

УДК 621.833

doi: 10.18698/0536-1044-2019-10-33-42

Повышение коэффициента перекрытия в упругой модели модифицированной зубчатой передачи

Б.П. Тимофеев, Н.Т. Данг

Университет ИТМО

Increasing the Overlap Factor in the Elastic Model of a Modified Gear

B.P. Timofeev, N.T. Dang

ITMO University: Information Technology, Mechanics and Optics

Рассмотрены сопряженные и приближенные зубчатые передачи. Проанализированы методы локализации пятна контакта и устранения кромочных контактов. На основе решения задачи Герца построены математические модели зубчатых зацеплений в программе MathCAD, с помощью которых рассчитан коэффициент перекрытия зацепления при учете контактных деформаций. Предложены круговая и параболическая модификации для цилиндрических прямозубых колес. Определены допустимые значения параметров модификации. Контактные напряжения равны допускаемым при расчете на многоцикловую усталость. Определено влияние контактной деформации на нагрузочную способность несопряженных передач.

Ключевые слова: приближенные зубчатые передачи, локализации пятна контакта, решения задачи Герца, коэффициент перекрытия, круговая и параболическая модификации, нагрузочная способность

Coupled and approximate gears are considered in this article. Methods of localization of the contact patch and the elimination of edge impact are analyzed. Based on the solution of the Hertz problem, mathematical models of gearing in the MathCAD program are constructed, with the help of which the overlap ratio of the gearing is calculated taking into account contact deformations. Circular and parabolic modifications for cylindrical spur gears are proposed. The allowed values of the modification parameters are determined. Contact stresses are equal to the allowable stresses when calculating multi-cycle fatigue. The influence of contact deformation on the load capacity of non-conjugate gears is analyzed.

Keywords: approximate gears, localization of the contact patch, solution of the Hertz problem, overlap factor, circular and parabolic modifications, load capacity

подавляющее большинство цилиндрических зубчатых передач (ЗП) выполняют сопряженными. Однако передаточное отношение эвольвентных колес не является постоянным в процессе зацепления вследствие погрешностей изготовления зубчатых и незубчатых элементов ЗП, деформаций под нагрузкой, погрешностей монтажа и т. д. [1–4].

Другим серьезным недостатком сопряженного зацепления является невозможность избежать кромочных касания и удара на входе зубьев

в зацепление и кромочного контакта на выходе зубьев при наличии срединного удара [5]. При этом напряжения при кромочном контакте зубьев достигают экстремальных значений, что приводит к снижению долговечности ЗП.

В передаче с локализованным контактом пересопряжение сопровождается мягким ударом. Ускорение при пересопряжении точки контакта меняется скачком на конечное значение. Фактическое изменение скорости ведомого звена можно определить решением задач динамики, однако

это возможно лишь при известных инерционных параметрах ЗП и характере нагружения.

Данная статья касается выбора параметров в процессе проектирования передачи. В связи с этим возникает логичный вопрос: насколько важна «теоретическая сопряженность ЗП» для получения удовлетворяющих качественных характеристик в силовых передачах?

Цель работы — исследование влияния контактной деформации зубьев на процесс пересопряжения ЗП и различных систем модификации профиля цилиндрических ЗП на коэффициент перекрытия передач.

Рассмотрим жесткую и упругую модели зацепления.

Жесткая модель. Пусть в зацеплении всегда находится хотя бы одна пара зубьев. Тогда описанного прекращения контакта можно добиться только одним способом: вступающая в зацепление пара зубьев должна «вести» ведомое колесо с большей скоростью, чем находящаяся в зацеплении пара. Только в этом случае зуб ведомого колеса разомкнет контакт, уйдя от ведущего [6]. Иными словами, пара, вступающая в зацепление, «вышибает» из него предыдущую. Отсюда следует, что передаточное отношение i_{21} при локализованном контакте должно быть различным в разных фазах зацепления, причем в процессе взаимодействия одной пары зубьев этот параметр должен уменьшаться.

В идеальной ЗП с постоянным передаточным отношением $i_{21} = z_1/z_2$ (z_1 и z_2 — число зубьев ведущего и ведомого колеса) кинематика зацепления любой пары зубьев не различается, и передаточное отношение одинаковое в начале и конце зацепления. Под идеальной ЗП понимают жесткую модель при отсутствии погрешностей изготовления и монтажа. Для локализации же контакта, как было показано ранее, i_{21} при выходе зубьев из зацепления должно быть меньшим, чем в начале.

Переменность передаточного отношения i_{21} означает, что вход зацепления очередной пары зубьев сопровождается выходом из него предшествующей пары, и оба момента пересопряжения совпадают. Поэтому пересопряжение зубьев происходит с зубцовой частотой, повторяясь при повороте колеса на угол, равный $\tau = 2\pi/z_2$. Коэффициент перекрытия передачи с локализованным контактом равен единице.

При входе в зацепление очередной пары зубьев соприкосновение возникает после того,

как кромка ведомого зуба пересечет линию зацепления. Такое возможно при наличии первоначального зазора между боковыми поверхностями этой пары. Зазор уменьшается по мере движения колес, становясь равным нулю в момент пересопряжения.

В пределах поворота на угловой шаг τ ведомое колесо сначала вращается со скоростью выше средней, затем скорость снижается, и оно «отстает» в своем движении. Это позволяет следующему ведущему зубу очередной пары приблизиться к своему ведомому зубу и вступить с ним в контакт.

