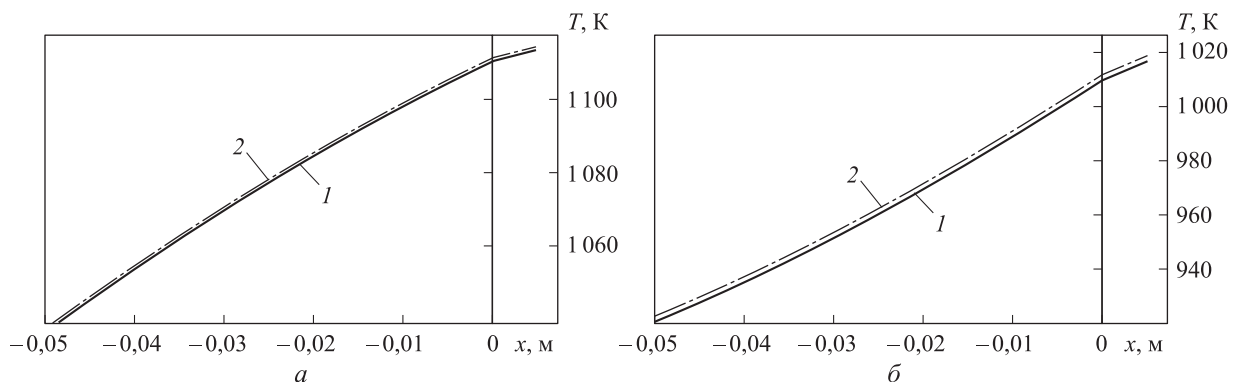


Рис. 4. Распределения температуры  $T$  по толщине КП вдоль оси  $Ox$  в с учетом (1) и без учета (2) диффузии для пары материалов сталь–нитрид титана при различных значениях средней кривизны КП в момент времени  $t = 5 \cdot 10^4$  с:  
 $a - \kappa_0 = 3 \text{ м}^{-1}$ ;  $b - \kappa_0 = -3 \text{ м}^{-1}$

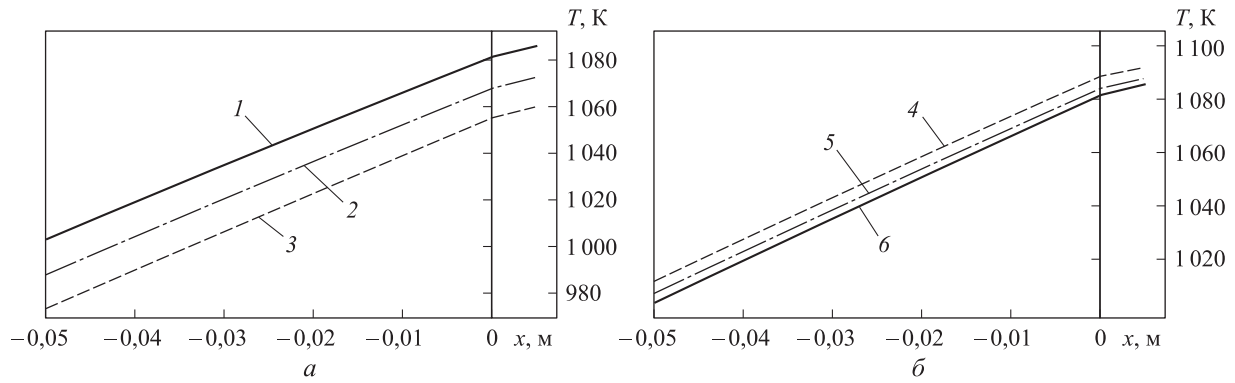


Рис. 5. Распределения температуры  $T$  по толщине КП вдоль оси  $Ox$  для пары материалов сталь–нитрид титана с учетом линейного изменения кривизны КП при различных значениях гауссовой и средней кривизн:

