

УДК 621.45.037

doi: 10.18698/0536-1044-2019-4-60-70

# Топологическая оптимизация конструкции диска турбины при действии термомеханических нагрузок

В.Ф. Буй<sup>1</sup>, В.С. Прокопов<sup>1</sup>, С.С. Гаврюшин<sup>1</sup>, Д. Папазафеиропулос<sup>2</sup>

<sup>1</sup> МГТУ им. Н.Э. Баумана

<sup>2</sup> Афинский национальный технический университет

## Topology Optimization of the Turbine Disk Structure under Thermomechanical Loads

V.P. Bui<sup>1</sup>, V.S. Prokopov<sup>1</sup>, S.S. Gavriushin<sup>1</sup>, G. Papazafeiropoulos<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Bauman Moscow State Technical University

<sup>2</sup> National Technical University of Athens

Рассмотрено применение метода топологической оптимизации для получения новой формы осесимметричной конструкции. Для моделирования использован математический аппарат механики твердого тела и метод конечных элементов с учетом влияния температурной и механической нагрузок. Последовательно решена задача минимизации податливости вращающегося диска турбины с заданным допустимым объемом материала. Вначале определено распределение температуры в области проектирования, затем сделана оценка напряженно-деформированного состояния с учетом поля температур, далее проведена топологическая оптимизация с применением метода движущихся асимптот. Сопоставлены результаты расчетов для различных сценариев оптимизации: с разными допустимыми объемами материала и угловыми скоростями вращения диска, с тепловой нагрузкой и без нее. Выполнено сравнение формы оптимизированного диска, полученной с помощью разработанной программы, реализованной в среде MATLAB, и конструкций, созданных средствами ANSYS APDL и ABAQUS (TOSCA). Форма оптимизированного диска делает возможным его изготовление как традиционными методами, так и с помощью аддитивного производства.

**Ключевые слова:** топологическая оптимизация, алгоритм ММА, минимизация податливости, осесимметричная конструкция, аддитивное производство

This article presents a study of topology optimization to obtain a new form of an axisymmetric structure using mathematical tools of solid body mechanics and finite elements analysis and taking into account the effect of thermal and mechanical loads. The problem of minimizing the compliance of a rotating turbine disk is solved sequentially, with a given of the volume constraint. First, temperature distribution is obtained in the design area, then the problem of determining the stress-strain state is solved taking into account the thermo-effect, and finally, topology optimization is performed using the moving asymptotes method. The results of calculations for different optimization scenarios are compared: operating at different volume fractions and different rotational speeds of the turbine disk; with and without thermal loading. A comparison of the optimized model obtained by implementing the developed program in the MATLAB environment, and structures created using ANSYS APDL and ABAQUS (TOSCA) is presented. The form of the optimized disk allows its manufacturing by both traditional as well as additive methods.

**Keywords:** topology optimization, MMA algorithm, minimization of compliance, axisymmetric structure, additive manufacturing

Оптимизация конструкций является важной задачей аэроавиатики и других областей техники [1–3]. Наличие строгих требований к ресурсу газотурбинных двигателей вызвало необходимость разработки методик проектирования роторов турбин и компрессоров максимальной жесткости.

В последние десятилетия в связи с расширением области применения газовых турбин вопросы жесткости вращающихся дисков приобрели особую актуальность. Улучшить жесткость диска турбины можно путем оптимизации его размеров или формы [4, 5], однако это не всегда позволяет определить наиболее эффективную конструкцию элементов ротора. Вследствие развития аддитивных технологий топологическая оптимизация (ТО) стала играть важную роль на этапе проектирования новых конструкций, относящихся к продуктам четвертой промышленной революции, получившей название «Индустрия 4.0».

Цель работы — применение метода ТО в задаче оптимизации конструкции диска турбины с учетом температурных и механических нагрузок.

**Теоретическая постановка проблемы.** ТО термомеханической проблемы впервые была изучена Х. Родригесом и П. Фернандесом [6] на основе метода гомогенизации. Дж. Дэн, Дж. Ян и Г. Ченг [7] оптимизировали микроструктуру гомогенного пористого материала и топологию макроструктуры. К.Т. Зуо, Л.П. Чен, Ю.К. Чжан и С.Т. Ван [8] применили аналогичный метод для проектирования топологии термически приводимых в действие микромеханизмов.

В настоящее время существует ограниченное число трудов, посвященных ТО осесимметричных конструкций в термомеханической постановке. В данной работе рассмотрена ТО осесимметричной конструкции диска турбины с учетом температурных и механических нагрузок.

**Топологическая оптимизация осесимметричной конструкции с учетом термомеханических нагрузок.** ТО — это математический метод, оптимизирующий компоновку материала в области проектирования при заданных нагрузках и граничных условиях с целью максимизации производительности системы. Главная

идея ТО заключается в оптимальном расположении материала в заранее заданном объеме для минимизации или максимизации целевой функции (массы, перемещения или податливости) и удовлетворения ограничениям, таким как максимальное допустимое значение напряжения, массы или перемещения. Таким образом, ТО — общий инструмент структурной оптимизации.

Общая постановка задачи ТО [9] состоит в следующем. С учетом ограничения объема  $c_1$  и множества  $(m - 1)$  других ограничений  $c_i$ ,  $i \in [2, \dots, m]$ , определить такое распределение материала, которое минимизирует целевую функцию  $c_0$  в области проектирования  $\Omega$ .

