

**ЗЕЛЕНСКИЙ**

Александр Александрович
кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник
(ГИЦ МГТУ «Станкин»)

**ПОДУРАЕВ**

Юрий Викторович
доктор технических наук, проректор по учебной работе, заведующий кафедрой «Робототехника и мехатроника»
(МГТУ «Станкин»)

**БОНДАРЬ**

Дмитрий Витальевич
аспирант кафедры «Робототехника и мехатроника»
(МГТУ «Станкин»)

Способ повышения точности интерполяции сложного контура для мехатронных модулей и промышленных роботов

А.А. Зеленский, Ю.В. Подураев, Д.В. Бондарь

В работе рассмотрен способ формирования траектории перемещения рабочего инструмента вдоль заданного контура для цифровых систем управления мехатронными модулями и промышленными роботами с криволинейными обобщенными координатами. На примере двухподвижного механизма с поворотным столом показаны основные преимущества предложенного способа.

Ключевые слова: промышленная робототехника, интерполяция, цифровые системы управления, аппаратные интерполяторы, алгоритмы позиционного управления, непрерывная траектория перемещения, криволинейные координаты.

The article presents a way to improve the accuracy of positioning a working tool for the complex mechanisms with curvilinear coordinates. It shows how to use this method for the mechanism with two degrees of freedom and how it allows improving the accuracy of positioning.

Keywords: industrial robotics, interpolation, digital control systems, hardware interpolators, algorithms of positional control, continuous trajectory, curvilinear coordinates.

Одним из основных элементов системы управления динамическими объектами, в частности механизмами, предназначенными для формирования заданной траектории перемещения рабочего инструмента относительно заготовки, являются интерполяторы [1]. Интерполяторы выполняют следующие функции: расчет траектории перемещения исполнительного механизма, формирование управляющих воздействий по каждой из обобщенных координат, стабилизацию линейной скорости исполнительного механизма и т. д. Для формирования траектории перемещения исполнительного механизма существует множество математических подходов [2], в основе которых лежит непрерывность трансцендентных функций, позволяющих без особых вычислительных затрат реализовать интерполятор. Недостатком этих подходов является невозможность решить интерполяционную задачу с минимальной линейной ошибкой по положению. Существует подход к управлению с использованием методов и алгоритмов теории графов [3], в том числе: алгоритм Дейстры, Беллмана — Форда, Ленда — Дойга и другие, с помощью которых можно найти траекторию с наименьшей линейной ошибкой. Однако они требуют больших вычисли-