$a - K^G = 0 \text{ м}^{-2}$  (1 —  $\kappa = 1 \text{ м}^{-1}$ ; 2 —  $\kappa = 0 \text{ м}^{-1}$ ; 3 —  $\kappa = -1 \text{ м}^{-1}$ );  
 $b - \kappa = 1 \text{ м}^{-1}$  (4 —  $KG = -24 \text{ м}^{-2}$ ; 5 —  $KG = -8 \text{ м}^{-2}$ ; 6 —  $KG = 1 \text{ м}^{-2}$ )

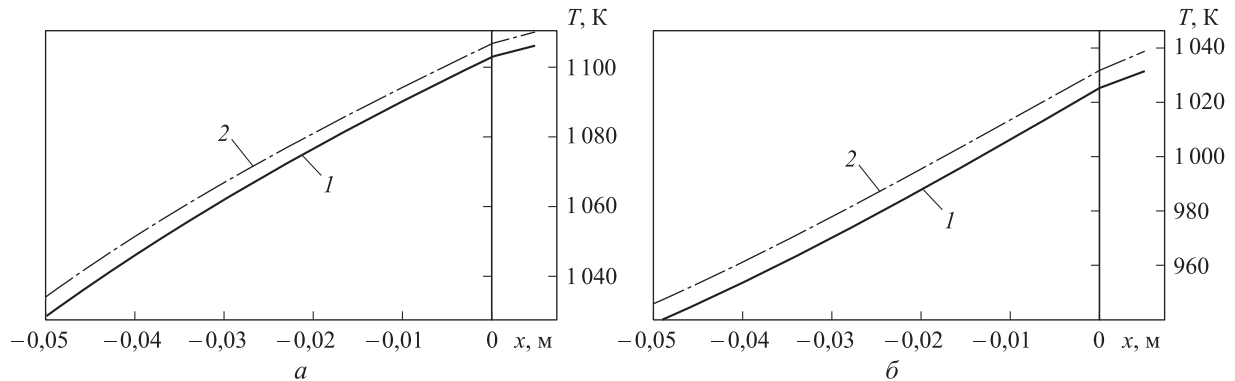


Рис. 6. Распределения температуры  $T$  по толщине КП вдоль оси  $Ox$  для пары материалов сталь–нитрид титана без учета (1) и с учетом (2) линейного изменения кривизны КП при различных значениях средней кривизны КП в момент времени  $t = 5 \cdot 10^4 \text{ с}$ :

$a - \kappa = 3 \text{ м}^{-1}$ ;  $b - \kappa = -3 \text{ м}^{-1}$

Сравним результаты расчета (рис. 6) для базовой математической модели (кривая 1) и модели, учитывающей линейное изменение кривизны (кривая 2).

Для плоской пластины с помощью формулы (5) можно показать эквивалентность математических моделей. Результаты расчета для КП, приведенные на рис. 6,  $a$  и  $b$ , различаются: температура в сечении пластины (особенно для больших по модулю значений кривизны КП) у базовой модели меньше, чем у учитывающей линейное изменение кривизны.

### Выводы

1. Установлено, что распределение температуры в КП зависит в первую очередь от материалов КП и наносимого покрытия (см. рис. 2).

2. Определена зависимость между геометрией КП и температурой (см. рис. 2, слева):

большой средней кривизне пластины соответствует более высокая температура в сечении КП.

3. Выявлено существенное влияние скорости газофазного осаждения на распределение температуры в КП (см. рис. 2, справа).

4. Зависимости температуры от геометрии пластины и скорости газофазного осаждения, установленные для базовой модели, справедливы и для ее модификаций (см. рис. 3–6). Результаты расчета показали, что наибольшее воздействие диффузионные процессы оказывают на поверхность пластины отрицательной средней кривизны. Учет линейного изменения кривизны пластины позволяет увеличить область адекватности базовой математической модели и принять во внимание гауссову кривизну КП, которая может существенно влиять на результаты моделирования.

