УДК 629.783

doi: 10.18698/0536-1044-2020-1-63-71

# Анализ динамики перелета космического мусоросборщика из плоскости своей орбиты в плоскость орбиты фрагмента мусора

## С.В. Аринчев

МГТУ им. Н.Э. Баумана

# An Analysis of Flight Dynamics of a Space Debris Collector Transferring from its Orbital Plane to the Orbital Plane of a Debris Fragment

#### S.V. Arinchev

Bauman Moscow State Technical University

Мусоросборщик и фрагмент мусора движутся по произвольным некомпланарным орбитам в диапазоне высот 400...2000 км. Мусоросборщик отстыковывается от базовой станции, перелетает в плоскость орбиты фрагмента мусора, фазируется, сближается с фрагментом, захватывает его и возвращается на базовую станцию. Время выполнения полетного задания — сутки. Рассмотрен только первый этап перелета мусоросборщика из своей плоскости в плоскость орбиты фрагмента мусора. Показано, что такой орбитальный перелет — это колебательный процесс с сильным затуханием. Затухание обеспечено несколькими включениями перспективного маршевого двигателя, тяга которого не меньше 20 000 Н, а удельный импульс топлива не ниже 15 000 м/с. Анализ динамики орбитального перелета выполнен численным интегрированием уравнений орбитального движения мусоросборщика и фрагмента мусора методом Рунге — Кутты четвертого порядка. Критерий пересечения плоскости целевой орбиты — изменение знака скалярного произведения вектора интеграла площадей орбиты фрагмента мусора и радиуса-вектора мусоросборщика. Учтена выработка топлива и несферичность гравитационного поля Земли по второй зональной гармонике. Приведен пример расчета. Даны оценки сходимости процедуры интегрирования по наклонению целевой орбиты и ее эксцентриситету.

Ключевые слова: космический мусоросборщик, фрагмент мусора, некомпланарный перелет, несферичность гравитационного поля

A space debris collector and a debris fragment move along random noncoplanar orbits ranging from 400 to 2000 km in height. The space collector leaves the base station, transfers into the orbital plane of a debris fragment, aligns itself with and approaches the fragment, grabs it and returns to the base station. The execution time of the flight mission is 24 hours. This paper examines only the stage when the debris collector transfers from its orbital plane to the fragment's orbital plane. Dampening is provided by repeated activation of a cruise propulsion unit with the thrust of no less than 20000 N and the fuel specific impulse of no less than 15000 m/s. An analysis of dynamics of the orbital flight is performed by numerically integrating the equations of orbital movement of the debris collector and the debris fragment using the fourth order Runge-Kutta methods. The change of the scalar product sign of the vector of the orbit area integral of the debris fragment and the radius-vector of the debris collector is the criterion for intersecting the final orbit plane. Fuel

depletion and the nonsphericity of the Earth's gravitational field in the second zonal harmonic are taken into account, and an example of the calculations is given. Convergence estimates for the integration procedure with regard to the final orbit inclination relative to the orbit's eccentricity are provided.

Keywords: space debris collector, debris fragment, noncoplanar flight, nonsphericity of gravitational field

Существуют разные способы уборки космического мусора: перевод на орбиту захоронения [1], сталкивание малогабаритного мусора с орбиты лазером [2] и т. п. Сюда же относятся баллистические проблемы инспекции космических аппаратов на околоземных орбитах [3, 4]. Общие вопросы планирования траекторий сборки мусора рассмотрены в работе [5]. Как правило, в целях экономии ресурсов такие орбитальные перелеты не ограничивают во времени.

В настоящей статье космический мусоросборщик (КМ) и фрагмент мусора (ФМ) движутся по произвольным некомпланарным орбитам в диапазоне высот 400...2000 км. КМ отстыковывается от базовой станции, перелетает из своей плоскости в плоскость орбиты ФМ, фазируется, сближается с ФМ, захватывает его и возвращается на базовую станцию. Время выполнения полетного задания — сутки.

Возможность уборки мусора с околоземной орбиты во многом определяется энергетическими возможностями двигательной установки (ДУ) космического аппарата. Традиционные жидкостные ракетные двигатели создают достаточно большую тягу, но требуют много топлива [6–8]. Так, удельный импульс наиболее распространенной пары компонентов топлива несимметричный диметилгидразин — тетраоксид азота примерно равен 3000 м/с.