Пусть поверхности зубьев заданы в системах координат, связанных с первым (ведущим) и вторым (ведомым) колесами в виде $\vec{r}^{(1)} = r_1(u_1, \vartheta_1, \varphi_1)$ и $\vec{r}^{(2)} = r_2(u_2, \vartheta_2, \varphi_2)$, $\vec{e}^{(1)} = e_1(u_1, \vartheta_1, \varphi_1)$ и $\vec{e}^{(2)} = e_2(u_2, \vartheta_2, \varphi_2)$, где $\vec{r}^{(i)}$ и $\vec{e}^{(i)}$ — радиусы-векторы и орты нормалей поверхности; u_i , ϑ_i — криволинейные координаты; φ_i — координаты, задающие положение первого и второго звеньев. Здесь верхний индекс относится к системе координат, нижний — к колесам 1 и 2.

Решим систему уравнений

$$\begin{cases} \vec{r}^{(1)} = \vec{r}^{(2)}; \\ \vec{e}^{(1)} = -\vec{e}^{(2)}, \end{cases}$$

состоящую из пяти независимых уравнений (так как на равенство ортов нормалей наложено условие $|\vec{e}^{(1)}| = |-\vec{e}^{(2)}| = 1$) с шестью неизвестными u_1 , ϑ_1 , φ_1 , u_2 , ϑ_2 , φ_2 . Задаваясь параметром φ_1 , можно определить все остальные неизвестные и получить функцию положения $\varphi_2 = \varphi_1(\varphi_1)$ и передаточного отношения $i_{21} = f_1(\varphi_1)$. Полагая $\varphi_{2д} = \varphi_{2н} + \Delta\varphi_2$, где $\varphi_{2д}$ — действительный угол поворота ведомого колеса; $\varphi_{2н} = \varphi_1 z_1 / z_2$, получим зависимости, приведенные на рис. 1.

Зависимости передаточного отношения $i_{21} = f_1(\varphi_1)$ и ошибки угла поворота ведомого колеса $\Delta\varphi_2 = f_2(\varphi_1)$ от угла поворота ведущего колеса φ_1 в соседних парах зубьев показаны на рис. 1. Здесь точки, соответствующие моментам пересопряжения, отмечены кружками; H_m и K_m — начало и конец зацепления m -пары зубьев ($m = 1, 2, 3, \dots$); τ_1 — угловой шаг первого звена ЗП; $i_{21}^0 = z_1/z_2$ — среднее значение передаточного отношения.

Анализ данных рис. 1 свидетельствует о том, что ЗП с локализованным контактом мало чувствительна к погрешностям изготовления и

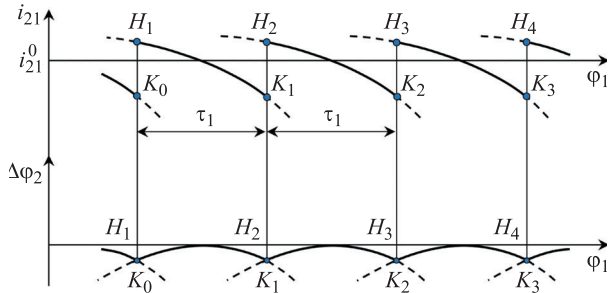


Рис. 1. Зависимости передаточного отношения i_{21} и ошибки угла поворота ведомого колеса $\Delta\varphi_2$ от угла поворота ведущего колеса φ_1 в соседних парах зубьев без учета их податливости

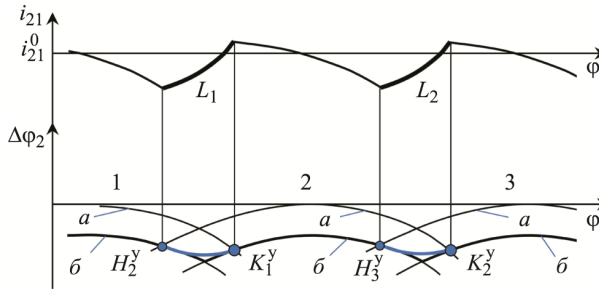


Рис. 2. Зависимости передаточного отношения i_{21} и ошибки угла поворота ведомого колеса $\Delta\varphi_2$ от угла поворота ведущего колеса φ_1 в соседних парах зубьев при учете их податливости

монтажа. Пусть имеется погрешность шага $\Delta\tau_1$. На нижнем графике это равносильно сдвигу кривой $\Delta\varphi_2 = f_2(\varphi_1)$ на значение $\Delta\tau_1$ вправо или влево в зависимости от того, увеличился шаг или уменьшился.

Точка пересопряжения также изменяется, однако погрешность положения $\Delta\varphi_2$ и удар при пересопряжении зубьев, характеризующий скачком передаточного отношения на верхнем графике, практически не изменяется. В то же время выход точек контакта на кромку в ЗП с нелокализованным контактом резко ухудшает ее свойства.

Упругая модель. Рассмотрим картину зацепления при учете податливости зубьев (рис. 2) — перейдем от жесткой модели к упругой. Сущность изменений выявляется даже при упрощенных представлениях о деформациях элементов ЗП.

Будем считать, что деформация приведет к изменению шагов зубьев взаимодействующей пары и мало скажется на функции положения $\varphi_2(\varphi_1)$, т. е. функции положения нагруженной и ненагруженной пар отличаются на некоторую величину. Линии a и b на рис. 2 практически эквидистантны (в точности эквидистантны они

будут лишь в случае эвольвентных колес $\rho_{пр} = \text{const}$ в формуле Герца, где $\rho_{пр}$ — приведенный радиус кривизны профилей зубьев) для пар 1, 2 и 3, но линия b сдвинута относительно линии a на величину $\Delta\varphi_2$ — углового «отставания» ведомого колеса из-за наличия деформации.