## Литература

- [1] Гусев А.И. *Наноматериалы, наноструктуры, нанотехнологии*. Москва, Физматлит, 2005. 416 с.
- [2] Андриевский Р.А., Рагуля А.В. *Наноструктурные материалы*. Москва, Издательский центр Академия, 2005. 192 с.
- [3] Васильев В.Ю., Репинский С.М. Осаждение диэлектрических слоев из газовой фазы. *Успехи химии*, 2005, т. 74, № 5, с. 452–483.
- [4] Тихонравов А.В., Кочиков И.В., Амочкина Т.В., Григорьев Ф.В., Кондакова О.А., Сулимов В.Б. Суперкомпьютерное моделирование современных процессов напыления оптических нанопокровов. *Вычислительные методы и программирование*, 2012, т. 13, № 4, с. 491–496.
- [5] Комаров Ф.Ф., Пилько В.В., Климович И.М. Влияние условий нанесения наноструктурированных покрытий из Ti–Zr–Si–N на их состав, структуру и трибомеханические свойства. *Инженерно-физический журнал*, 2015, т. 88, № 2, с. 350–354.
- [6] Костановский А.В., Гусев М.К. Осаждение тонких пленок при вакуум-термическом испарении нитрида алюминия. *Теплофизика высоких температур*, 1995, т. 33, № 1, с. 163–166.
- [7] Лукомский Ю.Я., Прияткин Г.М., Мулина Т.В., Ополовников В.Р., Киселева В.Л., Кольчугин А.В., Носкова О.Л. Электролитическое осаждение металлов на алюминий и его сплавы. *Успехи химии*, 1991, т. 60, № 5, с. 1077–1103.
- [8] Марченко И.Г., Марченко И.И. Недиффузионные механизмы атомного упорядочения при низкотемпературном осаждении меди. *Журнал экспериментальной и теоретической физики*, 2009, т. 89, № 7, с. 396–401.
- [9] Кувыркин Г.Н. *Термомеханика деформируемого твердого тела при высокоинтенсивном нагружении*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1993. 145 с.
- [10] Кувыркин Г.Н., Журавский А.В., Савельева И.Ю. Математическое моделирование газофазного осаждения материала на криволинейную поверхность. *Инженерно-физический журнал*, 2016, т. 89, № 6, с. 1392–1397.
- [11] Дульнев Г.Н. *Теория тепло- и массообмена*. Санкт-Петербург, НИУ ИТМО, 2012. 195 с.
- [12] Калиткин Н.Н. *Численные методы*. Москва, Наука, 1978. 512 с.
- [13] Рябенский В.С. *Введение в вычислительную математику*. Москва, Наука, 1994. 336 с.
- [14] Галанин М.П., Савенков Е.Б. *Методы численного анализа математических моделей*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. 591 с.
- [15] Самарский А.А. *Теория разностных схем*. Москва, Наука, 1977. 656 с.
- [16] *Справочник по цветным металлам*. URL: <http://libmetal.ru/> (дата обращения 15 июня 2017).
- [17] Франк-Каменецкий Д.А. *Диффузия и теплопередача в химической кинетике*. Москва, Наука, 1987. 502 с.
- [18] Дульнев Г.Н. *Теория тепло- и массообмена*. Санкт-Петербург, НИУ ИТМО, 2012. 195 с.

## References

- [1] Gusev A.I. *Nanomaterials, nanostructures, nanotechnology* [Nanomaterials, nanostructures, nanotechnology]. Moscow, Fizmatlit publ., 2005. 416 p.
- [2] Andrievskii R.A., Ragulia A.V. *Nanostrukturnye materialy* [Nanostructured materials]. Moscow, Akademiia publ., 2005. 192 p.
- [3] Vasilev V.Yu., Repinsky S.M. Chemical vapour deposition of thin-film dielectrics. *Russian Chemical Reviews*, 2005, vol. 74, no. 5, pp. 413–441.
- [4] Tikhonravov A.V., Kochikov I.V., Amochkina T.V., Grigor'ev F.V., Kondakova O.A., Sulimov V.B. Superkomp'yuternoe modelirovanie sovremennykh protsessov napyleniya opticheskikh nanopokrytii [High performance modeling of modern deposition processes for optical coating nanotechnology]. *Vychislitel'nye metody i programmirovaniye* [Numerical methods and programming]. 2012, vol. 13, no. 4, pp. 491–496.