С другой стороны, солнечные тепловые ДУ, электроракетные, ядерные и другие двигатели имеют высокий удельный импульс (до 100 000 м/с), но обеспечивают крайне малую тягу ( $F \approx 10$  H) [9–14]. В настоящей статье рассмотрена перспективная ДУ на новых физических принципах с тягой не менее 20 000 H и удельным импульсом не ниже 15 000 м/с.

Для надежного захвата ФМ необходимо подлететь к нему на расстояние порядка 1 м с относительной скоростью ~1 м/с. Перелет такой точности невозможно рассчитать путем исследования модели орбиты, составленной из кусков стандартных кривых. Необходимо интегрировать уравнения орбитального движения в декартовых координатах с учетом несферичности гравитационного поля Земли и выработки топлива. Несферичность гравитационного поля учитывается разложением возмущенного геопотенциала в ряд по сферическим функциям с удержанием второй зональной гармоники [15].

Общие вопросы численного интегрирования уравнений орбитального движения рассмотрены в работе [16]. В настоящей статье исследована кратковременная миссия в течение суток. Показано, что в таких условиях приемлемую точность интегрирования дает хорошо известный метод Рунге — Кутты четвертого порядка [17].

Цель работы — анализ динамики перелета КМ из плоскости своей орбиты в плоскость орбиты ФМ.

Уравнения орбитального движения. Уравнения орбитального движения КМ и ФМ в декартовых координатах будем рассматривать совместно. Объекты не взаимодействуют друг с другом. При этом движение одного объекта организовано с учетом движения другого.

Вследствие несферичности Земли (в результате учета второй зональной гармоники разложения возмущенного геопотенциала Земли в ряд по сферическим функциям [15]) уравнения совместного орбитального движения двух тел имеют вид

$$\begin{split} \ddot{x}_{c} &= -\frac{\mu x_{c}}{r_{c}^{3}} - \frac{3\mu J_{2} a_{e}^{2} (5x_{c} z_{c}^{2} / r_{c}^{2} - x_{c})}{2 / r_{c}^{5}} + a_{x}; \\ \ddot{y}_{c} &= -\frac{\mu y_{c}}{r_{c}^{3}} - \frac{3\mu J_{2} a_{e}^{2} (5y_{c} z_{c}^{2} / r_{c}^{2} - y_{c})}{2 / r_{c}^{5}} + a_{y}; \\ \ddot{z}_{c} &= -\frac{\mu z_{c}}{r_{c}^{3}} - \frac{3\mu J_{2} a_{e}^{2} (5z_{c}^{3} / r_{c}^{2} - 3z_{c})}{2 / r_{c}^{5}} + a_{z}; \\ \ddot{x}_{f} &= -\frac{\mu x_{f}}{r_{f}^{3}} - \frac{3\mu J_{2} a_{e}^{2} (5x_{f} z_{f}^{2} / r_{f}^{2} - x_{f})}{2 / r_{f}^{5}}; \\ \ddot{y}_{f} &= -\frac{\mu y_{f}}{r_{f}^{3}} - \frac{3\mu J_{2} a_{e}^{2} (5y_{f} z_{f}^{2} / r_{f}^{2} - y_{f})}{2 / r_{f}^{5}}; \\ \ddot{z}_{f} &= -\frac{\mu z_{f}}{r_{f}^{3}} - \frac{3\mu J_{2} a_{e}^{2} (5z_{f}^{3} / r_{f}^{2} - 3z_{f})}{2 / r_{f}^{5}}, \end{split}$$

где  $\mu = 3,9860044 \cdot 10^{14} \text{ м}^3/c^2$  — гравитационная постоянная Земли;  $x_c, y_c, z_c$  и  $x_f, y_f, z_f$  — де-

Здесь

картовы координаты КМ (англ. debris collector) и ФМ (англ. debris fragment) соответственно;  $r_c$ и  $r_f$  — модули радиусов-векторов КМ  $\mathbf{r}_c$  и ФМ  $\mathbf{r}_f$ ,  $r_c = (x_c^2 + y_c^2 + z_c^2)^{1/2}$ ,  $r_f = (x_f^2 + y_f^2 + z_f^2)^{1/2}$ ;  $J_2$  — коэффициент второй зональной гармоники разложения возмущенного геопотенциала Земли в ряд по сферическим функциям,  $J_2 =$ = 1082,636023 · 10<sup>-6</sup>;  $a_e$  — средний радиус Земли,  $a_e = 6$  378 136 м;  $a_x$ ,  $a_y$ ,  $a_z$  — декартовы составляющие ускорения КМ, обусловленные (многократным) включением двигателя в процессе орбитального перелета КМ из плоскости своей орбиты в плоскость орбиты ФМ.