Минимизация

$$c_0(\mathbf{u}(\rho), \rho) \quad (1)$$

при ограничениях

$$\begin{cases} c_1(\rho) = \int_{\Omega} \rho(x) dV_{\text{мат}} - V_0 \leq 0; \\ c_i(\mathbf{u}(\rho), \rho) \leq 0, i = 2, \dots, m, \end{cases}$$

где  $\mathbf{u}(\rho)$  — вектор перемещения, который должен удовлетворять управляющим уравнениям физической системы;  $\rho$  — проектная переменная, принимающая значение 0 (пустота) или 1 (материал) в месте  $x$  области проектирования;  $V_{\text{мат}}$  и  $V_0$  — объем материала и исследуемой области.

Температурное поле и поле механических деформаций предполагаются слабосвязанными, т. е. изменение температуры вызывает тепловую деформацию, а возникновение деформации не приводит к изменению температуры. Поэтому при рассмотрении термомеханической проблемы с помощью метода конечных элементов (МКЭ) связь статической механики и стационарной теплопроводности относительно проста.

На рис. 1 приведена схема ТО в термомеханической постановке, где КЭ — конечный элемент. Вначале определяют температурное поле для заданных граничных условий. Затем рассчитывают тепловую деформацию, которая преобразуется в вектор правой части и добавляется к существующим нагрузкам (формула (2)). Далее находят поле перемещений для заданных граничных условий и нагрузок.

Известные уравнения равновесия для термического и механического анализа имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_t t &= \mathbf{f}_t; \\ \mathbf{K}_m u &= \mathbf{f}(t), \end{aligned}$$

где  $\mathbf{K}_t$  — глобальная матрица теплопроводности;  $t$  — температура в узлах конструкции;  $\mathbf{f}_t$  — температурная нагрузка;  $\mathbf{K}_m$  — глобальная матрица жесткости;  $u$  — перемещение;  $\mathbf{f}(t)$  — механическая нагрузка, зависящая от температуры.

Нагрузка  $\mathbf{f}(t)$  зависит от температурного поля, поскольку определяется как суперпозиция чисто механической  $\mathbf{f}_m$  и температурной нагрузок:

$$\mathbf{f}(t) = \mathbf{f}_m + \mathbf{f}_t(t).$$

Температурная нагрузка  $\mathbf{f}_t(t)$  отдельного КЭ  $e$  вычисляется по формуле

$$\mathbf{f}_t(t) = \int_{V_e} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \epsilon^0 dV_e. \quad (2)$$

Здесь  $\mathbf{B}$  — матрица связи деформаций и узловых перемещений;  $\mathbf{D}$  — матрица упругих

свойств материала;  $\epsilon^0$  — тепловая деформация КЭ  $e$ ,  $V_e$  — объем КЭ  $e$ .

Тепловая деформация КЭ  $e$

$$\epsilon^0 = \alpha \Delta T_e = \begin{Bmatrix} \alpha \\ \alpha \\ 0 \end{Bmatrix} \Delta T_e, \quad (3)$$

где  $\alpha$  — коэффициент линейного теплового расширения;  $\Delta T_e$  — изменение температуры КЭ  $T_e$ .

Температура КЭ интерполируется с использованием матрицы функций формы  $\mathbf{N}_t$  и узловых температур КЭ  $t_e$ :

$$\Delta T_e = \mathbf{N}_t t_e. \quad (4)$$

После подстановки выражений (4) и (3) в формулу (2) температурная нагрузка приобретает вид

$$\mathbf{f}_t(t) = \int_{V_e} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \alpha \mathbf{N}_t t_e dV_e.$$

**Анализ чувствительности для термомеханической модели.** Расчет целевой функции и анализ ее чувствительности являются важными



Рис. 1. Блок-схема процедуры ТО

этапами задачи ТО. Необходимые чувствительности для различных связанных проблем находят с использованием сопряженного метода. При заданном ограничении заполнения материалом исследуемой области  $\text{Volfrac} = V_{\text{мат}}/V_0$  задача оптимизации, приведенная в уравнении (1), эквивалентна оптимизации для функционала Лагранжа  $L$ :

Минимизация

$$L(\rho) = c_0(\rho) + \lambda_t^T (\mathbf{K}_t \mathbf{T} - \mathbf{F}_t) + \lambda_m^T (\mathbf{K}\mathbf{U} - \mathbf{F}_m) \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (5)$$

при ограничениях

$$\sum_1^n \rho_e V_e \leq \text{Volfrac} V_0; \quad 0,001 \leq \rho_e \leq 1,000,$$

где  $\lambda_t$ ,  $\lambda_m$  — матрицы сопряженных коэффициентов;  $\mathbf{F}_t$  и  $\mathbf{F}_m$  — температурная и механическая нагрузки;  $\mathbf{T}$  — вектор температуры;  $\mathbf{K}$  — матрица жесткости конструкции;  $\mathbf{U}$  — вектор перемещения;  $\rho_e$  — проектная переменная КЭ  $e$ .