Это отставание вызывает соприкосновение зубьев следующей пары раньше, чем в жесткой модели. Сопоставим жесткую (линия a) и упругую (линия b) модели в той фазе, когда движение передается первой парой зубьев, а непрерывно уменьшающийся зазор во второй паре достиг у жесткой модели такого значения, что для его ликвидации нужен поворот второго звена на угол $\Delta\varphi_2$.

Но в упругой модели зацепления вследствие деформации зубьев нагруженной первой пары положение второго звена является именно таким — отставшим на $\Delta\varphi_2$. Следовательно, начало контакта зубьев второй пары на рис. 2 определится точкой H_2^y .

Рассмотрим другую фазу зацепления, когда движение передается уже третьей паре зубьев, а увеличивающийся зазор во второй паре достиг (в жесткой модели) значения, требующего для своей ликвидации поворота второго звена на угол $\Delta\varphi_2$. В упругой модели, обеспечивающей именно такое отставание ведомого звена, выход зубьев из зацепления задерживается и происходит в точке K_2^y (см. рис. 2).

Взаимодействующие пары зубьев сменяют друг друга с зубцовой частотой. На рис. 2 отмечены точки H_2^y начала контакта второй пары, K_1^y окончания контакта первой пары в упругой модели зацепления. Точки H_2^y и H_3^y смещены относительно друг друга на угловой шаг (как и точки K_1^y и K_2^y). В точках H_m^y вступающая в зацепление пара зубьев еще не нагружена — вся нагрузка передается предшествующей парой. В точках K_m^y выходящая из зацепления пара уже не передает усилия.

Следовательно, участок $K_1^y H_3^y$ соответствует однопарному зацеплению, а участки $H_2^y K_1^y$ и $H_3^y K_2^y$ — двухпарному. В пределах этих участков происходит постепенное нагружение зубьев, вступающих в зацепление, и разгрузка выходящих из него.

Размеры участков двухпарного зацепления зависят как от формы линий a , так и от значения $\Delta\varphi_2$, причем с увеличением $\Delta\varphi_2$ длина участков двухпарного зацепления растет. Значение $\Delta\varphi_2$ определяется передаваемой нагрузкой и суммарной податливостью зубьев.

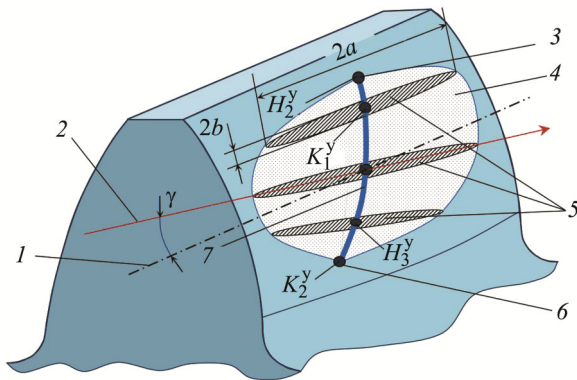


Рис. 3. Модель пятна контакта на зубе:

1 — линия зуба; 2 — большая ось площадки мгновенного контакта; 3 и 6 — вход в зацепление (зуб не загружен) и выход из него (зуб разгружен); 4 — суммарное пятно контакта; 5 — площадки мгновенного контакта при полном нагружении (эллипсы); 7 — активная действующая линия L (совокупность точек контакта); $2a, 2b$ — размеры осей площадки мгновенного контакта; γ — угол наклона большей оси площадки мгновенного контакта

На участках двухпарного зацепления $H_2^y K_1^y$ и $H_3^y K_2^y$ зависимости $\Delta\varphi_2(\varphi_1)$ и $i_{21}(\varphi_1)$ представлены линиями L_1 и L_2 соответственно (см. рис. 2). Характер линии L_1 объясняется постепенным ростом нагрузки второй пары на участке $H_2^y K_1^y$, т. е. чисто статическим нагружением этой пары. В точках H_2^y и K_1^y происходит мягкий удар — ускорение меняется скачком на конечное значение.

Продолжительность зацепления пары зубьев в упругой модели больше углового шага и зависит от нагрузки, а не является чисто геометрической характеристикой механизма. Пятно контакта на зубе (рис. 3) состоит из трех участков, соответствующих последовательно двух-, одно- и вновь двухпарному зацеплению.

Точки H_2^y и K_2^y на рис. 3 ограничивают активную действующую линию. В них площадка мгновенного контакта вырождается в точку контакта. Наибольшие площадки мгновенного контакта будут расположены на участке однопарного зацепления $K_1^y - H_3^y$. Реальной будет картина, воспроизведенная на графиках сплошными линиями L_1 и L_2 (см. рис. 2).

Круговая и параболическая модификации. Недостатком сопряженного зацепления является присутствие кромочного касания на входе или выходе зубьев из зацепления, что резко снижает качество ЗП [7]. Для устранения этого недостатка необходимо исключить контакт на любой из кромок зубьев (включая границу ак-

тивной и переходной поверхностей) применением соответствующих модификаций.

Будем рассматривать только профильную модификацию, исключая контакты на кромках, образованных боковой поверхностью зуба с поверхностью выступов и переходной поверхностью. Исследуем два варианта: круговую и параболическую модификации.

При этом модифицировано только одного из колес пары путем отвода от линии зуба внутрь от первоначального эвольвентного профиля. Профиль зуба парного колеса остается неизменным (эвольвентным).

Рассмотрим зацепление простейшей цилиндрической ЗП, изготовленной без смещения, как жесткая и упругая модели несопряженного зацепления. При этом крутящий момент передается первой парой зубьев.

Предполагаем, что зона двухпарного зацепления появляется вследствие сближения нагруженных зубьев. Определим величину сближения зубьев (рис. 4). Существует множество методик по решению этой задачи [8–15]. Все рассмотренные методики были разработаны на основе решения задачи контакта Герца [16–18]. Их различие заключается лишь в постоянном коэффициенте, учитывающем влияние уравнивающих контактную нагрузку сил.