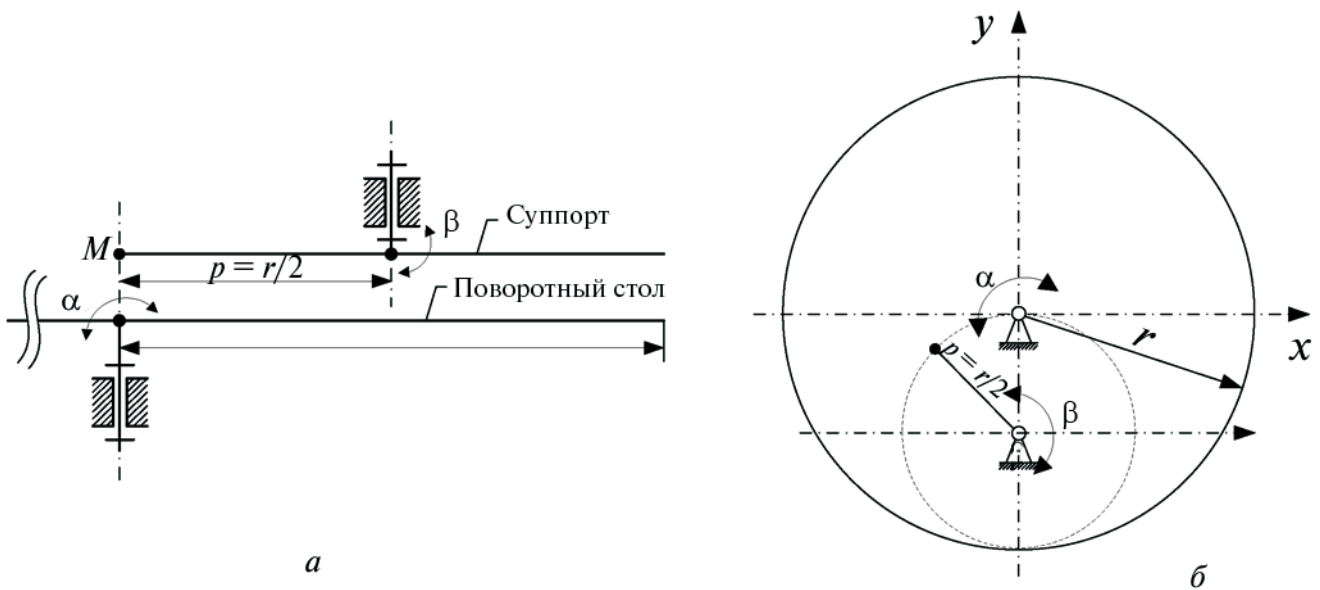


Рис. 1. Кинематическая схема двухподвижного механизма с поворотным столом:

a — вид сбоку; *б* — вид сверху; *r* — радиус поворотного стола; α — обобщенная координата поворотного стола; *p* — радиус суппорта (длина инструментальной штанги); β — обобщенная координата суппорта; *M* — координата инструмента, закрепленного на суппорте

тельных затрат, а самое главное, слабо связаны со свойствами объекта управления.

В работе рассмотрен способ формирования траектории перемещения рабочего инструмента для систем управления механизмами, предназначенными для обработки материалов по сложному контуру, с криволинейными координатами. Основой данного способа является рациональное использование неравномерно распределенной плотности интерполяционных узлов в локальной точке интерполируемой функции, обусловленной свойствами объекта управления. Реализация данного способа целесообразна только для механизмов с двумя или более криволинейными координатами.

Рассмотрим предложенный способ применительно к двухподвижному механизму (ДМ) с поворотным столом [4, 5], поскольку такой механизм обладает перечисленными выше свойствами — имеет две криволинейные координаты α (координата поворотного стола) и β (координата суппорта, с расположенными на нем инструментальными головками, например: лазер, плазма и т. д.). Кинематическая схема двухподвижного механизма с поворотным столом изображена на рис. 1. По такой кинематической схеме можно обрабатывать любой

сложный контур, определенный границами поворотного стола с учетом ограничений по сингулярности [6].

Приведенная на рис. 1 кинематическая схема ДМ является максимально рациональной с точки зрения избыточных механических связей, а ее абсолютное положение рабочего инструмента в декартовой системе координат, связанной с осью вращения поворотного стола, можно определить, исходя из следующего уравнения:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} p \cos(\beta + \beta_0) \\ -1 + p \sin(\beta + \beta_0) \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} \text{при } \beta \in \frac{\pi}{2} \dots \frac{3}{2}\pi; \\ \varphi \in 0 \dots 2\pi, \end{matrix} \quad (1)$$

где *x*, *y* — прямоугольные координаты точки *M* на плоскости (интерполяционный узел); β_0 — начальное угловое положение суппорта.

Одной из основных составляющих предложенного способа является определение относительного нуля сложного контура, для чего изначально необходимо перейти от непрерывных трансцендентных уравнений, описывающих закон изменения обобщенных координат

при перемещении инструмента вдоль сложного контура, к дискретному определению положения, связанного с физическим шагом по каждой из обобщенных координат.

Применительно к ДМ этот переход осуществляется заданием дискретного шага $\Delta\beta$ и $\Delta\alpha$ по каждой из обобщенных координат. В общем случае значение абсолютного углового положения β и α с учетом дискретного шага, можно определить по формулам:

$$\beta = \frac{N\pi}{N_{\max}} + 2\pi \text{ при } N = 1, 2, \dots, N_{\max}$$

и
$$\beta \in \frac{\pi}{2} \dots \frac{3}{2}\pi, \quad (2)$$

$$\alpha = \frac{M2\pi}{M_{\max}} \text{ при } M = 1, 2, \dots, M_{\max} \text{ и } \varphi \in 0 \dots 2\pi, \quad (3)$$

где $M_{\max} = \frac{2\pi}{\Delta\alpha}$, $N_{\max} = \frac{2\pi}{\Delta\beta}$; $\Delta\alpha, \Delta\beta$ — дискретные значения углового шага обобщенных координат, определенные физической точностью исполнительных приводов.

В аналитическом виде уравнение относительного нуля по координате суппорта ДМ без привязки к реальному шагу имеет вид

$$\beta_0 = 2a \sin\left(\frac{1}{2} \frac{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}}{p}\right). \quad (4)$$

В целочисленном виде с учетом дискретного шага по координате суппорта (уравнение (2)) и аналитической формой (уравнение (4)), количество шагов необходимых для выхода в относительный ноль по координате суппорта

$$N_0 = \text{round}\left(\frac{\beta_0 N_{\max}}{\pi}\right). \quad (5)$$

где $N_0 = 1, 2, \dots, N_{\max}$.