Следовательно, необходимо проанализировать чувствительность податливости к вариации плотностей КЭ. Продифференцировав выражение (5) по  $\rho_e$ , получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial L(\rho_e)}{\partial \rho_e} &= \frac{\partial c_0}{\partial \rho_e} + \lambda_t^T \left( \frac{\partial \mathbf{K}_t}{\partial \rho_e} \mathbf{T} - \frac{\partial \mathbf{F}_t}{\partial \rho_e} \right) + \\ &+ \lambda_m^T \left( \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \rho_e} \mathbf{u} - \frac{\partial \mathbf{F}_m}{\partial \rho_e} \right) + \frac{\partial c_0}{\partial \mathbf{u}} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \rho_e} + \frac{\partial c_0}{\partial \mathbf{T}} \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \rho_e} + \\ &+ \lambda_t^T \left( \mathbf{K}_t \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \rho_e} \right) + \lambda_m^T \left( \mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \rho_e} - \frac{\partial \mathbf{F}_m}{\partial \mathbf{T}} \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \rho_e} \right). \end{aligned}$$

Формулы для расчета податливости и ее чувствительности имеют вид

$$c_0(\rho) = \mathbf{u}^T \mathbf{K}(\rho) \mathbf{u};$$

$$\frac{\partial c_0}{\partial \mathbf{u}}(\rho_e) = \mathbf{u}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \rho_e} \mathbf{u}.$$

Сопряженные коэффициенты  $\lambda_t$ ,  $\lambda_m$  определяются из системы уравнений

$$\begin{cases} \left( \frac{\partial c_0}{\partial \mathbf{T}} + \lambda_t^T \mathbf{K}_t - \lambda_m^T \frac{\partial \mathbf{F}_m}{\partial \mathbf{T}} \right) \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \rho_e} = 0; \\ \left( \frac{\partial c_0}{\partial \mathbf{u}} + \lambda_m^T \mathbf{K} \right) \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \rho_e} = 0. \end{cases}$$

Таким образом, выражение для вычисления чувствительности МКЭ с применением сопряженных коэффициентов формально записывается в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial L(\rho_e)}{\partial \rho_e} &= \frac{\partial c_0}{\partial \rho_e} + \lambda_t^T \left( \frac{\partial \mathbf{K}_t}{\partial \rho_e} \mathbf{T} - \frac{\partial \mathbf{F}_t}{\partial \rho_e} \right) + \\ &+ \lambda_m^T \left( \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \rho_e} \mathbf{u} - \frac{\partial \mathbf{F}_m}{\partial \rho_e} \right). \end{aligned}$$

**Метод подвижных асимптот для обновления управляющих параметров.** Сформированная задача (5) — стандартная задача нелинейного математического программирования и может быть решена любым методом. В данной статье метод подвижных асимптот (Method of Moving Asymptotes — MMA) использован как алгоритм ТО.

Алгоритм MMA, опубликованный К. Сванбергом в 1987 г. [10], в настоящее время является широко применяемым алгоритмом ТО. MMA свободно доступен для образовательных и исследовательских целей (по обращению к К. Сванбергу). Метод базируется на концепции приближения выпуклых функций, а следовательно, аппроксимирует фактическую проблему оптимизации, создавая подзадачу, где целевая и ограничивающая функции заменяются аппроксимациями на основе значений целевой функции и ее чувствительности, найденных с использованием МКЭ.

В работе [11] выполнено сравнение MMA с двумя другими методами, применяемыми для ТО: последовательным квадратичным программированием (sequential quadratic programming — SQP) и оптимальным критерием (optimality criteria — OC).

Анализ полученных результатов (рис. 2) показал, что наибольшее время расчета соответствует методу SQP. Метод OC требует меньше времени, но его нельзя использовать в данной задаче, так как он не позволяет решать задачи ТО с более чем одним ограничением [12]. Та-

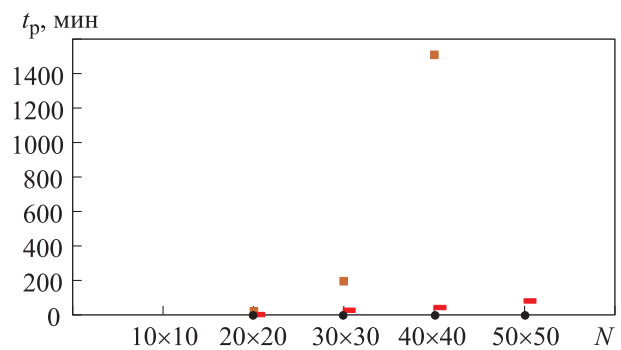


Рис. 2. Зависимость времени расчета  $t_p$  от числа переменных  $N$  для методов SQP (■), MMA (■) и OC (●)

ким образом, ММА является самым удобным методом оптимизации для целевой функции разного типа с любым числом ограничений, позволяя контролировать стабильность и скорость сходимости процесса оптимизации.

**Топологическая оптимизация вращающегося диска турбины.** Рассмотрим применение приведенного выше метода к реальной конструкции вращающегося диска в осесимметричной постановке с учетом термомеханической нагрузки.

**Постановка задачи.** Задача ТО вращающегося диска турбины с прикрепленными к нему лопатками определена в плоской постановке. Исследован диск (рис. 3), симметричный относительно своей срединной плоскости  $r$ . На диск, вращающийся с угловой скоростью  $\omega$  (об/мин), действуют инерционные и температурные нагрузки, а также радиальные напряжения:  $P_1$  (Па) — возникающие вследствие его посадки с натягом на вал и  $P_2$  (Па) — вызванные силами инерции лопаток. Температура распределена по билинейному закону и задана в четырех характерных точках: 1 (100 °С), 2 (200 °С), 3 (300 °С), 4 (400 °С). В расчетах принято, что материал диска — высокопрочная низколегированная сталь 30ХГСА.