В работе [11] выполнен анализ различных методов решения этой задачи. При учете разных факторов, тем самым переходя от идеальной модели к реальной, автор оценивал погрешности расчетных методов. Разница результатов, полученных с помощью этих методов, составила 10...45 %.

В данной работе для определения аналитической зависимости коэффициента перекры-

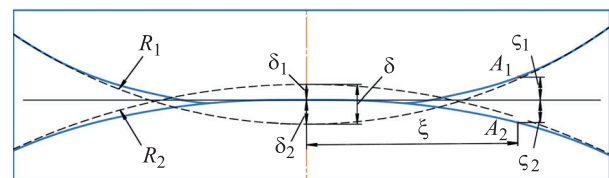


Рис. 4. Схема сближения контактирующих зубьев при нагружении:

R_1 и R_2 — кривизны первого и второго цилиндров;
 δ_1, δ_2 и δ — осадка первого, второго цилиндров и их общая осадка соответственно;
 A_1, A_2 — рассматриваемые точки на поверхностях тел на произвольном расстоянии до оси тел;
 ξ — расстояние от точек A_1, A_2 до оси тел;
 s_1 и s_2 — расстояния от точек A_1 и A_2 до общей поверхности тел в деформированном состоянии

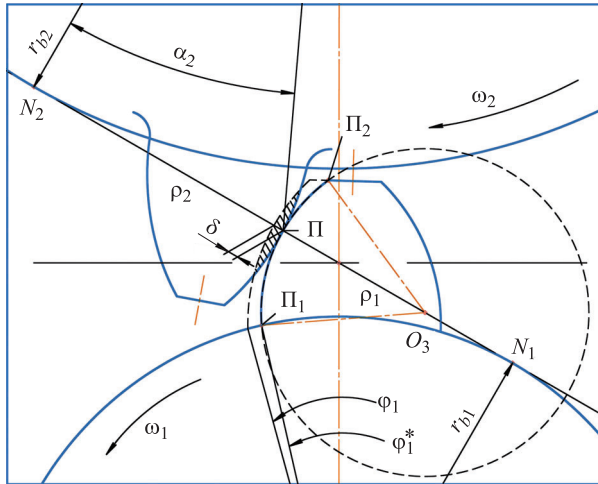


Рис. 5. Схема сближения поверхностей зубьев:

ω_1 и ω_2 — угловая скорость первого и второго колеса;
 φ_1 и φ_1^* — угол поворота первого колеса без учета и с учетом деформации; r_{b1} , r_{b2} — радиусы основной окружности колес; N_1 и N_2 — начало и конец линии зацепления; O_3 — центр кругового профиля;
 Π — произвольная точка на профиле зуба;
 Π_1 , Π_2 — начало и конец профиля зуба

тия от контактной деформации зубьев использована методика К. Джонсона [15] с пренебрежением некоторыми факторами геометрии и нагрузки зацепления. Суть расчета: поверхности взаимодействующих зубьев аппроксимируются цилиндрами, т. е. с точностью до кривизны в точке контакта.

Осадка первого и второго цилиндра определяется интегрированием деформации:

$$\delta_1 = P \frac{1 - \nu_1^2}{\pi E_1} \left(2 \ln \frac{4R_1}{a} - 1 \right);$$

$$\delta_2 = P \frac{1 - \nu_2^2}{\pi E_2} \left(2 \ln \frac{4R_2}{a} - 1 \right).$$

Здесь P — нагрузка на единицу оси; ν_1, ν_2 и E_1, E_2 — коэффициенты Пуассона и модули упругости первого и второго цилиндров соответственно; a — полуширина зоны контакта,

$$a^2 = \frac{4PR}{\pi E^*} = \frac{4P}{\pi} \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right),$$

где E^* — приведенный модуль упругости; R — относительная кривизна цилиндров.

Параметры E^* и R определяются из соотношений

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2}; \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

Полная осадка диаметров цилиндров по осевой линии зон контакта, выполненных из одинаковых материалов, имеет вид

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = 2P \frac{1 - \nu^2}{\pi E} \left(\ln \frac{4R_1}{a} + \ln \frac{4R_2}{a} - 1 \right).$$

Пусть заданы уравнения эвольвентного и кругового профилей и соответствующие им орты нормалей. Тогда, используя численные методы программной оболочки MathCAD, определим законы движения механизма $\varphi_2 = \varphi_2(\varphi_1)$ и ошибки положения от номинального

$$\Delta\varphi_2(\varphi_1) = \varphi_2(\varphi_1) - \frac{z_1}{z_2} \Delta\varphi_1,$$

$\Delta\varphi_1$ — ошибка положения ведущего колеса.

Функция положения ЗП под нагрузкой. Согласно рис. 5, из формулы деформации поверхности зубьев имеем

$$\delta = 2P \frac{1 - \nu^2}{\pi E} \left(\ln \frac{4\rho_1}{a} + \ln \frac{4\rho_2}{a} - 1 \right),$$

где ρ_1, ρ_2 — радиусы кривизны поверхностей зубьев в точке контакта,

$$\rho_1 = r = \text{const}; \quad \rho_2 = r_{b2} \tan \alpha_2,$$

r — радиус окружности кругового профиля ведущего колеса; r_{b2} — радиус основной окружности ведомого колеса; α_2 — угол профиля эвольвенты для точки Π на профиле зуба второго колеса.

Предполагаем, что в зацеплении положение пары нагруженных зубьев определяется сдвигом от положения той же пары при ненагруженном состоянии на величину δ , называемую сближением зубьев.