Фрагмент мусора ДУ не имеет. Принято, что для выдачи импульса аппарат разворачивается мгновенно. Инерция вращения аппарата не учитывается.

Система уравнений (1) в декартовых координатах интегрируется с заданными начальными условиями методом Рунге — Кутты четвертого порядка с автоматическим выбором шага. Как правило, начальные условия задаются как шесть параметров эллипса начальной эллиптической орбиты  $a, e, \Omega, \omega, i, \upsilon$ , где a — большая полуось; e — эксцентриситет;  $\Omega$  — долгота восходящего узла;  $\omega$  — аргумент перигея; i наклонение орбиты;  $\upsilon$  — истинная аномалия.

Указанные шесть параметров преобразуются в три декартовы координаты тела x, y, z и три декартовы составляющие его скорости движения  $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ . Такие прямое и обратное преобра-





зования хорошо известны [15]. Они имеют итерационный характер. Отметим, что в течение всего полета (в течение суток) как орбита КМ, так и орбита ФМ «уходят» (оскулируют).

Критерий пересечения плоскости орбиты ФМ. Критерий пересечения мусоросборщиком плоскости орбиты  $\Phi M$  — это скалярное произведение вектора интегралов площадей  $c_f$  (оскулирующей) орбиты  $\Phi M$  и радиуса-вектора КМ  $r_c$  (рис. 1):

$$p = (\mathbf{c}_f, \mathbf{r}_c) = c_{f1}x_c + c_{f2}y_c + c_{f3}z_c.$$
(2)

$$\mathbf{c}_{f} = \mathbf{r}_{f} \times \dot{\mathbf{r}}_{f} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ x_{f} & y_{f} & z_{f} \\ \dot{x}_{f} & \dot{y}_{f} & \dot{z}_{f} \end{vmatrix} =$$
$$= \mathbf{i} (y_{f} \dot{z}_{f} - \dot{y}_{f} z_{f}) + \mathbf{j} (\dot{x}_{f} z_{f} - x_{f} \dot{z}_{f}) +$$
$$+ \mathbf{k} (x_{f} \dot{y}_{f} - \dot{x}_{f} y_{f}) = \mathbf{i} c_{f1} + \mathbf{j} c_{f2} + \mathbf{k} c_{f3},$$

где **i**, **j**, **k** — орты координатных осей;  $c_{f1}$ ,  $c_{f2}$ ,  $c_{f3}$  — составляющие вектора **c**<sub>f</sub>.

Мусоросборщик переходит на круговую орбиту в плоскости орбиты ФМ (см. рис. 1). Это облегчает организацию его последующего фазирования. Скорость движения КМ по круговой орбите

$$v_{cf} = \left| \mathbf{v}_{cf} \right| = \sqrt{\mu / r_c}.$$

Введем в рассмотрение вспомогательный вектор (см. рис. 1)

$$\mathbf{d} = \mathbf{c}_f \times \mathbf{r}_c = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ c_{f1} & c_{f2} & c_{f3} \\ x_c & y_c & z_c \end{vmatrix} =$$
$$= \mathbf{i} (c_{f2}z_c - c_{f3}y_c) + \mathbf{j} (c_{f3}x_c - c_{f1}z_c) +$$
$$+ \mathbf{k} (c_{f1}y_c - c_{f2}x_c) = \mathbf{i} d_x + \mathbf{j} d_y + \mathbf{k} d_z,$$

где  $d_x, d_y, d_z$  — компоненты вектора **d**.

Модуль вектора **d** определяется выражением

$$d = \left| \mathbf{d} \right| = \sqrt{d_x^2 + d_y^2 + d_z^2}.$$

Вектор **d** параллелен вектору скорости движения КМ  $\mathbf{v}_{cf}$  на его круговой орбите в плоскости орбиты ФМ. Направляющие косинусы этих векторов одинаковы:

$$\cos \alpha_1 = d_x/d;$$
  $\cos \alpha_2 = d_y/d;$   $\cos \alpha_3 = d_z/d,$ 

где  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  — углы между вектором **d** и осями координат. Таким образом:

$$\mathbf{v}_{cf} = (v_{cf} \cos \alpha_1, v_{cf} \cos \alpha_2, v_{cf} \cos \alpha_3) =$$
$$= (v_{cfx}, v_{cfy}, v_{cfz}),$$

где  $v_{cfx}$ ,  $v_{cfy}$ ,  $v_{cfz}$  — компоненты скорости  $v_{cf}$ .