Для осуществления ТО необходимо провести сотни итераций расчета, поэтому упрощение модели даст возможность исследовать большее число вариантов конструкции с различными параметрами и быстрее оценить поведение оптимального решения при изменении внешних параметров. Другими словами, использованная упрощенная схема параметризации формы диска позволяет быстро полу-

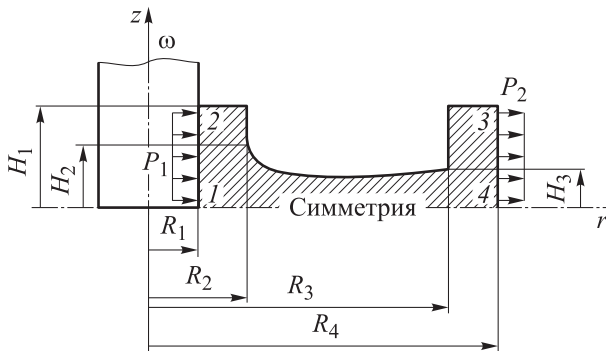
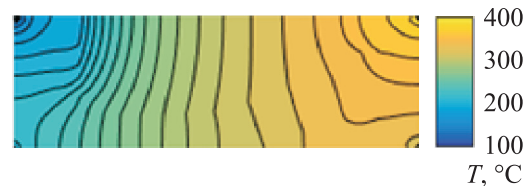
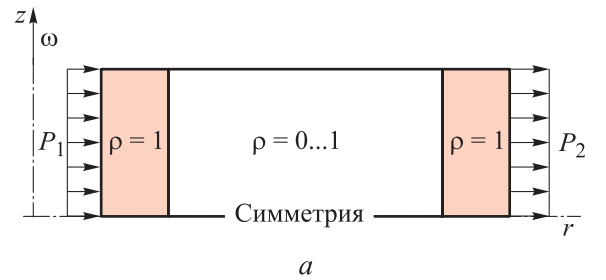


Рис. 3. Форма традиционной модели вращающегося диска турбины:

$R_1 = 25$  мм;  $R_2 = 50$  мм;  $R_3 = 250$  мм;  $R_4 = 275$  мм;  
 $H_1 = 80$  мм;  $H_2 = 60$  мм;  $H_3 = 40$  мм;  $P_1 = 5 \cdot 10^7$  Па;  
 $P_2 = 6 \cdot 10^7$  Па;  $\omega = 3000$  об/мин



б

Рис. 4. Исходная модель без учета (а) и с учетом (б) температуры

чить удовлетворительный вариант конструкции.

Для упрощения расчета и создания нового конструктивного решения область проектирования была задана следующим образом: лопатки заменены на участок цилиндрической оболочки (размеры которой совпадали с областью их крепления), а диафрагма — областью проектирования в форме цилиндра (рис. 4, а, б). Описанная упрощенная конструкция принята исходной моделью вращающегося диска, используемой в задаче ТО.

**Анализ результатов ТО с помощью программы, реализованной в системе MATLAB.** Сначала рассмотрим влияние коэффициента Volfrac на результаты ТО диска турбины. На рис. 5 приведена зависимость отношения податливостей

$$\Pi = \frac{\text{Податливость оптимизированной модели}}{\text{Податливость исходной модели}}$$

от коэффициента Volfrac. При ослаблении ограничений на допускаемый объем материала диск становится менее жестким и более тяжелым. Вариант 1 оптимизированной формы дает вырожденную конструкцию, состоящую из несвязан-

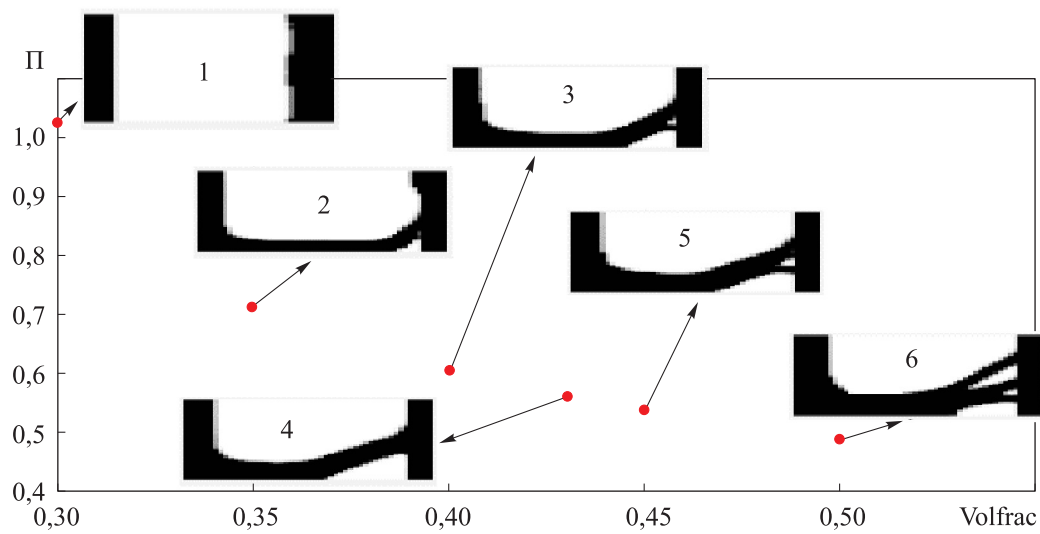


Рис. 5. Зависимость отношения податливостей П от коэффициента Volfrac (1–6 — варианты оптимизированной формы диска)

ных областей. С точки зрения технологии производства и применяемого оборудования варианты 2, 3, 5, 6 для коэффициента Volfrac, равного 0,35; 0,40; 0,45; 0,50 соответственно, не оптимальны. Следовательно, в рамках этой статьи для продолжения анализа необходимо выбрать значение коэффициента Volfrac = 0,43 (вариант 4).

Далее рассмотрим задачу поиска оптимальной топологии диска для двух случаев, показанных на рис. 4, а и б. В процессе работы диск

нагревается, и распределение температуры в расчетной области становится таким, как показано на рис. 4, б.