Тогда погрешность положения вследствие сближения поверхностей зубьев имеет вид

$$\varphi_2^* = \varphi_2 - \frac{\delta \cos \alpha_2}{r_{b2}}.$$

Результаты расчета для круговой модификации профиля. По предложенной методике выполнены расчеты ошибки положения, ошибки передаточного отношения и коэффициента перекрытия передачи. Результаты расчета модели зацепления без учета податливости приведены на рис. 6, а, б а с учетом податливости — на рис. 6, в, г.

В графике для зацепления без учета податливости скорости зубьев в момент пересопрежения меняются скачком, что сопровождается жестким ударом (см. рис. 6, а).

В графике для зацепления с учетом податливости скорости зубьев в процессе двухпарного зацепления представлены линиями L

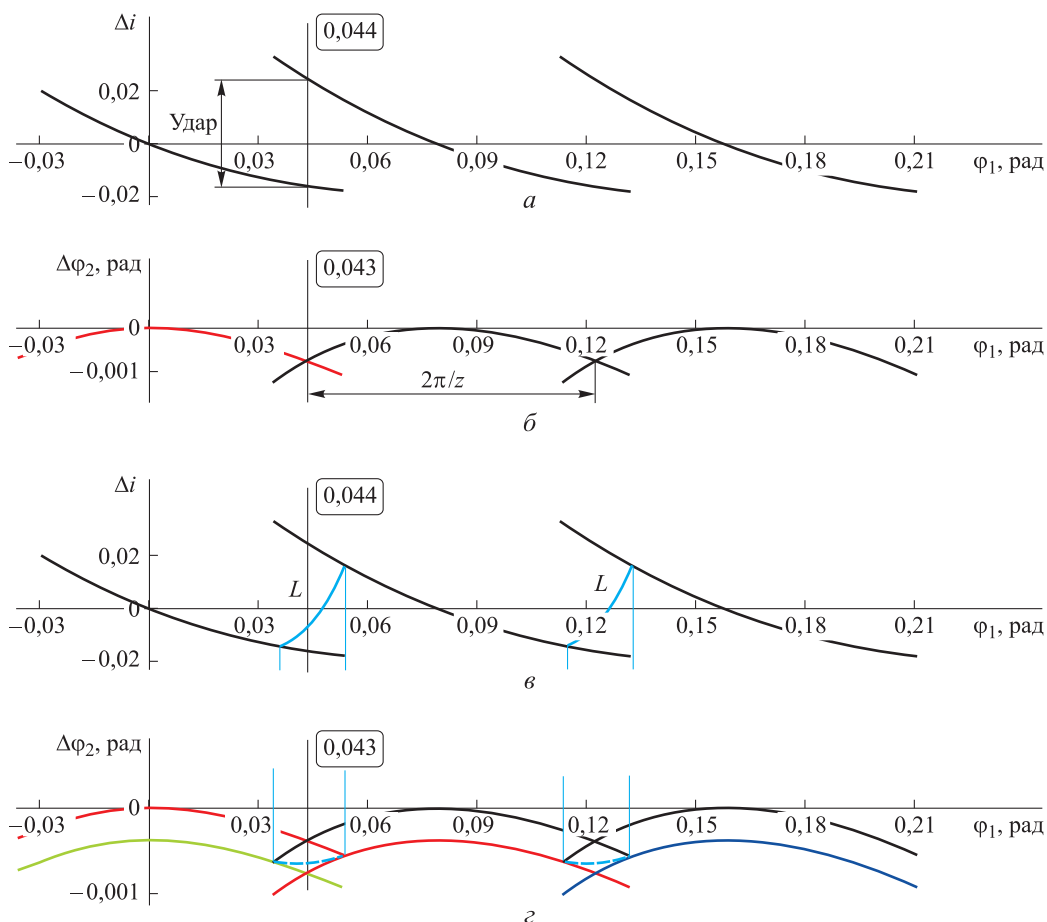


Рис. 6. Зависимости ошибок передаточного отношения Δi и положения ведомого колеса $\Delta\varphi_2$ от угла поворота ведущего колеса φ_1 :

а, б — без учета податливости; *в, г* — с учетом податливости

(см. рис. 6, б). Характер линии L на участках двухпарного зацепления определяется постепенным ростом нагрузки второй пары, т. е. чисто статическим ее нагружением. В точках пересопряжения наблюдается мягкий удар: ускорение меняется скачком на конечное значение.

Результаты расчета для параболической модификации профиля. Расчеты показали, что при параболической модификации можно применить более низкий коэффициент модификации Δ^* , чем при круговой модификации, что дает большие возможности его варьирования при проектировании ЗП (рис. 7). Кроме того, зацепление с параболической модификацией обеспечивает более высокий коэффициент перекрытия.

Расчеты показали, что зацепление с параболической модификацией позволяет использовать более низкий коэффициент модификации, чем зацепление с круговой модификацией, что дает большие возможности варьирования Δ^*

при проектировании ЗП. Кроме того, зацепление с параболической модификацией обеспечивает более высокий коэффициент перекрытия.

Расчетные значения коэффициента перекрытия передачи при изменяемом числе зубьев второго колеса z_2 (и, соответственно, передаточного отношения) и постоянном модуле зацепления ($m = 2$ мм) приведены на рис. 8, а, а при варьируемом модуле зацепления и неизменном передаточном отношении ($i_{12} = 2$) — на рис. 8, б. Число зубьев первого колеса $z_1 = 17$.

Установлено, что коэффициент перекрытия возрастает с увеличением числа зубьев z_2 (и, соответственно, передаточного отношения) при одинаковых геометрических параметрах и нагружении колес с круговой и параболической модификацией. При этом для параболической модификации коэффициент перекрытия оказался больше, чем для круговой.