Уравнение относительного нуля для координаты рабочего стола, можно определить следующим образом:

$$\alpha_0 = \frac{\beta_0}{2} + \pi - a \tan\left(\frac{y_1}{x_1}\right). \quad (6)$$

С учетом дискретного шага (уравнения (3) и (6)) количество шагов, необходимых для выхо-

да в относительный ноль по координате поворотного стола, рассчитывают по формуле

$$M_0 = \text{round}\left(\frac{\alpha_0 M_{\max}}{2\pi}\right), \text{ где } M_0 \in 1, 2, \dots, M_{\max}. \quad (7)$$

С помощью уравнений (5) и (7) задаются управляющие воздействия по каждой из обобщенных координат ДМ, что позволяет перемещать рабочий инструмент в относительный ноль рабочего контура с учетом дискретного шага.

Конструктивной особенностью ДМ является поворотный стол, вращающийся вокруг абсолютной системы координат. Эта особенность требует дополнительных вычислительных затрат, связанных с преобразованием заданного контура в рабочий. Для ДМ это преобразование осуществляется с помощью матрицы поворота и уравнения (6), определяющего относительный ноль для рабочего контура без учета дискретного шага. На примере отрезка прямой, заданного двумя точками $M_1\{x_1, y_1\}$ и $M_2\{x_2, y_2\}$, это преобразование выглядит следующим образом:

$$\begin{pmatrix} x'_1 \\ y'_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha_0 & -\sin\alpha_0 \\ \sin\alpha_0 & \cos\alpha_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}; \quad (8)$$

$$\begin{pmatrix} x'_2 \\ y'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha_0 & -\sin\alpha_0 \\ \sin\alpha_0 & \cos\alpha_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}, \quad (9)$$

где $M'_1\{x'_1, y'_1\}$ и $M'_2\{x'_2, y'_2\}$ — прямоугольные координаты рабочего контура (отрезка прямой).

На основании полученных уравнений (8), (9) можно определить уравнение рабочего контура, в данном случае отрезка прямой, в виде

$$y'(x') = \frac{y'_2 - y'_1}{x'_2 - x'_1} (x' - x'_2) + y'_1$$

при $|\Delta y| \leq |\Delta x|$, $x'_1 \leq x' \leq x'_2$; (10)

$$x'(y') = \frac{x'_2 - x'_1}{y'_2 - y'_1} (y' - y'_2) + x'_1$$

при $|\Delta y| > |\Delta x|$, $y'_1 \leq y' \leq y'_2$.

Минимальное приращение по x' или y' можно определить исходя из минимально возможной статической ошибки. На примере ДМ, очевидно, что минимальная линейная ошибка, это половина линейного расстояние между двумя ближайшими к центру рабочего стола точками:

$$\Delta x', \Delta y' = \frac{4\pi p}{N_{\max} M_{\max}}. \quad (11)$$

Для определения абсолютного положения инструмента с учетом дискретного шага, подставим выражение (2), (3), (5), (7) в уравнение (1) и получим:

$$T_{i,j} = \begin{vmatrix} x_{B\ i,j} \\ y_{B\ i,j} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos\left(\frac{(Z - M_C + M + j)2\pi}{M_{\max}}\right) & -\sin\left(\frac{(Z - M_C + M + j)2\pi}{M_{\max}}\right) \\ \sin\left(\frac{(Z - M_C + M + j)2\pi}{M_{\max}}\right) & \cos\left(\frac{(Z - M_C + M + j)2\pi}{M_{\max}}\right) \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} R_\beta \cos\left(\frac{(N - N_C + i)\pi}{N_{\max}} + 2\pi + N_0\right) \\ -1 + R_\beta \sin\left(\frac{(N - N_C + i)\pi}{N_{\max}} + 2\pi + N_0\right) \end{vmatrix}, \quad (12)$$

где $i \in \{1, 2, \dots, N_{\max}\}$; $j \in \{1, 2, \dots, M_{\max}\}$; $Z = M_{\max} / 2$; $N_C = (N_{\max} - 1) / 2$; $M_C = (M_{\max} - 1) / 2$.