Значения отношения податливостей П и числа итераций расчета И задач ТО диска приведены на рис. 6. Видно, что податливость конструкции и количество итераций расчета при учете температуры значительно выше, чем без ее учета.

На практике турбина может работать в разных режимах, и угловая скорость вращения ротора будет изменяться. Проведем решение поставленной задачи для различных значений угловой скорости вращения диска. На рис. 7 приведена обобщенная зависимость отношения податливостей от угловой скорости вращения диска. Показано, что с повышением угловой скорости вращения отношение податливостей увеличивается на 11,9 % (с 3000 до 4000 об/мин) и на 15,4 % (с 4000 до 5000 об/мин).

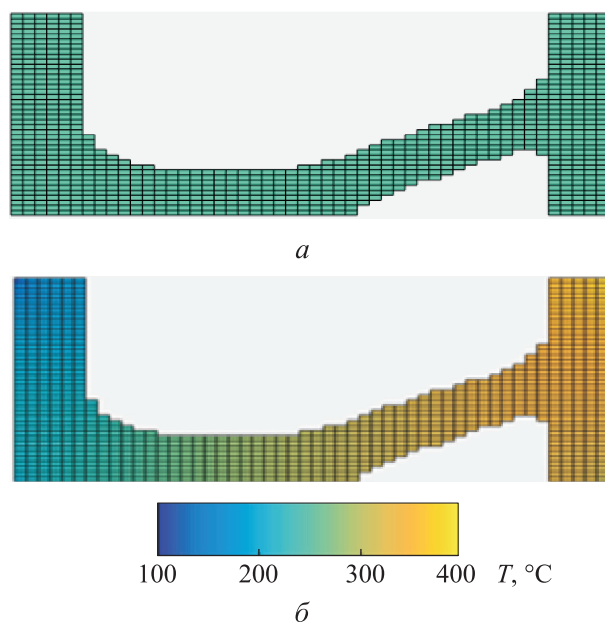


Рис. 6. ТО вращающегося диска без учета (а) и с учетом (б) температуры:  
 а — П = 0,6012; И = 151 ( $t_p = 413$  с); б — П = 0,7916;  
 И = 170 ( $t_p = 527$  с)

**Сравнение результатов ТО с решением, полученным средствами ANSYS Parametric Design Language (APDL) и ABAQUS (TOSCA).** На рис. 8 показаны конструкции диска турбины, созданные в результате его ТО с применением разработанного программного модуля, ABAQUS (TOSCA) и ANSYS APDL. В ANSYS APDL для проведения ТО осесимметричных конструкций допускается использование только восьмиузловых КЭ (PLANE82). В программе ABAQUS с помощью модуля оптимизации TOSCA можно задействовать четырехузловые КЭ (CAX4).

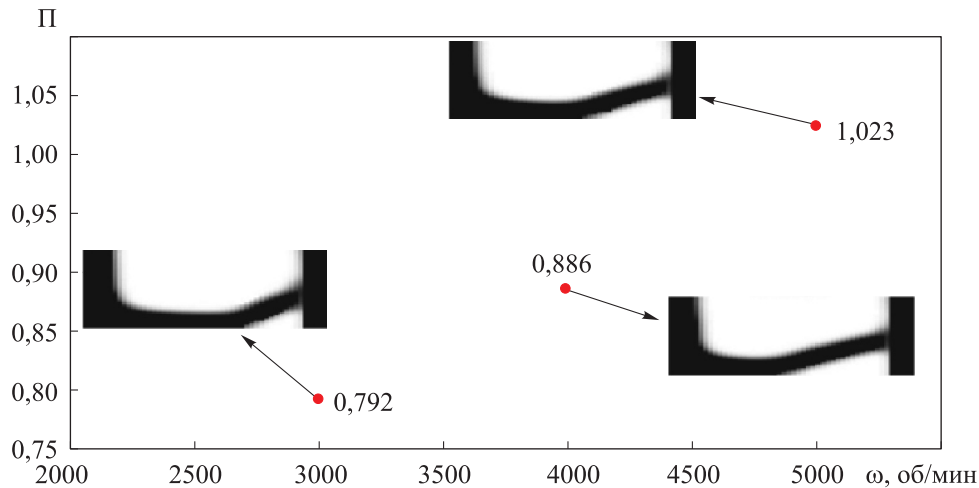
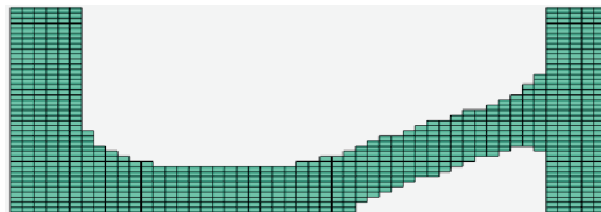


Рис. 7. Зависимость отношения податливостей  $\Pi$  от угловой скорости вращения диска  $\omega$

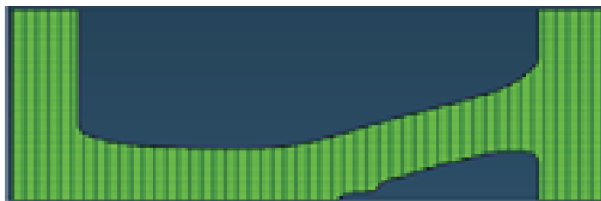
Анализ полученных данных приводит к выводу о качественном соответствии оптимизированных вариантов друг другу. Небольшие различия обусловлены неодинаковыми типами КЭ и настройками разных алгоритмов оптимизации (таких как оптимальный критерий и метод движущих асимптот, изменение штрафного коэффициента, значения радиуса фильтрации и др.), которые нельзя извлечь и настроить из

программ ANSYS APDL и ABAQUS (TOSCA) [13, 14] в силу закрытого исходного кода.