Также выявлено, что коэффициент перекрытия уменьшается с увеличением модуля зацепления при одинаковых геометрических па-

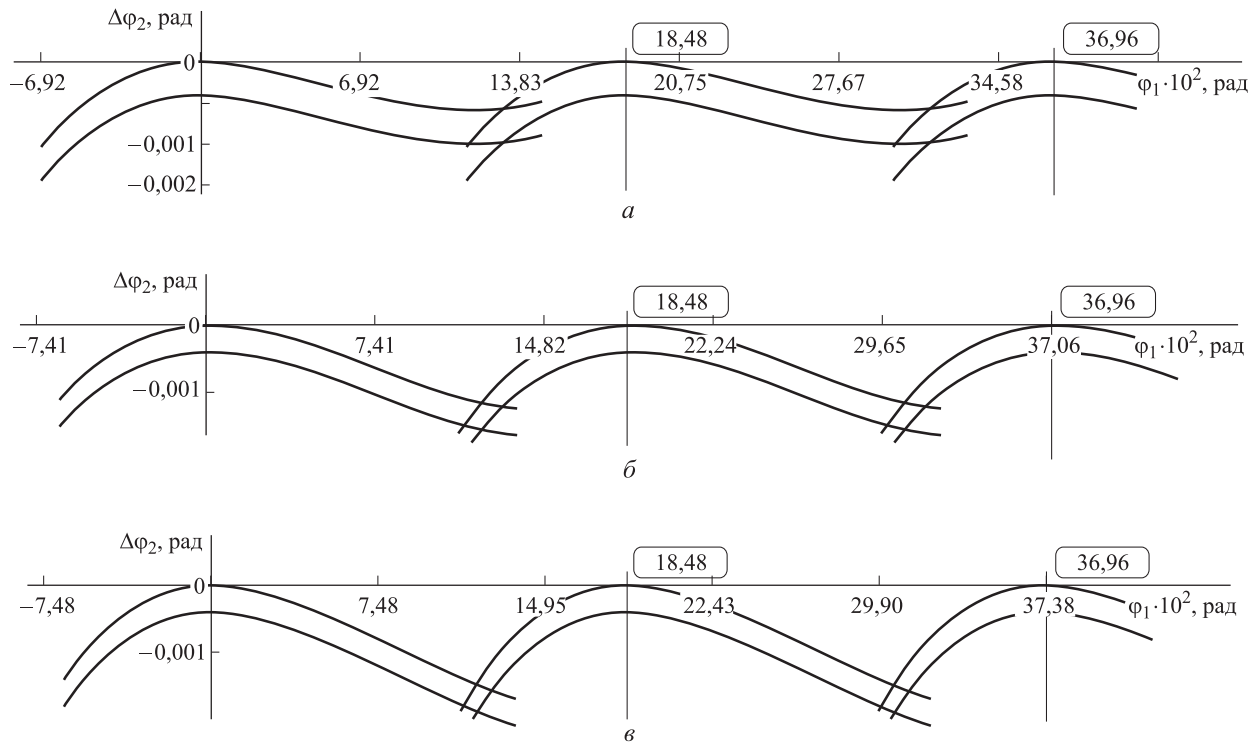


Рис. 7. Зависимости ошибки положения $\Delta\varphi_2$ от угла поворота φ_1 для зацепления с параболической модификацией при коэффициенте $\Delta^* = 0,01$ (а), $0,05$ (б) и $0,08$ (в)

раметрах и нагружении колес с круговой и параболической модификацией.

Выводы

1. Установлено, что упругая деформация зубчатого механизма приближенной ЗП с точки зрения упругой деформации зубьев повышает коэффициент перекрытия зацепления приближенных передач.

2. Выявлены преимущества параболической модификации по сравнению с круговой.

3. Определено влияние коэффициента модификации на ошибки положения колеса и передаточного отношения.

4. Оценено влияние передаточного отношения и модуля зацепления на коэффициент перекрытия зацепления для рассмотренных видов модификации.

5. Обнаружено, что нереально достичь коэффициента перекрытия зацепления $\epsilon \geq 2$ при напряжениях, не превышающих допустимые значения в стальных колесах.

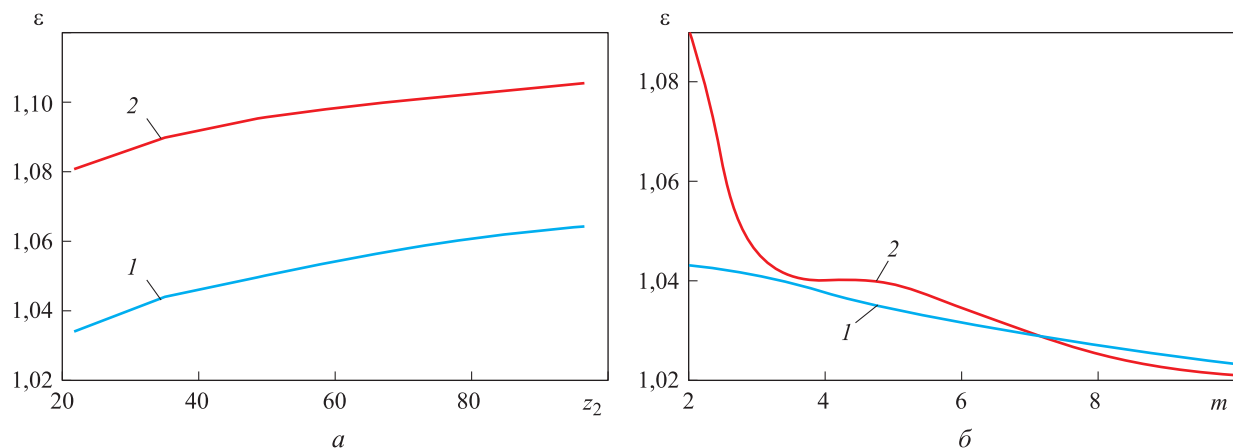


Рис. 8. Зависимости коэффициента перекрытия ϵ от числа зубьев z_2 (а) и модуля зацепления m (б) стальных колес с круговой (1) и параболической (2) модификациями