Вектор изменения скорости движения КМ по круговой орбите  $\Delta v_{cf}$ , необходимой для его перехода на круговую орбиту в плоскости орбиты ФМ (см. рис. 1), имеет вид

$$\Delta \mathbf{v}_{cf} = \mathbf{v}_{cf} - \mathbf{v}_{c} =$$
$$= (v_{cfx} - \dot{x}_{c}, v_{cfy} - \dot{y}_{c}, v_{cfz} - \dot{z}_{c}) =$$
$$= (\Delta v_{cfx}, \Delta v_{cfy}, \Delta v_{cfz}),$$

где  $\Delta v_{cfx}, \Delta v_{cfy}, \Delta v_{cfz}$  — компоненты вектора  $\Delta \mathbf{v}_{cf}$ .

Модуль вектора изменения скорости движения КМ по круговой орбите определяется выражением

$$\Delta v_{cf} = \left| \Delta \mathbf{v}_{cf} \right| = \sqrt{\Delta v_{cfx}^2 + \Delta v_{cfy}^2 + \Delta v_{cfy}^2}$$

Вектор ускорения **a**, создаваемого ДУ мусоросборщика (с учетом выработки топлива), параллелен вектору изменения скорости  $\Delta \mathbf{v}_{cf}$ . Их направляющие косинусы одинаковы, поэтому вектор ускорения

$$\mathbf{a} = (\Delta v_{cfx} a / \Delta v_{cf}, \Delta v_{cfy} a / \Delta v_{cf}, \Delta v_{cfz} a / \Delta v_{cf}) =$$
$$= (a_x, a_y, a_z).$$

Здесь

$$a = |\mathbf{a}| = \frac{F}{m_{str} + m_{fuel} - Ft/\gamma}$$

где F — сила тяги перспективной ДУ (не менее 20 000 H);  $m_{str}$  — масса конструкции KM;  $m_{fuel}$  — остаток топлива на момент включения двигателя; t — текущее время работы двигателя, c;  $\gamma$  — удельный импульс перспективного топлива (не ниже 15 000 м/c);  $a_x$ ,  $a_y$ ,  $a_z$  — компоненты вектора **a**.

Принято, что на рассматриваемый орбитальный перелет отведено не более 1/3 начального запаса топлива. Далее показано, что при его совершении двигатель достаточно включить 4 раза.

Оценим продолжительность включения двигателя *T* для обеспечения потребного изменения скорости движения КМ по круговой орбите с учетом выработки топлива путем интегрирования:

$$\Delta v_{cf} = \int_{0}^{T} a(t) dt = \int_{0}^{T} \frac{F}{m_{str} + m_{fuel} - Ft/\gamma} dt =$$
$$= \gamma \ln \frac{m_{str} + m_{fuel}}{m_{str} + m_{fuel} - FT/\gamma}.$$

Отсюда продолжительность включения двигателя

$$T = \gamma (m_{str} + m_{fuel}) \frac{1 - 1/e^{\Delta v_{cf}/\gamma}}{F}$$

**Пример расчета.** Исходными данными являются:

• масса конструкции *m*<sub>str</sub> = 1000 кг;

• начальная масса топлива  $m_{fuel} = 2000$  кг;

 удельный импульс перспективного топлива γ = 18 000 м/с;

• тяга перспективной ДУ *F* = 20 000... 30 000 H.

На орбитальный перелет выделена 1/3 начальной массы топлива, т. е. после окончания перелета должно остаться 2000 · 2/3 = = 1333,333 кг топлива.

Точность результирующего сближения составляет примерно 1 м по дальности и порядка 1 м/с по относительной скорости. Поэтому уравнения орбитального движения (1) интегрируются с двойной точностью (16 значащих цифр). Для решения поставленной задачи написана программа на языке Фортран.