- [5] Komarov F.F., Pil'ko V.V., Klimovich I.M. Vliianie uslovii naneseniia nanostrukturirovannykh pokrytii iz Ti–Zr–Si–N na ikh sostav, strukturu i tribomekhanicheskie svoistva [The influence of the conditions of application of nanostructured coatings of the Ti–Zr–Si–N, their composition, structure and tribomechanical properties]. *Inzhenerno-fizicheskii zhurnal* [Journal of Engineering Physics and Thermophysics]. 2015, vol. 88, no. 2, pp. 350–354.
- [6] Kostanovskii A.V., Gusev M.K. Osazhdenie tonkikh plenok pri vakuum-termicheskom isparenii nitrida aliuminiia [Deposition of thin films during vacuum-thermal evaporation of aluminium nitride]. *Teplofizika vysokikh temperature* [High Temperature]. 1995, vol. 33, no. 1, pp. 163–166.
- [7] Lukomskii Iu.Ia., Priiatkin G.M., Mulina T.V., Opolovnikov V.R., Kiseleva V.L., Kol'chugin A.V., Noskova O.L. Elektroliticheskoe osazhdenie metallov na aliuminii i ego splavy [Electrolytic deposition of metals on aluminium and its alloys]. *Uspekhi khimii* [Russian Chemical Reviews]. 1991, vol. 60, no. 5, pp. 1077–1103.
- [8] Marchenko I.G., Marchenko I.I. Nediffuzionnye mekhanizmy atomnogo uporiadocheniia pri nizkotemperaturnom osazhdenii medi [Nondiffusion mechanisms of atomic ordering in low-temperature deposition of copper]. *Zhurnal eksperimental'noi i teoreticheskoi fiziki* [Journal of experimental and theoretical physics]. 2009, vol. 89, no. 7, pp. 396–401.
- [9] Kuvyrkin G.N. *Termomekhanika deformiruemogo tverdogo tela pri vysokointensivnom nagruzhении* [Thermomechanics of a deformable solid body during high-intensity loading]. Moscow, Bauman Press, 1993. 145 p.
- [10] Kuvyrkin G.N., Zhuravskii A.V., Savel'eva I.Y. Mathematical Modeling of Chemical Vapor Deposition of Material on a Curvilinear Surface. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2016, vol. 89, no. 6, pp. 1374–1379.
- [11] Dul'nev G.N. *Teoriia teplo- i massoobmena* [Theory of heat and mass transfer]. Sankt-Petersburg, NIU ITMO publ., 2012. 195 p.
- [12] Kalitkin N.N. *Chislennyye metody* [Numerical methods]. Moscow, Nauka publ., 1978. 512 p.
- [13] Riaben'kii V.S. *Vvedenie v vychislitel'nuuu matematiku* [Introduction to computational mathematics]. Moscow, Nauka publ., 1994. 336 p.
- [14] Galanin M.P., Savenkov E.B. *Metody chislennogo analiza matematicheskikh modelei* [Numerical analysis of mathematical models]. Moscow, Bauman Press, 2010. 591 p.
- [15] Samarskii A.A. *Teoriia raznostnykh skhem* [The theory of difference schemes]. Moscow, Nauka publ., 1977. 656 p.
- [16] *Spravochnik po tsvetnym metallam* [Handbook of non-ferrous metals]. Available at: <http://libmetal.ru/> (accessed 15 June 2017).
- [17] Frank-Kamenetskii D.A. *Diffuziia i teploperedacha v khimicheskoi kinetike* [Diffusion and heat transfer in chemical kinetics]. Moscow, Nauka publ., 1987. 502 p.
- [18] Dul'nev G.N. *Teoriia teplo- i massoobmena* [Theory of heat and mass transfer]. Sankt-Petersburg, NIU ITMO publ., 2012. 195 p.

Статья поступила в редакцию 28.08.2017

## Информация об авторе

ЖУРАВСКИЙ Александр Владимирович (Москва) — аспирант кафедры «Прикладная математика». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: zhavl6@mail.ru).

## Information about the author

ZHURAVSKIY Aleksandr Vladimirovich (Moscow) — Post-graduate, Department of Applied Mechanics. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2<sup>nd</sup> Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: zhavl6@mail.ru).