Литература

- [1] Бабичев Д.Т., Волков А.Э. История развития зубчатых передач. *Вестник научно-технического развития*, 2015, № 5, с. 25–42.
- [2] Тимофеев Б.П., Абрамчук М.В. Проблемы совместимости новых российских стандартов с нормами ISO. *Известия высших учебных заведений. Приборостроение*, 2012, т. 55, № 6, с. 33–38.
- [3] Подригало Н.М. Оценка влияния точности изготовления зубчатой пары на ее передаточное отношение. *Вестник Харьковского национального автомобильно-дорожного университета*, 2013, № 61–62, с. 205–209.
- [4] Забелин Д.А. Влияние погрешностей изготовления и сборки зубчатых передач на их кинематическую точность. *Вестник Белорусско-Российского университета*, 2009, № 2, с. 78–87.
- [5] Антонюк В.Е., Басинюк В.Л., Серенков П.С., Бужан И.А. *Зубчатые передачи. Нормативно-методическое обеспечение точности зубчатых передач на этапе проектирования*. Минск, Белорусская наука, 2016. 251 с.
- [6] Тимофеев Б.П. Погрешности высших кинематических пар при их совместной работе. *Теоретические и прикладные проблемы точности и качества машин, приборов, систем. Матер. Междунар. науч. школы*, 1996, № 6, с. 47–52.
- [7] Виноградов А.Б. *Обеспечение требуемого уровня качества машин при проектировании и изготовлении*. Дис. ... д-ра техн. наук. Новосибирск, 2005. 348 с.
- [8] Иосилевич Г.Б., Лебедев П.А., Стреляев В.С. *Прикладная механика*. Москва, Машиностроение, 1985. 576 с.
- [9] Нахатакян Ф.Г. Механика контактного сближения упругих тел в задаче Герца. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2010, № 5, с. 48–56.
- [10] Нахатакян Ф.Г. Влияние перекоса на распределение нагрузки в зубчатом зацеплении и между сателлитами в планетарной зубчатой передаче. Дис. ... канд. техн. наук. Москва, 2008. 156 с.
- [11] Нахатакян Ф.Г. *Напряженно-деформированное состояние упругих элементов зубчатых механизмов и сооружений при их линейном и кромочном контакте*. Дис. ... д-ра техн. наук. Москва, 2014. 213 с.
- [12] Третьяков Е.М. Влияние относительного размера контактных площадок на величины предельных напряжений и контактную прочность твердых тел. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2005, № 6, с. 51–61.
- [13] Матлин М.М., Мозгунова А.И., Стариков А.А., Куликова М.А. К вопросу расчетного определения упругого сближения при первоначально линейном контакте деталей машин. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2009, № 1, с. 44–46.
- [14] Кравчук А.С., Чигарев А.В. *Механика контактного взаимодействия тел с круговыми границами*. Минск, Технопринт, 2000. 196 с.
- [15] Джонсон К. *Механика контактного взаимодействия*. Москва, Мир, 1989. 510 с.
- [16] Hertz H. *Miscellaneous papers*. London, MacMillan, 1896. 384 p.
- [17] Аргатов И.И., Дмитриев Н.Н. *Основы теории упругого дискретного контакта*. Санкт-Петербург, Политехника, 2003. 233 с.
- [18] Шевелева Г.И. *Теория формообразования и контакта движущихся тел*. Москва, 1999. 490 с.

References

- [1] Babichev D.T., Volkov A.E. History of the development of the gears theory. *Vestnik nauchno-tekhnicheskogo razvitiya*, 2015, no. 5, pp. 25–42 (in Russ.).
- [2] Timofeyev B.P., Abramchuk M.V. Problems of new Russian standards compatibility with the ISO recommendations. *Journal of Instrument Engineering*, 2012, vol. 55, no. 6, pp. 33–38 (in Russ.).