#### Начальные условия орбитального движения

| KM   | ФМ                 |  |  |  |
|--|--------------------|--|--|--|
| Высота, км 400                                 | 2000               |  |  |  |
| Большая  |                    |  |  |  |
| полуось, м 6778136,0                           | 8378136,0          |  |  |  |
| Эксцентриситет 0,001                           | 0,003              |  |  |  |
| Долгота восходящего                            |                    |  |  |  |
| узла, град 30                                  | 10                 |  |  |  |
| Аргумент перигея 45                            | 15                 |  |  |  |
| Наклонение орбиты, град 52*                    | 28**               |  |  |  |
| Истинная аномалия, град 0                      | 0                  |  |  |  |
| Декартовы координаты (двойная                  | я точность), м:    |  |  |  |
| <i>x</i> 646905,3215094395                     | 6557077,598856055  |  |  |  |
| <i>y</i> 717372,4875852490                     | 4809439,963837972  |  |  |  |
| <i>z</i> 4815021,7785670000                    | 1912955,902297011  |  |  |  |
| Декартовы составляющие скорости движения, м/с: |                    |  |  |  |
| <i>x</i> 7016,430473914445                     | -4244,866187483476 |  |  |  |
| <i>ý</i> −1697,189906045279                    | 4668,040868425594  |  |  |  |
| <i>ż</i> 2609,032587952423                     | 2836,260703155766  |  |  |  |
|  |                    |  |  |  |

\* Космодром Восточный, РФ.

\*\* Мыс Канаверал, США.



*и z<sub>c</sub>* =  $f(x_c)$  (—) за сутки с учетом (*a*) и без учета (*б*) несферичности гравитационного поля Земли по второй зональной гармонике

Представляет интерес оценка «уходов» орбит вследствие несферичности Земли. На рис. 2, *a* и *б* показаны орбиты КМ за сутки (86 400 c). На каждом рисунке изображены две кривые:  $y_c = f(x_c)$  и  $z_c = f(x_c)$ . Кривые, представленные на рис. 2, *a*, характеризуют движение КМ с учетом несферичности возмущенного геопотенциала Земли по второй зональной гармонике, поэтому они имеют переменную толщину. На рис. 2, *б* возмущения отсутствуют, и с течением времени линии остаются тонкими. Движение ФМ происходит аналогично.

Пусть через сутки с учетом несферичности КМ (ФМ) попадает в точку A. Если возмущений нет, то КМ (ФМ) попадает в точку B. Сравнение точек A и B (для указанных начальных условий орбитального движения КМ и ФМ) показывает, что для КМ расстояние ABсоставляет 473,456 км, а для ФМ — 853,551 км. Соответственно, у КМ изменение скорости равно 0,6776 км/с, а у ФМ — 0,7056 км/с. Таким образом, для обеспечения требуемой точности результирующего сближения тел учет несферичности гравитационного поля Земли совершенно необходим.

Как уже указывалось, критерием пересечения плоскости орбиты  $\Phi$ М является изменение знака скалярного произведения векторов p (2). Графическая зависимость скалярного произведения векторов p от времени полета в течение суток приведена на рис. 3, a. Здесь видно, что КМ многократно пересекает плоскость орбиты  $\Phi$ М.

Также представляет интерес первое пересечение мусоросборщиком плоскости орбиты  $\Phi$ М, произошедшее на 2402 с полета (рис. 3,  $\delta$ ). В этот момент двигатель КМ включается первый раз, и начинается его орбитальный перелет из плоскости своей орбиты в плоскость орбиты  $\Phi$ М.

Соответствующий переходный процесс p(t) приведен на рис. 4. Данный процесс имеет колебательный характер с сильным затуханием, обеспечиваемый четырехкратным включением двигателя, т. е. осуществляется четырехкратное пересечение плоскости орбиты ФМ.



*Рис. 3.* Зависимости скалярного произведения р от времени полета *t*: *a* — в течение суток; *б* — на 2402 с



*Рис. 4.* Переходный колебательный процесс *p*(*t*) с сильным затуханием при перелете КМ с тягой ДУ *F* = 20000 (——), 25000 (——) и 30000 H (——)

Таблица 1

| Сходимость пе | реходного колеб | бательного п | роцесса по | продолжителы | ности включ | іения ДУ |
|---------------|-----------------|--------------|------------|--------------|-------------|----------|
|               |                 |              |            |              |             |          |

| Provouno IIV        | Продолжительность включения ДУ, с, при тяге F, H |                   |                     |  |
|---------------------|--|-------------------|---------------------|--|
| ыключение ду        | 20 000   | 25 000            | 30 000              |  |
| Первое              | 486,5895161445098                                | 389,2716129156078 | 324,393010763006500 |  |
| Второе              | 122,3609658279391                                | 81,38962789503013 | 58,840476848319180  |  |
| Третье              | Нет топлива                                      | 4,501117828715502 | 2,535868996132433   |  |
| Четвертое           | Нет топлива                                      | 1,170461839006865 | 0,9502017441808213  |  |
| Остаток топлива, кг | 1333,333   | 1338,758          | 1355,599            |  |

Результаты анализа сходимости переходного процесса по продолжительности включения ДУ приведены в табл. 1, где видно, что продолжительность последовательных включений быстро убывает. Четырех включений двигателя достаточно для организации перелета. Продолжительность последнего (четвертого) включения соизмерима со временем выхода ДУ на рабочий режим. При перелете с тягой ДУ F = 20000 Н топлива не хватает.