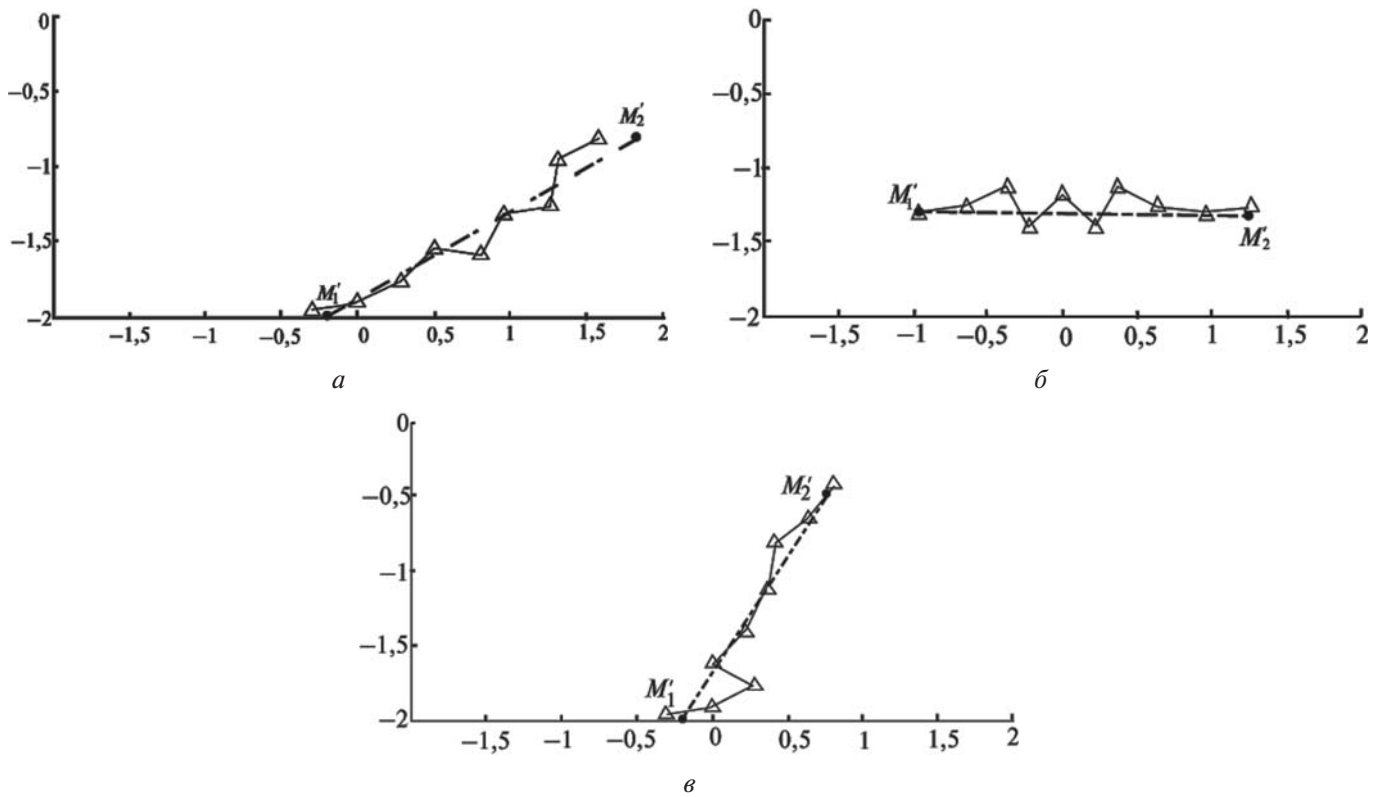


Рис. 2. Заданный и проинтерполированный отрезок прямой при $\Delta\varphi = \Delta\beta = 18^\circ$, $p = 1$ и координатами отрезка прямой:

$a - x_1 = 1,99, y_1 = 0, x_2 = 0,618, y_2 = 1,902$; $б - x_1 = 1,6, y_1 = 0,1, x_2 = 0,2, y_2 = 1,8$; $в - x_1 = 1,99, y_1 = 0, x_2 = 0,41, y_2 = 0,8$

Уравнение (12) лежит в основе предложенного способа формирования траектории перемещения рабочего инструмента относительно подвижного стола вдоль заданного контура и позволяет анализировать локальное множество различного порядка (например, множество 3-го порядка можно определить как: $T = \{T_{i,j}\}$, $i \in \{1, 2, 3\}$, $j \in \{1, 2, 3\}$) в области интерполируемой функции, что позволяет использовать свойства механизма для повышения точности обработки этого контура.