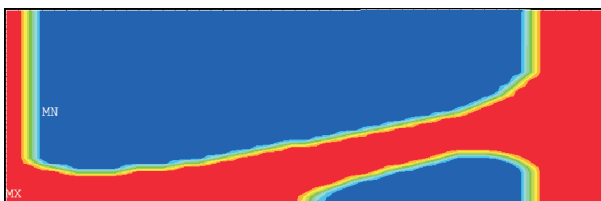
Основные результаты оптимизации вращающегося диска турбины приведены в таблице. Анализ результатов ТО показал, что с целью снижения податливости конструкции масса диска уменьшена на 32,2 %. При этом максимальное значение радиального перемещения  $U_{\max}$  по внешней границе диска отличается от исходного варианта в пределах допуска (менее чем на 0,02 мм) при одинаковых условиях работы турбины. Это указывает на то, что оптимизированный диск турбины существенно выигрывает по массе  $m$ , удовлетворяя требованиям по жесткости.



а



б



в

Рис. 8. Конструкции, созданные в результате ТО диска турбины с помощью разных программ: а — MATLAB; б — ABAQUS (TOSCA); в — ANSYS APDL

**Анализ возможности изготовления оптимальной конструкции диска методом аддитивного производства.** Результатом ТО без конструктивных ограничений в большинстве случаев является свободная форма изделия (бионический дизайн), изготовление которой сильно затруднено. По этой причине либо добавляют в алгоритм ТО специальные ограничения (штамповка, симметрия, циклическая симметрия, ограничения максимальной/минимальной толщины и пр.), либо делают постобработку результата ТО в ручном или полуавтоматическом режиме с применением CAD-систем. Добавление ограничений в формулировку ТО для повышения технологичности является активной областью исследований [15].

Рассматриваемый диск может быть выполнен традиционными и аддитивными методами. Чтобы устранить технологические трудности изготовления диска целиком из-за наличия за-

**Результаты расчета традиционной и оптимизированной моделей вращающегося диска в условиях неравномерного нагрева**

Параметр	Модель	
	Исходная	Оптимизированная
П	1,0000	0,7968
$U_{max}$ , мм	0,413	0,429
$m$ , кг	176,90	120,25

мкнутой полости, его оптимальную конструкцию можно разделить на две части, как показано на рис. 9.

Процесс изготовления диска состоит из двух основных этапов. На первом каждую из частей выполняют традиционными технологическими методами (точением, сверлением, фрезерованием, протягиванием и т. п.). На втором этапе полученные части соединяют сваркой. Анализ напряжений оптимальной конструкции показывает, что сварные швы обеспечат необходимую прочность конструкции.

Рассмотрим возможности изготовления оптимального диска методами аддитивного производства [16]. На рис. 10 показан фрагмент создания оптимальной модели диска в лаборатории методом послойного наплавления (Fused Deposition Modeling) без поддерживающих структур. Следует отметить, что в рамках данной работы используемый метод аналогичен лазерной наплавке (Laser Metal Deposition), которую можно применять для получения реальной модели диска металлическим (стальным) порошком.

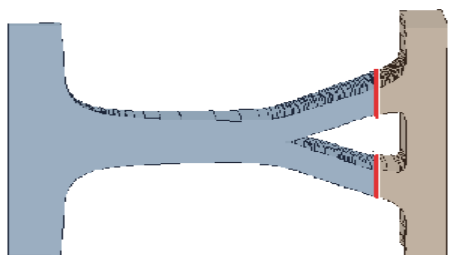
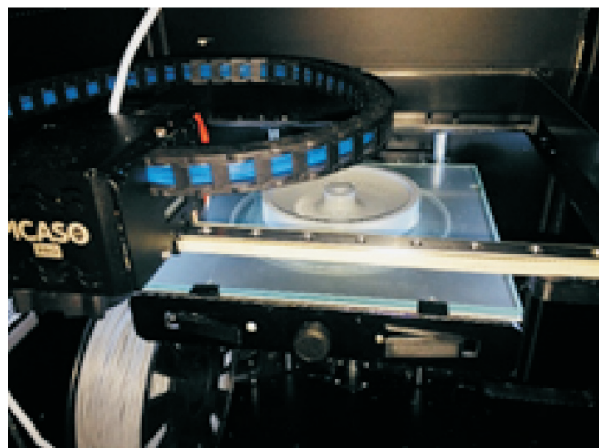


Рис. 9. Вариант изготовления оптимальной формы диска традиционными методами (отмеченные линии — место сварки)



а



б

Рис. 10. Фрагмент изготовления оптимальной модели половины диска методом послойного наплавления (а) и ее внешний вид (б)



Несмотря на то, что применение методов аддитивного производства для выполнения сложных деталей открывает широкие возможности конструирования, для этих методов тоже существуют технологические ограничения, которые необходимо прорабатывать с учетом используемого оборудования и метода изготовления [17, 18].

## Выводы

1. Анализ полученных результатов показал эффективность метода ТО при проектировании

диска турбины с учетом термомеханических нагрузок.

2. По сравнению с исходным вариантом у оптимальной модели диска масса уменьшена на 32,2 %. При этом максимальное значение радиального перемещения по внешней границе диска изменилось незначительно (менее чем на 0,02 мм).

3. Диск оптимальной формы может быть изготовлен с помощью традиционных или аддитивных технологий. Доказана возможность создания диска оптимальной формы методом послойного наплавления металла.