Анализ результатов расчета показал, что время первого попадания КМ в плоскость орбиты ФМ равно 2402,109375 с. Время последнего (четвертого) отключения двигателя при тяге ДУ F = 30000 H составляет 8420,715827 с. Продолжительность перелета при тяге ДУ F = 3000 H равна 8420,715827 – 2402,109375 = 6018,606452 с  $\approx$  1,67 ч. Это примерно один виток.

Большой интерес представляет анализ функциональных возможностей метода Рунге — Кутты четвертого порядка, использованного для интегрирования уравнений орбитального движения (1). Результаты сходимости такой процедуры интегрирования (на момент завершения орбитального перелета) приведены в табл. 2. Варьировалось пороговое значение приращения фазовых координат на шаге интегрирования  $\Delta$  (если  $\Delta$  превышает пороговое значение, то шаг интегрирования делится).

#### Таблица 2

Сходимость процедуры интегрирования Рунге — Кутты по наклонению *i* и эксцентриситету *e* результирующей круговой орбиты в момент окончания перелета (8500 с)

| Δ               | <i>i</i> , град       | е               |
|-----------------|-----------------------|-----------------|
| 10 <sup>5</sup> | 27,154890             | 0,00404535629   |
| $10^{4}$        | 27,992617             | 0,000376148925  |
| 10 <sup>3</sup> | 27,991161             | 0,00011770629   |
| 10 <sup>2</sup> | 27,990755 (27,989599) | 0,000046915868  |
| 10              | 27,9907581            | 0,0000469297386 |



Рис. 5. Зависимость расчетного эксцентриситета целевой круговой орбиты е от логарифма порогового значения приращения фазовых координат на шаге интегрирования  $\log \Delta$ 

Из табл. 2 следует, что сходимость по наклонению орбиты существенно выше, чем по ее эксцентриситету. Так, изменению наклонения целевой орбиты в пятой значащей цифре соответствует изменение эксцентриситета в первой значащей цифре.

Следует отметить, что со временем угол наклонения орбиты ФМ не остается постоянным и равным 28°. Он также уходит. Соответ-

### Литература

ствующее целевое наклонение указано в табл. 2 в скобках. Сходимость процедуры интегрирования по эксцентриситету целевой (круговой) орбиты дополнительно проиллюстрирована на рис. 5.

### Выводы

1. Показано, что перелет КМ из плоскости своей орбиты в плоскость орбиты ФМ — это колебательный процесс с сильным затуханием. Затухание обеспечено четырехкратным включением ДУ.

2. В качестве критерия пересечения мусоросборщиком плоскости орбиты ФМ предложено изменение знака скалярного произведения вектора интеграла площадей орбиты ФМ и радиуса-вектора КМ.

3. Установлено, что для интегрирования уравнений орбитального движения двух тел с учетом выработки топлива и несферичности гравитационного поля Земли в течение суток можно использовать метод Рунге — Кутты четвертого порядка. Даны оценки сходимости процедуры интегрирования по наклонению целевой орбиты и ее эксцентриситету.

- [1] Баранов А.А., Гришко Д.А., Чернов Н.В. Облет низкоорбитальных объектов крупногабаритного космического мусора с их последовательным уводом на орбиту захоронения. Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2016, № 4, с. 48-64, doi: 10.7463/0416.0838417
- [2] Wen Q., Yang L., Zhao S., Fang Y., Wang Y. Removing small scale space debris using a hybrid ground and space based laser system. International journal for light and electron optics, 2017, vol. 141, pp. 105–113, doi: 10.1016/j.ijleo.2017.05.075
- [3] Баранов А.А., Лянко П.С., Олейников И.И. Баллистические аспекты задачи инспекции объектов низкоорбитальной области околоземного пространства с использованием прецессии плоскостей орбит. Космонавтика и ракетостроение, 2016, № 2(87), с. 120-126.
- [4] Баранов А.А., Гришко Д.А. Баллистические аспекты облета крупногабаритного космического мусора на низких околокруговых орбитах. Известия Российской Академии Наук. Теория и системы управления, 2015, № 4, с. 143, doi: 10.7868/S0002338815040058
- [5] Дегтярев Г.Л., Старостин Б.А., Файзутдинов Р.Н. Методы и алгоритмы планирования траекторий сборки мусора в околоземном пространстве. Аналитическая механика, устойчивость и управление. Тр. ХІ Междунар. Четаевской конф., Казань, 13–17 июня 2017, КНИТУ-КАИ, 2017, с. 199-208.
- [6] Зеленцов В.В., Щеглов Г.А. Конструктивно-компоновочные схемы разгонных блоков. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. 140 с.
- [7] Лупяк Д.С., Радугин И.С. Массово-энергетические возможности средств межорбитальной транспортировки на основе жидкостных ракетных двигателей. Известия Российской Академии Наук. Энергетика, 2017, № 4, с. 116–128.
- [8] Лупяк Д.С., Лакеев В.Н., Карабанов Н.А. Межорбитальный буксир на базе разгонного блока ДМ. Вестник НПО имени С.А. Лавочкина, 2012, № 3(14), с. 61-68.