Проинтерполируем произвольно расположенные отрезки прямой, изображенные на рис. 2 штрихпунктирной линией, с помощью локального множества 3-го порядка основанного на уравнении (12). На рис. 2, в видно, что при стремлении отрезка прямой к краю поворотного стола ДМ линейная ошибка возрастает и возникают избыточные интерполяционные узлы. Однако в случае стремления отрезка прямой к центру поворотного стола эти избыточные узлы отсутствуют (рис. 2, а, б). Применяя локальное множество 5-го порядка для отрезка прямой (см. рис. 2, в), получим проинтерполированный отрезок прямой, представленный на рис. 3 сплошной линией без учета избыточного интерполяционного узла.

Следует отметить, что в отличие от локального множества 3-го порядка (см. рис. 3) множество 5-го порядка позволяет определять траекторию перемещения рабочего инструмента на окраине поворотного стола с меньшей линейно ошибкой. На рис. 3 также представлен «паразитный» интерполяционный узел (выделенный штрихпунктирной линией), присутствующий при обработке отрезка прямой локальным множеством 3-го порядка (см. рис. 2, в).

В отличие от классических способов формирования траектории перемещения рабочего инструмента, предложенный способ является растровым «физически прерывным», т. е. работа исполнительного механизма осуществляется в строго заданных интерполяционных узлах, а множество повышенного порядка для ДМ актуально использовать при интерполяции прямой, проходящей в зонах, близких к $\beta = 3\pi/2$, так как в зонах, близких к центру поворотного стола, его точность равна классическому способу формирования траектории, а вычислительные затраты значительно возрастают.

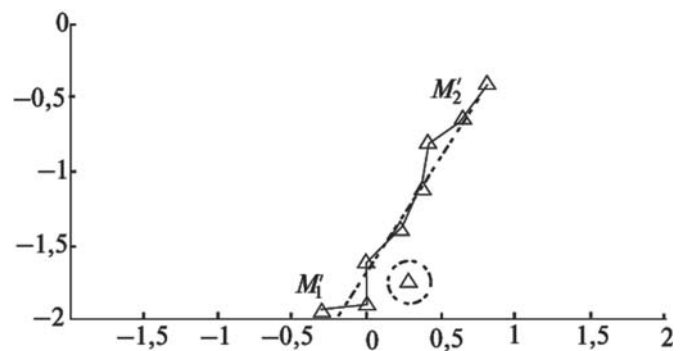


Рис. 3. Заданный и проинтерполированный отрезок прямой локальной матрицей 5×5 при $\Delta\varphi = \Delta\beta = 18^\circ$, $R_\beta = 1$, $x_1 = 1,99$, $y_1 = 0$, $x_2 = 0,41$, $y_2 = 0,8$

Рассмотренный в работе способ формирования траектории перемещения рабочего инструмента вдоль заданного контура для механизмов контурной обработки материалов с криволинейными координатами (на примере ДМ с поворотным столом) позволяет снизить статическую ошибку по позиционированию рабочего инструмента относительно заданного контура, а благодаря современной вычислительной базе, основанной на параллельных вычислительных структурах, появляется возможность реализации его в режиме реального времени. Алгоритмы, выполненные на базе предложенного способа, легко интегрируются в уже существующие системы управления промышленными роботами и мехатронными модулями контурной обработки материалов на плоскости и в пространстве.

Литература

1. Кошкин В.Л. Аппаратные системы числового программного управления. М.: Машиностроение, 1989. 245 с.
2. Suh S., Kang S., Chung D. Theory and design of CNC systems. Stroud. Springer Series in Advanced Manufacturing, 2008. 466 p.
3. Ore O. Theory of graphs. American Mathematical Society Colloquium Publication. Vol. XXXVIII, 1962. 270 p.
4. Зеленский А.А., Валюкевич Ю.А., Кузнецов С.А. Устройство для раскроя плоских материалов с поворотным столом // Известия вузов. Северо-кавказский регион. Машиностроение. 2008. № 4. С. 102—103.
5. Патент № 2367544 Рос. Федерация. МПК В23В39/20. Станок / Зеленский А.А., Валюкевич Ю.А., Кузнецов С.А.; заявитель и патентообладатель ГОУ ВПО «ЮРГУЭС». № 2008107661/02, заявл. 27.02.2008; опубл. 20.09.2009. Бюл. № 9. 3 с.
6. Zelensky A., Suominen O., Ritala R. Singularity zones of the nonorthogonal CNC machine // IEEE Catalog Number: 04EX773, ISBN: 0—7803—8226—9. P. 53—54.

Статья поступила в редакцию 12.07.2011 г.