## Литература

- [1] Statnikov R.B., Gavrushin S.S., Dang M.H., Statnikov A.R. Multicriteria Design of Composite Pressure Vessels. *International Journal of Multicriteria Decision Making*, 2014, vol. 4, no. 3, pp. 252–278, doi: 10.1504/IJMCDM.2014.064801
- [2] Евгеньев Г.Б., Гаврюшин С.С., Грошев А.В., Овсянников М.В., Шильников П.С. *Основы автоматизации технологических процессов и производств*. Т. 1. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2015. 441 с.
- [3] Соболев И.М., Статников Р.Б. *Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями*. Москва, Дрофа, 2006. 176 с.
- [4] Liu J.-S., Parks G.T., Clarkson P.J. Optimization of Turbine Disk Profiles by Metamorphic Development. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, 2002, vol. 124, pp. 192–200, doi: 10.1115/1.1467079
- [5] Garcia-Revilla F.J., Jimenez-Octavio J.R., Sanchez-Rebollo C., Cantizano A. Efficient Multi-objective Optimization for Gas Turbine Discs. *Advanced Structured Materials*, 2014, vol. 54, pp. 227–255.
- [6] Rodrigues H., Fernandes P. A material based model for topology optimization of thermoelastic structures. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1995, vol. 38(12), pp. 1951–1965, doi: 10.1002/nme.1620381202
- [7] Deng J., Yan J., Cheng G. Multi-objective concurrent topology optimization of thermoelastic structures composed of homogeneous porous material. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2013, vol. 47, no. 4, pp. 583–597.
- [8] Zuo K.T., Chen L.P., Zhang Y.Q., Wang S.T. Structural optimal design of heat conductive body with topology optimization method. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2005, vol. 41, iss. 4, pp. 13–16.
- [9] Bendsoe M.P., Sigmund O. *Topology Optimization — Theory, Methods and Applications*. Berlin, Heidelberg, New York, Springer-Verlag, 2002. 370 p.
- [10] Svanberg K. The method of moving asymptotes — a new method for structural optimization. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1987, vol. 24, iss. 2, pp. 359–373, doi: 10.1002/nme.1620240207
- [11] Fanni M., Mohamed M.N., Shabara M.G. A Comparison between Different Topology Optimization Methods. *Mansoura Engineering Journal*, 2013, vol. 38. URL: [https://www.researchgate.net/publication/265167203\\_A\\_Comparison\\_Between\\_Different\\_Topology\\_Optimization\\_Methods](https://www.researchgate.net/publication/265167203_A_Comparison_Between_Different_Topology_Optimization_Methods) (дата обращения 12 декабря 2018).
- [12] Andreassen E., Clausen A., Schevenels M., Lazarov B.S., Sigmund O. Efficient topology optimization in MATLAB using 88 lines of code. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2011, vol. 43, iss. 1, pp. 1–16, doi: 10.1007/s00158-010-0594-7
- [13] ANSYS *Advanced Analysis Techniques Guide*. ANSYS Inc., 2004. 346 p.
- [14] *SIMULIA Tosca Structure Documentation 8.1*. Version 8.1. FE-DESIGN GmbH, a Dassault Systemés company, 2014. 1578 p.

- [15] Венедиктов М.О., Федоров Д.В., Прокопов В.С. Выбор рациональных параметров и учет технологических ограничений в методе топологической оптимизации. *Механика и математическое моделирование в технике. 2-я Всеросс. науч.-техн. конф.*, Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017, с. 365–370.
- [16] Gibson I., Rosen D.W., Stucker B. *Additive manufacturing technologies: rapid prototyping to direct digital manufacturing*. US, Boston, MA, Springer, 2010. 459 p.
- [17] Сальников А.В., Васильев Б.Е. Проектирование пустотелых дисков турбин и анализ эффективности их использования. *Вестник УГАТУ*, 2017, вып. 21, № 3, с. 40–46.
- [18] Liu J., Gaynor A.T., Chen S., Kang Z., Suresh K., Takezawa A., Li L., Kato J., Tang J., Wang C.C.L., Cheng L., Liang X., To A.C. Current and future trends in topology optimization for additive manufacturing. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2018, vol. 57, iss. 6, pp. 2457–2483, doi: 10.1007/s00158-018-1994-3