- [9] Kluever C.A. Optimal geostationary orbit transfers using onboard chemical-electric propulsion. *Journal of spacecraft and rockets*, 2012, vol. 49, no. 6, pp. 1174–1182, doi: https://doi.org/10.2514/1.A32213
- [10] Храмов А.А. Анализ и оптимизация перелетов космических аппаратов между низкими околоземными орбитами с двигательными установками с накоплением энергии. Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Самара, СГТУ им. С.П. Королёва, 2016. 16 с.
- [11] Graham K.F., Rao A.V., Spencer D. Minimum-time trajectory optimization of multiple revolution low-thrust Earth-orbit transfers. *Journal of spacecraft and rockets*, 2015, vol. 52, no. 3, pp. 711–727, doi: 10.2514/1.A33187
- [12] Латышев К.А., Сельцов А.И. Инженерный метод расчета некомпланарных перелетов космических аппаратов с низкой околоземной орбиты на геостационарную орбиты с малой тягой. Вестник НПО имени С.А. Лавочкина, 2013, № 1(17), с. 29–33.
- [13] Петухов В.Г. Оптимизация траекторий космических аппаратов с электроракетными двигательными установками методом продолжения. Автореф. дис. ... докт. техн. наук. Москва, МАИ, 2013. 31 с.
- [14] Салмин В.В., Четвериков А.С. Выбор законов управления траекторным и угловым движением космического аппарата с ядерной электрореактивной двигательной установкой при некомпланарных межорбитальных перелетах. Известия Самарского научного центра Российской Академии Наук, 2013, № 6, с. 242–254.
- [15] Крылов В.И. Основы теории движения ИСЗ (Часть вторая: возмущенное движение). Москва, Изд-во МИИГАиК, 2016. 67 с.
- [16] Бордовицына Т.В., Авдюшев В.А. *Теория движения искусственных спутников Земли*. Аналитические и численные методы. Томск, Изд-во ТГУ, 2007. 178 с.
- [17] Lapidus L., Seinfeld J.H. Numerical solution of ordinary differential equations. New York, London, Academic Press, 1971. 299 p.

## References

- Baranov A.A., Grishko D.A., Chernov N.V. Flyby of Large-Size Space Debris Objects Situated at Leo with Their Successive De-Orbiting. *Science and Education of Bauman MSTU*, 2016, no. 4, pp. 48–64 (in Russ.), doi: 10.7463/0416.0838417
- [2] Wen Q., Yang L., Zhao S., Fang Y., Wang Y. Removing small scale space debris using a hybrid ground and space based laser system. *International journal for light and electron optics*, 2017, vol. 141, pp. 105–113, doi: 10.1016/j.ijleo.2017.05.075
- [3] Baranov A.A., Lyanko P.S., Oleynikov I.I. Ballistic Aspects of the Task of Inspection of Objects in the Low Earth Orbit with the Use of Precession of Orbital Planes. *Kosmonavtika i raketostroyeniye*, 2016, no. 2(87), pp. 120–126 (in Russ.).
- [4] Baranov A.A., Grishko D.A. Ballistic aspects of large-size space debris flyby at low Earth near-circular orbits. *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2015, vol. 54, no. 4, pp. 639–650, doi: 10.1134/S106423071504005X
- [5] Degtyarev G.L., Starostin B.A., Fayzutdinov R.N. Methods and algorithms for path planning the build of debris in near-earth space. *Analiticheskaya mekhanika, ustoychivost' i upravleniye. Trudy XI Mezhdunarodnoy Chetayevskoy konferentsii* [Analytical mechanics, stability and control. Proceedings of the XI International Chetaev conference]. Kazan, KNITU– KAI publ., 2017, pp. 199–208.
- [6] Zelentsov V.V., Shcheglov G.A. *Konstruktivno-komponovochnyye skhemy razgonnykh blokov* [Design-layout scheme of boosters]. Moscow, Bauman Press, 2017. 140 p.
- [7] Lupyak D.S., Radugin I.S. The mass-energy capabilities of the orbital transfer vehicles based on the liquid rocket engines. *Izvestiya Rossiyskoy Akademii Nauk. Energetika*, 2017, no. 4, pp. 116–128 (in Russ.).
- [8] Lupyak D.S., Lakeyev V.N., Karabanov N.A. The block DM-based orbital transfer vehicle. Vestnik NPO imeni S.A. Lavochkina, 2012, no. 3(14), pp. 61–68 (in Russ.).
- [9] Kluever C.A. Optimal geostationary orbit transfers using onboard chemical-electric propulsion. *Journal of spacecraft and rockets*, 2012, vol. 49, no. 6, pp. 1174–1182, doi: https://doi.org/10.2514/1.A32213