- [3] Podrigalo N.M. Estimation of exactitude influence of gear pair production on its reduction ratio. *Vestnik Khar'kovskogo natsional'nogo avtomobil'no-dorozhnogo universiteta*, 2013, no. 61–62, pp. 205–209 (in Russ.).
- [4] Zabelin D.A. Influence of manufacturing errors and assembly of gear transmission on their kinematic accuracy. *Vestnik Belorussko-Rossiyskogo universiteta*, 2009, no. 2, pp. 78–87 (in Russ.).
- [5] Antonyuk V.E., Basinyuk V.L., Serenkov P.S., Buzhan I.A. *Zubchatyye peredachi. Normativno-metodicheskoye obespecheniye tochnosti zubchatykh peredach na etape proyektirovaniya* [Gear. Regulatory and methodological support of gear accuracy at the design stage]. Minsk, Belorusskaya nauka publ., 2016. 251 p.
- [6] Timofeyev B.P. Errors of higher kinematic pairs at their joint work. *Teoreticheskiye i prikladnyye problemy tochnosti i kachestva mashin, priborov, sistem. Mat. mezhdunar. nauch. shkoly* [Theoretical and applied problems of accuracy and quality of machines, devices, systems. Materials of the international scientific school]. 1996, no. 6, pp. 47–52 (in Russ.).
- [7] Vinogradov A.B. *Obespecheniye trebuyemogo urovnya kachestva mashin pri proyektirovanii i izgotovlenii*. Dokt. Diss. [Ensuring the required level of quality of machines in the design and manufacture. Doct. Diss.]. Novosibirsk, 2005. 348 p.
- [8] Iosilevich G.B., Lebedev P.A., Strelyayev V.S. *Prikladnaya mekhanika* [Applied mechanics]. Moscow, Mashinostroyeniye publ., 1985. 576 p.
- [9] Nakhatkayan F.G. Mechanics of Contact Approach of Elastic Bodies in Hertz Problem. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 2010, vol. 39, no. 5, p. 444.
- [10] Nakhatkayan F.G. *The impact of skew on the load distribution in the gear teeth and between the satellites in the planetary gearing*. Kand. Diss. [The impact of skew on the load distribution in the gear teeth and between the satellites in the planetary gearing. Cand. Diss.]. Moscow, 2008. 156 p.
- [11] Nakhatkayan F.G. *Napryazhenno-deformirovannoye sostoyaniye uprugikh elementov zubchatykh mekhanizmov i sooruzheniy pri ikh lineynom i kromochnom kontakte*. Dokt. Diss. [Stress-strain state of elastic elements of gear mechanisms and structures at their linear and edge contact. Doct. Diss.]. Moscow, 2014. 213 p.
- [12] Tretyakov E.M. Influence of the relative size of contact pads on the values of ultimate stresses and contact strength of solids. *Journal of machinery manufacture and reliability*, 2005, no. 6, pp. 51–61.
- [13] Matlin M.M., Mozgunova A.I., Starikov A.A., Kulikova M.A. On the Problem of Calculating an Elastic Approach during Initially Linear Contacts of Machine Elements. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 2009, vol. 38, no. 1, p. 35.
- [14] Kravchuk A.S., Chigarev A.V. *Mekhanika kontaktnogo vzaimodeystviya tel s krugovymi granitsami* [Mechanics of contact interaction of bodies with circular boundaries]. Minsk, Tekhnoprint publ., 2000. 196 p.
- [15] Dzhonson K. *Mekhanika kontaktnogo vzaimodeystviya* [Mechanics of contact interaction]. Moscow, Mir publ., 1989. 510 p.
- [16] Hertz H. *Miscellaneous papers*. London, MacMillan, 1896. 384 p.
- [17] Argatov I.I., Dmitriyev N.N. *Osnovy teorii uprugogo diskretnogo kontakta* [Fundamentals of the theory of elastic discrete contact]. Sankt-Petersburg, Politekhnik publ., 2003. 233 p.
- [18] Sheveleva G.I. *Teoriya formoobrazovaniya i kontakta dvizhushchikhsya tel* [The theory of shaping and contact of moving bodies]. Moscow, 1999. 490 p.

Статья поступила в редакцию 24.07.2019

Информация об авторах

ТИМОФЕЕВ Борис Павлович — доктор технических наук, профессор, факультет систем управления и робототехники. Университет ИТМО (197101, Санкт-Петербург, Российская Федерация, Кронверкский пр-т, д. 49, e-mail: timofeev@mail.ifmo.ru).

ДАНГ Нян Тхонг — аспирант, факультет систем управления и робототехники. Университет ИТМО (197101, Санкт-Петербург, Российская Федерация, Кронверкский пр-т, д. 49, e-mail: thongdragon.vn@mail.ru).

Information about the authors

TIMOFEEV Boris Pavlovich — Doctor of Science (Eng.), Professor, Department of Control Systems and Robotics. ITMO University: Information Technology, Mechanics and Optics (197101, St. Petersburg, Russian Federation, Kronverkskiy Ave., Bldg. 49, e-mail: timofeev@mail.ifmo.ru).

DANG Nhan Thong — Doctor of Science (Eng.), Professor, Department of Control Systems and Robotics. ITMO University: Information Technology, Mechanics and Optics (197101, St. Petersburg, Russian Federation, Kronverkskiy Ave., Bldg. 49, e-mail: thongdragon.vn@mail.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Тимофеев Б.П., Данг Н.Т. Повышение коэффициента перекрытия в упругой модели модифицированной зубчатой передачи. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2019, № 10, с. 33–42, doi: 10.18698/0536-1044-2019-10-33-42

Please cite this article in English as:

Timofeev B.P., Dang N.T. Increasing the Overlap Factor in the Elastic Model of a Modified Gear. *Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building*, 2019, no. 10, pp. 33–42, doi: 10.18698/0536-1044-2019-10-33-42



В Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана
вышла в свет монография
А.А. Смердова

«Оптимизация композитных структур в ракетно-космической технике. Краткий курс в тринадцати лекциях»

В курсе лекций приведены основные положения теории оптимального проектирования конструкций, рассмотрены методы проектных расчетов композитных материалов и простейших элементов конструкций, а также несущих композитных оболочек различных конструктивных схем и размеростабильных композитных космических конструкций. Представлены алгоритмы расчета типовых композитных элементов конструкций, которые могут быть самостоятельно использованы студентами при выполнении курсовых и дипломных проектов.

Курс лекций предназначен для студентов старших курсов, обучающихся по специальности 24.05.01 «Проектирование, производство и эксплуатация ракет и ракетно-космических комплексов». Материал отдельных лекций может быть также использован при изучении смежных дисциплин, таких как «Проектные расчеты композитных конструкций ракетно-космической техники», «Строительная механика ракет» и «Строительная механика космических аппаратов».

По вопросам приобретения обращайтесь:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.
Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;
press@bmstu.ru; www.baumanpress.ru