## References

- [1] Statnikov R.B., Gavrushin S.S., Dang M.H., Statnikov A.R. Multicriteria Design of Composite Pressure Vessels. *International Journal of Multicriteria Decision Making*, 2014, vol. 4, no. 3, pp. 252–278, doi: 10.1504/IJMCDM.2014.064801
- [2] Evgenyev G.B., Gavryushin S.S., Groshev A.V., Ovsyannikov M.V., Shil'nikov P.S. *Osnovy avtomatizatsii tekhnologicheskikh protsessov i proizvodstv* [Fundamentals of automation of technological processes and production]. Moscow, Bauman Press, 2015, vol. 1, 441 p.
- [3] Sobol' I.M., Statnikov R.B. *Vybor optimal'nykh parametrov v zadachakh so mnogimi kriteriyami* [The choice of optimal parameters in problems with many criteria]. Moscow, Drofa publ., 2006. 176 p.
- [4] Liu J.-S., Parks G.T., Clarkson P.J. Optimization of Turbine Disk Profiles by Metamorphic Development. *Journal of Mechanical Design — Transactions of the ASME*, 2002, vol. 124, pp. 192–200, doi: 10.1115/1.1467079
- [5] Garcia-Revilla F.J., Jimenez-Octavio J.R., Sanchez-Rebollo C., Cantizano A. Efficient Multi-objective Optimization for Gas Turbine Discs. *Advanced Structured Materials*, 2014, vol. 54, pp. 227–255.
- [6] Rodrigues H., Fernandes P. A material based model for topology optimization of thermoelastic structures. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1995, vol. 38(12), pp. 1951–1965, doi: 10.1002/nme.1620381202
- [7] Deng J., Yan J., Cheng G. Multi-objective concurrent topology optimization of thermoelastic structures composed of homogeneous porous material. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2013, vol. 47, no. 4, pp. 583–597.
- [8] Zuo K.T., Chen L.P., Zhang Y.Q., Wang S.T. Structural optimal design of heat conductive body with topology optimization method. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2005, vol. 41, iss. 4, pp. 13–16.
- [9] Bendsoe M.P., Sigmund O. *Topology Optimization — Theory, Methods and Applications*. Berlin, Heidelberg, New York, Springer-Verlag, 2002. 370 p.
- [10] Svanberg K. The method of moving asymptotes — a new method for structural optimization. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1987, vol. 24, iss. 2, pp. 359–373, doi: 10.1002/nme.1620240207
- [11] Fanni M., Mohamed M.N., Shabara M.G. A Comparison between Different Topology Optimization Methods. *Mansoura Engineering Journal*, 2013, vol. 38. Available at: [https://www.researchgate.net/publication/265167203\\_A\\_Comparison\\_Between\\_Different\\_Topology\\_Optimization\\_Methods](https://www.researchgate.net/publication/265167203_A_Comparison_Between_Different_Topology_Optimization_Methods) (accessed 12 December 2018).
- [12] Andreassen E., Clausen A., Schevenels M., Lazarov B.S., Sigmund O. Efficient topology optimization in MATLAB using 88 lines of code. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2011, vol. 43, iss. 1, pp. 1–16, doi: 10.1007/s00158-010-0594-7
- [13] *ANSYS Advanced Analysis Techniques Guide*. ANSYS Inc., 2004. 346 p.
- [14] *SIMULIA Tosca Structure Documentation 8.1*. Version 8.1. FE-DESIGN GmbH, a Dassault Systemes company, 2014. 1578 p.
- [15] Venediktov M.O., Fedorov D.V., Prokopov V.S. The choice of rational parameters and consideration of technological constraints in the method of topological optimization. *Me-*

*khanika i matematicheskoye modelirovaniye v tekhnike. 2 Vserossiyskaya nauchno-tekhnicheskaya konferentsiya* [Mechanics and mathematical modeling in engineering. 2<sup>nd</sup> All-Russian Scientific and Technical Conference]. Moscow, Bauman Press, 2017, pp. 365–370.

- [16] Gibson I., Rosen D.W., Stucker B. *Additive manufacturing technologies: rapid prototyping to direct digital manufacturing*. US, Boston, MA, Springer, 2010. 459 p.
- [17] Sal'nikov A.V., Vasil'yev B.E. Design of hollow turbine discs and analysis of their efficiency. *Vestnik UGATU*, 2017, vol. 21, no. 3, pp. 40–46 (in Russ.).
- [18] Liu J., Gaynor A.T., Chen S., Kang Z., Suresh K., Takezawa A., Li L., Kato J., Tang J., Wang C.C.L., Cheng L., Liang X., To A.C. Current and future trends in topology optimization for additive manufacturing. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2018, vol. 57, iss. 6, pp. 2457–2483, doi: 10.1007/s00158-018-1994-3

Статья поступила в редакцию 21.01.2019

## Информация об авторах

**Буй Ван Фьонг** — аспирант кафедры «Компьютерные системы автоматизации производства». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: phuongbv1991@gmail.com).

**ПРОКОПОВ Владимир Сергеевич** — кандидат технических наук, доцент кафедры «Прикладная механика». МГТУ им. Н. Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: vladimir.prokopov@gmail.com).

**ГАВРЮШИН Сергей Сергеевич** — доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой «Компьютерные системы автоматизации производства». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: gss@rk9.bmstu.ru).

**ПАПАЗАФЕИРОПОУЛОС Джордж** — аспирант кафедры «Строительная инженерия», Афинский национальный технический университет (15780, Зограф, Греция, ул. Ирун Политехниу, д. 9, e-mail: gpapazafeiropoulos@yahoo.gr).

## Information about the authors

**BUI Van Phuong** — Postgraduate, Department of Computer Systems of Industrial Automation. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2<sup>nd</sup> Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: phuongbv1991@gmail.com).

**PROKOPOV Vladimir Sergeevich** — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Department of Applied Mechanics. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2<sup>nd</sup> Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: vladimir.prokopov@gmail.com).

**GAVRIUSHIN Sergei Sergeevich** — Doctor of Science (Eng.), Professor, Head of Department, Computer Systems of Industrial Automation. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2<sup>nd</sup> Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: gss@rk9.bmstu.ru).

**PAPAZAFEIROPOULOS George** — Postgraduate, Structural Engineering Department. National Technical University of Athens (15780, Zografou, Greece, 9, Iroon Polytechniou St., email: gpapazafeiropoulos@yahoo.gr).

### Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Буй В.Ф., Прокопов В.С., Гаврюшин С.С., Папазафеиропоулос Д. Топологическая оптимизация конструкции диска турбины при действии термомеханических нагрузок. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2019, № 4, с. 60–70, doi: 10.18698/0536-1044-2019-4-60-70

### Please cite this article in English as:

Bui V.P., Prokopov V.S., Gavriushin S.S., Papazafeiropoulos G. Topology Optimization of the Turbine Disk Structure under Thermomechanical Loads. *Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building*, 2019, no. 4, pp. 60–70, doi: 10.18698/0536-1044-2019-4-60-70