- [10] Khramov A.A. Analiz i optimizatsiya pereletov kosmicheskikh apparatov mezhdu nizkimi okolozemnymi orbitami s dvigatel'nymi ustanovkami s nakopleniyem energii. Avtoref. Kand. Diss. [Analysis and optimization of spacecraft flights between low-earth orbits with propulsion systems with energy storage. Cand. Diss.]. Samara, 2016. 16 p.
- [11] Graham K.F., Rao A.V., Spencer D. Minimum-time trajectory optimization of multiple revolution low-thrust Earth-orbit transfers. *Journal of spacecraft and rockets*, 2015, vol. 52, no. 3, pp. 711–727, doi: 10.2514/1.A33187
- [12] Latyshev K.A., Sel'tsov A.I. Engineering approach to calculating of noncomplanar lowthrust transfers of spacecraft from the low earth orbit into the geostationary orbit. *Vestnik NPO imeni S.A. Lavochkina*, 2013, no. 1(17), pp. 29–33 (in Russ.).
- [13] Petukhov V.G. Optimizatsiya trayektoriy kosmicheskikh apparatov s elektroraketnymi dvigatel'nymi ustanovkami metodom prodolzheniya. Avtoref. Dokt. Diss. [Optimization of spacecraft trajectories with electric propulsion systems by the continuation method. Doct. Diss.]. Moscow, MAI publ., 2013. 31 p.
- [14] Salmin V.V., Chetverikov A.S. Selection of control laws for trajectory and angular motion of spacecraft with a nuclear electric propulsion engine during non-coplanar interorbital flights. *Izvestia of Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences*, 2013, no. 6, pp. 242–254 (in Russ.).
- [15] Krylov V.I. Osnovy teorii dvizheniya ISZ (Chast' vtoraya: vozmushchennoye dvizheniye) [Fundamentals of the theory of motion of the satellite (Part two: perturbed motion)]. Moscow, MIIGAiK publ., 2016. 67 p.
- [16] Bordovitsyna T.V., Avdyushev V.A. Teoriya dvizheniya iskusstvennykh sputnikov Zemli. Analiticheskiye i chislennyye metody [The theory of motion of artificial satellites. Analytical and numerical methods]. Tomsk, TGU publ., 2007. 178 p.
- [17] Lapidus L., Seinfeld J.H. *Numerical solution of ordinary differential equations*. New York, London, Academic Press, 1971. 299 p.

Статья поступила в редакцию 08.08.2019

## Информация об авторе

АРИНЧЕВ Сергей Васильевич — доктор технических наук, профессор кафедры «Аэрокосмические системы». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: arinchev@inbox.ru). Information about the author

ARINCHEV Sergei Vasilievich — Doctor of Science (Eng.), Professor, Department of Aerospace Systems. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2<sup>nd</sup> Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: arinchev@inbox.ru).

#### Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Аринчев С.В. Анализ динамики перелета космического мусоросборщика из плоскости своей орбиты в плоскость орбиты фрагмента мусора. Известия высших учебных заведений. Машиностроение, 2020, № 1, с. 63–71, doi: 10.18698/0536-1044-2020-1-63-71

Please cite this article in English as:

Arinchev S.V. An Analysis of Flight Dynamics of a Space Debris Collector Transferring from its Orbital Plane to the Orbital Plane of a Debris Fragment. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2020, no. 1, pp. 63–71, doi: 10.18698/0536-1044-2020-1-63-71